



## GAMIFICACIÓN PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS BASADO EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ESTUDIANTES CON NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES (NEE)

### GAMIFICATION FOR THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS BASED ON PROBLEM SOLVING FOR STUDENTS WITH SPECIAL EDUCATIONAL NEEDS SEN

### GAMIFICAÇÃO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA ALUNOS COM NECESSIDADES EDUCACIONAIS ESPECIAIS NEE

Diana Patricia Cárdenas Cuesta<sup>ID\*</sup>  
Gerardo Antonio Chacón Guerrero<sup>ID\*\*</sup>

Cómo citar este artículo: Cárdenas, D. y Chacón, G. (2023). Gamificación para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basado en la solución de problemas en estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE). *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 18(3), 496-511. DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.21036>

#### Resumen

Esta investigación tuvo como objetivo diseñar e implementar un conjunto de actividades orientadas a la gamificación de retos matemáticos que permitan identificar conocimientos de los estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE) de ciclo V, a partir de la solución de problemas y establecer qué heurísticas o recursos emplean en su desarrollo. Se usó como metodología un enfoque cualitativo, donde se realizó un estudio de caso con cinco estudiantes (tres mujeres y dos hombres) de grado décimo de un colegio público de la ciudad de Bogotá, Colombia. Para ello, se establecieron cuatro fases: la primera consistió en el planteamiento del problema, fundamentación teórica y determinación de elementos metodológicos para el desarrollo de la investigación. La segunda fue el diseño de un ambiente virtual de aprendizaje (AVA) en *ingame* con un primer mundo denominado "Explorando", donde los estudiantes se enfrentaron a seis retos matemáticos en la plataforma, que tuvo herramientas interactivas, y dinámicas de juego para incentivar la participación en la clase de matemáticas. La tercera fase fue la socialización del proyecto a la institución educativa, además de la solicitud a los padres de familia de los consentimientos informados, por ser menores de edad, y la implementación del AVA. La última fase muestra el análisis de resultados frente al

Recibido: Julio de 2023; aprobado: Agosto de 2023

\* Estudiante de Doctorado en Educación Matemática. Universidad Antonio Nariño. Bogotá, Colombia. [diana.cardenas@uan.edu.co](mailto:diana.cardenas@uan.edu.co) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6906-8690>.

\*\* Doctor en Matemáticas. Universidad Antonio Nariño. Bogotá, Colombia. [gerardoachg@uan.edu.co](mailto:gerardoachg@uan.edu.co) - ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7325-5245>.

trabajo de los estudiantes, así como las soluciones dadas en cada uno de los retos, y se analizan elementos del discurso matemático que emplean a la hora de justificar sus respuestas. Este primer estudio sirve como punto de partida y orientación para el desarrollo de esta pesquisa y abre una puerta para profundizar en investigaciones sobre el uso de la gamificación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática y su pertinencia para incluir a estudiantes que presentan diferentes situaciones de discapacidad. **Palabras clave:** inclusión, necesidades educativas especiales, gamificación, solución de problemas.

### Abstract

This research aimed to design and implement a set of activities aimed at the gamification of mathematical challenges that allow identifying knowledge of students with special educational needs (SEN) of cycle V, based on problem solving and establishing which heuristics or resources used in their development. A qualitative approach was used as a methodology, where a case study was carried out with five tenth grade students (three women and two men) from a public school in the city of Bogotá, Colombia. For this, four phases were established: the first consisted of the formulation of the problem, theoretical foundation and determination of methodological elements for the development of the research. The second was the design of a Virtual Learning Environment AVA in ingame with a first world called "Exploring", where students faced six mathematical challenges on the platform, which had interactive tools and game dynamics to encourage participation in math class. The third phase was the socialization of the project to the educational institution, in addition to the request from parents for informed consent, since they were minors, and the implementation of the AVA. The last phase shows the analysis of results against the students' work, as well as the solutions given in each of the challenges, and elements of the mathematical discourse that they use when justifying their answers are analyzed. This first study serves as a starting point and orientation for the development of this research and opens a door to deepen research on the use of gamification in the teaching and learning of mathematics and its relevance to include students who present different learning situations. disability.

**Keywords:** Inclusion, Cognitive disability, Gamification, Problem Solving.

### Resumo

Esta investigação teve como objetivo conceber e implementar um conjunto de atividades voltadas para a gamificação de desafios matemáticos que permitam identificar conhecimentos de alunos com necessidades educativas especiais (NEE) do ciclo V, com base na resolução de problemas e estabelecer quais as heurísticas ou recursos utilizados no seu desenvolvimento. Utilizou-se como metodologia uma abordagem qualitativa, onde foi realizado um estudo de caso com cinco alunos do décimo ano (três mulheres e dois homens) de uma escola pública da cidade de Bogotá, Colômbia. Para isso foram estabelecidas quatro fases: a primeira consistiu na formulação do problema, fundamentação teórica e determinação de elementos metodológicos para o desenvolvimento da pesquisa. A segunda foi a concepção de um Ambiente Virtual de Aprendizagem AVA ingame com um primeiro mundo denominado "Explorando",

onde os alunos enfrentavam seis desafios matemáticos na plataforma, que contava com ferramentas interativas e dinâmicas de jogos para estimular a participação nas aulas de matemática. A terceira fase foi a socialização do projeto à instituição de ensino, além da solicitação de consentimento informado dos pais, por serem menores, e a implementação do AVA. A última fase mostra a análise dos resultados face ao trabalho dos alunos, bem como as soluções dadas em cada um dos desafios, e são analisados elementos do discurso matemático que utilizam para justificar as suas respostas. Este primeiro estudo serve como ponto de partida e orientação para o desenvolvimento desta investigação e abre portas para aprofundar pesquisas sobre a utilização da gamificação no ensino e aprendizagem da matemática e a sua relevância para incluir alunos que apresentam diferentes situações de aprendizagem.

