

DECANTANDO POSIBILIDADES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DESDE NUESTRAS PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS E INVESTIGATIVAS

DECANTANDO POSSIBILIDADES DA MODELAÇÃO MATEMÁTICA DESDE NOSSAS PRÁTICAS PEDAGÓGICAS E DE INVESTIGAÇÃO

DECANTING POSSIBILITIES OF MATHEMATICAL MODELING FROM OUR PEDAGOGICAL AND RESEARCH PRACTICES

Gabriel Mancera Ortiz* , Francisco Javier Camelo Bustos** 

Cómo citar este artículo: Mancera, F.; Camelo, F. (2022). Decantando Posibilidades de la Modelación Matemática desde Nuestras Prácticas Pedagógicas e Investigativas. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, v18, n1. pp. 84-95 . DOI: 10.14483/23464712.18338

Resumen

Con el fin de contribuir a la reflexión sobre la modelación matemática en la Educación Matemática, nos cuestionamos por las posibilidades para incorporar y consolidar prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica en el contexto en el que nos desempeñamos como profesores e investigadores. Para llevar a cabo tal propósito, ejemplificamos, a la luz del reconocimiento de diversos trabajos de grado de maestría y doctorado que hemos desarrollado, tales posibilidades. El marco teórico considera, como un punto de partida, a la modelación matemática a partir de una perspectiva socio crítica. En concordancia con el propósito y el marco teórico, se adoptó como perspectiva metodológica la idea de investigar lo que no existe, pero podría ser. En correspondencia con las posibilidades de la modelación matemática —desde nuestras prácticas pedagógicas e investigativas— se vislumbran, como rasgos comunes en los trabajos señalados, una concepción de los estudiantes como sujetos sociales con gustos, anhelos y porvenires que distan de percibirlos como sujetos aislados de los contextos sociales, culturales y políticos que están dispuestos para el aprendizaje, solo por estar en el salón de clases.

Palabras clave: Educación Matemática. Modelación Matemática. Socio crítico. Educación vocacional.

Fecha de envío: agosto de 2021 / Fecha de aprobación: agosto de 2022

* Doctor en Educación. Profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: gmancerao@udistrital.edu.co . ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3556-9283>

** Doctor en Educación. Profesor de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. E-mail: fjcamelob@udistrital.edu.co . ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8627-4816>

Abstract

Contributing to the reflection on mathematical modeling in Mathematics Education, we ask ourselves about the possibilities for incorporating and consolidating mathematical modeling practices from a socio-critical perspective in the context in which we work as teachers and researchers. To carry out such a purpose, we exemplify these possibilities from the knowledge of several master's and doctoral degree thesis that we have developed. The theoretical framework considers the mathematical modeling from a socio-critical perspective, as the starting point. Following that purpose and theoretical framework, the idea is to research what does not exist but could be adopted as a methodological approach, in correspondence with the possibilities of mathematical modeling from our pedagogical and research practices. We glimpse standard features in the works that indicate a conception of students as social subjects with tastes, desires, and futures that are far from perceiving them as subjects isolated from the social, cultural, and political contexts, supposedly disposed to learning just because they are in the classroom.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Socio-critical. Vocational Education.

Resumo

A fim de contribuir para a reflexão sobre a modelação matemática na Educação Matemática, questionamos as possibilidades de incorporar e consolidar práticas de modelação matemática de uma perspectiva sócio crítica no contexto em que trabalhamos como professores e investigadores. A fim de realizar tal propósito, exemplificamos, à luz do reconhecimento de vários trabalhos de mestrado e doutoramento que desenvolvemos, tais possibilidades. O quadro teórico considera, como ponto de partida, a modelação matemática de uma perspectiva sócio crítica. De acordo com o objetivo e o quadro teórico, a ideia de investigar o que não existe, mas poderia ser adoptado como uma perspectiva metodológica. Em correspondência com as possibilidades de modelação matemática - das nossas práticas pedagógicas e de investigação - vislumbramos, como características comuns nas obras acima mencionadas, uma concepção dos estudantes como sujeitos sociais com gostos, desejos e futuros que estão longe de os perceber como sujeitos isolados dos contextos sociais, culturais e políticos que estão dispostos para aprendizagem, apenas por estarem na sala de aula.

Palavras chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Sócio-crítica. Educação vocacional.

***Nada do que foi será de novo do jeito que já foi
um dia.***

Tudo passa, tudo sempre passará.
Lulú Santos

1. Para comenzar: encuadrando ideas

Desde finales del siglo pasado se ha generado una base crítica a propuestas de enseñanza y aprendizaje tradicionales de las matemáticas en la escuela básica y media. A este respecto, Valverde & Näslund-Hadley (2010), Gil (2015),

Jiménez & Gutiérrez (2017), entre otros, plantean —para la educación en matemáticas en América Latina y el Caribe— que los jóvenes están quedando inadecuadamente preparados para cumplir las exigencias que reclama el mundo de hoy, posiblemente por la forma en que han aprendido las matemáticas en la escuela. Señalan, además, que entre las causantes más sobresalientes se halla una práctica de enseñanza basada en la mecanización y memorización de operaciones rutinarias y en la repetición de datos.

