



## ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA ESCUELA SECUNDARIA: REFLEXIONES DE UN PROFESOR DE MATEMÁTICAS

### TEACHING GEOMETRY AT SECONDARY SCHOOLS: REFLECTIONS OF A MATHEMATICS TEACHER

### ENSINO DA GEOMETRIA NA ESCOLA SECUNDARIA: REFLEXÕES DE UM PROFESSOR DE MATEMÁTICA

María de la Trinidad Quijano<sup>✉\*</sup>, Ana Rosa Corica<sup>✉\*\*</sup>

Cómo citar este artículo: Quijano, M.; Corica, A. (2023). Enseñanza de la Geometría en la escuela secundaria: reflexiones de un profesor de Matemáticas. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 18(2), 274-287. DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.19660>

#### Resumen

En este trabajo se reportan resultados centrados en estudiar el saber de la experiencia, asociado a las palabras del profesor, vinculado a la enseñanza de la geometría. La reflexión sobre la experiencia profesional contribuye al desarrollo de conocimiento matemático y pedagógico que resulta útil para la toma de decisiones en la formación de profesores. Se adopta a la Teoría Antropológica de lo Didáctico como marco referencial, y se presenta un estudio de caso, correspondiente al análisis de una entrevista en profundidad realizada a un profesor de matemática de una institución de la ciudad de San Carlos de Bariloche, provincia de Río Negro, Argentina. En el estudio se caracterizan aspectos sobre la postura del profesor entrevistado en relación con el estudio de la Geometría en la escuela secundaria. Los principales resultados señalan que el profesor otorga al estudio de la Geometría, igual importancia que otras áreas de la Matemática. Destaca que la Geometría permite el desarrollo de habilidades manuales y la vincula con la representación de objetos geométricos. Señala el uso de materiales concretos en su propuesta de enseñanza y menciona dificultades relacionadas con la notación utilizada para nombrar a los objetos geométricos y con la cantidad de soluciones que pueden presentar las tareas, generalmente única. Especifica funciones docentes vinculándolas con el diseño de tareas utilizando diferente media. Las manifestaciones del profesor permiten inferir que los estudiantes ocupan el lugar que el paradigma de la visita de las obras le asigna, siendo que el docente decide qué estudiar y cómo hacerlo.

**Palabras clave:** Enseñanza. Geometría. Entrevista. Profesor.

Recibido: julio de 2022; aprobado: noviembre de 2022

\* Licenciada en Educación Matemática. Universidad Nacional de Río Negro (UNRN) – Universidad Nacional del Comahue, Argentina. E-mail: [mquijano@unrn.edu.ar](mailto:mquijano@unrn.edu.ar)

\*\* Doctora en Ciencias de la Educación. Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) - Facultad de Ciencias Exactas de la UNCPBA, Argentina. E-mail: [acorica@exa.unicen.edu.ar](mailto:acorica@exa.unicen.edu.ar)

## Resumo

Este artigo relata resultados focados em estudar o conhecimento da experiência, associado às palavras do professor, vinculado ao ensino de Geometria. A reflexão sobre a experiência profissional contribui para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos e pedagógicos úteis para a tomada de decisões na formação de professores. Adota-se a Teoria Antropológica do Didático como marco referencial, y se apresenta um estudo do caso, correspondente à análise de uma entrevista em profundidade realizada com um professor de matemática de uma instituição da cidade de São Carlos de Bariloche, na Província de Rio Negro, Argentina. No estudo, se caracterizam aspectos sobre a sua postura em relação ao estudo da geometria na escola secundaria. Os principais resultados apontam que o professor dá ao estudo da Geometria igual importância que outras áreas da matemática. Destaca que a Geometria permite o desenvolvimento de habilidades manuais e a vincula com a representação de objetos geométricos. Indica o uso de materiais concretos em sua proposta de ensino e menciona dificuldades relacionadas com a notação utilizada para nomear aos objetos geométricos e com a quantidade de soluções que podem apresentar as tarefas, geralmente únicas. As falas do professor permitem inferir que os alunos ocupam o lugar que o paradigma da visita das obras lhes atribui, pois o professor decide o que estudar e como fazê-lo.

**Palavras chave:** Ensino. Geometria. Entrevista. Professor.

## Abstract

This paper reports results focused on studying the experience knowledge, associated with the teacher's words, linked to geometry teaching. Reflection on professional experience contributes to the development of mathematical and pedagogical knowledge that is useful for decision-making in teacher training. The Anthropological Theory of Didactics is assumed as a reference framework, and a case study is presented, corresponding to an in-depth interview with a Mathematics teacher from an institution in San Carlos de Bariloche, province of Río Negro, Argentina. In this work, we characterize different aspects of the teacher's view in relation to the study of Geometry in secondary schools. Our analysis of the interview suggests that the teacher gives the study of Geometry the same relevance as other areas of Mathematics. He emphasizes that Geometry allows the development of manual skills, and links it to the representation of geometric objects. The teacher also points out the use of concrete materials in his teaching proposals and comments on the difficulties related to the notation used to name geometric objects and with the number of solutions that a task can present, which is generally unique. The teacher's statements allow us to infer that the students occupy the place that the paradigm of the works visit assigns them since the teacher decides what to study and how to do it.

