



## Metodología para el cálculo de coeficientes de sustentación y arrastre en perfiles aerodinámicos simétricos aplicado a turbinas Darrieus

### Methodology for the calculation of lift and drag coefficients in symmetrical aerodynamic profiles applied to Darrieus turbines

Alejandro Rolón Ortiz<sup>1</sup> Yesenia Villamizar González<sup>2</sup> Carlos Humberto Acevedo Peñaloza<sup>3</sup>

**Para citar este artículo:** Rolón, H., Villamizar, Y. y Acevedo, C. (2017). Metodología para el cálculo de coeficientes de sustentación y arrastre en perfiles aerodinámicos simétricos aplicado a turbinas Darrieus. *Revista Redes de Ingeniería*, 8(2), 92-100, doi: <https://doi.org/10.14483/2248762X.12502>.

**Recibido:** 14-septiembre-2017 / **Aprobado:** 9-enero-2018

#### Resumen

Las turbinas tipo Darrieus han adquirido protagonismo como fuente de energía limpia; así, la geometría de estas, sus alabes, se enfrentan a amplios rangos de ángulos de ataque debido a su desplazamiento circunferencial. En el siguiente artículo se caracterizan los coeficientes de sustentación y arrastre para cada ángulo, partiendo de datos iniciales generados en el *software* JavaFoil; se implementó el método de extrapolación de Montgomerie para deducir los valores en ángulos de ataque posteriores al coeficiente de sustentación máximo y se comparó con datos experimentales producidos por Robert Sheldahl en los laboratorios Sandia, dando como resultado una correlación cercana entre las series de datos.

**Palabras clave:** arrastre, extrapolación de Montgomerie, sustentación, turbina Darrieus.

#### Abstract

Darrieus-type turbines have gained prominence as a source of clean energy. Due to the geometry of these turbines, their blades face wide ranges of angles of attack due to their circumferential displacement. In the following article, the coefficients of support and drag for each angle are characterized, starting from initial data generated in the software JavaFoil. The Montgomerie extrapolation method was implemented to derive the values at attack angles after the maximum lift coefficient and was compared with experimental data produced by Robert Sheldahl in the SANDIA laboratories, resulting in a close correlation between the data series.

**Keywords:** drag, Darrieus turbine, lift, Montgomerie extrapolation.

1. Ingeniero mecánico, Universidad Francisco de Paula Santander. Investigador grupo de investigación de fluidos y térmicas FLUTER. Correo electrónico: [humbertoalejandrero@ufps.edu.co](mailto:humbertoalejandrero@ufps.edu.co)
2. Ingeniera mecánica, Universidad Francisco de Paula Santander. Investigador grupo de investigación de fluidos y térmicas FLUTER. Correo electrónico: [yeseniavg@ufps.edu.co](mailto:yeseniavg@ufps.edu.co)
3. Doctor en Ingeniería Mecánica, Universidad Politécnica de Cataluña. Docente investigador del grupo de investigación en diseño mecánico GIDIMA, Universidad Francisco de Paula Santander. Correo electrónico: [carloshumbertoap@ufps.edu.co](mailto:carloshumbertoap@ufps.edu.co)

## INTRODUCCIÓN

Las energías renovables son una gran solución al impacto ambiental ocasionado por los combustibles fósiles, pues es posible conseguir electricidad explotando los recursos naturales sin causar daño al medio ambiente. La energía cinética de los ríos no ha sido lo suficientemente aprovechada para producir trabajo, más allá de los antiguos molinos que solían ser usados en las granjas para moler granos no ha tenido otro uso en el transcurrir de los años. En la actualidad, se está investigando el uso de turbinas tipo Darrieus que permitan aprovechar este tipo de energía, por lo que es necesario comprender el funcionamiento y especialmente las características aerodinámicas de sus perfiles. Los modelos analíticos y matemáticos son herramientas que permiten entender los procesos físicos que comprenden a las máquinas hidráulicas, además brindan resultados precisos que ayudan a predecir con seguridad cómo se comportarán cuando estén funcionando en el mundo real.