**Palavras chave:** Inclusão, Deficiência Cognitiva, Gamificação, Resolução de Problemas.

## 1. Introducción

En la actualidad, el sistema educativo colombiano responde a las políticas de inclusión determinadas por la UNESCO (1994), las cuales establecen que todas las personas con algún tipo de discapacidad tienen derecho a la educación y, por tanto, es indispensable que se incluyan estos estudiantes en las aulas regulares y reciban una educación de calidad. Por su parte, la ONU diseñó, en 2004, un módulo de educación inclusiva, con el fin de difundir la información necesaria a nivel mundial, que contribuya a efectuar las adaptaciones curriculares en las instituciones y así brindar una educación de calidad a las personas que presentan necesidades educativas especiales (NEE). La UNESCO (2008, 2020) menciona que todas las instituciones educativas públicas y privadas deben incluir en sus aulas estudiantes que presenten diferentes tipos de NEE o discapacidades.

Frente a estas directrices, Colombia realizó un proceso de ajustes curriculares e inclusión para acoger a esta población, por ello el Ministerio de Educación Nacional (MEN) expidió el Decreto 1421 de 2017, “por el cual se reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad”.

Una de las más recurrentes es la Discapacidad Cognitiva (DC) que es considerada por el MEN (2006)

como “una disposición funcional específica en los procesos cognitivos, habilidades de procesamiento y estilos de pensamiento, que determinan el desempeño y el aprendizaje de una persona” (p. 41). La DC es más específica que la discapacidad intelectual y más cercana a las prácticas educativas por su relación directa con los procesos de aprendizaje. Según el Sistema Integrado de Matrícula (Simat), en 2019 había 11 244 estudiantes con discapacidad cognitiva matriculados en la ciudad de Bogotá; en 2023 el número ascendió aproximadamente a 20 036, lo cual indica un aumento, año tras año, del número de estudiantes con DC en las instituciones educativas.

En ese sentido, en atención a las políticas de educación inclusiva, las instituciones deben brindar información necesaria que contribuya a realizar las adaptaciones curriculares, para brindar una educación de calidad a las personas que presentan diferentes tipos de NEE (MEN, 2017). Sin embargo, se evidencia una escasa información sobre planes de formación u orientación a los maestros sobre como enseñar el área de matemáticas a este tipo de población en los niveles de Educación Básica, Secundaria y Media.

ARROYAVE, FREYLE (2009) mencionan que no en todos los casos en las instituciones educativas se adelantan las adaptaciones correspondientes en el aula, y hay poco conocimiento de los docentes sobre

estrategias para potencializar los aspectos cognitivos y favorecer las diferencias individuales. Así mismo,

los estudiantes que presentan NEE no se benefician de igual manera de las estrategias pedagógicas propuestas, pues los maestros no realizan una planeación de tiempo, ni establecen metas de aprendizaje, no evalúan si los contenidos a los que acceden corresponden a las actividades planteadas, es decir, no presentan habilidades metacognitivas que les permitan reflexionar sobre sus aprendizajes y la manera efectiva de como desarrollan estos. (p. 57)

Los maestros que trabajan con niños que presentan NEE desarrollan, en compañía del profesional de apoyo de cada institución, planes individuales de ajustes razonables (PIAR), con el fin de flexibilizar los temas propuestos en el aula, según el diagnóstico y a las necesidades que presentan, y así asignar tareas o actividades diferentes del resto de la clase, que deben realizar de forma individual, o aparte del resto de compañeros de la clase.

LÓPEZ (2011) denomina este tipo de acciones como *exclusión interna*, porque se tiene la idea de que ellos no poseen las habilidades para enfrentarse a los conceptos del área o porque los maestros no están capacitados para enseñar a estudiantes con NEE. Algunas investigaciones sobre la intervención en el proceso de enseñanza/aprendizaje de las matemáticas a población con NEE, se han llevado a cabo con estudiantes de Preescolar y Primaria, específicamente a partir de la instrucción para la enseñanza y aprendizaje (FERNÁNDEZ, SAHUQUILLO 2015; ARIAS, PRIETO, 2015; GÖRANSSON, HELLBLOM, AXDORPH, 2016; KEVIN, CHUNG, TAM, 2005; PRENDERGAST, SPASSIANI, ROCHE, 2017), o la enseñanza de la probabilidad en educación básica (LÓPEZ, 2018). En Secundaria la información es escasa. Algunos estudios en Colombia corresponden a los de ALDANA, LÓPEZ (2016); HOWARD-MONTANER *et al.* (2018), y GONZÁLEZ, SÁNCHEZ (2019), quienes realizan diferentes prácticas pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con DC. Teniendo en cuenta lo anterior, es importante

desarrollar actividades y estrategias didácticas que favorezcan la inclusión de los estudiantes que presentan diferentes tipos de NEE en el aula de clase, y conocer qué tipo de heurísticas utilizan, a la hora de solucionar problemas matemáticos. En este sentido, se planteó la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo favorecer la inclusión de estudiantes que presentan NEE en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? Para dar respuesta, se plantea como objetivo diseñar e implementar un conjunto de actividades orientadas a la gamificación de retos matemáticos, que permita identificar conocimientos que tienen los estudiantes con NEE de ciclo V en la solución de problemas y conocer qué heurísticas emplean en su desarrollo.