Autores como Cotton (1998), Skovsmose (2000), Camelo y Mancera (2005) y Cárdenas & Muñoz (2014) relacionan a la enseñanza tradicional de las matemáticas con lo que Skovsmose (2000) ha denominado como *El paradigma del ejercicio*, pues después que el profesor presenta las ideas, los estudiantes se ejercitan, generalmente, a través de las actividades presentadas en una “guía” o un libro de texto. Actividades que proponen ejercicios y problemas que privilegian procesos algorítmicos donde hay un solo camino de solución y donde se presentan los datos necesarios para ser abordados y “resueltos”.

Pensar en una alternativa a este paradigma del ejercicio, desde nuestra perspectiva, requiere comenzar por trascender la linealidad de la enseñanza de las matemáticas —centrada en algoritmos y procedimientos—, a una que opte por un proceso en el cual los estudiantes tengan posibilidades de asumir roles en los que puedan adoptar opciones de ser partícipes, tanto de la construcción de sus conocimientos como de las implicaciones que se genere sobre las comprensiones —y transformaciones— que alcanzan del mundo gracias a tales construcciones.

La anterior afirmación llama la atención sobre al menos dos aspectos que queremos resaltar: i) las consideraciones que se tienen en cuenta al organizar las actividades para el aprendizaje de

las matemáticas, de tal forma que posibiliten contenidos importantes desde una perspectiva del aprendizaje y de quienes aprenden; y ii) las implicaciones en la constitución de subjetividades e identidades de los estudiantes que participan de las actividades matemáticas escolares.

Al respecto de la primera consideración, Biembengut y Hein (2004) y (Trigueros, 2009) proponen a la modelación matemática en la educación matemática —MM¹— como una actividad importante que podría incitar otra posibilidad de trabajo en el aula de clase, pues permite dejar a un lado la idea de “construir la matemática” para luego establecer un proceso de modelación, por una que permita la aprehensión de conceptos matemáticos en forma significativa.

En cuanto a la segunda consideración, debemos propender por prácticas escolares que adviertan el papel que juegan las matemáticas en la sociedad y la necesidad de apoyar el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes, alrededor del rol que podría darse a las matemáticas en la sociedad. Al respecto Araújo (2009, siguiendo a Alves y Matos, 2008), comparte la idea que la perspectiva crítica de la Educación Matemática surgió como una alternativa a concepciones absolutistas de las matemáticas escolares. Alternativa que deja a un lado las pretensiones de ver al conocimiento matemático como válido por sí mismo, intocable por el desarrollo social e histórico, puro, abstracto y libre de valores culturales, dando lugar a una perspectiva donde la matemática deja de ser incuestionable y vista como un producto “blanco”, masculino y europeo. “En tales casos, las matemáticas se usan para describir situaciones reales utilizando modelos” (Araújo, 2009, p. 63), por lo que la subjetividad de los estudiantes podría constituirse al participar de ambientes de aula donde sea posible cuestionar

¹ En adelante usaremos el término modelación o la sigla MM para referirnos a la Modelación Matemática en la Educación Matemática.

los modelos matemáticos sobre los que descansa la organización social hegemónica.

Por su parte Barbosa (2006) propone percibir las prácticas de modelación como un terreno fértil para la construcción de prácticas socio críticas, en tanto se considere el papel de las matemáticas en la sociedad y la necesidad de apoyar el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes alrededor del rol que juegan las matemáticas en las situaciones a las que se enfrentan en el día a día. Asimismo, presenta a la modelación desde una perspectiva socio crítica, como otra alternativa en cuyo énfasis se busca una reflexión, por una parte, sobre el papel de las matemáticas en la sociedad; y por otra, sobre la naturaleza crítica de los modelos matemáticos. Tal idea ha empezado a tomar fuerza en el contexto colombiano como lo reportan Mancera & Camelo (2020)

Bajo estas consideraciones, desde hace ya algún tiempo, en los grupos de trabajo en los que los autores de este documento nos desenvolvemos², hemos propendido por incorporar estas ideas en instituciones educativas del Distrito Capital de Bogotá, a través de las investigaciones que hemos desarrollado y los trabajos de pregrado y maestría que orientamos, por lo que nos cuestionamos por las posibilidades para incorporar y consolidar prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica en el contexto en el que nos desempeñamos como profesores e investigadores, lo que se constituye en la reflexión que abordaremos en este documento.

