



UM EXPERIMENTO DIDÁTICO SOBRE FUNÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL À LUZ DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

A TEACHING EXPERIMENT ON FUNCTIONS IN KEY EDUCATION IN THE LIGHT OF CRITICAL MATHEMATICAL EDUCATION

UNA EXPERIENCIA DOCENTE SOBRE FUNCIONES EN LA EDUCACIÓN BÁSICA A LA LUZ DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA

Rodrigo Sychocki da Silva*  y Shéridan dos Reis Pinto** 

Cómo citar este artículo: Sychocki, R. y Pinto, S. R. (2020). Um experimento didático sobre funções no ensino fundamental à luz da educação matemática crítica. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 15(3), 501-516. DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.15459>

Resumo

Este texto tem como objetivo apresentar e analisar os resultados de uma sequência de atividades, as quais fazem parte de um experimento piloto em um curso de Mestrado em Ensino de Matemática, e que foi utilizado para iniciar o estudo do conteúdo de funções por um grupo de estudantes do oitavo ano do ensino básico. Com este artigo, estabelecemos uma reflexão sobre como o trabalho coletivo entre os estudantes proporciona uma possível criação de conhecimentos matemáticos. Baseamos teoricamente o presente trabalho nas ideias sobre cooperação de Jean Piaget e educação matemática crítica de Ole Skovsmose, já que as atividades exploradas pelos estudantes fizeram emergir discussões coletivas e reflexões sobre a sociedade em que os estudantes vivem. Caracteriza-se o presente estudo com um viés metodológico qualitativo o qual permitiu, a partir das análises feitas nos diálogos entre os estudantes participantes do experimento, observar a título de conclusão, que uma ação coletiva durante a exploração das situações apresentadas e que envolveram o assunto funções, convergiu para uma construção de conhecimentos matemáticos e também contribuiu para uma formação plural dos envolvidos.

Palavras-chave: aprendizagem matemática; cooperação; educação matemática crítica; funções.

Recibido: 27 de octubre de 2019; aprobado: 27 de diciembre de 2019

* Doutor em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Brasil. Docente permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS. E-mail: sychocki.rodrico@gmail.com

** Licenciada em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Brasil. Discente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, UFRGS. E-mail: sherydrp@gmail.com

Abstract

This text aims to present and analyze the results of a sequence of activities, which are part of a pilot experiment in a master's degree course in Mathematics Teaching, and that was used to start the study of the content of functions by a group of eighth grade students in primary school. With this article, we establish a reflection on how the collective work among students provides a possible creation of mathematical knowledge. We theoretically base this paper on Jean Piaget's ideas on cooperation and Ole Skovsmose's critical mathematical education, as the activities explored by students have given rise to collective discussions and reflections on the society in which students live. This study is characterized by a qualitative methodological bias which allowed, from the analysis made in the dialogues between the students participating in the experiment, to conclude by way of conclusion that a collective action during the exploration of the situations presented and that involved the subject functions, converged to a construction of mathematical knowledge and also contributed to a plural formation of those involved.

Keywords: mathematical learning; cooperation; critical mathematics education; functions.

Resumen

Este texto tiene como objetivo presentar y analizar los resultados de una secuencia de actividades que forman parte de un experimento piloto en un curso de Maestría en Enseñanza de las Matemáticas que se utilizó para iniciar el estudio del contenido de las funciones por un grupo de estudiantes de octavo grado. Hicimos una reflexión sobre cómo el trabajo colectivo entre los estudiantes proporciona una posible creación de conocimiento matemático. Teóricamente, basamos este artículo en las ideas de Jean Piaget sobre cooperación y educación matemática crítica de Ole Skovsmose, ya que las actividades desarrolladas por los estudiantes llevaron a discusiones colectivas y reflexiones sobre la sociedad en la que viven los estudiantes. El presente estudio se caracteriza por un sesgo metodológico cualitativo que permitió, a partir del análisis realizado en los diálogos entre los estudiantes que participaron en el experimento, concluir que una acción colectiva durante el estudio de las situaciones presentadas y que involucraba el tema de funciones, convergió en la construcción del conocimiento matemático y también contribuyó a la formación plural de los involucrados.

Palabras clave: aprendizaje matemático; cooperación; educación crítica en matemáticas; funciones.

Introdução

Não é de hoje que observamos que as aulas de matemática já não precisam se encaixar no paradigma do exercício (Skovsmose, 2008). Neste trabalho propomos uma sequência de atividades, seguida de uma experimentação e reflexão que versa sobre uma introdução ao conteúdo de funções para estudantes do oitavo ano do ensino básico. A sequência de tarefas objetivou explorar o pensamento crítico e estimular a cooperação entre os sujeitos por meio de atividades que unissem conceitos matemáticos com situações cotidianas em relação ao Brasil e mundo.

O conteúdo de funções tem de acordo as Diretrizes Curriculares Nacionais a apresentação e exploração durante o Ensino Médio. Porém, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2017) demanda o prelúdio do estudo desse conteúdo no nono ano do ensino básico. Como habilidade explorada na BNCC sobre funções previstas a serem desenvolvidas junto ao nono ano do Ensino Fundamental, tem-se “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (Brasil, 2017 p. 317). Logo, para que tais habilidades possam ser construídas, elaborou-se um experimento de ensino, seguido de análise e reflexão dos pesquisadores e autores do presente texto. O experimento consistiu em construir e aplicar uma sequência de atividades que estimulassem o trabalho coletivo no estudo e exploração do conteúdo funções.

O interesse em explorar o pensamento crítico dos estudantes nessas atividades emerge a partir das ideias de Skovsmose sobre a educação matemática crítica unida à ideia de cooperação de Piaget. Pinto (2018) contribui com seu estudo ao verificar que dispor os estudantes em grupos, durante a exploração de atividades em sala de aula oportuniza e evidencia momentos de aprendizagem matemática. Portanto, fazer com que os estudantes façam parte da construção de seus próprios conhecimentos e reflitam criticamente sobre a realidade em que estão

imersos se constitui em um objetivo para o presente experimento.

Para isso, buscamos apoio nas ideias de Jean Piaget sobre cooperação e a educação matemática crítica de Ole Skovsmose. Vamos expor, a partir de uma análise de cunho qualitativo que as atividades realizadas pelos estudantes auxiliaram para a construção dos conceitos matemáticos em estudo. A seguir apresentamos a fundamentação teórica necessária à análise do experimento didático realizado, com ideias sobre a educação matemática crítica nas palavras de Skovsmose (2008), seguido dos trabalhos de Bortolucci (2011), Altenhofen (2008) e Milani (2015) que abordam e discutem sobre esse tema. A ideia de cooperação também é apresentada por meio de Piaget (1973) a partir de trabalhos como os de Bona (2012); Gomes, Ghedin (2012); Treviso (2013), e Pinto (2018), os quais também dialogam com esse tema. Após, o presente artigo segue com a caracterização metodológica, apresentação e análise do experimento, finalizando com nossas considerações finais, fruto de nossas reflexões que ocorreram durante a experimentação.