## 2. Marco teórico

### a. Educación inclusiva

Para fines de este trabajo, se han tomado dos puntos de vista del concepto de educación inclusiva, uno desde lo social y otro específicamente de la educación matemática.

El MEN (2013), en su documento *Lineamientos política de educación superior inclusiva*, establece que la educación inclusiva se define como “una estrategia central para luchar contra la exclusión social” (p. 7). Para otros autores como LÓPEZ (2011),

la educación inclusiva es un proceso para aprender a vivir con las diferencias de las personas. Es un proceso, por tanto, de humanización y supone respeto, participación y convivencia; sin embargo, la integración hace alusión a que las diferentes y los colectivos minoritarios se han de adaptar a una cultura hegemónica. (p. 49)

En ese sentido la educación inclusiva se entiende como aquella ofrecida por la escuela, proporcionando a todos los estudiantes el acceso a una educación, que sea común para todos y que ofrezca una formación significativa y de calidad, en los diferentes niveles de formación donde los estudiantes sean partícipes

de la construcción del conocimiento, respetando y valorando las diferencias de los demás.

Desde la educación matemática no hay una definición formal; sin embargo, TENNANT, FOLEY (2014) describen la inclusión como el hecho que “siempre que sea posible, todos los niños deben estar en la misma clase, formando relaciones significativas entre grupos, y encontrando el éxito y el desafío en el currículo” (p. 77). ROOS (2019) menciona que la inclusión se ve como un asunto social de participación en la práctica matemática, y ser incluido puede ser visto como un proceso de equidad e inclusión en el aula. Para BOALER (2016), la educación matemática puede ofrecer al problema de las desigualdades sociales y las exclusiones, la construcción de una *mentalidad matemática*, que brinde una mejor enseñanza, un aprendizaje más efectivo y un aula de clase más inclusiva. Para mantener la equidad en la formación de matemáticas en las escuelas propone las siguientes estrategias:

- i) Ofrecer contenidos de alto nivel
- ii) Trabajar para cambiar las ideas relativas a quienes pueden tener éxito con las matemáticas.
- iii) Alentar a los estudiantes a pensar profundamente sobre las matemáticas.
- iv) Enseñar a los estudiantes a trabajar juntos.
- v) Brindar a las niñas y a los estudiantes de color un estímulo adicional para que aprendan matemáticas y ciencias.
- vi) Prescindir de los deberes o al menos cambiar la orientación de estos.

Estas estrategias permiten desarrollar aulas más inclusivas y equitativas en las clases de matemáticas; además, promueven la igualdad, la creatividad y la oportunidad de que esta materia sea accesible para todos.

## b. Solución de problemas

Una de las estrategias que permiten el desarrollo del pensamiento matemático es la solución de problemas, como lo plantean POLYA (1976),

SCHOENFELD (1985), DE GUZMÁN (1989), entre otros. Para POLYA (1981), tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.

Por su parte, SCHOENFELD (1985) afirma que un problema “no es inherente a una tarea en matemáticas, es una relación particular entre el individuo y la tarea que requiere una habilidad intelectual, por medio de los cuales los estudiantes aprenden a pensar matemáticamente” (p. 12). Agrega que para trabajar como recurso didáctico la solución de problemas hay que tener en cuenta otros factores que van más allá de las heurísticas, como lo planteaba Polya; para ello establecen cuatro categorías: recursos, heurísticas, control y sistema de creencias. Años más tarde, SCHOENFELD (2011) simplificó su teoría en tres pasos, e indicó que las personas al enfrentarse a un problema toman decisiones en función de los recursos, los objetivos y orientaciones, que pueden explicarse no solo en macro- sino también en microniveles. Frente a los recursos, hace hincapié en las rutinas que se desarrollan por parte del maestro en el aula y cómo influyen a la hora de cumplir los objetivos en la clase.

Los objetivos son la meta dentro de una actividad específica y, en el caso de la resolución de problemas, cada objetivo que se traza genera subtemas, hasta el nivel de acciones muy detalladas que permitan solucionar el problema. Las orientaciones abarcan varios ámbitos como la disposición, creencias, valores, gustos y preferencias de cómo las personas ven las cosas e influyen en lo que perciben en diversas situaciones, y cómo enmarcar esas situaciones por sí mismos.

En torno a la resolución de problemas matemáticos en la escuela, ZAYYADI *et al.* (2019) utilizan cinco componentes para la resolución de problemas matemáticos a partir del modelo IDEAL (*identify, define, explore, act, look back* [identificar, definir, explorar, actuar y mirar hacia atrás]), propuesto por BRANSFORD, STEIN (1993). El componente de *identificar* consiste en comprender los problemas en general y dividirlos en varias partes; *definir* los objetivos es

establecer las metas que se quiere alcanzar; *explorar* las posibilidades y estrategias consiste en buscar varias soluciones alternativas a los problemas; *actuar* conforme aun plan consiste en elegir una solución y resolver el problema según la estrategia planteada; y *mirar hacia atrás* es ver la correspondencia entre los objetivos a alcanzar, los resultados obtenidos y aprender de las estrategias utilizadas.

### c. La gamificación

Una herramienta poderosa para motivar a los estudiantes en las clases es el juego. Según GROOS (1902), este cumple un papel fundamental en el desarrollo del pensamiento y de la actividad humana, que sirve de preparación para la vida adulta y la supervivencia. Actualmente el concepto de *juego* con relación al proceso de enseñanza/aprendizaje se ha cambiado por *ludificación* o una expresión tomada del inglés: *gamificación*. TOMISLAV, IVICA, HYO (2018) la definen como “el uso de la mecánica basada en el juego, la estética y el pensamiento del juego para involucrar a las personas, motivar la acción, promover el aprendizaje y resolver problemas” (p. 445).