Dentro de los aspectos que hemos estudiado, y que consideramos más recurrentes, es posible resaltar posibilidades alrededor de: creación de escenarios de aprendizaje y ambientes de modelación matemática; estudio de tensiones que experimentan los profesores al gestionar estos ambientes de aprendizaje; desarrollo de

pensamiento crítico; análisis de relaciones entre la educación matemática, ciudadanía y competencias democráticas; otredad, etc.

2. Para continuar: nuestro punto de partida

Como lo señalamos en otros escritos (p. e. Camelo et al., 2013, 2016; Salazar et al., 2017), en Colombia, documentos oficiales como los Lineamientos Curriculares Área de Matemáticas —siguiendo las ideas de autores como Treffers y Goffree— describen la modelación como “una actividad estructurante y organizadora, mediante la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas” MEN, 1998, p. 98). Se señala, además, entre otros aspectos, que: i) para transferir la situación problemática real a un problema planteado matemáticamente, pueden ayudar algunas actividades como: identificar las matemáticas específicas en un contexto general; esquematizar; formular y visualizar un problema en diferentes formas; descubrir relaciones; descubrir aspectos isomorfos en diferentes problemas; transferir un problema de la vida real a un problema matemático; transferir un problema del mundo real a un modelo matemático conocido; y ii) una vez que el problema ha sido transferido a un problema más o menos matemático, este problema puede ser atacado y tratado con herramientas matemáticas, para lo cual se puede realizar actividades como: representar una relación en una fórmula; probar o demostrar regularidades; refinar y ajustar modelos; utilizar diferentes modelos; combinar e integrar modelos; formular un concepto matemático nuevo; generalizar.

Esta perspectiva permite afirmar que el planteamiento de la modelación desde los Lineamientos Curriculares, centra su atención en el desarrollo de las competencias necesarias para modelar situaciones reales. Así, desde tal

² Grupos de investigación EdUtopía y Didáctica de la Matemática —colectivo Edumadys—, Red de Educadores Matemáticos Críticos —Redumac— y

Colectivo Crítico: Perspectivas Sociopolíticas y Críticas en la Investigación y las Prácticas Pedagógicas en Educación Matemática.

documento, la modelación se presenta como un importante proceso para el aprendizaje de los estudiantes, ya que se constituye en un puente que les permitirá transitar entre el mundo real y el de las matemáticas; lo que permite centrar la atención, según Mancera (2020)—apoyado en las ideas de Jablonka (2003)—, en la capacidad de los estudiantes para usar las matemáticas apoyándose en prácticas cotidianas contextualizadas con las matemáticas académicas. Esta circunstancia armoniza con lo que Jablonka (2003) ha denominado *alfabetización matemática para el desarrollo del capital humano*³.

Para esta autora, esta concepción de la alfabetización matemática puede ser considerada como un conjunto de conocimientos, habilidades y valores que guardan independencia con dificultades que surgen de diferencias culturales y desigualdades económicas. Este hecho posibilita guardar distancia con entendimientos sobre la alfabetización matemática como aquella que permite reflexionar y evaluar la función de la matemática y de los modelos matemáticos en nuestra sociedad —como lo propone la alfabetización matemática centrada en la ciudadanía, sin desconocer la alfabetización para el cambio social— con las que guardamos mayor sincronía en tanto nuestros desarrollos, como ya lo señalamos, comulgan con la modelación desde una perspectiva socio crítica.

Con respecto a esto último, hemos retomado los planteamientos del profesor Jonei Barbosa, quien propone a la “modelación como crítica”, cuyo énfasis reside en la posibilidad de reflexión que harían los estudiantes sobre el papel que desempeñan las matemáticas en la sociedad (Barbosa, 2006), al desarrollar prácticas con las matemáticas en las instituciones educativas. Estas ideas pueden ser clasificadas en la corriente sugerida por Kaiser & Sriraman (2006) y

Schukajlow et al. (2018) como socio crítica, donde las actividades de modelación son consideradas como oportunidades para explorar los papeles que la matemática desarrolla en la sociedad contemporánea. Al respecto Barbosa (2006) señala que las matemáticas y la modelación no son fines, sino medios para cuestionar la realidad vivida.

Por otra parte, Blomhøj (2008) señala fundamentos desde los que adquiere sentido la modelación matemática en la perspectiva socio crítica, pues: i) promueve el desarrollo de una competencia crítica de los modelos matemáticos —así como en las formas en las que se utilizan en la toma de decisiones—, situación que se convierte en un proceso determinante para el desarrollo y el mantenimiento de las sociedades basadas en la igualdad y la democracia; ii) posee potencial para empoderar a los estudiantes como ciudadanos autónomos e independientes de la sociedad; iii) permite capacitar a los estudiantes en el uso de modelos matemáticos para desarrollar reflexiones críticas de problemas sociales y para criticar procesos de modelación matemática específicos y aplicaciones auténticas de modelos matemáticos en situaciones de la vida real y iv) en general, dentro de la perspectiva socio crítica en la enseñanza de la modelización matemática, la reflexión y la crítica juegan un papel dominante.