1. Educação matemática crítica segundo Ole Skovsmose

A ideia de educação matemática crítica foi inicialmente proposta e caracterizada por Ole Skovsmose. Ela surge a partir do questionamento do autor em relação à educação matemática sobre as questões da sociedade (políticas, sociais, econômicas e culturais). Na escrita sobre a educação matemática crítica Ole Skovsmose retrata o papel do estudante em ser o ator principal dentro de um ambiente de aprendizagem e que o professor seja um mediador no processo, oportunizando diferentes ambientes de investigação para esse estudante.

Sobre o ensino da matemática, Skovsmose (2008) apresenta que o mesmo não deve ser engessado no paradigma do exercício. O autor propõe um ensino que possa oportunizar aos estudantes reflexões críticas que, segundo ele, podem emergir por meio dos cenários de investigação propostos pelos professores

de matemática. Nesses cenários os estudantes desempenham o papel principal na construção de seus próprios conhecimentos.

Bortolucci (2011) em sua dissertação busca por elementos que possam responder a um questionamento sobre os motivos para se ensinar matemática na escola básica. No que concerne essa busca, o autor dialoga com outros autores que refletem sobre os motivos de se ensinar matemática de forma a desenvolver a postura crítica dos estudantes. Sobre isso, Bortolucci (2011 p. 136) apresenta que:

A Matemática formata a sociedade através da aplicação de seus modelos que servem para a construção tanto de maravilhas quanto de horrores. É importante ter claro que tais modelos apresentam suas limitações, devido à impossibilidade de modelar fielmente a realidade e que quando colocadas em ação podem gerar o que ele chama de estruturas de risco.

Skovsmose (2008) menciona que os cenários de investigação nas aulas de matemática possibilitam aos estudantes significarem as atividades e conceitos matemáticos. Para isso é necessário a promoção de reflexões por parte dos envolvidos. Essas reflexões, segundo Skovsmose (2008), são oportunizadas por meio dos ambientes de aprendizagem em que esses pensamentos possam ser estimulados pelo diálogo.

Milani (2015), em sua tese, busca problematizar a questão do diálogo em sala de aula, fazendo uso de uma fundamentação teórica convergente aos princípios apresentados por Ole Skovsmose e outros autores que dialogam na mesma temática. A partir de reflexões sobre o diálogo na educação matemática, a autora enfatiza que o estudante precisa se expressar, falar, dialogar, enquanto o professor desempenha a tarefa de escutá-lo. Tal concepção sobre o diálogo se encaixa nos cenários de investigação, pois é dentro desses ambientes que os diálogos dos estudantes podem existir e emergir em questão de potenciais aprendizagens. Assim, os estudantes se constituem nos atores principais no processo de construção de seus conhecimentos, tal como apresentado por Skovsmose (2008 p. 65):

Um cenário de aprendizagem pode levar os alunos a assumir a condução do seu próprio processo de aprendizagem. Isso é importante para a reflexão. Concluí que a reflexão deveria, de maneira bem profunda, abordar o conteúdo de aprendizagem e suas possíveis aplicações relevantes, não esquecendo sua utilidade para o futuro do aluno.

Segundo Skovsmose (2008), podemos oferecer cenários investigativos aos estudantes que tenham propósito de estimular reflexões por meio de atividades que contenham matemática e suas aplicações. Além disso, nesses cenários propiciados pelos professores torna-se importante e necessário que os estudantes estejam refletindo e discutindo sobre o que estão aprendendo. Tais reflexões, as quais são necessárias, podem contribuir para o desenvolvimento crítico do estudante. Altenhofen (2008 p.75) em sua dissertação, auxilia com a ideia de que um cidadão crítico tem que ter a capacidade de “ler criticamente as notícias divulgadas em jornais ou revistas e, a partir da sua compreensão, elaborar sua opinião e questionar a sua realidade”.

Sendo assim, atividades que façam com que os estudantes reflitam sobre seu aprendizado e que, ao mesmo tempo, unam a matemática e suas aplicações na promoção da construção de seus conhecimentos, exercem papel fundamental na concepção de educação matemática crítica. Portanto, entende-se e converge-se a partir das ideias expostas até aqui a respeito da educação matemática crítica, que por meio do seu uso, tem-se uma possibilidade de oportunizar momentos de reflexões em atividades feitas na sala de aula, já que a mesma pode se tornar um cenário para investigações matemáticas por parte dos estudantes.

2. Jean Piaget e o conceito de cooperação

Como já mencionado anteriormente nesse texto, o diálogo entre os pares na realização das tarefas se constitui um importante elemento na construção de reflexões por parte dos envolvidos no processo educacional. Sendo assim, a ideia de cooperação tem contribuição importante na elaboração e execução

do nosso experimento didático. Essa seção apresenta e reflete sobre a ideia de cooperação e suas relações com a construção de conhecimentos.

Cooperar, segundo Piaget (1973) é agir em comum por meio de novas operações de correspondência, reciprocidade ou complementaridade. Essas características de ações podem emergir em um trabalho em grupo com tarefas que façam os estudantes dialogarem entre si e, a partir de um conjunto de ideias, as quais todos estejam envolvidos no desenvolvimento da solução, possam contribuir na construção de uma solução para um problema proposto. Sobre cooperação, Piaget (1973) apresenta:

A cooperação consiste nela mesma num sistema de operações, de tal forma que as atividades do sujeito se exercendo sobre os objetos, e as atividades dos sujeitos quando agem uns sobre os outros se reduzem na realidade a um só e mesmo sistema de conjunto, no qual o aspecto lógico são inseparáveis na forma como no conteúdo. (Piaget, 1973 p. 103)

Segundo Piaget (1973) a cooperação¹ é um elemento indispensável na produção e desenvolvimento dos conhecimentos. Para evoluir é necessário cooperar, onde entendemos que nas aulas de matemática, a cooperação pode emergir a partir de atividades realizadas em conjunto pelos estudantes. Nessas tarefas a troca de ideias e reflexões entre os estudantes oportunizam que a cooperação contribua à aprendizagem. Bona (2012) enfatiza que a cooperação é um processo de aprendizagem que pode criar novas realidades e concepções sobre um assunto de matemática. Essa criação, aos indivíduos, desencadeia reflexões as quais segundo Piaget (1973 p. 83), são necessárias quando se observa que “o desenvolvimento das operações racionais supõe uma cooperação entre os indivíduos liberando-os de seu egocentrismo intelectual”.