En la ludificación se pueden presentar cuatro elementos acordes con la intención con la que sean diseñadas las actividades para el aprendizaje de los estudiantes: i) lecciones sin ludificar que son actividades para que los estudiantes las realicen en un tiempo determinado; ii) condición competitiva, para lo cual se les plantean problemas en la clase de matemáticas a los estudiantes para que las puedan realizar en un tiempo determinado; iii) condición adaptativa, en la que se introducen formas narrativas en las actividades, y iv) juegos personalizados, en los que puede calcularse el tiempo que emplea cada estudiante en la solución del problema.

De acuerdo con DETERDING *et al.* (2011), la gamificación es el uso de elementos diseñados para un juego en contextos no jugables. También definen los cuatro pilares de un juego: i) los objetivos, que se les expondrán a los jugadores; ii) las reglas que se definan para alcanzar los objetivos; iii), un sistema

de retroalimentación, y iv) el libre albedrío en la aceptación de la participación del juego.

### d. La inclusión educativa a través del uso de la gamificación en el aula

La inclusión de todos los estudiantes en el aula de clase implica que en sus roles deben ser activos y no pasivos, como se da generalmente en las aulas de clase. Luego, el docente debe buscar estrategias metodológicas que les permitan a todos los estudiantes trabajar de forma activa y colaborativa con sus pares; además, debe aumentar en ellos la motivación y participación.

La gamificación, como “una estrategia de aprendizaje activo, permite mejorar el compromiso de los estudiantes, para resolver problemas y mejorar su aprendizaje” (SOUSA *et al.*, 2022 p. 56).

En ese sentido, puede ser una herramienta poderosa que permita desarrollar la inclusión educativa, y que el estudiante sea una persona activa, reconocida por sus pares y con las mismas oportunidades de sus compañeros de clase. Para ello, AINSCOW, BOOTH, DYSON (2006) expresan que la inclusión educativa debe estar apoyada en la presencia, participación y progreso de cada estudiante.

La presencia busca asegurar que todos los estudiantes asistan y elaboren las actividades de aprendizaje planteadas en la clase. La participación a la posibilidad de que todos los estudiantes formen parte de las actividades propuestas, de acuerdo con sus necesidades y capacidades. El progreso se entiende como el seguimiento que se hace al estudiante al avanzar en su proceso formativo, gracias al desarrollo de las actividades que apunten a la consecución de objetivos de cada asignatura.

Para CORTIZO *et al.* (2011), las actividades basadas en la gamificación están diseñadas para incentivar a las personas a participar y alcanzar una serie de retos de aprendizaje que, una vez desarrollados, dan una recompensa inmediata (puntos, vidas, etc.), según el nivel de complejidad del reto realizado. Algunos de los beneficios que tiene la gamificación en el contexto educativo, según ARETIO (2016),

CORTIZO *et al.* (2011) y OLIVA (2016), son: estimulación del esfuerzo realizado, aumento del interés y la motivación por la materia, retroalimentación inmediata de los errores o fallas, fomento del trabajo del docente en el aula, más control del trabajo desarrollado por el estudiante, logro de los objetivos propuestos en el plan de estudios, inclusión de todos los estudiantes en el contexto de la clase.

### 3. Metodología

Esta investigación es de tipo cualitativo cuyo propósito, como mencionan HERNÁNDEZ, FERNÁNDEZ, BAPTISTA (2014), “es examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados” (p. 358). Como enfoque, se realizó un estudio de caso, donde CHETTY (1996) explica que es una metodología rigurosa, ya que permite investigar fenómenos en los que se busca dar respuesta a cómo y por qué ocurren, y profundizar en temas donde las teorías existentes son inadecuadas o escasas.

Para el desarrollo de este trabajo se empleó la metodología de la investigación basada en el diseño (IBD), donde algunos autores como BELL (2004), establecen que la IBD “se centra, en el diseño y exploración de todo tipo de innovaciones educativas, a nivel didáctico y organizativo, considerando también posibles artefactos como núcleos de esas innovaciones, y contribuyendo, consecuentemente, a una mejor comprensión de la naturaleza y condiciones del aprendizaje”. (p. 67)

Esto con el fin de tener evaluar y mejorar cada una de las implementaciones, de acuerdo con los resultados y el uso de estrategias de gamificación en las clases de matemáticas, para determinar los elementos de inclusión que pueden emplearse.

#### a. Población

Esta investigación se llevó a cabo en una institución educativa distrital (IED) ubicada en la ciudad de Bogotá, con estudiantes de ciclo V correspondiente a los grados décimo y undécimo de la jornada mañana. Se contó con el consentimiento informado por parte de los padres de familia, por ser los estudiantes menores de edad, y se seleccionó una muestra de cinco casos, dos estudiantes diagnosticados con DC, dos con discapacidad física y uno que no estaba diagnosticado, por el aula de apoyo y no estaba reportado en el Simat, pero presentaba dificultades de aprendizaje y bajo rendimiento académico.

Los estudiantes serán identificados como Emma, Lía, Luis, Molly y Pablo, para proteger sus identidades. En tabla 1 se exponen algunos detalles de cada uno de los estudiantes.