El impeler de los rotores Darrieus está compuesto por perfiles aerodinámicos tales como los NACA, es posible encontrar datos completos de coeficientes de sustentación ( $C_L$ ) y coeficientes de arrastre ( $C_D$ ) mediante ensayos de túnel de viento; sin embargo, la mayoría de los perfiles aerodinámicos no se encuentran estudiados tan ampliamente, siendo la excepción el proyecto desarrollado por Robert Sheldahl [1].

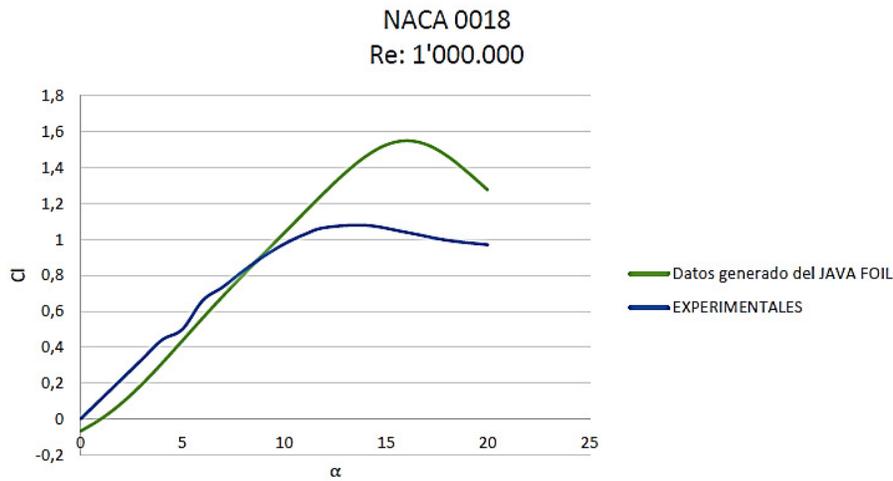
Cuando no es posible realizar ensayos experimentales se puede recurrir a métodos matemáticos como: método de vórtices (*vortex model*), modelo de cascada (*cascade model*) y modelo de momento (*momentum model*); sin embargo, son técnicas que por su fuerte contenido de mecánica de fluidos son de difícil comprensión. También se pueden realizar simulaciones CFD (del inglés *computational fluid dynamics*) para obtener estos datos, pero es un proceso tedioso debido al número de simulaciones que se deben realizar, siendo una limitante

importante la cantidad de recursos experimentales. Por otro lado, también existen programas como Xfoil, Xfr15, JavaFoil y Airfoil Tools especializados en resolver el campo de flujo en un cuerpo sumergido, siendo capaces de solucionar variables de velocidad y presión valiéndose del método de los paneles [2], [3], [4].