3. Para movilizarnos: una perspectiva metodológica

A partir de nuestras vivencias en la educación matemática —la cual asumimos desde una perspectiva política en la que participamos, por más de 10 años, en diversos proyectos de investigación con profesores y estudiantes— hemos propendido, entre otros aspectos, por “reconocer los ambientes en que se desarrollan las clases de matemáticas, para desde allí “reinventar” tanto el currículo como nuestras

³ Jablonka (2003) presenta cinco concepciones sobre la alfabetización matemática: alfabetización matemática para el desarrollo del capital humano, alfabetización matemática para la identidad cultural, la alfabetización

matemática para el cambio social, alfabetización matemática para la conciencia ambiental y alfabetización matemática centrada en la ciudadanía.

prácticas, en la idea de brindar oportunidades para repensarlas e incluir a los estudiantes en su aprendizaje” (Camelo. et al., 2017, p. 70). En esta misma línea, compartimos con Vithal (2000) que dimensiones de interés de la educación matemática, como por ejemplo una educación matemática crítica de y para todos, han sido más desarrolladas de manera teórica que práctica.

Estos dos hechos nos han permitido —además— reconocer y repensar nuestras propias prácticas investigativas (y pedagógicas) las cuales se han fundado en ser prácticas alternativas a ideas que se instauran como “principios” hegemónicos y universales que definen “ciertas” formas de hacer, decir sobre lo que se hace, establecer por qué y para qué se hace, buscando alcanzar “ciertos” grados de validación y validez (Camelo. et al., 2017).

Estas consideraciones, nos han puesto en la idea de no considerar al sujeto como centro epistemológico y si pensarlo dentro de una estructura, lo que nos ha permitido asumir que la investigación requiere —en el sentido señalado por Guba et al. (1994)— del diálogo entre todos los actores que participan en la investigación, pues el investigador y objeto a investigar forman una cadena interactiva donde los valores (de todos los sujetos que participan en la investigación) influyen inevitablemente la investigación.

De esta manera, pensar en la perspectiva socio crítica de la modelación matemática en el contexto colombiano nos ha permitido: i) tomar conciencia y distancia de paradigmas de investigación donde se percibe que la realidad es aprehensible, ii) posicionarnos en la idea que el aprendizaje se da en sujetos con sentimientos y percepciones y no en un sujeto limitado a la objetividad del conocimiento y iii) considerar que la realidad es moldeada por una serie de factores (sociales, políticos, culturales, económicos, étnicos y de género) que se cristalizan en una serie de estructuras.

En consecuencia, en nuestras prácticas investigativas hemos asumido las ideas de Skovsmose & Borba (2004) en relación con la investigación crítica. Para quienes, en la investigación, se debe tener en cuenta lo que podría haber ocurrido y lo que podría ser imaginado como posibles alternativas a lo que está ocurriendo y no sólo lo que está ocurriendo. Esta situación implica explorar lo que no existe y lo que no es real. De esta manera, para Skovsmose & Borba (2004), la investigación crítica tiene en cuenta tres situaciones: la actual, la imaginada y la dispuesta.

Entendemos a la situación actual (SA) como aquella que contiene la mirada de lo que acontece en el contexto donde se desarrolla la investigación y donde los sujetos que participan en la investigación van a cuestionar ese acontecer y van a problematizarlo. Este hecho nos ha implicado, entre otros aspectos, caracterizar el contexto de los estudiantes, pues comprendemos que es allí donde se posibilitará definir los rasgos problemáticos. Una vez caracterizado el contexto, la SA resulta problematizadora y cuestionadora, lo cual permite tener en cuenta lo que podría haber ocurrido y ser imaginado como posibles alternativas a lo que está ocurriendo, definiéndose así la situación imaginada (SI) en la cual resulta clave confrontar lo que es real con lo que podría ser (Skovsmose & Borba, 2004). De esta manera, la situación dispuesta (SD) hace referencia a una alternativa práctica a la actual, teniendo en cuenta la situación imaginada. Al ser alternativa, se pone en relación tanto a lo que se considera como un hecho, como a lo que se investiga como una posibilidad, confrontando de esta forma lo que es real con lo que podría ser.