**Tabla 1.** Cuadro resumen de los casos analizados.

Estudiante	Edad	Tipo de discapacidad
Emma	17 años	Discapacidad cognitiva leve, CI está en 59/70
Lía	18 años	Discapacidad cognitiva leve, CI está en 66/70
Luis	16 años	Síndrome de Golden Had
Pablo	16 años	No diagnosticado
Molly	17 años	Estrabismo divergente no tratado

**Fuente:** elaboración propia.



**Figura 1.** Vista del login del AVA y home público.

**Fuente:** elaboración propia.



**Figura 2.** Vista del reto 2 “¿Cuántos hay?” y reto 3 “Jugando con números”.  
**Fuente:** elaboración propia.

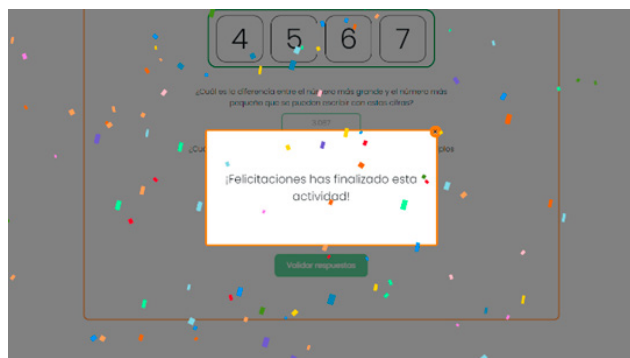
## b. AVA

El recurso que se elaboró fue un ambiente virtual de aprendizaje AVA, en Java y html5, con el fin de recrear el juego *Recorriendo Mundos Matemáticos*, que consta de cinco mundos, el primero de ellos denominado “Explorando”. Su objetivo es identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes en torno a la solución de problemas matemáticos. Las actividades que se plasmaron están basadas en la solución de problemas matemáticos, y se tuvieron en cuenta elementos de gamificación y dinámicas del juego, para que los estudiantes interactuarán y validarán sus soluciones en la plataforma. En la figura 1 se muestra la interfaz principal del AVA con los mundos y algunos de los retos plasmados de “Explorando”.

En la figura 1 se observan las características del AVA, el inicio para ingresar a la plataforma donde el estudiante registra su usuario y contraseña, una vez ingresa tiene la vista de los mundos, junto con su barra de progreso, donde puede observarse el porcentaje de avance de cada mundo, a medida que va resolviendo los retos.

En la figura 2 se observa la estructura de dos de los retos plasmados en “Explorando”, donde el estudiante tiene la posibilidad de interactuar con las fichas para obtener las cantidades requeridas, responder cada una de las preguntas que trae cada reto, y la

plataforma valida si la solución dada por el estudiante es correcta o no. También cada actividad cuenta con un temporizador donde el estudiante puede visualizar cuánto tiempo está disponible el reto para su solución en la plataforma.



**Figura 3.** Vista de felicitación, una vez se ha completado el reto correctamente.

**Fuente:** elaboración propia.

La figura 4 corresponde a la interfaz de las recompensas del primer mundo, obtenidas por los estudiantes; una vez completado cada uno de los mundos, se le brinda un título alusivo al mundo completado, acompañado de una pequeña reseña histórica sobre el personaje de la tarjeta de recompensa y sus aportes a la matemática. Trabajaron en equipos de tres estudiantes, sin importar el tipo de discapacidad o características que tuvieran, con el fin de que todos tuviesen las mismas oportunidades educativas, las ayudas, orientaciones específicas



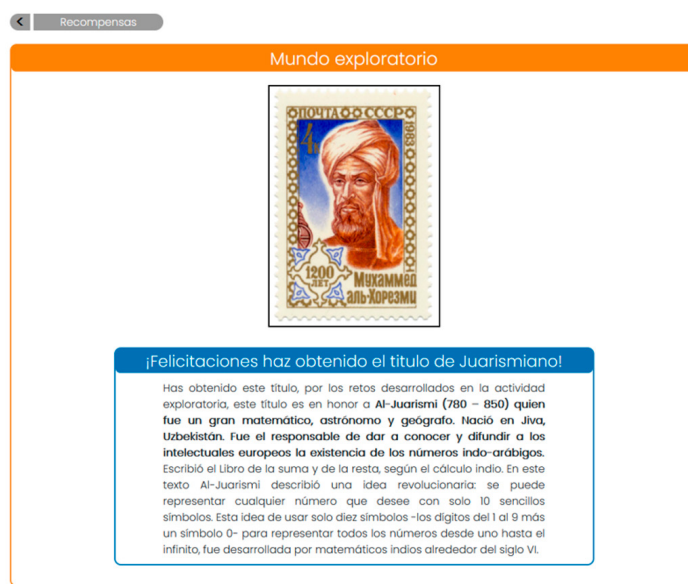


Figura 4. Vista de la recompensa obtenida del mundo "Explorando".

Fuente: elaboración propia.

para su desarrollo y ver en cada grupo los roles que asumen los estudiantes y aportan a la construcción de la solución de cada reto.

En la tabla 2, se detallan los retos propuestos en "Explorando", junto con los resultados de aprendizaje que se desarrollaron en este mundo.

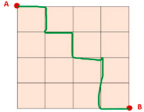

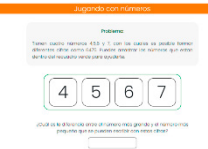
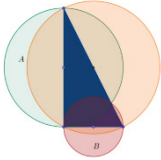


### c. Instrumentos de análisis de información

Para analizar la información es importante recordar que el objetivo de este primer mundo es identificar qué conocimientos tienen los estudiantes de ciclo V sobre la solución de problemas en matemáticas y las estrategias que emplean para su solución. Cada reto tiene un nombre y propone un resultado de aprendizaje que permite evidenciar y evaluar el trabajo desarrollado por el estudiante a la hora de solucionar problemas. Estos últimos consisten en una serie de preguntas que les permiten a los estudiantes explorar, desarrollar y llegar a la solución de cada reto, alcanzar los puntos y avanzar en el desarrollo del mundo.