**Keywords:** Teaching. Geometry. Interview. Teacher.

## 1. Introducción

El estudio de la geometría posibilita abordar situaciones problemáticas que son enriquecedoras para el aprendizaje de la matemática y otorga un mejor conocimiento, descripción e interpretación del espacio en el que se vive (Abrate, Delgado, Pochulu, 2006; Vasconcelos, Pigatto, Leivas, 2020). Este estudio permite desarrollar procesos propios del quehacer matemático como el razonamiento deductivo e inductivo, la visualización, la representación, la argumentación, la formulación de conjeturas, la comunicación, entre otros. Por esta razón, la geometría es considerada potente para resolver problemas de la propia matemática, de otras ciencias o del mundo cotidiano (Araya, Alfaro, 2010; Barrantes, Balletbo, 2012; Bressan, Bofisic, Crego, 2000; Guillén, 2010). Los diseños curriculares de matemática para la escuela secundaria, contienen una fuerte presencia de la geometría como objeto de enseñanza. Sin embargo, numerosos investigadores ponen de manifiesto la pérdida de presencia de la geometría en el aula de matemática y el estudio con poco sentido de lo que se propone enseñar (Abrate et al., 2006; Gascón, 2003; Itzcovich, 2005; Olivero, Bosch, Gascón, 2017; Rojas, Sierra, 2018). Inmerso en esta problemática, en este trabajo se reportan resultados parciales de una investigación en la que se indaga sobre las características del estudio de la geometría que es propuesto por profesores de la escuela secundaria en la provincia de Río Negro en Argentina. En este trabajo se reportan resultados centrados en estudiar el saber de la experiencia, asociado a las palabras de los profesores, vinculado en especial a la enseñanza de la geometría. La reflexión sobre la experiencia profesional contribuye al desarrollo de conocimiento matemático y pedagógico (Flores, 2007; Kwon, Orrill, 2008; Turner, 2008), que resulta útil para la toma de decisiones en la formación de profesores. En este estudio, se procuró favorecer la reflexión de los profesores de matemática desde una perspectiva objetiva y crítica para comprender, en especial, las dediciones didácticas del quehacer docente para el estudio de la geometría y discutir aspectos que podrían contribuir

a la formación de profesores en geometría. Pensar la formación docente es fundamental, trata de una realidad local en un determinado contexto, que requiere considerar las especificidades inherentes en cada área (Delgado, Santos, Machado, 2021).

En esta oportunidad se presenta un estudio de caso, correspondiente al análisis de una entrevista en profundidad realizada a un profesor de la escuela secundaria que se desempeña como docente en escuelas secundarias de la provincia en mención. Con fundamento en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999; Chevallard, 2013; Chevallard, 2017), el objetivo de este trabajo fue caracterizar las reflexiones del profesor en torno al estudio de la geometría en la escuela secundaria, que resultan de insumos para el desarrollo de futuras investigaciones vinculadas a la formación de profesores. En correspondencia con investigaciones desarrolladas en el marco de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) se procura basar el desarrollo profesional del profesor de secundaria en preguntas problemáticas que surgen durante la práctica de la profesión (Cirade, 2006; Bosch, Gascón, 2009; Barquero, Florensa, Ruiz-Olarría, 2019). De esta manera, en el proceso de formación se vinculan los conocimientos de la investigación educativa con la realidad del aula y se los presenta como herramientas para analizar y resolver problemas, más que como un conjunto de técnicas y saberes dogmáticos (Chevallard, 2013).

Los resultados obtenidos señalan que el profesor refiere equidad en cuanto a la importancia del estudio de la geometría frente a otras áreas de matemática, relaciona a la geometría con el desarrollo de habilidades manuales en los estudiantes y destaca el interés de los alumnos por el estudio de la geometría. También se concluye que las funciones del docente de matemática se concentran en decidir qué tareas estudiar y a partir de qué media, así como favorecer el trabajo en grupos durante el estudio. Las manifestaciones del profesor permiten inferir que los estudiantes ocupan el lugar que el paradigma de la visita de las obras le asigna, siendo que el docente decide qué estudiar y cómo hacerlo.

## 2. Marco de referencia

En este trabajo se adopta como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999; Chevallard, 2013; Chevallard, 2017). En esta teoría se considera como objeto de estudio e investigación, no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en las instituciones de enseñanza como saber enseñado. En la TAD se define al sistema didáctico como una tríada didáctica generalizada  $S(X, Y, O)$ , donde  $X$  representa al conjunto de los estudiantes  $x \in X$ ,  $Y$  al conjunto de las ayudas al estudio  $y \in Y$ , y un conjunto de obras u objetos  $O$  a estudiar. En cualquier sistema didáctico  $S(X, Y, O)$ , y interactúa con  $x$  para ayudarlo con el estudio de  $O$ , es decir,  $y$  realiza gestos didácticos.

La descripción a escala social de la relación de una persona  $x$  con un objeto  $O$ , la TAD lo hace a partir de la noción de praxeología; esta constituye un modelo único, con el que es posible caracterizar cualquier actividad humana regularmente realizada (Chevallard, 1999). Se asume así que, en la perspectiva antropológica toda práctica o saber hacer (toda praxis) aparece siempre acompañada de un discurso o saber (un logos), es decir una descripción, explicación o racionalidad mínima sobre lo que se hace, el cómo se hace y el porqué de lo que se hace (Bosch, Gascón, 2009). En el proceso de estudio de una noción matemática es necesario considerar la praxeología u organización matemática (OM), que es la realidad matemática que puede construirse en una clase de matemática donde se estudia el tema; y la praxeología u organización didáctica (OD), que es la manera en que puede ser construida esa realidad matemática.

En la TAD se define a la didáctica de la matemática como la ciencia de las condiciones y restricciones de la difusión social de las praxeologías matemáticas. Esta difusión incluye los procesos de enseñanza y aprendizaje en instituciones escolares o de formación y los procesos transpositivos de enseñanza,

de producción y de utilización de la matemática, entre diferentes tipos de instituciones (Bosch, Gascón, 2009). Para estructurar estas condiciones y restricciones, Chevallard (2007, 2019) propone una jerarquía que denomina escala de niveles de codeterminación didáctica entre las OM escolares y las correspondientes OD: Humanidad – Civilización – Sociedad – Escuela – Pedagogía – Disciplina – Área – Sector – Tema – Cuestión. Esta escala es utilizada para distinguir diferentes paradigmas didácticos en función del nivel de codeterminación didáctica en el que se sitúan (Gascón, Nicolás, 2020). En el nivel de pedagogía, la TAD ha construido teóricamente dos paradigmas que describen algunos rasgos de la OD que en ellos se genera. Por un lado, el paradigma de la visita de las obras, que aún predomina en los sistemas escolares, se caracteriza por presentar las obras a estudiar

como un monumento con valor por sí mismo, que los estudiantes deben admirar y disfrutar, aunque no sepan casi nada sobre sus razones de ser, ni actuales ni del pasado (Chevallard, 2013, p. 164).