Cabe señalar que estas situaciones no son disjuntas. Ellas se asocian a través de tres relaciones: imaginación pedagógica, organización práctica y razonamiento crítico. La relación entre la SA y la SI es denominada como imaginación pedagógica (IP) la cual es interpretada, por estos autores, como los procesos que nos ayudan a crear situaciones

imaginarias, —representando el complejo proceso de la conceptualización de que las cosas podrían hacerse de una manera diferente—. Por su parte la relación entre la SD y la SA se designa como la organización práctica (OP) la cual está constituida por actividades prácticas de planificación que resultan fundamentales y necesarias para establecer una situación que muestra cierta similitud con la situación imaginada. Finalmente, el razonamiento crítico (RC) da cuenta de la relación entre la SD y la SI y hace referencia al proceso analítico de reconsiderar la SI a la luz de las experiencias relacionadas con la SD, no sin antes colocar en práctica la SD por medio de la OP. Esta relación se configura como un proceso en que la viabilidad de la imaginación pedagógica se considera, así como los elementos innovadores de organización práctica. Este tipo de razonamiento representa una interacción entre la imaginación pedagógica y la organización práctica

4. Para profundizar: Nuestros aportes

En nuestros desarrollos hemos venido aceptando que el derecho a la educación implica considerar, como punto de partida, el conocimiento de nuestros estudiantes —lo que implica un reconocimiento amplio del contexto— y de nuestra sociedad en general (Ángel & Camelo, 2010; Valero, 2002). De esta manera, compartimos con Tenti (2007) el rol de la educación como un elemento clave para superar las desigualdades sociales y la necesidad de una política educativa progresista real, científicamente fundada, que debe propender, entre otros aspectos, por adecuar la oferta pedagógica a las características culturales y condiciones de vida de los diversos grupos sociales. Un ejemplo de lo anterior lo encontramos en Salazar et al. (2017), en el que al reflexionar en relación con el desarrollo de un ambiente de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica propendemos, como una primera etapa, porque los estudiantes

consideren problemáticas de carácter social, cultural, ambiental, político, etc., que ellos mismos estimen como importantes desde su propia perspectiva, y que identifiquen cuáles de ellas resultan relevantes para ser discutidas en clase (a esta etapa la hemos denominado Escogencia del problema o tema a trabajar, que otorga gran importancia al macro y micro contexto⁴).

Así mismo, en las investigaciones desarrolladas hemos considerado técnicas como la recopilación documental en periódicos, revistas y documentos oficiales sobre el colegio, la localidad y sus habitantes. Además, hemos implementado acciones etnográficas dentro de las que contamos con la observación participante, las entre-vistas —retomando a Kvale (1996)— y los grupos de discusión, entre otras. Estos aspectos nos van permitiéndole socavar evidencias tanto del pasado reciente de los estudiantes como de su presente —incluso de sus porvenires—. Este panorama nos permitió reflexionar sobre cómo la participación en un ambiente de modelación matemática —creado a partir de la perspectiva socio crítica— de un grupo de estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social, contribuye tanto a la constitución de la subjetividad —política— (Camelo, 2017), como a caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan (Mancera, 2020).

4.1. La subjetividad política

En cuanto a la subjetividad política, debemos mencionar que ella tiene su punto de reflexión, para nosotros, cuando incorporamos aspectos sociales y políticos en las actividades que desarrollamos en la escuela, en relación con la educación matemática y con la expresa intención de adentrarnos en comprensiones y reflexiones, con nuestros estudiantes, de los contextos en que habitan y problemáticas que los aquejen. Este hecho posibilita, entre otros aspectos, que los estudiantes tengan espacios para cuestionar y abran posibilidades para la toma de un

⁴ Otras etapas señaladas en Salazar et al. (2017) son: desarrollo de una investigación exploratoria; levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción; reinterpretación de la

situación —soportada en consideraciones matemáticas— y desarrollo del problema; y análisis crítico de los desarrollos planteados.

distanciamiento crítico de los modelos matemáticos que soportan la sociedad. En este contexto, nuestra comprensión de lo que conceptualizamos por subjetividad política se basa en planteamientos de Sara Alvarado (Alvarado, 2014; Alvarado et al., 2008). Para esta psicóloga, la subjetividad política puede darse si se abren, en la escuela, posibilidades donde aparezcan ciertas tramas, a saber:

- Una Autonomía que permita a los y las jóvenes dar cuenta de su capacidad de pensar por sí mismos —singularidad—, sin ignorar a los demás —pluralidad— y sin dejarse anular —presentándose como meros repetidores de las ideas de otros—. Solo bajo esta consideración de la autonomía pueden crear una vida con otros en su cotidianidad.
- Una Capacidad reflexiva que permita a los y las jóvenes crear y posibilitar espacios de concertación e interacción en los que las experiencias vividas sean traídas como cosmovisión y plataforma para proyectar el futuro.
- Una Conciencia histórica desde donde los y las jóvenes se reconozcan como protagonistas y agentes que actúan y que están en permanente construcción y constitución.
- Una Ampliación de su círculo ético para que puedan involucrar cada vez a más personas en las preocupaciones que se proponen, de forma que se transforme el poder que se ejerce sobre los y las jóvenes en un poder que se construye con otros.
- Un Poder-entre-todos(as) que posibilite decidir y actuar frente a aquellos con quienes interactúan. Tal actuación está relacionada con la transformación del poder —centrado en el ejercicio del poder de los adultos sobre los niños, niñas y jóvenes— en el sentido en que entre-todas-y-todos se genere un espacio común —público— en el que se construya la ciudadanía.
- Una pluralidad para asumir actitudes de respeto y aceptación, lo cual implica

necesariamente un reconocimiento de la diferencia y la pluralidad. En tal diferencia, reconocemos y recuperamos la subjetividad.