Para analizar los resultados de aprendizaje, se elaboró una rúbrica de evaluación usando referencia el modelo IDEAL, para determinar qué etapas

emplean los estudiantes en la solución de problemas matemáticos, con unos indicadores de desempeño donde cero (0) indica que no fue desarrollado por el estudiante y uno (1) que fue desarrollada en su totalidad la etapa en la solución del reto por el estudiante, tomando en cuenta el trabajo del estudiante. A la hora de verificar las soluciones dadas por los estudiantes, ellos deben justificar y validar los resultados en cada reto, para obtener los puntos necesarios y continuar con el recorrido del mundo, y se realiza un análisis del discurso propuesto por SFARD (2008), teniendo en cuenta las heurísticas y recursos como lo establece SCHOENFELD (2011) que se adaptó al trabajo desarrollado por los estudiantes en clase. Los elementos para analizar son uso del lenguaje matemático (UL), recursos de apoyo (RA), justificación matemática (JM) y soluciones creativas (SC). Para cada uno de estos se establecieron tres ponderaciones para determinar en qué grado usan los estudiantes estos elementos del discurso, donde 3 indica si utiliza correctamente el elemento del discurso en la solución del problema; 2, si se evidencian elementos del discurso en la solución del problema, y 1, si no se evidencia ningún elemento que se está evaluando en la solución del reto.

**Tabla 2.** Retos del mundo “Explorando” y resultados de aprendizaje propuestos.

Retos matemáticos	Vista	Resultado de aprendizaje
Recorriendo caminos		<b>ER1:</b> Hace uso de las técnicas de conteo, encuentra el número de caminos que se pueden recorrer de un extremo a otro en una cuadrícula de 3x3.
¿Cuántos hay?		<b>ER2:</b> Plantea y soluciona ecuaciones de primer grado para encontrar el número de objetos que hay en cada reparto, de acuerdo con la información suministrada en el problema.
Jugando con números		<b>ER3:</b> Aplica los conceptos <i>múltiplos</i> , <i>divisores</i> y los <i>criterios de divisibilidad</i> para la solución de problemas matemáticos.
Las lúnulas		<b>ER4:</b> Elabora construcciones con regla y compás de figuras planas, y aplica el concepto de <i>área</i> para hallar el área de lúnulas formadas entre regiones circulares.
Sumando 15		<b>ER5:</b> Desarrolla cálculos mentales y emplea estrategias ganadoras para obtener 15 en la suma de tres números naturales.
Cuadrado de monedas		<b>ER6:</b> Identifica qué estrategias utilizan los estudiantes para solucionar problemas relacionados con juegos de estrategia y cómo justifican sus procedimientos.

Fuente: elaboración propia.

**Tabla 3.** Rúbrica de evaluación de las etapas seguidas en la solución de problemas con base al modelo IDEAL.

Etapas de la solución de problemas		Indicador		Descriptor del indicador
Solución de problemas (modelo IDEAL)	I	1	0	Identifica la información suministrada en el problema.
	D	1	0	Define las metas que debe alcanzar.
	E	1	0	Explora una o varias soluciones alternativas al problema.
	A	1	0	Alcanza una solución del problema y lo resuelve, de acuerdo con la estrategia elegida.
	L	1	0	Logra la solución del problema y comprueba los resultados obtenidos.

Fuente: elaboración propia, adaptada por la autora de la investigación desarrollada por ZAYYADI *et al.* (2019).

Estos indicadores se tuvieron en cuenta en el desarrollo de las clases, y en la revisión de las actividades ejecutadas por los estudiantes, observaciones de los videos y grabaciones de audio, con el fin de establecer cómo es el proceso de solución problemas matemáticos y hacer los ajustes razonables en las actividades que se desarrollaron en la propuesta didáctica. En la tabla 4 se relacionan los indicadores, y descriptores analizados en el discurso matemático empleado por los estudiantes.

## 4. Resultados

A continuación, se muestra una rúbrica de evaluación del trabajo matemático desarrollado por un estudiante, en el reto ER1 (sobre conteo), para mostrar

cómo se analizó, primero, cada solución propuesta, de acuerdo con el modelo IDEAL, en la resolución de problemas; y, segundo, los elementos del discurso matemático que el alumno empleó en la justificación y validación de su respuesta, según las observaciones en clase.

### Reto 1

Se tiene un cuadro de nueve cuadros, como se muestra en la tabla 5, y se ubican dos puntos cada uno en una esquina opuesta. Para desplazarse desde el punto A al punto B solo es posible hacerlo por los bordes de la cuadrícula o por el retículo, moviéndose hacia la derecha y hacia abajo. Estas son las instrucciones del reto:

**Tabla 4.** Rúbrica de evaluación del discurso matemático desarrollado por los estudiantes en la justificación de la solución dada en el problema.