Gomes, Ghedin (2011) discorrem sobre o uso da teoria de Jean Piaget ao se analisar experimentações

que sejam feitas em sala de aula. Os autores enfatizam que o professor deve respeitar o momento em que o estudante esteja pronto para aprender determinado conteúdo. Para isso, o professor pode proporcionar atividades em que os sujeitos sejam ativos no seu processo de aprendizagem, equilibrando o que já conhecem e o que é novo para conhecer por meio do diálogo e relação com o outro. Sobre o papel do professor em sala de aula Treviso (2013 p.13) disserta que “o enfoque dado por Piaget às relações sociais resulta em implicações para a educação escolar no sentido de *secundarizar* a função do professor e defender que o aluno deva aprender a aprender”.

Pinto (2018), em sua pesquisa analisa de que forma a cooperação entre os estudantes pode oportunizar momentos de aprendizagem matemática. Segundo a autora, a disposição dos estudantes em grupos durante a aplicação de seu experimento didático possibilitou o surgimento de diálogos que conduziram à construção de argumentos que pudessem explicar os problemas em debate. Sobre o trabalho coletivo, Pinto (2018 p. 73) destaca que “ao oportunizar momentos de compartilhamento e enfrentamento de situações de forma conjunta é bom para o grupo e também é benéfico para o sujeito individual”. Portanto, a partir das ideias apresentadas sobre cooperação, manifestadas por meio de ações coletivas que potencializam e empreendem o desenvolvimento pessoal consideramos pertinente esse estudo e a outros que possam surgir, um convite e desafio para que os professores realizem atividades que estimulem a cooperação entre os estudantes. A próxima seção apresenta os procedimentos metodológicos utilizados no experimento didático.

3. Procedimentos metodológicos

O objetivo da sequência de atividades realizada com o grupo de estudantes participantes do experimento didático foi identificar elementos de cooperação entre os pares e pontos de vista sobre a educação matemática crítica durante a exploração das atividades que versavam uma introdução ao estudo de funções. Para efeitos da caracterização metodológica do presente

1. Para consulta e ampliação das reflexões a partir do tema “cooperação” sugerimos o texto “O trabalho por equipes na escola – Jean Piaget”. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/psicoeduc/piaget/o-trabalho-por-equipes-piaget/>. Acesso em setembro de 2020.

experimento, entendemos que o mesmo converge para um contexto qualitativo, nas linhas de pensamento de Flick (2009), onde nas palavras do autor:

Os aspectos essenciais da pesquisa qualitativa consistem na escolha adequada de métodos e teorias convenientes; no reconhecimento e na análise de diferentes perspectivas; nas reflexões dos pesquisadores a respeito de suas pesquisas como parte do processo de produção de conhecimento; e na variedade de abordagens e métodos. (Flick, 2009 p. 23)

Produzimos durante a execução do experimento de ensino os áudios de um grupo formado por três estudantes que com seu smartphone, registraram suas discussões. Iremos identificá-los no presente texto nas análises por A, B e C com a finalidade de preservar suas identidades. A escolha do grupo de estudantes se deve ao “pense curto” proposto por Bogdan, Biklen (1994 p. 173) que consiste em considerar um número razoável de sujeitos para a realização e exposição das transcrições dos áudios exponha resultados que sejam relevantes para a pesquisa.

As atividades foram criadas pela pesquisadora e utilizadas por estudantes do oitavo ano da escola de gestão privada localizada em Porto Alegre (RS). Anteriormente à realização do experimento, os estudantes receberam o Termo de Consentimento Informado para que seus responsáveis pudessem autorizar sua participação na pesquisa. O grupo de estudantes realizou as atividades em dois períodos que totalizaram uma hora e quarenta minutos. As atividades foram realizadas no mês de junho de 2019 durante a aula de matemática, ressaltamos que a pesquisadora também desempenha o papel de professora de matemática dos estudantes analisados. A seguir mencionamos em linhas gerais quais foram as atividades utilizadas:

Atividade² 1: Análise de um gráfico de linhas que expunha dados sobre o Produto Interno Bruto (PIB)

brasileiro em 2018. A atividade era composta de três itens de investigação, os dois primeiros exploravam a taxa de variação de determinados instantes do gráfico e o último objetivou a interpretação pessoal dos integrantes sobre os dados expostos.

Atividade 2: Análise de um gráfico de linhas que expunha dados sobre o preço da gasolina e do diesel juntamente a informações políticas e econômicas, também no período de 2018. Essa atividade foi composta de quatro itens explorando conceitos de taxa de variação negativa e positiva e par ordenado.

Atividade 3: Tabela de dados fictícios da distância percorrida em instantes de tempo, cujo objetivo foi de explorar o cálculo da taxa de variação dos dados expostos.

Atividade 4: Formalização dos conceitos de grandezas, variáveis (dependente e independente) e função. O objetivo dessa atividade foi observar se as atividades anteriores oportunizaram aos estudantes participantes construir elementos que pudessem evidenciar a elaboração de conceitos matemáticos.

Na próxima seção faz-se a exposição das transcrições na íntegra, realizadas posteriormente ao experimento pela pesquisadora, dos áudios recolhidos durante a aplicação das atividades juntamente com análises que dialogam com os fundamentos teóricos expostos nas seções 2 e 3 deste artigo.

4. Apresentação e reflexão sobre os dados produzidos

O objetivo dessa seção é apresentar e refletir sobre as manifestações de ações cooperativas por parte dos estudantes, e também observar elementos que sejam pertinentes ao contexto da educação matemática crítica. Os áudios coletados durante o experimento didático constituíram uma fonte para análise do ocorrido em sala de aula. A partir da escuta e das análises feitas foi possível inferir sobre a importância de oportunizar em sala de aula momentos para o compartilhamento de ideias e construção de conhecimentos pelos estudantes, necessários ao atual contexto de sociedade o qual todos estão inseridos. Para localizar o leitor quanto aos destaques feitos

2. A sequência de atividades completa utilizada no experimento didático pode ser consultada no endereço eletrônico: https://www.dropbox.com/s/5tp4t4av1vcgl1d/atividades_funcoes.pdf?dl=0. Acesso em agosto de 2019.

nos trechos transcritos, ao longo da seguinte exposição por meio de quadros define-se a seguinte identificação: [ACoop] significará indícios de uma ação cooperativa entre os estudantes e [EdMatCri] indicará indícios sobre uma possível reflexão envolvendo ideias da *educação matemática crítica*. O leitor pode acessar a partir do link disponível na seção anterior quais foram as atividades utilizadas no experimento. Com isso, pode-se ter ideia da situação matemática abordada com o estudantes.