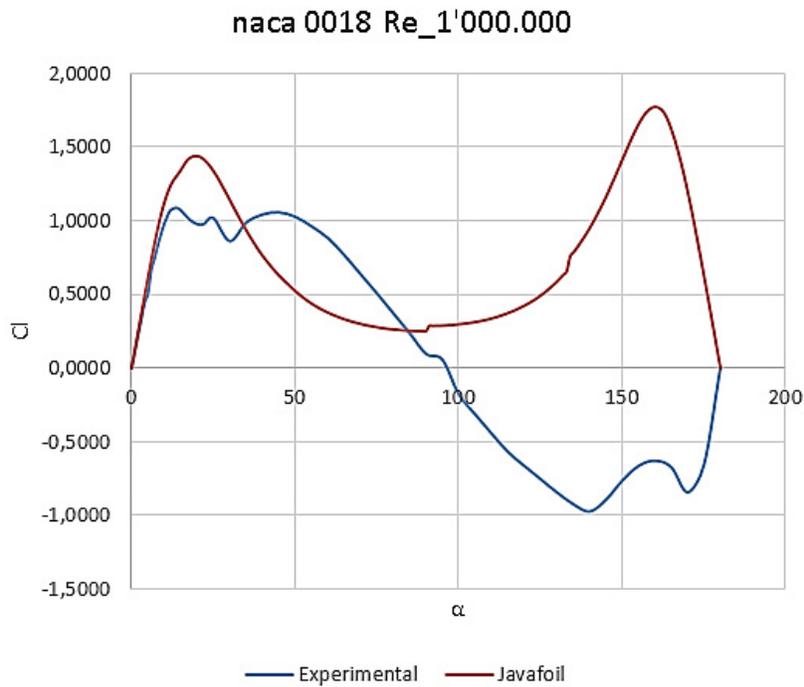
En la Figura 1 se observa la comparación entre los datos generados por JavaFoil y los datos experimentales de Sheldahl. Gracias a la similitud entre ambas series de datos, especialmente en ángulos de ataque bajos donde hay comportamiento de flujo potencial, es posible definir el *software* como apropiado; sin embargo, cuando el ángulo de ataque aumenta y la interacción entre la capa viscosa y no viscosa se hace más fuerte, el *software* tiende a perder precisión.

A medida que el ángulo de ataque aumenta el perfil, tiende a comportarse como una placa plana; las predicciones hechas por el *software* son cada vez más imprecisas como se muestra en la Figura 2, por lo tanto, los datos solo son fiables cuando el ángulo de ataque es bajo, siendo entonces este método inapropiado para estudiar turbinas tipo Darrieus.

Es necesario encontrar un modelo analítico que permita predecir el comportamiento de los perfiles aerodinámicos en amplios rangos de ángulo de ataque sin recurrir a pruebas de campo. Björn Montgomerie [5] propuso extender las gráficas de sustentación y arrastre basado en la interpolación de los comportamientos de flujo potencial y placa plana cuando se presenta pérdida aerodinámica. El modelo de extrapolación de Montgomerie se resolvió mediante un código programado en MATLAB®, cuyos resultados se validaron con las pruebas experimentales propias de Sheldahl; además de lo anterior, se generaron datos para perfiles aerodinámicos simétricos SD8020, con el objetivo de obtener el análisis correlativo en dos perfiles independientes.



**Figura 1.** Comparación entre los datos experimentales y los datos de JavaFoil.  
**Fuente:** elaboración propia.



**Figura 2.** Comparación entre los datos de sustentación y arrastre experimental y JavaFoil.  
**Fuente:** elaboración propia.

## MÉTODOS

La curva de  $C_L$  se crea interpolando las funciones de flujo potencial  $t(\alpha)$  y la función de pérdida de sustentación en placa plana  $s(\alpha)$ . La función  $t(\alpha)$  corresponde a una circulación de fluido donde

se pueden ignorar los efectos de vorticidad alrededor de un cuerpo determinado (que sirve para cuantificar la rotación del fluido), las líneas de flujo coinciden con el perfil aerodinámico. Esta función es lineal y se obtiene con la siguiente expresión:

$$t(\alpha) = C_L(0) + C_{L\alpha} * \alpha \quad (1)$$

Donde:

$C_L(0)$  es el coeficiente de sustentación cuando  $\alpha = 0$ .  
 $\alpha$  es el ángulo de ataque.

$C_{L\alpha}$  es la pendiente de la parte lineal de curva  $C_L$  vs  $\alpha$ .