Elemento	Indicador	Descriptores del indicador	
Elementos empleados en el discurso matemático	Uso del lenguaje matemático (UL)	3	Utiliza el lenguaje matemático para justificar o refutar la interpretación dada en la solución del problema
		2	Emplea algunos elementos del lenguaje matemático que justifican o refutan la interpretación dada en la solución del problema
		1	No se evidencia el uso del lenguaje matemático que justifique o refute la interpretación dada en la solución del problema.
	Recursos de apoyo (RA)	3	Utiliza correctamente objetos como calculadoras, gráficos, imágenes, diagramas, en la interpretación y solución del problema matemático.
		2	Emplea algunos objetos como calculadoras, gráficos, imágenes, diagramas en la interpretación, pero no logra la solución del problema matemático.
		1	No se evidencia el uso de objetos como calculadoras, gráficos, imágenes, diagramas en la interpretación y solución del problema matemático.
	Justificación matemática (JM)	3	Describe y utiliza correctamente elementos matemáticos como axiomas, definiciones y teoremas logrando solucionar el problema.
		2	Emplea algunos elementos matemáticos como axiomas, definiciones y teoremas, pero no logra solucionar el problema.
		1	No se evidencia el uso correcto de elementos matemáticos como axiomas, definiciones, y teoremas a la hora de solucionar el problema.
	Soluciones creativas (SC)	3	Realiza procedimientos para abordar el problema y los usa para predecir o estimar la solución.
		2	Emplea algunos procedimientos para abordar el problema, pero no logra predecir o estimar la solución.
		1	No se evidencia el desarrollo de procedimientos para abordar el problema y no logra predecir o estimar la solución.

**Fuente:** elaboración propia, adaptada por la autora de la investigación desarrollada por ZAYYADI *et al.* (2019).

- a. Encuentra un camino para llegar del punto A al punto B, sin pasar dos veces por la misma línea.
- b. ¿Puedes encontrar otro camino para llegar de A a B, diferente al primero que encuentraste?
- c. ¿Cuántos caminos diferentes hay para ir de A hasta B sin pasar dos veces por la misma línea?
- d. Si se rompe uno de los segmentos y no es posible pasar por ahí, ¿cuántos caminos habría ahora para llegar de A hasta B?

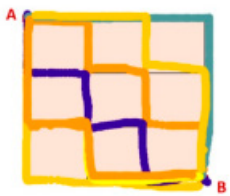
Al observar las soluciones de los cinco estudiantes, ellos no presentan dificultad a la hora de solucionar las dos primeras preguntas, y les sirve de rutina para comprender el problema, desarrollarlo por partes, comprender el objetivo. Su estrategia su solución es contar uno a uno los caminos que se pueden trazar para llegar del extremo A al B. No todos logran solucionar el problema completamente, ya que no visualizan todos los caminos posibles que se piden en los numerales c. y d. del reto. Frente a las etapas del modelo IDEAL, ellos desarrollaron sin dificultad las cuatro primeras etapas, porque encontraron una estrategia para solucionar el problema, pero no

lograron desarrollar la última etapa, que es encontrar la solución correcta del problema y comprobar los resultados obtenidos.

Al analizar la justificación dada en la solución del reto, frente al uso del lenguaje matemático (LM), ellos no identificaron una técnica de conteo y no la aplicaron en la solución. Frente a los recursos de apoyo (RA), todos usaron la cuadrícula y líneas de colores, como herramientas para hallar el número total de caminos, a pesar de que no todos lo resolvieron correctamente.

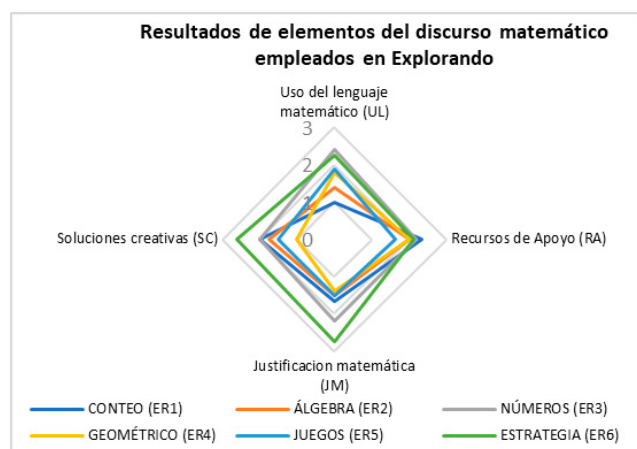
En cuanto a la justificación matemática (JM), ellos contaron uno a uno los caminos, se aproximaron al número total haciendo los trazos posibles, pero ninguno pudo relacionar una expresión matemática o una técnica de conteo para solucionar el reto. Por último, en la solución creativa (SC), dos de ellos usaron el trazo de caminos uno a uno para hallar la solución del problema, y visualizaron caminos que los otros no percibieron, pero al final solo una estudiante, Any, obtuvo el número total de caminos de manera correcta, mediante una resta entre el total de trazos y los caminos que hay por el sendero que está roto.

**Tabla 5.** Resultados de la actividad exploratoria ER1 por Pablo.

Evidencia	Justificación	Etapas de solución de problemas				
		I	D	E	A	L
	<p><b>Docente:</b> ¿Cómo vas?  <b>Pablo:</b> A mí me dan 6 líneas...  <b>Docente:</b> ¿Encontraste más caminos?  <b>Pablo:</b> Entonces, en resumen, la cantidad de líneas que hay es la cantidad de caminos que se pueden recorrer. En este caso son 23.</p>	1	1	1	1	0
Observación. Pablo realiza todos los caminos gráficamente para buscar la solución del problema, pero no logra encontrar el total de caminos usando su estrategia.						
Elementos del discurso matemático						
Elementos	Indicador obtenido	Observaciones				
Uso del lenguaje matemático (UL)	1	Realizó la actividad con base a la orientación dada, pero no usa un lenguaje matemático que argumente su desarrollo.				
Recursos de apoyo (RA)	3	Emplea correctamente el gráfico y realiza los trazos correctamente para encontrar la solución del problema.				
Justificación matemática (JM)	2	No identifica técnicas de conteo a la hora de solucionar el problema.				
Soluciones creativas (SC)	2	Usa correctamente las rutinas iniciales para abordar el problema, pero no llega a la solución correcta.				