En concordancia con esta forma de entender el conocimiento, la estrategia didáctica que propone este paradigma se corresponde con una presentación autoritaria de las obras, que tiende a silenciar todo tipo de preguntas de los estudiantes sobre las mismas, por lo que el papel de los estudiantes se reduce al de meros espectadores (Gascón, Nicolás, 2020). Por otro lado, y para responder al fenómeno del monumentalismo provocado por el paradigma de la visita de las obras, desde la TAD se presenta un contraparadigma emergente y constituye la propuesta planteada desde esta teoría como meta de cambio educativo hacia el que se quiere avanzar, el paradigma del cuestionamiento del mundo. En este paradigma, el encuentro con el saber está motivado por las necesidades del estudio: se trata de un estudio funcional, justificado por el problema por resolver (Chevallard, 2017), en el que el rol del estudiante y del profesor son diferentes a los roles que la enseñanza tradicional les otorga. Este nuevo

paradigma implica formar ciudadanos autónomos, democráticos y críticos y, en la enseñanza, requiere incorporar un conjunto de gestos didácticos, que implican modificaciones radicales con respecto a la enseñanza tradicional. Tiene como objetivo educativo crear nuevas posturas hacia el aprendizaje caracterizadas por la actitud de problematización, asociada al carácter herbartiano, procognitivo y exotérico (Chevallard, 2013). Esto es que la esencia del aprendizaje es la actitud receptiva hacia la formulación de preguntas y problemas sin resolver (herbartiano) y también se requiere aceptar que el conocimiento está por descubrirse (procognitivo) y no a la revisión del conocimiento ya descubierto (retrocognitivo). Además, aceptar que siempre hay posibilidad para nuevos conocimientos sobre una disciplina (exotérico); y finalmente la actitud de problematización se caracteriza por formular preguntas, tal que algunas se conviertan en problemas para, al menos, un grupo de personas.

### 3. Metodología de la investigación

En este trabajo se propone un estudio cualitativo, correspondiente a un estudio de caso (Skate, 1999). Se presentan resultados del análisis de una entrevista en profundidad realizada a un profesor de matemática, a cargo de los primeros cuatro años (estudiantes de 13-16 años) de una escuela secundaria de la ciudad de San Carlos de Bariloche (Provincia de Río Negro, Argentina).

La escuela secundaria de la Provincia de Río Negro se estructura en cinco años, y en 2017 se comenzó a implementar un nuevo Diseño Curricular (Ministerio de Educación y de Derechos Humanos de la Provincia De Río Negro, 2017). En un estudio previo (Quijano, Corica, 2021a) se advierte que, en este diseño curricular, la matemática es comprendida como una ciencia en evolución continua, promovida por el estudio de problemas gestados en otras ciencias y en la propia matemática. En particular, para enseñar y aprender matemática se considera a la resolución de problemas como la forma privilegiada; y en lo que concierne al estudio de la

geometría, se procura una articulación entre los marcos sintéticos y analíticos. Las nociones geométricas que se proponen estudiar se centran en la geometría euclidiana; dentro de ella, se destaca el estudio de la geometría plana, y la geometría espacial solo se manifiesta en el cálculo de volúmenes de cuerpos. Esto pone de manifiesto que el estudio de la geometría es acotado.

La selección del profesor para la entrevista se basó en que desempeña funciones docentes para la enseñanza de la matemática en los primeros cuatro años de una misma escuela secundaria. Esto constituye una característica relevante del profesor seleccionado, siendo que desarrolla funciones docentes en casi toda la escolaridad secundaria de una misma institución, permitiendo conocer con mayor profundidad las condiciones y restricciones de la misma, tener un seguimiento de los cursos al transcurrir los años escolares y adquirir un sentido de pertenencia a la institución.

El docente que participó de la investigación tenía 7 años de antigüedad en la docencia al momento de ser entrevistado y, en la institución en la que se ocupa de los cuatro primeros años de la escolaridad, tenía una antigüedad de dos años al momento de realizada la entrevista. Como parte de la investigación y con el propósito de conocer con mayor profundidad las características de las prácticas del profesor acerca de la geometría, el mismo facilitó carpetas de estudiantes de los cursos que tiene a su cargo. Estas carpetas contienen registros de clases y material proporcionado por el docente para el estudio de la geometría. Las mismas fueron seleccionadas intencionalmente por el profesor, de acuerdo a la presencia del estudiante durante el año escolar, la responsabilidad y el compromiso con el estudio de la materia. El análisis de este material permitió reconstruir y caracterizar la organización matemática estudiada en torno a la geometría en los primeros cuatro años de la escuela secundaria participante, cuyos resultados se describen en Quijano, Corica (2021b).

Durante la entrevista se aspiró a indagar acerca de las ideas del profesor en torno al estudio de la geometría en la escuela secundaria, las principales

dificultades que detecta en los estudiantes al estudiar geometría, las técnicas didácticas que manifiesta emplear para hacer evolucionar el estudio en los alumnos y el media sugerido para el estudio de la geometría. En este trabajo se comprende a un media como cualquier sistema que represente una parte del mundo natural o social destinado a un público específico, como puede ser: un artículo de matemática, una revista, un libro, un sitio de Internet, textos editados por los mismos profesores, etc. (Chevallard, 2007).