La función  $S(\alpha)$  corresponde a la total separación de flujo de perfil, la cual genera pérdida aerodinámica y es donde el perfil empieza a comportarse como una placa plana. Para obtener esta función se utiliza la siguiente expresión:

$$S(\alpha) = A * C_{D90} * \text{Sen}(\beta) * \cos(\beta) \quad (2)$$

Donde:

$C_{D90}$  es el coeficiente de arrastre, cuando  $\alpha = 90^\circ$ . Según Montgomerie este valor, para la mayoría de los perfiles, puedes asumirse como 2. Este es el valor para una placa plana perpendicular al flujo [5]. A es la amplitud de la curva resultante que depende de la curvatura del perfil y se obtiene con la ecuación (3):

$$A = 1 + \frac{C_L(0)}{\text{sen } 45} * \text{sen}(\alpha) \quad (3)$$

$\beta$  es el ángulo de ataque modificado por los efectos de borde de ataque redondo  $\delta_1$  y de la curvatura de  $\delta_2$

$$\beta = \alpha - \delta_1 - \delta_2 \quad (4)$$

$$\delta_1 = 57.6 * C_{L90} * \text{sen}(\alpha) \quad (5)$$

$$\delta_2 = \alpha_0 * \cos(\alpha) \quad (6)$$

$C_{L90}$  es el coeficiente de sustentación, cuando  $\alpha = 90^\circ$ . Según Montgomerie, este valor para la mayoría de los perfiles puede asumirse como 0.08 [5].  $\alpha_0$  es el ángulo de ataque donde  $C_L = 0$ .

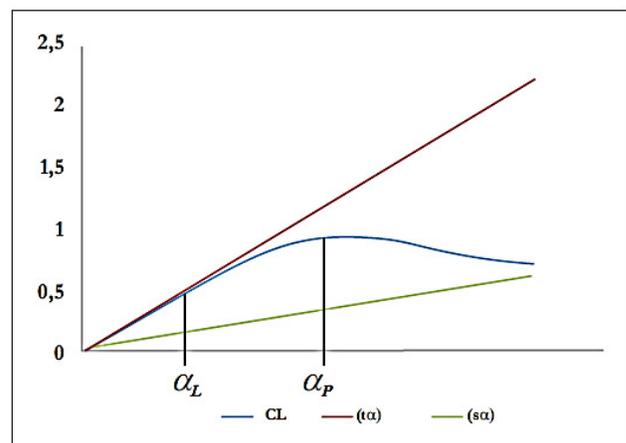
Los coeficientes de sustentación ( $C_L$ ) resultantes están dados por promedio ponderado de las funciones  $t(\alpha)$  y  $S(\alpha)$ , así:

$$C_L(\alpha) = f(\alpha) * t(\alpha) + (1 - f(\alpha)) * S(\alpha) \quad (7)$$

Según [6]:

La función  $f(\alpha)$ , puede verse como el grado de similitud entre valores de  $C_L$  reales y valores de la función  $t(\alpha)$ . En la zona lineal de  $C_L$ , el comportamiento es muy similar a la función  $t(\alpha)$ , es decir  $f(\alpha) = 1$ . Al entrar en la zona de pérdida aerodinámica el flujo en la parte superior del perfil está completamente separado del mismo y los valores de  $C_L$  comienza a alejarse de la curva  $t(\alpha)$ , entonces el valor  $f(\alpha) = 0$  y el perfil se comporta como una placa plana.

A través de las dos situaciones descritas se presenta una transición entre las funciones  $S(\alpha)$  y  $t(\alpha)$ , las cuales generan la curva de sustentación.



**Figura 3.** Interpolación entre la función de flujo potencial  $t(\alpha)$  y función de placa plana  $s(\alpha)$ .

**Fuente:** [6].

Es necesario calcular estos valores en un punto  $\alpha_p$ , lo que corresponde a la máxima sustentación o cercano a esta, y  $\alpha_L$  es el punto donde CL deja su comportamiento lineal como se puede apreciar en la Figura 3.

Para calcular la función  $f(\alpha)$  se deben usar las siguientes expresiones:

$$f = \frac{C_L(\alpha) - S(\alpha)}{t(\alpha) - S(\alpha)} \quad (8)$$

$$f = \frac{1}{1 + k\Delta\alpha^4} \quad (9)$$

Donde:

$C_L(\alpha)$  es el coeficiente de sustentación.