Nesse início de diálogo (Quadro 1) percebemos que os estudantes estão expondo suas primeiras conclusões ao ter uma primeira impressão sobre os dados expostos no gráfico. Nota-se que o grupo está demonstrando as mesmas opiniões ao concordarem que houve uma diminuição no crescimento do PIB em 2018. Durante o momento do diálogo, podemos observar a manifestação da cooperação de acordo com Piaget (1973), em que estão exercendo ações sobre uns aos outros, porém, pelo que percebemos pelos dados expostos, não houve ainda uma complementaridade por parte dos estudantes.

Percebemos, ainda no quadro 1, que enquanto os estudantes estão analisando o gráfico para responder

à questão, quanto a informação sobre o crescimento do PIB, o estudante B, como está destacado no diálogo, mostra sua primeira reflexão sobre o mesmo quando evidencia um motivo para o decaimento do PIB: “B: Foi piorando. Por causa da greve dos caminhoneiros, também”. Segundo Skovsmose (2008) ao oferecermos cenários de investigação aos estudantes, os mesmos podem propiciar reflexões em atividades que contenham matemática e suas aplicações.

No quadro 2 demarcamos o que entendemos como ser o início de uma resposta do estudante A, seguido da concordância do estudante C para com o A. Visualizamos que nesse trecho há traços de uma cooperação com ações de correspondência e complementaridade, dialogando com as ideias de Piaget (1973) sobre as ações que emergem a cooperação. Ainda no quadro 2, há uma manifestação por parte dos estudantes A, B e C de expressão ou reflexão “sobre a matemática” presente no contexto. Eles refletem que as atividades se encaixam como interpretações e não a matemática em si. Novamente, é possível observar o indício de uma educação matemática crítica, em que temos um cenário, o qual está se mostrando investigativo, devido às questões que incitam as reflexões.

Quadro 1. Início do diálogo do grupo. Atividade 1. Item (a)

A: [leitura do enunciado em voz alta por “A”] *Entre o período de janeiro até fevereiro de 2018, o que você pode afirmar sobre as informações fornecidas pelo gráfico, houve um crescimento do país?* [questionamentos pós leituras] *Na verdade não, né? Decaiu, né?*

B: *É, eu acho que não, decaiu.* [ACoop]

C: *Decaiu bastante.* [ACoop]

B: *Decaiu.* [ACoop]

(...)

C: *Sim, mas tipo, teve uma diminuição na expectativa para o desempenho do PIB quanto mais pro final do ano menor...* [EdMatCri]

A e B: *Menor...* [EdMatCri]

A: *expectativa.* [EdMatCri]

B: *Sim.* [EdMatCri]

C: *Foi piorando.* [EdMatCri]

A: *Tá, entendi.* [EdMatCri]

B: *Foi piorando. Por causa da greve dos caminhoneiros, também.* [EdMatCri]

A: *Acho que por várias...*

B: *Por vários motivos, greve dos caminhoneiros, aí o preço do diesel.* [EdMatCri]

A: *Tá.*

C: *Podemos afirmar...*

B: *Acho que não houve crescimento.*

A: *Afirmar, que no início do ano havia mais expectativa do desempenho do PIB.*

B: *E não houve crescimento, né?*

A: *É, houve decadência.*

C: *Tá, acho que...*

B: *Deu.*

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 2. Atividade 1. Item (b)

A: Como você denomina essa variação do gráfico que expressa a expectativa de crescimento do país?
A: *Ãh, essa variação no gráfico que expressa a expectativa de crescimento no país?(relendo em voz alta com indícios de reflexão sobre a resposta).*
A: *Tá bom.*
B: *Sei lá, queda?[ACoop]*
A: *Tá bom, calma gente. É um... É uma decadência, um... [ACoop]*
C: *É. [ACoop]*
B: *Decaimento, sei lá. [ACoop]*
C: *É, decadência. [ACoop]*
A: *Uma decadência de desempenho. [ACoop]*
C: *É. [ACoop]*
A: *é isso será?*
C: *Hum.*
A: *Isso é matemática de... [EdMatCri]*
B: *É uma interpretação (C: Eu tô achando...) . Eu acho que interpretação, não é muito matemática, mas é interpretação. Sei lá. [EdMatCri]*
A: *Tá, eu botei uma decadência na expectativa. [EdMatCri]*
B: *É. [EdMatCri]*
C: *Tá. [EdMatCri]*
A: *Hum. [EdMatCri]*

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 3. Atividade 1. Item (c)

C: *Você pode identificar os motivos que explicam este tipo de variação?*
A: *Ah, tá a gente (...) algumas coisas né. Os EUA impõem sobre a taxa ao aço dando início a guerra comercial.*
C: *Guerra comercial entre EUA e China, né? [EdMatCri]*
B: *Greve dos caminhoneiros. [EdMatCri]*
A: *Sim, greve dos caminhoneiros, ãh, o aumento no preço da gasolina e no diesel. [EdMatCri]*
B: *Mas, gente, to com uma dúvida.*
C: *Instabilidade econômica pela campanha eleitoral. [EdMatCri]*
B: *É, tudo tá aqui dentro. [EdMatCri]*
A: *É.*
B: *Mas, tipo, uma coisa, na greve dos caminhoneiros não diminuiu o preço do diesel? [EdMatCri]*
A: *Não, tava muito alto, aí eles fizeram a greve... [EdMatCri]*
C: *e mesmo assim, se tu for olhar, na verdade, só diminuiu o preço do diesel, por que o da gasolina permaneceu (B: Aumentou) (pausa, mudança de opinião talvez?), aumentou e mesmo depois que eles conseguiram (A: E voltou, é)... [EdMatCri]*
A: *E voltou pro mesmo preço, então, tipo... [EdMatCri]*
B: *Não mudou nada. [EdMatCri]*
A: *A gente piorou muito pra dizer que melhorou, a gente voltou pra onde tava. [EdMatCri]*
B: *é. [EdMatCri]*
A: *Tá, então, uma guerra comercial... (escrevendo)*
A: *Tá, guerra comercial entre EUA e China... (escrevendo)*
A: *Vamos colocar instabilidade política, alguma coisa assim?*
C e B: *Uhum.*
A: *Tá.*
B: *Tá, vamos lá.*
A: *Eu coloquei guerra comercial entre EUA e China e greve dos caminhoneiros e instabilidade política, aumento da gasolina.*
B: *Taxas dos... Não teve taxas dos EUA também?*
A: *Acho que sim.*
C: *É que foi a guerra.*
A: *Por causa da guerra.*
B: *É.*

Fonte: dados da pesquisa.