En la Tabla 1 se indican las categorías definidas, asociadas con las preguntas elaboradas para la entrevista, y los objetivos propuestos. La primera y segunda categoría (*Formación profesional y Experiencia docente*) recogen preguntas que permiten caracterizar al profesor entrevistado en relación con su formación docente y su experiencia en la profesión. Las otras tres categorías se refieren a aspectos relacionados con los componentes del sistema didáctico  $S(X, Y, O)$ . La categoría *El estudio de la geometría en la escuela secundaria*, reúne preguntas que procuran conocer el sentido que le otorga el profesor al estudio de la geometría para la formación

de los estudiantes. La categoría *La enseñanza de la geometría*, recoge preguntas que procuran indagar acerca de la gestión del estudio de la geometría que realiza el profesor en sus clases, lo que colaboraría en definir, según su percepción, el *lugar* del profesor y del estudiante en el proceso de estudio; así también se procura indagar en las dificultades que detecta el profesor en sus alumnos y las técnicas didácticas que pone en juego. Finalmente, con la categoría *Lugar del estudiante*, se reúnen preguntas que procuran caracterizar la actividad de los estudiantes en el proceso de estudio de la geometría, según la percepción del entrevistado.

Las preguntas de la entrevista que se indican en la Tabla 1, son el resultado de haber diseñado previamente un conjunto de preguntas que fueron evaluadas por diferentes investigadores y haber sido puesta a prueba en dos entrevistas que actuaron como prueba piloto. Siguiendo a Münch, Ángeles (1997), durante la entrevista, esta se desarrolló sin interrupciones y se procuró generar un clima de confianza, amabilidad y tranquilidad. El entrevistador buscó hacer sentir al entrevistado la importancia de su colaboración y el carácter confidencial de los datos.

**Tabla 1.** Categorías para el análisis de datos.

Categoría	Preguntas	Objetivos
Formación profesional	¿Cómo se formó para ejercer la docencia en Matemática?	Establecer el tipo de formación del docente
Experiencia docente	¿Cuánto tiempo hace que ejerce la docencia? ¿Cuánto hace que trabaja en la institución de la que me facilitó el material de los estudiantes para el desarrollo de mi investigación? ¿En qué otras escuelas trabajó? ¿En qué años escolares se desempeñó como docente?	Determinar la experiencia docente
El estudio de la geometría en la escuela secundaria	En el diseño curricular de matemática para la escuela secundaria se propone el estudio de la geometría, ¿cuál es para usted el sentido de estudiar geometría en la escuela secundaria? En su planificación anual, ¿qué lugar ocupa el estudio de la geometría?	Identificar las ideas sobre el estudio de la geometría que manifiesta el docente
La enseñanza de la geometría	Si tuviera que explicarle a alguien cómo enseñar geometría, ¿qué le diría? A partir de su experiencia docente, quisiera saber, ¿cuáles son las principales dificultades que detecta en los estudiantes al estudiar geometría? ¿De qué manera atiende a esas dificultades? ¿Qué tipo de recurso didáctico propone para el estudio de la geometría?	Caracterizar la práctica profesional del docente en relación con la enseñanza de la geometría
Lugar del estudiante	¿De qué manera los estudiantes se involucran en el estudio de la geometría en la clase? ¿Qué diferencias encuentra en la participación de los estudiantes en relación con la resolución de tareas de geometría y de otros ejes temáticos?	Describir la manera en que se involucra al estudiante en el estudio de la geometría

**Fuente.** Elaboración de los autores

El análisis de la entrevista requirió la transcripción del audio de la misma y la segmentación en episodios. Cada episodio fue definido según la conversación hiciera referencia a las categorías indicadas en la Tabla 1. En el siguiente apartado se describen los resultados del análisis de la entrevista desarrollada.

## 4 Análisis de la entrevista

En esta sección se analiza la entrevista realizada, atendiendo a cada una de las categorías formuladas y a su identificación en las intervenciones del profesor. Asimismo, se ponen de manifiesto en este análisis, aquellos aspectos que permiten relacionar lo expresado por el profesor, con la organización matemática estudiada correspondiente a los cursos a su cargo.

### 4.1. Formación profesional

La formación del docente es profesor de matemática, recibido en la Universidad Nacional del Comahue (Argentina) en 2013.

### 4.2. Experiencia docente

El profesor desempeña funciones docentes en los cinco años en los que se estructura la escuela secundaria de la Provincia de Río Negro (Argentina) y las funciones docentes las cumple en escuelas secundarias de gestión pública. El profesor manifestó durante la entrevista que desde el año 2013 ejerce la docencia en matemática, pero señala que antes de recibirse realizó algunas suplencias.

### 4.3. El estudio de la geometría en la escuela secundaria

En referencia a la pregunta *¿cuál es para usted el sentido de estudiar geometría en la escuela secundaria?* el profesor indicó que la geometría se debe enseñar por estar contemplada en el diseño curricular: *“Bueno, en primer lugar porque es un saber, hay un eje que está contemplado en el diseño curricular,*

*fundamentalmente eso, y bueno, el diseño curricular es prescriptivo en relación a qué cosas enseñar en la escuela.”*

A continuación, el docente manifestó que la geometría permite desarrollar habilidades que en otros ejes no se aprenderían, mencionando la *habilidad manual*: *“Y después digamos, a mí me gusta particularmente enseñar porque me parece como que aprenden otro tipo de habilidades (...) el tema de la construcción, hay una parte, como una habilidad manual en cierto sentido.”*

Por último, el profesor afirma que, en su planificación, el estudio de la geometría ocupa el mismo lugar que el resto de los ejes temáticos curriculares, siendo tan importante como los demás.

### 4.4. La enseñanza de la geometría

En relación con la enseñanza de la geometría, el docente manifestó que, en primer lugar, busca material sobre la o las nociones que debe enseñar. Mencionó algunos medios como libros, propuestas de internet o cursos que haya realizado, de los cuales toma ideas para diseñar su propuesta de enseñanza: *“En primer lugar, lo que suelo hacer es leer bien cuál es el saber que tengo que enseñar y en base a eso busco bastante material. Soy de buscar en libros, cómo aparecen, incluso propuestas por ahí que salen en internet o de cursos mismos que hice, por ejemplo el de los cursos de GeoGebra me ayudaron muchísimo Y ahí incluso habíamos visto algunas actividades. Trato de rescatar propuestas por todos lados. Y después bueno, le doy como mi impronta.”* Atendiendo a lo indicado por el profesor, las decisiones acerca de qué estudiar sobre geometría, cómo hacerlo y desde qué medio queda como responsabilidad del docente. Se infiere que los estudiantes no tendrían posibilidad de incidir en el medio de estudio, aportando medias o proponiendo situaciones para estudiar.