$S(\alpha)$  es la función de placa plana.

$t(\alpha)$  es la función de flujo potencial.

$k$  es la constante que depende  $\alpha_p$ , se determina con la siguiente ecuación (10):

$$k = \left(\frac{1}{f_p} - 1\right) * \frac{1}{(\alpha_p - \alpha_L)^4} \quad (10)$$

$\alpha_L$  es el punto donde  $C_L$  deja su comportamiento lineal.

$\Delta\alpha$  es la diferencia  $\alpha_L$  y  $\alpha$ . En este trayecto es donde se quiere hallar  $C_L$ .

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha_L \quad (11)$$

## RESULTADOS

Para obtener los datos característicos de un perfil en particular (NACA caso de estudio), se emplea el *software* JavaFoil desarrollado por Martin Hepperle como herramienta de análisis aerodinámico escrito en código Java. En la Figura 4 y la Figura 5 se obtienen los datos iniciales de  $C_L$  y  $C_D$  generados por JavaFoil.

Después de obtener los datos iniciales del perfil, se procede a realizar la extrapolación de las curvas mediante un código compilado en MATLAB® como se muestra en la Figura 6.

Se comparan los datos experimentales con los valores generados en el código hecho con el procedimiento anterior —que se representan con la línea verde— y los tomados de las pruebas de túnel de viento realizadas por Sheldahl y Klimas [1] —que se representa con la línea amarilla—.

Teniendo los datos obtenidos se puede proceder con el estudio de la turbina por el método de doble múltiple tubos de corriente [7], [8].

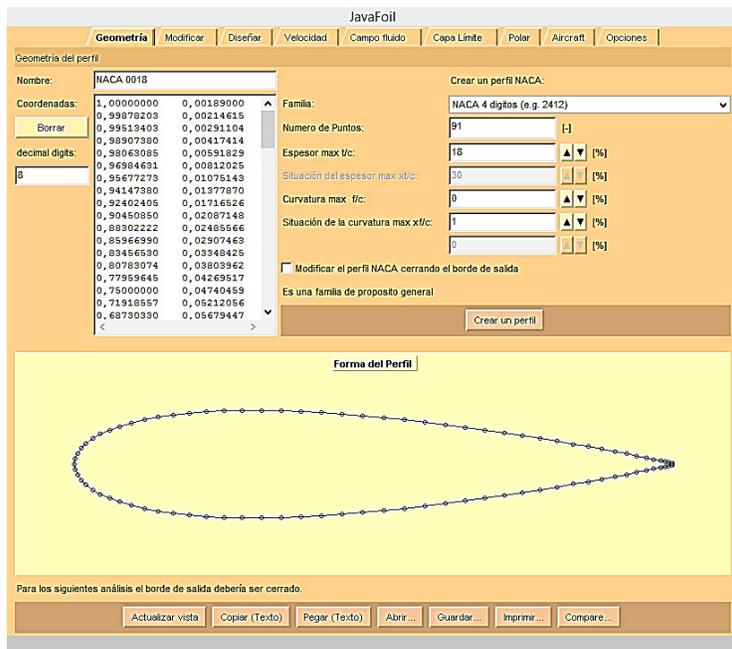


Figura 4. Obtención de coeficientes de sustentación y arrastre mediante JavaFoil.

Fuente: elaboración propia.