O item 3 da atividade 1, exigiu dos estudantes as suas opiniões sobre a variação do preço da gasolina. Nessa atividade exploramos diretamente com a intenção de receber e analisar suas opiniões. Como Altenhofen (2008) menciona, precisamos formar cidadãos críticos à sociedade as quais estão imersos. A resposta dos estudantes exposta no quadro 3 mostra suas opiniões e seus conhecimentos em nível mundial ao mencionarem sobre uma guerra comercial entre duas grandes potências. Ou seja, eles parecem ter já construído esse conhecimento e o relacionaram com o gráfico analisado.

No quadro 4, os estudantes comentam sobre as informações fornecidas pelo gráfico antes de

responderem às questões. Como primeira impressão, os diálogos destacados com a notação [EdMatCri], percebe-se como o conhecimento prévio de um determinado assunto interliga-se com a análise do gráfico. Ao mesmo tempo em que os estudantes se impressionam com o preço da gasolina e diesel, o estudante B, por exemplo, citou um local, em que o preço é alto, segundo ele. Tais reflexões demonstram como os estudantes relacionam dados gráficos com situações cotidianas, como exemplificadas pelo quadro 3.

No trecho com os destaques [ACoop] (quadro 5) destacamos uma discussão entre os três estudantes. Presenciamos a partilha de ideias e opiniões/posições para avançar na compreensão da atividade.

Quadro 4. Atividade 2. Análise do gráfico

A: Tá, ó. O gráfico abaixo expressa o preço médio do litro da gasolina e do diesel nos postos de abastecimento ao longo do ano de 2018.
 B: Tá.
 C: Nossa, caro pra caramba. [EdMatCri]
 B: Meu deus. [EdMatCri]
 C: Socorro. [EdMatCri]
 A: Nossa, muito caro. [EdMatCri]
 B: Muito caro. Preço médio por litro nos postos...2018. É tem posto que tava cobrando 7 reais o litro. [EdMatCri]
 A: É, mas esse tipo, sei lá, em Fernando de Noronha. [EdMatCri]
 B: É, tipo assim ó, no fim do mundo. 90 reais o litro, tipo isso. É, lá no deserto do Atacama na Argentina é tipo 9 reais o litro da gasolina, tipo. Custa teu rim, tu paga tudo. [EdMatCri]
 A: Aqui o auge foi 4,71. [EdMatCri]
 B: Mínima do ano. [EdMatCri]
 A: 4,75. [EdMatCri]
 B: O auge, o preço mais alto foi 4,75. Tá. [EdMatCri]

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 5. Atividade 2. Item (a)

A: Analisando o gráfico acima, o que você pode concluir sobre a variação do mesmo?
 A: tá, tipo, sempre em maio sobe tudo aqui, não sei por quê. [ACoop]
 B: Em maio sobe tudo aqui... [ACoop]
 C: Não, é que ta tendo muito, até subiu, teve um grande, sempre que teve um aumento no preço do petróleo, né. [ACoop]
 A: E do dólar... [ACoop]
 B: Dólar atinge 4,18. [ACoop]
 A: Tipo, ó. [ACoop]
 B: Ó, quando o dólar atingiu também... [ACoop]
 C: É, mas diminuiu. [ACoop]
 B: Quando o dólar... [ACoop]
 C: Quando o dólar atingiu 4,19, baixou. [ACoop]
 B: Baixou. Tá. [ACoop]
 A: Mas é o recorde histórico, porque tá muito caro. Não falam disso. Tá, barril de petróleo bate 75 dólares pela primeira vez em três anos.
 C: Aí começou a subir aí vem o inverno... É tem sido isso, o aumento do petróleo.

Fonte: dados da pesquisa.

Sobre esse tipo de ação, Pinto (2018) considera que atividades feitas em conjunto e com o compartilhamento de ideias além de ser benéfico em termos de uma formação plural para o grupo contribui também na formação individual do sujeito.

No quadro 6, em destaque com [ACoop], identificamos os dois conceitos presentes nesse diálogo. Ao mesmo tempo em que o estudante B está formulando uma resposta sobre a variação do gráfico, o estudante C contribui com sua resposta para complementar a resposta de B. Nesse instante percebemos uma das características da cooperação de Piaget (1973) em que quando há cooperação entre os sujeitos, ocorra também simbioticamente um movimento de complementaridade. Com o destaque [EdMatCri], o estudante C contribui com o fato de que o petróleo um dia irá acabar, em seguida, o estudante A complementa que o petróleo é um combustível fóssil não renovável. Seguindo o mesmo assunto da discussão, o estudante B complementa ainda mais, refletindo que um dia o petróleo poderá ser renovável. Novamente, há indícios de complementaridade

e educação matemática crítica, com reflexões as quais é discutido nas aulas de matemática assuntos que contribuem uma formação global e plural dos sujeitos.

No quadro 7, com o destaque [ACoop] percebemos o início da discussão entre os estudantes sobre o decréscimo do preço da gasolina e diesel. Nesse momento, pela análise gráfica, os estudantes tentam convergir para um consenso sobre a causa do decréscimo. Então, no trecho com grifos [EdMatCri], o estudante B reflete sobre as exportações de petróleo para justificar o decréscimo no preço da gasolina e diesel, demonstrando novamente, argumentos da realidade que podem justificar um dado matemático.

A partir das marcações [ACoop], no quadro 8, destacamos a interação entre os estudantes em que eles argumentam com dados expostos no gráfico sobre a maior variação negativa. Analisando as falas dos estudantes C e A, percebemos um exemplo e manifestação de complementaridade, característica da cooperação, assim que o estudante C argumenta com uma resposta, o A complementa com o dado

Quadro 6. Atividade 2. Item (a)

A: Tá, o que a gente pode concluir sobre a variação do mesmo? Que quando aumenta, tipo,...

B: Ah (mostrando entusiasmo na resposta), que quando aumenta a procura por petróleo, o petróleo (C: Quando diminui o petróleo...).[ACoop] Quando diminui a quantidade de petróleo, aumenta...é a lei da oferta e da procura.

A: Tá, quando... (escrevendo).