El profesor resaltó que en el eje de geometría y en el ciclo básico (primero y segundo año de la escuela secundaria), utiliza material didáctico concreto para la enseñanza de saberes geométricos, indicando que eso le gusta y que a los estudiantes también.

Se considera material didáctico concreto a todos aquellos objetos usados por el profesor y/o los alumnos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática con el fin de lograr ciertos objetivos específicos (Alsina, Burgués, Fortuny, citado en Villarroel, Sgreccia, 2012). El docente destacó que en el ciclo superior (tercero, cuarto y quinto año) es más difícil usar este tipo de material y destacó, también, el uso de instrumentos de geometría: “(...) sobre todo en el ciclo básico el tema de utilizar algún material concreto. Eso lo puedo hacer, que por ahí es más difícil en los últimos años. Primero por los saberes que se abordan y bueno, por ahí no da. Pero sí en los primeros años el utilizar material concreto que está bueno, a mí me gusta y los chicos se enganchan también, eso es lo bueno. También el uso de los instrumentos de geometría.”

En relación con estos materiales, el profesor manifestó el uso de algunos de ellos, tal como refirió en el siguiente protocolo: “(...) papeles de colores suelo usar, tijeras, goma de pegar (...) sorbetes creo que habíamos usado el año pasado también para formar polígonos, cartulina (...)”

En este sentido, lo indicado por el profesor se corresponde con lo que se pudo observar en las carpetas de los estudiantes, especialmente en la de primer año. Las siguientes imágenes refieren al estudio de transformaciones isométricas en el plano mediante plegado de papel (Figura 1 y Figura 2).

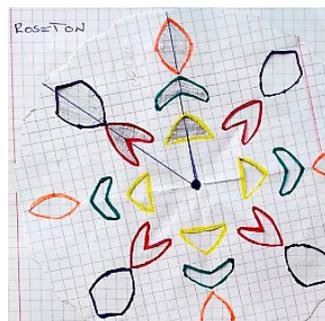


**Figura 1.** Simetría axial mediante el plegado de papel.  
**Fuente:** Registro de clase de estudiante de primer año.

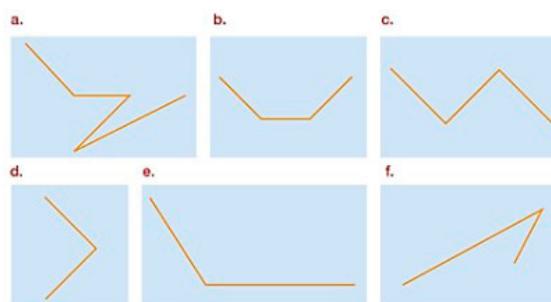
Así también, el uso de sorbetes referenciado en la entrevista, se pone de manifiesto en dos tareas propuestas en primer año del secundario (Figura 3 y Figura 4). En ellas se utiliza este material para representar los lados de las figuras. Las nociones

geométricas que se estudian son, respectivamente, la propiedad de convexidad de un polígono y la desigualdad triangular.

Con los sorbetes realizar la actividad 3 del libro: *Completen, si es posible, estas figuras para que sean polígonos convexos. Si no es posible, expliquen por qué.*



**Figura 2.** Rotación mediante plegado de papel  
**Fuente:** Registro de clase de estudiante de primer año



**Figura 3.** Tarea con sorbetes para propiedad de convexidad de polígonos.  
**Fuente:** Registro de clase de estudiante de primer año.

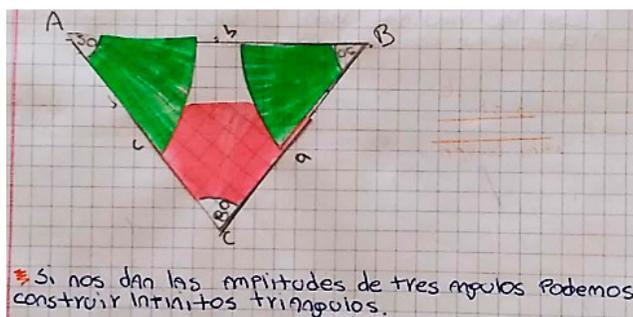
Recorten sorbetes con las siguientes longitudes: 2cm, 3cm, 5cm, 4cm, 6cm y 8cm. Traten de formar triángulos usando como lados y completen la siguiente tabla

longitudes de los sorbetes	Es posible formar el triángulo?
8cm, 3cm, 2cm	<input type="checkbox"/>
8cm, 8cm, 4cm	<input type="checkbox"/>
8cm, 4cm, 2cm	<input type="checkbox"/>
8cm, 4cm, 3cm	<input type="checkbox"/>

**Figura 4.** Tarea con sorbetes para desigualdad triangular  
**Fuente:** Registro de clase de estudiante de primer año

Continuando con el uso de materiales didácticos concretos, durante la entrevista el docente da cuenta de una tarea que realizó con cartulina, para verificar la propiedad de la suma de ángulos interiores de triángulos: *“Por ejemplo una vez creo que llevé en cartulina, había hecho triángulos diferentes y fui entregando así por grupo, pero individualmente a cada uno y tenían que hacer esta actividad donde recortaban los ángulos y después los pegaban uno a continuación de otro para que verifiquen que a pesar que todos los triángulos que yo les había dado a cada uno de los chicos eran diferentes, con ángulos diferentes, la suma de los ángulos interiores daban todos 180 grados.”*

La tarea que menciona el profesor no pudo ser identificada en las carpetas analizadas, sin embargo, se explicita una tarea en la que se utiliza este material para representar ángulos interiores de un triángulo, pero no para la verificación de la propiedad mencionada. Esto es para concluir sobre la posibilidad de construir infinitos triángulos, si se dan como datos sus tres ángulos interiores (Figura 5). Esta tarea se dirige al estudio de la no unicidad de la respuesta.