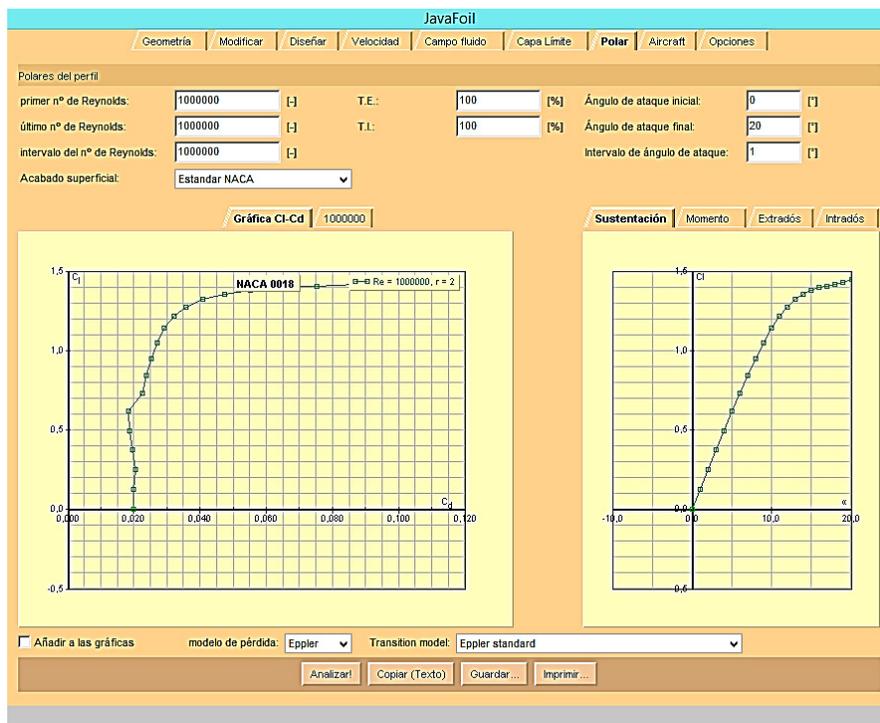


Figura 5. Curva de CL/CD y CL a partir de JavaFoil.

Fuente: elaboración propia.

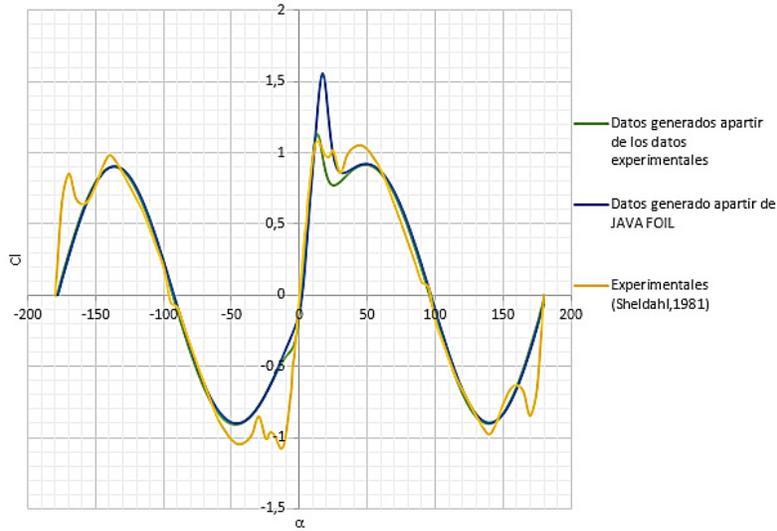
```

176 - c=0.25;
177 - L=3;
178 - AR=L/c;
179
180 - Alpha_P=Cl(pos,1); %donde C_L es maxima
181 - % if j==r
182 - %   Alpha_Lineal=Alpha_P-2
183 - % end
184 - Alpha_Lineal=Cl(j-1,1) %Angulo donde C_L deja de ser lineal
185 - % Alpha_0=Cl(find(x==0),1); %Angulo de ataque donde C_L = 0
186 - Alpha_0=interp1(Cl(:,2),Cl(:,1),0)
187 - DELTA_Alpha_p=Alpha_P-Alpha_Lineal;
188 - C_L_Alpha_P=Cl(pos,2); %Cl en Alpha p
189 - C_L0=Cl(x==0,2); %C_L en Alpha= 0°
190 - % C_D_90= 1.11 + 0.018*AR;
191 - C_D_90=1.8;
192 - C_L_90=0.08;
193 - A_P=1+((C_L0/sind(45))*sind(Alpha_P));
194 - Sigma_1p=57.6*sind(Alpha_P)*C_L_90;
195 - Sigma_2p=Alpha_0*cosd(Alpha_P);
196 - Beta_p=Alpha_P-Sigma_1p-Sigma_2p;
197 - SAlpha_P=A_P*C_D_90*sind(Beta_p)*cosd(Beta_p);
198 - sinalph=sind(Alpha(q));
199 - cosalph=cosd(Alpha(q));
200
201