4.2. Conocer reflexivo

Por su parte, en relación con el conocer reflexivo, se utilizó la noción de acto dialógico, junto con los aspectos específicos del diálogo señalados por Alrø & Skovsmose (2002, 2006, 2012), para caracterizarlo, de donde emergieron cuatro características: Pensando en el otro, Lectura crítica y matemática, Prácticas con las matemáticas y Colectividad.

- Al pensar en el otro, se diferencian el rostro de la cara, no fijándose en categorías que permiten distinguir la cara —el color de la piel, el género, los rasgos físicos...— sino el rostro, lo que según Mèlich (2014) les demanda —por ejemplo— a no ser indiferentes frente al dolor del otro. Este reconocimiento se constituye en una ética de la no indiferencia hacia el dolor del otro —que se basa en la sensibilidad al mal, al dolor y al sufrimiento—, lo que permite un rompimiento con la ontología del yo soy yo y tú eres tú. Así, esa diferencia entre el yo y el tú se ha basado en la in-diferencia, y ante eso la posibilidad es no pensarnos como caras sino como rostros.
- Al leer crítica y matemáticamente, se comprenden, evalúan y analizan las diferentes prácticas que involucran las matemáticas. De esta manera, y compartiendo las ideas de Gutstein (2003), el leer el mundo a partir de recursos matemáticos implica usar las matemáticas para: i) comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales; ii) entender la discriminación explícita basada en raza, clase social, género, lengua y otras diferencias; y iii) disecar y deconstruir los medios y otras formas de representación y usar las matemáticas para examinar.

- Al realizar prácticas con las matemáticas, se consideran que los conocimientos curriculares pueden —y deben— ser utilizados en su vida cotidiana de tal manera que les permitan hacer frente a sus problemáticas. De esta manera, las matemáticas escolares presentadas por los presupuestos de la MM deben permitirles utilizar aquellas matemáticas ya establecidas —inventadas por otros— para dar sentido y comprender situaciones de su propia realidad, de forma que den oportunidad para que ellos interpreten posibles significados que la matemática pueda tener.
- Al considerar la colectividad, se tienen la precaución y la astucia de pensar y actuar siendo conscientes de que son parte de una sociedad, en la que cada uno es “un ser-entre-los-otros”. En términos Hannah Arendt, no debemos perder nuestra condición humana de ser una subjetividad diferente entre la pluralidad.

En los trabajos de maestría que se orientan, en el seno de los grupos de investigación en los que trabajamos, en relación con la modelación matemática, queremos resaltar, como aportes, cuatro aspectos que coinciden con hallazgos de la comunidad internacional a saber: la contribución a la formación ciudadana (Gutiérrez & Rodríguez, 2015); las relaciones entre la referencia al porvenir y la producción de discusiones de los estudiantes en un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica (Barrios & Galvis, 2015), tensiones que experimentan los docentes al desarrollar su primera experiencia con la modelación matemática (Amaya, 2018), el proceso de diseño e implementación de dos ambientes de aprendizaje, orientados hacia la modelación matemática de fenómenos astronómicos (Zarate, 2018).

Con respecto de la primera, contribución a la formación ciudadana, mediante el montaje de un escenario de aprendizaje, es importante mencionar que ello permite vincular situaciones de la cotidianidad de los estudiantes, lo que se

transforma en una posibilidad para el montaje del ambiente de modelación. De esta manera el trabajo desarrollado en la clase abre posibilidades para vincular a todos los participantes, dado que es un espacio para reflexionar sobre aspectos sociales que antes no se habían considerado en la clase de matemáticas (Gutiérrez & Rodríguez, 2015).

En el trabajo de (Barrios & Galvis, 2015), cuyo objetivo buscó describir las relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes y la producción de discusiones en un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica, se desarrolló un ambiente de modelación matemática en el cual se problematiza, con estudiantes de décimo grado de un colegio público de Bogotá, la posibilidad de continuar su formación académica una vez se graduaran de la educación media. Para ello, como hechos fundantes del estudio, se describen las relaciones entre la referencia al porvenir de los estudiantes (Skovsmose, 1999) y la producción de discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas (Barbosa, 2006). Tales relaciones se realizaron a través de los espacios de interacción entre estudiantes y entre estudiantes y docentes.