**Figura 5.** Construcción de infinitos triángulos dados tres ángulos, mediante papeles de colores.

**Fuente:** Registro de clase de estudiante de primer año.

Lo indicado por el profesor se encuentra en correspondencia con lo propuesto por Villarroel, Sgreccia (2011) quienes manifiestan que el empleo de materiales didácticos y recursos para la enseñanza de la geometría pueden ser facilitadores y potenciadores de las habilidades geométricas, favoreciendo y colaborando en el desarrollo del pensamiento geométrico.

Otros recursos mencionados por el docente en la entrevista son el pizarrón, los instrumentos de geometría para el pizarrón y la calculadora (a partir de segundo año), libros de texto y el software GeoGebra. En cuanto a los libros de texto, el docente afirma utilizarlos para algunas tareas puntuales: *“(...) suelo sacar a veces en algunas clases libros de texto (...) y a veces para alguna actividad puntual, porque mucho si no me convencen obviamente no lo uso directamente.”*

El empleo de libro de texto fue identificado en la carpeta de primer año de la escuela secundaria; se contabilizaron tres tareas extraídas de un libro de texto, el cual es especificado en el enunciado de la tarea como *Matemática 1, ed. Tinta Fresca*. Las tres tareas se relacionan con el estudio de polígonos, y con la propiedad de convexidad de las mismas. Una de ellas (que se exhibe en la Imagen 3), es reformulada para ser trabajada con material didáctico concreto, esto es, se utilizan sorbetes para representar los lados de las figuras.

En relación con el uso del software GeoGebra, el profesor manifestó en la entrevista, una ventaja de su uso: *“(...) brinda una posibilidad de por ahí no ocupar tanto tiempo haciendo construcciones. Permite aprovechar más el tiempo.”* En particular, el docente menciona tres tipos de tareas que ha propuesto a sus estudiantes con el empleo del software GeoGebra: *“(...) por ahí para construcciones básicas también, que construyan por ejemplo un rectángulo y que resista el arrastre, guiándose por las propiedades del cuadrilátero. En cuarto año les había hecho construir banderas de países y que resistieran el arrastre. Después hice una vez (...) construyeron un rectángulo y un triángulo interior y la base del triángulo coincidía con uno de los lados del rectángulo entonces moviendo el vértice del triángulo, que comparen el área de uno y de otro. Y lo hicieron con animación y eso resultó súper lindo.”*

En esta línea, únicamente en la carpeta de primer año, se hace referencia a su uso en dos tareas que refieren a las traslaciones de figuras. Estas tareas se presentan en la Figura 6.

Tarea 1	Tarea 2
En el programa GeoGebra dibujar un polígono regular de 6 y trasladarlo 6 cm a la derecha.	En el programa GeoGebra dibujar una estrella y realizarle 3 traslaciones distintas.

Figura 6. Tareas con GeoGebra.

Fuente: Registro de clase de estudiante de primer año.

Durante la entrevista se consultó al profesor acerca de las dificultades que observa en los alumnos, en particular para el estudio de la geometría. En este sentido, el docente se refirió al uso de diferentes notaciones que en general se utilizan para identificar objetos geométricos, lo que puede generar confusión en los estudiantes: “(...) una de las dificultades puede ser el uso de la nomenclatura para identificar a los objetos geométricos. Porque como que no hay una continuidad ni desde el primario, ni siquiera en el secundario, como que no hay un acuerdo en común. Entonces nada, el punto va con mayúscula, con minúscula, o el modo en que nombro a un segmento, o a una recta. Como que eso se debería unificar para que no se complique.”

Así también el profesor mencionó como dificultad en los estudiantes al hecho de que se encuentren acostumbrados a que los problemas, particularmente aquellos de construcciones geométricas, tengan siempre una única solución. El profesor indica que esto provoca que, ante un problema sin solución, los estudiantes modifiquen los datos para que la construcción sea posible: “Y después por ahí otra cuestión en cuanto a las construcciones, hay algunas construcciones que no son posibles y como que los y las estudiantes están acostumbrados a siempre encontrar una solución a un problema, o a alguna actividad que se les propone. Entonces como que fuerzan las cosas que a veces no da para forzarlas, porque es un problema que no tiene solución. Y construyen un triángulo que es imposible construir dadas las longitudes de sus tres lados (...) O múltiples soluciones, en eso sí hay dificultades.”

En este sentido, se identificaron tareas propuestas en las carpetas de los estudiantes de primero y de

segundo año que, o bien no tienen solución, o tienen más de una, e invitan al estudiante a justificar por qué ocurre. Esto introduce a los estudiantes en la necesidad de justificar su hacer haciendo explícito el logos que explica las técnicas que proponen. Por ejemplo, cuando se estudia la desigualdad triangular (Figura 7) en primer año, al estudiar distancias entre puntos (Figura 8) o al estudiar construcciones de cuadriláteros dados diferentes datos, en segundo año (Figura 9). Particularmente en la Figura 9, se exhiben algunas de las construcciones (de las infinitas posibles) que son soluciones a la tarea planteada.

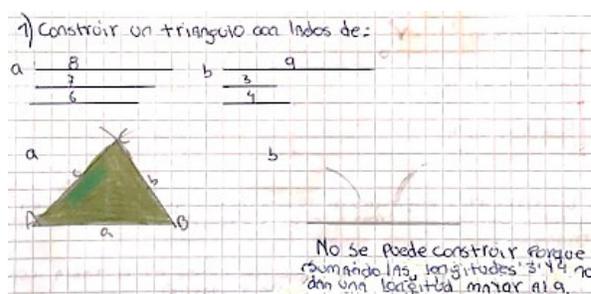


Figura 7. Tarea con solución vacía

Fuente: Registro de clase de estudiante de primer año.