```

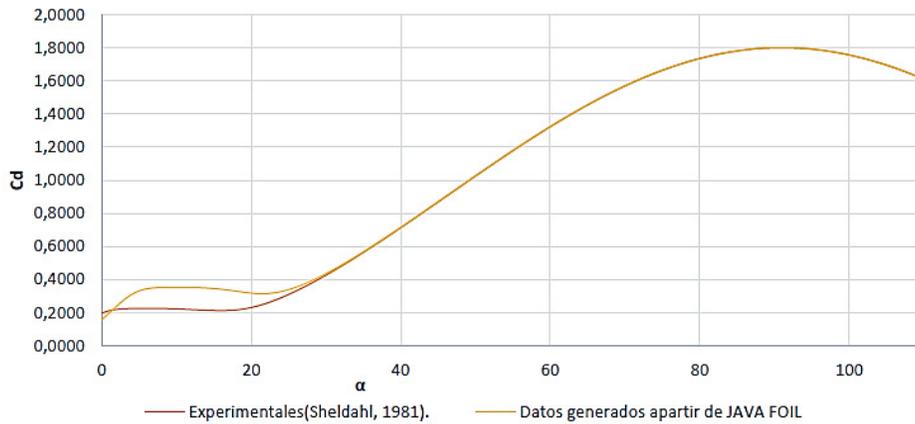
Figura 6. Código para la extrapolación de Montgomerie en MATLAB®.

Fuente: elaboración propia.



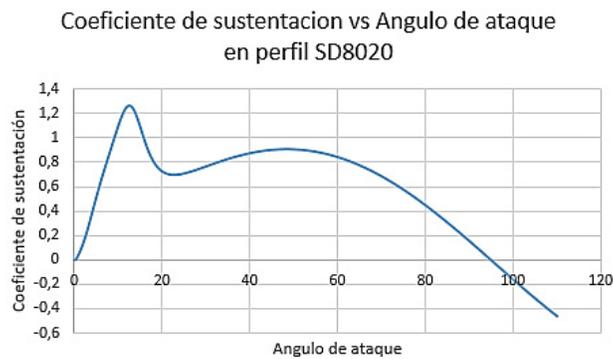
**Figura 7.** Comparación entre los datos generados por el código JavaFoil, los datos experimentales contra datos experimentales para NACA0018 y Re 1'000.000.

**Fuente:** elaboración propia.



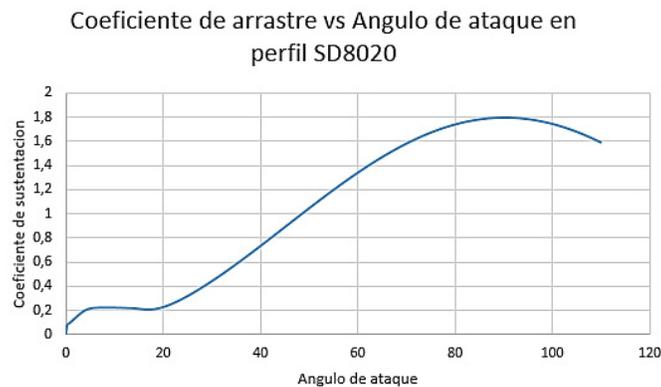
**Figura 8.** Comparación entre los datos generados por JavaFoil contra datos experimentales para NACA0018 y Re 1'000.000.