En cuanto a la tercera, tensiones que experimentan los docentes al desarrollar su primera experiencia (Amaya, 2018), se enfatiza que un desconocimiento de los antecedentes y porvenires dificulta la vinculación de la cotidianidad de los estudiantes, lo que genera tensiones en el docente. Así mismo, la forma tradicional de desarrollar las clases y su sinergia con la formación recibida en pregrado, abre caminos para preocuparse de manera preponderante por los contenidos, hecho que vuelve a complejizar la vinculación de situaciones cotidianas.

El estudio desarrollado por Zarate (2018), con estudiantes del Club de Astronomía de un colegio público, propuso describir el proceso de diseño e implementación de dos ambientes de aprendizaje, orientados hacia la modelación

matemática de fenómenos astronómicos relacionados con el movimiento aparente del Sol y su brillo. En este estudio, la modelación es asumida como método de enseñanza en la que se involucran aspectos teóricos, conceptuales y procedimentales relacionados con la adquisición, representación y análisis de datos obtenidos a partir de experiencias cotidianas.

Con este panorama y bajo las ideas desarrolladas en los trabajos señalados, a continuación, decantamos posibilidades de la modelación matemática desde nuestras prácticas pedagógicas e investigativas.

5. Para entrecerrar: posibilidades y retos

Ante el propósito de cuestionarnos por las posibilidades para incorporar y consolidar prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica en el contexto en el que nos desempeñamos como profesores e investigadores, hemos relacionado, en este documento, prácticas investigativas que han centrado su foco en prácticas pedagógicas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, con estudiantes de educación básica y media, en las que la modelación, en tanto alternativa a la enseñanza tradicional, no era habitual.

Para ello, y como perspectiva metodológica, en la mayoría de los trabajos señalados en este documento se han retomado las ideas de Skovsmose & Borba (2004) en relación con la investigación crítica, investigando lo que no existe, pero podría ser. De esta manera, contemplamos que en las prácticas de investigación se constituyen cadenas interactivas donde las sensibilidades y apuestas de los participantes en la investigación influyen la misma.

Bajo este principio, fue posible reflexionar sobre la contribución a la constitución de la subjetividad política, el conocer reflexivo y la formación ciudadana que desarrollan estudiantes que viven en condiciones de vulnerabilidad social; las relaciones entre la referencia al porvenir y la producción de discusiones de los

estudiantes; las tensiones que experimentan los docentes al desarrollar su primera experiencia con la modelación matemática y el proceso de diseño e implementación de ambientes de aprendizaje. En estos trabajos, en tanto común denominador, se parte por concebir a los estudiantes como sujetos sociales con gustos, anhelos y porvenires que distan de percibirlos como sujetos aislados de los contextos sociales, culturales y políticos y que se disponen al aprendizaje, solo por estar en el salón de clases. Además, en ellos se vislumbra la importancia de reconocer en los ambientes de modelación aspectos de la cotidianidad de los estudiantes, sus antecedentes y porvenires siendo las matemáticas herramientas para reflexionar y tomar posturas críticas sobre tales aspectos. El reconocimiento de tal contexto es un asunto al que tanto docentes como investigadores debemos prestarle una atención detallada, pues este se constituye, por un lado, en un puente para vincular antecedentes y porvenires, y por otro, una fuente de tensiones que el docente experimenta al desarrollar las actividades de clase, en relación al aprendizaje.

5. Referencias

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). Dialogue and learning in mathematics education. *Intention, Reflection, Critique* (Vol. 29). Kluwer Academic Publishers.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Diálogo e aprendizagem em educação matemática. *Autêntica*.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En P. Valero & O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 149-171). una empresa docente. <http://funes.uniandes.edu.co/2006/>
- Alvarado, S. (2014). Ampliación de la comprensión de los procesos de configuración de subjetividades políticas de niños, niñas y jóvenes en Colombia desde una perspectiva alternativa del desarrollo humano: Tránsitos y aprendizajes. En S. Alvarado & H. Ospina (Eds.), *Socialización política y configuración de subjetividades*. (pp. 17-54). Siglo del Hombre Editores.