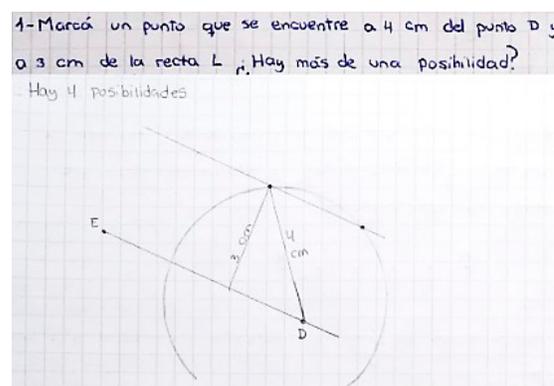


Figura 8. Tarea con infinitas soluciones.

Fuente: Registro de clase de estudiante de segundo año.

En relación con las técnicas didácticas que el profesor utiliza frente a estas dificultades, el docente se refirió a la importancia del trabajo en pequeños grupos de estudiantes para que se consulten entre ellos. También señaló posibles intervenciones docentes, en forma de preguntas, para orientar a los estudiantes en relación con alguna técnica, o parte de ella: “En general me gusta cuando hay así algún

*tipo de inconvenientes que traten de verlo si trabajan en grupo y, si no, con el par que tienen al lado sentado. Y, si no, a través de preguntas. Preguntas sin decir: bueno, esto es así, obviamente, sino de qué manera harías tal cosa o qué pasa si hicieras tal cosa o probaste esto. No sé, como orientarlos pero sin guiarlos, digamos guiándolos pero no darles la solución.”* En esta propuesta del profesor encontramos indicios de que durante el proceso de estudio trata de no anticipar las respuestas a sus alumnos, ofreciendo ante las consultas, preguntas en vez de respuestas. Se trata de un acercamiento de los estudiantes a hacerse responsable de la tarea que se encuentran resolviendo, sin embargo, esto no es suficiente para aproximarlos a una genuina enseñanza basada en el paradigma del cuestionamiento del mundo. Pues, las tareas que propone el profesor para el estudio no invitan a la problematización y necesaria indagación por parte de los estudiantes.

#### 4.5. Lugar del estudiante

En relación al lugar del estudiante en el proceso de estudio, el profesor mencionó que, sobre todo en primero y segundo año del secundario, los estudiantes se involucran más en las tareas porque la geometría les gusta y a muchos de ellos, esta área les resulta más fácil que otras: *“Por lo general yo noto que les entusiasma, todo lo que tiene que ver con geometría, sobre todo en el ciclo básico, en el orientado por ahí nada, es notoria por ahí la desmotivación. Pero en primero y segundo año sí son muy entusiastas a la hora de abordar alguna actividad de geometría, se enganchan, se enganchan mucho y les gusta. Incluso muchos que dicen como que les resulta como más fácil eso, que por ahí si estamos trabajando en problemas en otros ejes.”*

En relación con la manera en que el docente organiza el estudio de la geometría en el aula, destaca el trabajo grupal, tal como se mencionó en la categoría anterior. El trabajo en grupo de los estudiantes es una de las actividades necesarias en el paradigma del cuestionamiento del mundo. Este

debe ser genuino, en el sentido de que cada integrante tenga un rol esencial dentro del grupo para abordar la problemática. En contraposición, en la enseñanza en el paradigma de la visita de obras, por lo general, todos los integrantes de un grupo tienen la misma función. Inferimos que la actividad grupal que tendría lugar en las clases de este profesor no se aleja de las prácticas habituales, considerando las tareas que propone el profesor para su estudio. No encontramos en el material proporcionado tareas que sumerjan a la comunidad de estudio en problemáticas que demanden indagaciones y búsqueda genuina en diferente media.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se reportan resultados de una entrevista en profundidad realizada a un profesor de matemática, que cumple funciones docentes en los cinco años de la escuela secundaria de la provincia de Río Negro en Argentina. La entrevista realizada permitió establecer que el profesor otorga al estudio de la geometría, igual importancia que otras áreas de la matemática. El profesor destaca que la geometría permite desarrollar habilidades manuales, vinculándola con la representación de objetos geométricos. En relación con la planificación de las propuestas de aula relacionadas con la geometría, el profesor menciona el empleo de ciertos media como libros, propuestas de internet o materiales de cursos de capacitación realizados. En particular, manifiesta el empleo de materiales didácticos concretos para la enseñanza de saberes geométricos en los primeros años de la escuela secundaria.

En su relato, el profesor puntualiza dos dificultades que observa en los estudiantes durante el estudio de la geometría: la identificación de los objetos geométricos mediante una única notación, porque considera que entre los libros escolares y entre los profesores esta difiere; y la tendencia de los estudiantes a que, al enfrentarse a problemas, estos tengan solución, y sólo una. La falta de propuestas de tareas con multiplicidad de soluciones o solución vacía, restringen la posibilidad de que

los estudiantes adopten actitudes propias del paradigma del cuestionamiento del mundo. Esto sumerge a los alumnos a un mundo distante del real, siendo que las problemáticas de otras disciplinas, o las que cualquier ciudadano se puede enfrentar, no necesariamente tienen solución y si tienen, ésta no siempre es única.

En relación con las actividades docentes en las clases de matemática, el profesor destaca dos funciones fundamentales de manera independiente al año escolar. Una de ellas es diseñar las tareas a partir de diferentes media y la otra es orientar la actividad de los estudiantes, sin anticipar los resultados. En el primer caso la actividad de los estudiantes se encuentra restringida a la identificada en el paradigma de la visita de las obras: el profesor es quien decide qué tareas realizar y los estudiantes no tienen incidencia en la constitución del medio de estudio. La segunda función docente que menciona el profesor se corresponde con algunos de los gestos propios del paradigma del cuestionamiento del mundo. En este caso, el profesor enfatiza la interacción de los diferentes integrantes de la comunidad de estudio para cotejar resultados, técnicas, validaciones, etc. y así comunicar sus producciones, sin ser anticipadas por el profesor. Este último aspecto es propicio, pero no suficiente, para realizar gestos propios del paradigma del cuestionamiento del mundo.