**Fuente:** elaboración propia.



**Figura 9.** Comportamiento aerodinámico perfil SD8020 (coeficiente de sustentación).

**Fuente:** elaboración propia.



**Figura 10.** Comportamiento aerodinámico perfil SD8020 coeficiente de arrastre.

**Fuente:** elaboración propia.

## DISCUSIÓN

Como se observa en la Figura 7, existe buena similitud entre el comportamiento aerodinámico del perfil NACA0018 generado a partir de los datos obtenidos por el software JavaFoil y los de la fuente experimental.

Según lo enunciado en la teoría, es necesario calcular el punto donde el coeficiente de sustentación es máximo, lo anterior con el fin de calcular la función de interpolación; es ahí donde los datos de entrada generados por JavaFoil muestran una marcada diferencia con los experimentales, diferenciándose el punto de coeficiente de sustentación máximo entre ambos métodos en 30%. Cabe resaltar que a medida que el ángulo de ataque aumenta, los datos tienden a converger. Se obtiene una buena correlación a partir de 30°.

En la Figura 8, el coeficiente de arrastre presenta una tendencia similar durante todo el comportamiento, entre los datos del caso experimental y los datos generados, sin tener diferencias relevantes.

En la Figuras 9 y la Figura 10 se muestran los datos generados para el perfil SD8020, estos datos serán para el estudio de una turbina hidrocínética tipo Darrieus por el método del DMS.

## CONCLUSIONES

La extensión de las curvas de sustentación y arrastre a través del método de extrapolación de Montgomerie demostró ser un procedimiento fiable, sin embargo, depende de una entrada de datos lo más aproximada a la experimental para que los datos generados sean más cercanos a la realidad. Las mayores diferencias entre los perfiles se encuentran en la gráfica de sustentación, pues en la de arrastre se encuentra gran similitud.

Para perfiles simétricos sometidos a un régimen de flujo de Reynolds que van desde 500.000 en adelante se recomienda usar valores de  $C_L$  en un rango de ángulo de ataque (0°-18°), esto para poder ver el punto máximo de sustentación de la curva. Sin embargo, para Reynolds menores de 15000 es complicado generar curvas de  $C_L$  y  $C_D$  debido a que el flujo tiene un comportamiento laminar, siendo el ángulo de ataque máximo alrededor de 50°.

## REFERENCIAS

- [1] R. E. Sheldahl and P. C. Klimas, *Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines*. Nuevo México: Sandia National Laboratories Report, 1981.

- [2] Xflr5 Tool for airfoils. Consultado en enero de 2017, [En línea]. Disponible en: <http://xflr5.sourceforge.net/xflr5.htm>
- [3] JavaFoil Analysis of airfoil. Consultado en enero de 2017, [En línea]. Disponible en: <http://www.mhaerotools.de/airfoils/javafoil.htm>
- [4] Airfoiltools Airfoil Tools Analysis. Consultado en enero de 2017, [En línea]. Disponible en: <http://airfoiltools.com/>
- [5] B. Montgomerie, *Methods for root effects, tip effects and extending the angle of attack range to  $\pm 180^\circ$  to  $\pm 180^\circ$ , with applications to aerodynamics for blades on wind turbines and propellers*. Suecia: Swedish Defence Research Agency, 2004.
- [6] M. Mejía, L. E. García y M. A. Gutiérrez. “Metodología de obtención de los coeficientes de sustentación y arrastre para un rango amplio de números de Reynolds y ángulos de ataque para aplicaciones en turbinas eólicas”. *Avances: investigación en ingeniería*, vol.13, pp. 53-60, 2010.
- [7] B. Kirke. *Evaluation of self-starting vertical axis wind turbines for stand-alone applications*, tesis PhD, Universidad Griffith, School of Engineering, Australia, 1998.
- [8] I. Paraschivoiu. *Wind Turbine Design with Emphasis on Darrieus Concept*, 4<sup>a</sup> ed. Canada: Polytechnic International Press, 2002