- Alvarado, S., Ospina, H., Botero, P., & Muñoz, G. (2008). Las tramas de la subjetividad política y los desafíos a la formación ciudadana en jóvenes. *Revista Argentina de Sociología*, 6(11), 19-43.
http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1669-32482008000200003
- Amaya, L. (2018). Procesos de inclusión en contextos de re-educación: Alternativas desde la educación matemática [Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Ángel, Z., & Camelo, F. (2010). Conocer el contexto de los estudiantes, una alternativa indispensable para la formulación de proyectos bajo un enfoque crítico. 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Bogotá.
<http://funes.uniandes.edu.co/1002/>
- Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: A perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, 38(3), 293-301.
<http://link.springer.com/article/10.1007/BF02652812>
- Barrios, O., & Galvis, T. (2015). ¿Querer es Poder? La Modelación Matemática en el Sueño de Seguir Estudiando [Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Biembengut, S., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Blomhøj, M. (2008). Different Perspectives in research on teaching and learning mathematical modelling. Categorizing the TSG21 Papers. *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*, 1-17.
<http://diggy.ruc.dk/retrieve/14388#page=89>
- Camelo, F. (2017). Contribuciones de ambientes de modelación matemática a la constitución de la subjetividad política [Doctorado]. Universidad Federal de Minas Gerais.
- Camelo, F., & Mancera, G. (2005). El currículo desarrollado en torno a la proporcionalidad: Un estudio cualitativo realizado en secundaria [Maestría]. Universidad Pedagógica Nacional.
- Camelo, F., Mancera, G., & Perilla, W. (2016). Qué y para qué de la modelación matemática: Posibilidades y desafíos. 3, 46-50.
- Camelo, F., Mancera, G., Zambrano, J., & Romero, J. (2013). Reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas socio críticas de modelación matemática. En G. García, P. Valero, C. Salazar, G. Mancera, F. Camelo, & J. Romero, *Procesos de inclusión/exclusión, subjetividades en educación matemática*. (pp. 115-145). Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
- Cárdenas, Y., & Muñoz, D. (2014). Educación Matemática Crítica y análisis didáctico: Una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la institución educativa nuevo horizonte de la ciudad de Medellín [Maestría]. Universidad de Antioquia.
- Cotton. (1998). *Towards a mathematics education for social justice* [Doctorado]. University of Nottingham.
- Gil, R. (2015). Enseñar y aprender matemáticas desde un nuevo paradigma. *El nuevo diario*, 1.
- Guba, E. G., Lincoln, Y. S., & others. (1994). Competing paradigms in qualitative research. *Handbook of qualitative research*, 2(163-194).
http://www.gdufs.biz/10-guba_lincoln_94.pdf
- Gutiérrez, F., & Rodríguez, Y. (2015). Un escenario de aprendizaje sobre educación económica y financiera desde la perspectiva socio crítica de la modelación matemática. [Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban, Latino School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37.
<https://doi.org/10.2307/30034699>
- Jablonka. (2003). Mathematical Literacy. En Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick, & Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 75-102). Kluwer Academic Publishers.
- Jiménez, A., & Gutiérrez, A. (2017). Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, 29(3), 109-129.
<https://doi.org/10.24844/EM2903.04>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
<http://link.springer.com/article/10.1007/BF02652813>
- Kvale, S. (1996). *InterViews: An Introduction to Qualitative Research Interviewing*. SAGE Publications.

- Mancera-Ortiz, G. (2020). Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica [Doctorado]. Universidad Federal de Minas Gerais.
- Mancera, G., & Camelo, F. (2020). Un panorama de la modelación matemática en los Encuentros Colombianos De Matemática Educativa entre 2012-2015. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 15(2), 24.
- Mèlich, J. (Director). (2014, diciembre 4). Pensando la Educación desde Emmanuel Levinas: Vol. Educación [Vídeo]. Facultad de Educación - Universidad de Antioquia. <https://www.youtube.com/watch?v=DXZipK7yaas>
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares. Área de matemáticas. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. <http://repository.unimilitar.edu.co/handle/10654/9877>
- Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-4 "Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito capital". Encuentro Distrital de Educación Matemática, Bogotá.
- Schukajlow, S., Kaiser, G., & Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: A survey on the current state-of-the-art. *ZDM*, 50(1-2), 5-18. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0933-5>
- Skovsmose. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica (Valero, Trad.; Primera). una empresa docente.
- Skovsmose, & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. En *Researching the socio-political dimensions of mathematics education* (pp. 207-226). Springer. http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/1-4020-7914-1_17.pdf
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. revista Ema, 6(1), 3-26. <http://funes.uniandes.edu.co/1122/>
- Tenti, E. (2007). La escuela y la cuestión social. Ensayos de sociología de la educación Tenti Fanfani, Emilio (Primera). Siglo XXI. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4072884>
- Trigueros, M. T. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación educativa*, 9(46), 75-87.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 49-59. https://www.researchgate.net/profile/Paola_Valero/publication/267833167_Consideraciones_sobre_el_contexto_y_la_educacin_matemtica_para_la_democracia/links/5513e3c70cf283ee083494ad.pdf
- Valverde, G., & Näslund-Hadley, E. (2010). La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe. BID. <http://idbdocs.iadb.org/wsdocs/getdocument.aspx?http://services.iadb.org/wmsfiles/products/Publications/35547376.pdf>
- Zarate, C. (2018). Modelación Matemática de fenómenos astronómicos desde algunos ambientes de aprendizaje propuestos [Maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/8897>