Recuperar la experiencia docente y aspectos de su práctica, así como las ideas de los profesores en torno a la enseñanza de la geometría, permiten una aproximación a los procesos que ocurren en el aula de matemática de la escuela secundaria, particularmente a aquellos que conciernen al estudio de la geometría escolar. Esto permite acercarse a cómo el profesor piensa la gestión del proceso de estudio en torno a la geometría, y analizar propuestas que trasciendan el paradigma de la visita de las obras. Una formación profesional que aborde las problemáticas que emergen de la práctica docente en matemática, a partir de la reflexión de la experiencia de los gestores del sistema didáctico, requiere de los aportes de la investigación didáctica que actúa como fuente de cuestionamiento

y producción de recursos praxeológicos para la renovación y mejora de esta actividad, generando aportes para la formación de profesores de matemática. Es necesario contar con las aportaciones de la investigación en didáctica de la matemática y en la formación como medio de transmisión (y retroalimentación) de estas aportaciones (Bosch, Gascón, 2009).

## Referencias

- Abrate, R., Delgado, G. & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9.
- Araya, R. & Alfaro, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14(2), 125-142.
- Barquero, B., Florensa, I. & Ruiz-Olarría, A. (2019). The education of school and university teachers within the paradigm of questioning the world. En M. Bosch, Y. Chevallard, F. J. García, J. & Monaghan (Eds.), *Working with the anthropological theory of the didactic: A comprehensive casebook* (pp. 189-212). New York, USA: Routledge
- Barrantes, M. & Balletbo, I. (2012). Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. *Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales*, 8(1), 25-42.
- Bosch, M. & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89- 113). Santander: SEIEM.
- Bressan, A., Bogisic, B. & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar*. NOVEDUC, Buenos Aires, Argentina.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.

- Chevallard Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. En Ruiz-Higueras, L., Estepa, A. & García, F.J. (Eds). *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de la Didáctica*. (pp. 705- 746). Servicio de publicaciones de la Universidad de Jaén. Jaén.
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparadigma emergente. *REDIMAT*, 2(2), 161 – 182.
- Chevallard, Y. (2017). ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. *La Gaceta de la RSME*, 20(1), 159–169.
- Cirade, G. (2006). Devenir professeur de mathématiques. Entre problèmes de la profession et formation à l’IUFM. (Tesis de doctorado). Université de Provence, Francia.
- Delgado, J. Dos S. G., Santos, C. F. Dos & Machado, V. de M. (2021). Aproximações entre a Teoría Antropológica do Didático e uma formação docente para o Ensino por Investigação. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 16(3), 606-621.
- Flores, P. (2007). Profesores de Matemáticas Reflexivos: Formación y Cuestiones de Investigación. *Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(4), 139-159.
- Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria I: desaparición escolar de la razón de ser de la geometría. *Suma*, 44, 25-38.
- Gascón, J. & Nicolás, P. (2020). Paradigmas didácticos y reforma curricular: el caso de la teoría antropológica de lo didáctico. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(4), 423-438.
- Guillén, G. (2010). ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría?, ¿y en la investigación? En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo & T. A. Sierra (eds.), *Investigaciones en Educación Matemática XIV* (pp. 21-68), Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones* (Vol. 3). Buenos Aires: Libros del zorzal.
- Kwon, N. Y. & Orrill, Ch. H. (2008). A comparison study of a teacher’s reflection. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 352). Morelia, México: PME.
- Ministerio de Educación y Derechos Humanos de Río Negro (2017): *Diseño Curricular Escuela Secundaria*. Recuperado el 8 de noviembre de 2022 de: [https://educacion.rionegro.gov.ar/files/seccion\\_238/anexo-1-diseno-curricular-esm.pdf](https://educacion.rionegro.gov.ar/files/seccion_238/anexo-1-diseno-curricular-esm.pdf)
- Münch, L. & Ángeles, E. (1997). *Métodos y técnicas de investigación* (4ª. Ed.). México: Editorial Trillas.
- Olivero, F., Bosch, M. & Gascón, J. (2017). Praxeologías matemáticas en torno a la geometría para la formación del profesorado. En G. Cirade, M. Artaud, M. Bosch, J. Bourgade, Y. Chevallard, C. Ladage & T. Sierra (Eds). *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l’école et dans la société*. Recuperado el 8 de noviembre de 2022 de: <https://citad4.sciencesconf.org>
- Quijano, M. & Corica, A. (2021a). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria argentina: análisis de un diseño curricular. *Revista de Educación*. 22, 405-419.
- Quijano, M. & Corica, A. (2021b). Organizaciones matemáticas de geometría estudiadas en la escuela secundaria argentina: propuesta de un profesor. *REMATEC*, 16(38), 138-159.
- Rojas, C. & Sierra, T. (2020). Los problemas espaciales: una propuesta alternativa para enseñar geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(4).
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Segunda edición. Madrid: Ed. Morata.
- Turner, F. (2008). Growth in teacher knowledge: Individual reflection and community participation. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 353-360). Morelia, México: PME.
- Vasconcelos, J., Pigatto, A. & Leivas, J. (2020). Uma análise sobre a geometria nos livros didáticos e na provincia Brasil. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 15(3), 547–568.

Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 78, 73-94. Recuperado el 8 de noviembre de 2022 de: <http://funes.uniandes.edu.co/3597/>

Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2012). Enseñanza de la geometría en secundaria. Caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades geométricas. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, Santiago de Chile*, 29, 59-84. Recuperado el 8 de noviembre de 2022 de: <http://funes.uniandes.edu.co/15787/1/Villarroel2012Ense%C3%B1anza.pdf>