C: Ah se tu for olhar, isso vai acontecer cada vez com mais frequência, por que daqui a pouco o petróleo não vai ter mais né.[EdMatCri]

A: É, não é uma fonte renovável, não né?[ACoop]

B e C: Não.[ACoop]

B: Petróleo não é renovável.[ACoop]

A: É, então, acabou, acabou.

B: Não, um dia vai ser renovável, um dia nós vamos morrer, os corpos que tão ali no cemitério vão...[EdMatCri]

A: Ah, mas demora...

A: Mas tipo...

B: Vão, vai demorar um milhão de anos..

A: São mil anos.

A: São mil anos.

B: É são mais de mil anos. É vai ser...quando os nossos tataratataratata netos tiverem aqui vai ter petróleo renovável então tipo...

C: Se eles tiverem aqui ainda.

A: A gente não vai mais usar petróleo, com certeza. A gente vai usar sei lá...[EdMatCri]

B: Tipo, usar a vida.

A: A mente.

B: A mente, ó.

A: Carregue meu carro.

B: Vai carro, vai carro.

Fonte: dados da pesquisa.

exposto no gráfico. No final do diálogo exposto entre os estudantes ainda no quadro 8, também se nota um início de argumento matemático. Quando o estudante C e A discutem sobre a inclinação da reta exposta no gráfico.

O trecho destacado com [ACoop], no quadro 9, expressa o diálogo entre os estudantes sobre o que seriam as coordenadas cartesianas de um ponto destacado no gráfico. O objetivo dessa atividade era que os estudantes refletissem sobre as variáveis independentes e dependentes em um gráfico. Porém, no diálogo expresso não identificamos, especificamente, essa discussão. Mas no final do diálogo entre o grupo o estudante C indica a sua resposta

que corresponde ao esperado: “Tá, junho e 4,614 e daí aconteceria”.

O objetivo da atividade 3 era que os estudantes calculassem a velocidade média de um veículo fictício em movimento ao explorar e interpretar os dados de uma tabela apresentada. Em destaque no quadro 10, grifamos com [Acoop] uma parte do diálogo do grupo. Eles discutem sobre como encontrar o valor da velocidade média do veículo, e no final se dão conta que em uma hora, o veículo anda 100 km, logo ele transita a 100 km/h. Percebemos que o diálogo entre os componentes favoreceu a construção da solução para a atividade, sendo possível perceber exemplos de ações cooperativas entre os participantes.

Quadro 7. Atividade 2. Item (b)

A: Tá, ã, em qual, quais períodos houve decréscimo no preço da gasolina e do diesel?
 A: No início do ano. Não, no início do ano, não. [ACoop]
 C: Que houve decréscimo, ãh, ou ficou no dólar, atingiu 4,19 no novo recorde começou a decrescer foi naquele período depois que o Bolsonaro foi eleito. [ACoop]
 B e A: É. [ACoop]
 B: Bolsonaro eleito presidente. [ACoop]
 A: E o dólar atingindo 4,19. Só não entendi porquê que esse dólar tá mais caro, a gasolina tá mais barata, não faz nenhum sentido né. [ACoop]
 B: Por que eles vendem pros EUA, eu acho. E aí o dólar vem mais caro e aí eles lucram mais. [ACoop]
 A: Tu acha? [ACoop]
 B: Eu a... Sei lá eu tô tentando pensar isso. (A: É, pode ser) Tipo, eles vendem (A: tem que ter uma...) tipo a Petrobras vende pros EUA, não, mas eu acho que isso não faz muito sentido. Não, é que os EUA não tem muito petróleo, então, provavelmente, alguém vende pra lá, tipo sei lá, porque que eles querem a Venezuela? Porque na Venezuela tem petróleo. [EdMatCri]
 C: Isso é verdade. É, faz sentido. [EdMatCri]
 A: Faz sentido. [EdMatCri]
 B: Tá, então tipo eu acho que o... É.
 A: Quando o dólar... (escrevendo)

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 8. Atividade 2. Item (c)

C: Tá, maior variação negativa?
 C: Eu acho que foi a do... a maior variação, eu acho que foi a do início da greve dos caminhoneiros, por que mesmo a máxima do ano tendo a si, a variação não foi tão grande, tão ruim quanto a da greve, né? [ACoop]
 A: É, tipo aqui foi aumentando, mas tipo, foi aumentando aos poucos, aqui tipo tava 4,2 e subiu pra 4,6 do nada, isso aumenta muito né. [ACoop]
 B: É. Tá. [ACoop]
 C: acho que essa e qual foi a menor?
 A: Eu acredito que quando o dólar atinge R\$4,19, por que, tipo, o diesel diminui muito e a gasolina diminui tipo, vai diminuindo. A partir daí, ela diminui até chegar... [ACoop]
 B: Ou pode ser o do Bolsonaro, não? [ACoop]
 C: É, mas. Pode ser também, pode ser os dois. Mas eu acho mais fácil se a gente for olhar pelo diesel é o do dólar.
 A: Claramente, uma linha tipo reta aqui. [ACoop]

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 9. Atividade 2. Item (d)

B: Agora complicou, expresse coordenadas cartesianas...
B: Eu acho que eu ainda sei coordenadas cartesianas. Vamos ver...
A: É tipo quatro maio, quatro junho, é isso?[ACoop]
B: É.[ACoop]
A: Porque tem uns números aqui do lado.[ACoop]
C: É, eu acho que. É pode ser.[ACoop]
A: Tá, deixa eu ver. Expresse em coordenadas cartesianas o ponto indicado pela flecha. O ponto indicado pela flecha é o 4,614 que é exatamente quando o governo anuncia subsídio do diesel.[ACoop]
B: Uhum.[ACoop]
A: Isso é exatamente quando inicia junho no ponto, tipo, seria, sei lá 4,7.[ACoop]
B: dia 28 do 5 de junho.
A: Dia 28 do cinco de junho, só que a gente não quer a data né.
C: As coordenadas.
A: É, então é tipo quando começa junho.
C: Tá, daria metade, vamos dizer que dá mais ou menos a metade de 4 e 5 aqui.
A: É, dá tipo. (pausa na gravação)
A: Tá, então seria 4,6 áhn, no mês de junho.
C: Tá, junho e 4,614 e daí aconteceria.[ACoop]
A: áhn, tá.[ACoop]
C: Seria aqui, no mais 4.
C: Você pode contar, não necessariamente...

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 10. Atividade 3

A: É, a cada 15 minutos, adiciona 25. É basicamente isso.
B: É. É tipo, quando aumenta 15 aqui, aumenta 25 do outro lado, é isso?
A: Ou seja, ele tá, 25 por 15 minutos. Porque ai a gente pode multiplicar isso pra fazer por hora.
A: é uma regra de três, a cada 15 minutos...
A: Isso, tá, então, a cada 15 minutos ele anda 25km e 60 minutos ele vai andar x, enfim...
B: Você consegue dizer qual é a velocidade média do veículo, da média por minuto do veículo?[ACoop]
A: Tá, então 15 minutos ele anda 25, em um minuto ele vai andar x, né? Daí vai ficar 25 igual a 15x. Ai divide 25 por 15...[ACoop]
B: Ele anda 25, então em 1 minuto ele vai andar x...[ACoop]
A: Sim, é isso, que vai ser 25 dividido por 15.[ACoop]
B: Alguém faz 25 dividido por 15. Não, mas calma.[ACoop]
B: em 15 minutos ele andou 25...[ACoop]
A: Vai dar 1,6.[ACoop]
C: 1,6?[ACoop]
A: Não tipo em 1 hora ele anda 100km...[ACoop]
B: Tá então se em uma hora ele anda 100km...[ACoop]
A: Então ele tá 100km por hora...[ACoop]
B: Sim, se uma hora ele andou 100km, ele tá a 100km por hora.[ACoop]
A: Sim, então a média dele por hora é 100km, ou seja, que a média dele por minuto...[ACoop]
B: É 100 dividido por 60.[ACoop]
A: Sim, mas é...[ACoop]
B: Divide 100 por 60...eu acho que vai dar certo. Eu acho que a gente chegou num lugar que a gente não entendeu como...[ACoop]
A: então, de novo deu 1,666666...[ACoop]
B: Então, ele tá andando 1,666...[ACoop]
A: Ele anda, ele anda 1... ele anda 1 km e 600 metros por minuto.
B: É, 1 km e 600 metros por minuto. É que faz sentido o que tu disse, só que tem que dividir por 6, não adianta, tudo que tu tiver que fazer aqui, tem que dividir por 60.
A: Tá, então a velocidade média do veículo por minuto é... é 1,6 km/minuto...
B: 1,6 metro dividido por minuto. Não, 1,6 km dividido por minuto.
A: E, e 100 km (escrevendo) por hora. É assim que né, faz a... a razão. Alguém sabe? É assim, né?

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 11. Atividade 4. Variáveis independente e dependente

B: Grandeza é uma equação... pelo amor de Deus...
A: tá, eu sei variável dependente e variável independente.
B: Tá, isso a gente sabe.
A: Tá, então vamos escrever... Ahn, variável dependente é...
B: É a que pode mudar...[ACoop]
A: É a que depende da...[ACoop]
B: Variável independente...[ACoop]
A: É que vai mudando conforme o...[ACoop]
B: A coordenada cartesiana...[ACoop]
A: É conforme a variável independente, ele muda né.[ACoop]
B: Não, acho que tipo ela varia, mas tipo junho vai ser sempre junho...[ACoop]
A: Sim, sim, eu sei...[ACoop]
B: E aquela ali vai variar. Então uma varia e a outra não.[ACoop]
C: É a que sofre variações devido a outras variáveis...[ACoop]
B: E ela depende da independente.[ACoop]
A: É.[ACoop]
A: Tá, variável independente?[ACoop]
B: É a que não muda nunca.[ACoop]
A: É a variável que não pode ser mudada.[ACoop]

Fonte: dados da pesquisa.

Quadro 12. Atividade 4. Função

A: Tá, função...
B: O que a coisa faz.[ACoop]
A: A função de cada um, eu acho. É isso?[ACoop]
B: É tipo, a função do tomate é ser comido, é tipo isso.[ACoop]
C: Não, é pra falar o que é o conceito de função.[ACoop]
A: É falar o conceito de função?
C: É. A proposta é investigar...[ACoop]
A: Função é a função, é... é o que cada termo...[ACoop]
C: Faz?[ACoop]
A: É o que cada termo é responsável.[ACoop]
C: É...[ACoop]
A: A gente tá falando em função em relação a esses conceitos, né? Porque se for a função em geral, é tipo, o que cada pessoa o que cada coisa...[ACoop]

Fonte: dados da pesquisa.

O grupo decidiu iniciar respondendo o que sabiam sobre variáveis independente e dependente. Na passagem destacada por [ACoop] no quadro 11, percebemos que os estudantes entraram em consenso sobre o conceito de variáveis. Podem-se identificar elementos de cooperação quando identificamos ações de correspondência em diálogos. Nesse trecho os estudantes demonstram concordar entre si com as afirmações sobre as variáveis entre si.

Sobre o conceito de função, identificamos dúvidas perante os estudantes, as quais estão mostradas no quadro 12. No primeiro trecho grifado com [ACoop] constatamos que o estudante B relaciona o significado de função com o que cada objeto ou sujeito é responsável por fazer. Já o estudante C discorda e com as contribuições do estudante A, concluem que função é que o cada termo é responsável. Por fim, o estudante A relaciona função

às atividades estudadas, mas o grupo não explicita diretamente o conceito de função. Entendemos que há uma tentativa de complementaridade no sentido de convergir à construção de uma ideia, a qual é solicitada pela atividade, mas que a mesma não demonstra totalidade ou aderência dos participantes.

No quadro 13, percebemos as discussões entre os estudantes A e B. Enquanto o B afirma que grandeza é uma razão, o estudante A discorda e afirma que a razão é uma relação entre duas grandezas. Identificamos operações de complementaridade nesse diálogo e argumentações do estudante A para o B apresentando exemplos de grandezas. Por fim, o estudante B expõe o que entendeu sobre grandezas. Nesse diálogo, novamente nos deparamos com exemplos de falas que convergem para uma complementaridade, característica da cooperação entre sujeitos segundo o referencial teórico de Piaget.

Conforme exposto na introdução, o experimento aqui mostrado e analisado constitui-se num primeiro exercício de pesquisa em um curso de mestrado em Ensino de Matemática. A proposta do estudo busca dialogar com as ideias piagetianas sobre a construção de conhecimentos por meio da criação e reflexão sobre as ideias construídas a partir da relação com os objetos de estudo e também com elementos referentes à educação matemática crítica.

O experimento e as reflexões provenientes a partir de sua execução mostram ser possível a partir do diálogo entre os pares em sala de aula, conversar sobre matemática em contextos que não estejam

necessariamente prontos e acabados. Com isso, entende-se que a análise exposta na presente seção cumpre com o objetivo de mostrar que o exercício de diálogo entre os pares converge para uma possível construção de conhecimentos, os quais são cada vez mais necessários, porém não suficientes, para se realizar uma leitura e interpretação do mundo que se está inserido.

5. Considerações finais

Expostos e analisados os dados a partir do experimento de ensino realizado, percebemos que a educação matemática crítica e a cooperação, conceitos apresentados no referencial desse trabalho, foram de alguma forma manifestadas pelas ações dos estudantes participantes. Ao trabalharem em conjunto, os estudantes conseguiram dialogar e refletir sobre assuntos matemáticos e contextualizaram os dados dos gráficos com conhecimentos previamente já construídos. Além disso, como exposto por Skovsmose (2008), ao propor cenários de investigação na aula de matemática foi oportunizado aos participantes desse experimento uma resignificação, ou uma nova leitura de ideias, sobre a construção de conceitos matemáticos. Piaget (1973), citado no referencial teórico deste texto, expõe que a cooperação entre os sujeitos é caracterizada por ações de reciprocidade, complementaridade e correspondência. Essas três características foram de alguma forma identificadas nos áudios produzidos pelo estudantes, o que nos

Quadro 13. Atividade 4. Grandezas

B: Tá, agora a tal da grandeza...

C: A gente aprendeu isso já. Não é a razão?

A: É, tipo a razão é aquele negocinho que tem a barra que é tipo a relação entre duas grandezas. [ACoop]

C: Isso. [ACoop]

A: As grandezas... tipo densidade demográfica é uma razão entre pessoas... [ACoop]

B: Entre um número e outro é uma razão. A grandeza é uma razão. [ACoop]

A: A grandeza não é uma razão. A grandeza... [ACoop]

B: É uma razão. [ACoop]

A: A grandeza não é uma razão, não, tipo, habitantes por km, habitantes é uma grandeza e km é outra grandeza, eu acho, e aí a razão é a razão entre as duas grandezas. [ACoop]

B: É quantidade, a grandeza é uma quantidade. [ACoop]

Fonte: dados da pesquisa.

permite considerar que houve, em algum grau de intensidade, ações cooperativas entre os sujeitos.

Entendemos assim que a figura 1 a seguir ilustra de que forma as ações cooperativas e a educação matemática crítica possam estar correlacionadas durante a realização de aulas de matemática com viés exploratório. A manifestação dos estudantes ao longo das atividades, os quais procuravam organizar e dialogar por meio de elementos argumentativos a construção de ideias matemáticas constituem um ponto central na pesquisa de mestrado em Ensino de Matemática na qual esse experimento faz parte. Com isso, reiteramos nossa convicção que uma educação matemática que valorize o diálogo entre todos os atores em sala de aula, corrobora para a construção de uma matemática que torna o sujeito capaz de refletir sobre a complexidade do mundo ao seu redor, tal como mencionado nos estudos correlatos apresentados no início do presente artigo e que não pode ser encerrada ou limitada por uma quantidade finita de aulas de matemática.

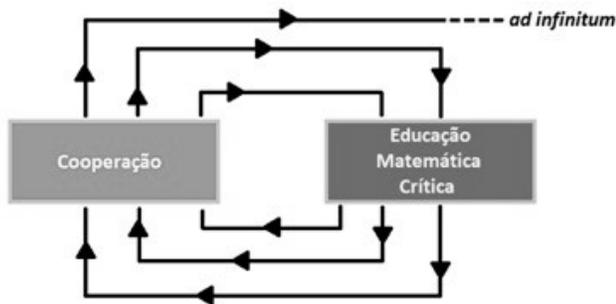


Figura 1. Modelo espiral correlacionando “cooperação” e “Educação Matemática Crítica”.

Fonte: arquivo pessoal.

Portanto, entendemos que diante dos resultados alcançados nesse experimento didático cabe mencionar, e aqui fica o convite à comunidade acadêmica e aos demais professores de matemática que chegarem até a leitura desse texto, a importância de oportunizar momentos de trabalho coletivo juntamente com atividades que incitem cooperação e reflexões sobre a realidade em que os estudantes vivem. As evidências da construção de conhecimento

foram expostas nas transcrições apresentadas nesse trabalho enquanto os estudantes discutiam, refutavam ou concordavam a cada (novo) argumento manifestado durante a exploração das atividades. Devido a isso, consideramos, do ponto de vista de pesquisadores da Educação Matemática, relevante a realização de atividades que incitem o trabalho coletivo e o pensamento crítico nas aulas de matemática, já que o mesmo auxilia na construção do conhecimento matemático e também individual para cada um dos partícipes do processo educacional.

Referências bibliográficas

- ALTENHOFEN, M.E. **Atividades contextualizadas nas aulas de matemática para a formação de um cidadão crítico.** 108f. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2008. Disponível em: <<http://tede2.pucrs.br/tede2/bitstream/tede/3332/1/403145.pdf>>. Acesso em agosto de 2019
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto Editora. Porto. 1994.
- BONA, A.S. **Espaço de aprendizagem digital da matemática: o aprender a aprender por cooperação.** 248f. Tese de Doutorado. Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/63132>>. Acesso em agosto de 2019.
- BORTOLUCCI, R. S. **Respondendo a pergunta: Por que ensinar Matemática na Escola Básica?** 161f. Dissertação de mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem de Matemática e seus Fundamentos Filosóficos-Científicos. Universidade Estadual Paulista. 2011. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91042/>>

- [bortolucci_rs_me_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y](#)>. Acesso em agosto de 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em agosto de 2019.
- FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3a. Edição. Artmed. Porto Alegre: Brasil. 2009.
- GOMES, R. C. S.; GHEDIN, E. O desenvolvimento cognitivo na visão de Jean Piaget e suas implicações a educação científica. **VIII ENPEC: Encontro Nacional de Pesquisa em educação em Ciências**. Dezembro, 2011. Disponível em: <<http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiienpec/resumos/R1092-2.pdf>>. Acesso em agosto de 2019.
- MILANI, R. **O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado**. 240f. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática do Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. 2015. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/124074>>. Acesso em agosto de 2019.
- PIAGET, J. **Estudos Sociológicos**. Forense. Rio de Janeiro: Brasil. 1973.
- PINTO, S.R. **Ensino de funções quadráticas com o GeoGebraGraphingCalculator na escola básica: um olhar para a cooperação entre os estudantes**. 84f. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2018. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/179453>>. Acesso em agosto de 2019.
- SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. 1a. ed. Papyrus. Campinas: Brasil. 2008.
- TREVISIO, V.C. **As relações sociais para Jean Piaget: implicações para a Educação Escolar**. 73f. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual Paulista, Araraquara. 2013. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/90280>>. Acesso em agosto de 2019.