**Fuente:** elaboración propia.

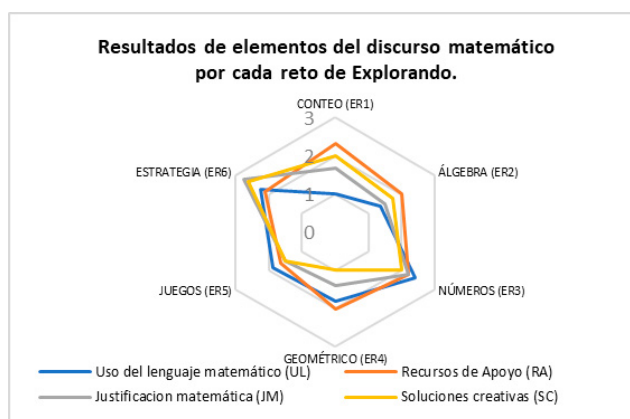
Con los resultados de los estudiantes en “Explorando”, se han analizado los elementos que ellos emplean en el discurso matemático cuando validan y justifican sus respuestas, realizando un promedio por la valoración obtenida por todos los estudiantes para cada elemento. En la figura 4 se muestran los resultados en cada uno de los elementos del discurso analizado:



**Figura 4.** Resultados de los elementos del discurso empleados por los estudiantes en el mundo explorando.  
**Fuente:** elaboración propia.

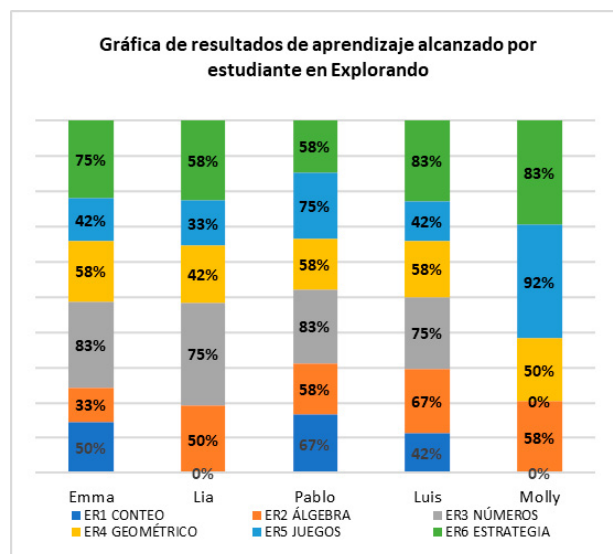
En general, el elemento del discurso más utilizado por los estudiantes con NEE en la solución de retos matemáticos es el de los recursos de apoyo (RA), donde se apoyan en elementos gráficos, números, signos matemáticos, calculadora e, incluso, sus dedos para llevar cuentas a la hora de solucionar los retos. El menos recurrente fue es el uso de la palabra (UP), porque en algunos casos ellos no relacionaron los conceptos matemáticos a la hora de solucionar el reto.

Con relación a los retos que desarrollaron en este mundo, en el de estrategia (círculo de monedas), los estudiantes tuvieron un mejor desempeño en la solución y en el proceso de argumentación de sus soluciones. Ellos identificaron la estrategia ganadora por medio del conteo de las fichas que quedaban para bloquear a los oponentes y ganar la partida. Fue muy motivante para ellos determinar la estrategia ganadora; ganarles a sus compañeros, y en general la dinámica del juego, mejoró la concentración y la motivación de los estudiantes.



**Figura 5.** Resultados obtenidos en el mundo “Explorando” por tipo de problemas.  
**Fuente:** elaboración propia.

Por otro lado, el reto que más generó dificultad para ellos fue el algebraico. Se evidenció dificultad a la hora de plantear y solucionar ecuaciones lineales o expresiones algebraicas para solucionar el problema. Ellos usaron cantidades concretas, y por ensayo y error trataron de buscar la solución del reto, pero en la mayoría de los casos no obtuvieron las cantidades pedidas, lo cual evidencia que no realizan una justificación matemática correcta de cómo procedieron en el reto. La figura 6 muestra los resultados de cada estudiante en la solución de cada reto, de acuerdo con los resultados de aprendizaje que se muestran en la tabla 2.



**Figura 6.** Resultados de aprendizaje alcanzado por estudiante en Explorando.  
**Fuente:** elaboración propia.

En torno a los resultados de aprendizaje propuestos, los estudiantes tuvieron un mejor desempeño en el reto de los números (ER3), donde obtuvieron desempeños superiores al 75 %; seguido del círculo de monedas (ER6), con un desempeño mayor al 50 %; en el reto algebraico (ER2), sus desempeños fueron bajos, con un nivel inferior al 67 %.

## 5. Conclusiones

El uso de la gamificación en el proceso enseñanza/aprendizaje de las matemáticas logra incrementar la motivación intrínseca y de competencia en los estudiantes, ya que ellos tienen más autonomía y sale a flote la creatividad de buscar, plantear y utilizar estrategias que les permitan solucionar el reto de tal manera que reciban los puntos para ganar y aumentar su nivel. También permite crear ambientes de participación que incluyan a los alumnos con NEE, porque facilita el acceso al desarrollo de los retos y pueden trabajar, justificar y validar sus soluciones en la plataforma con sus compañeros de clase.

En las observaciones generales hechas en el desarrollo de este mundo a cada grupo, y con base en los resultados de aprendizaje propuestos en cada reto, se observó que al comparar las justificaciones, el trabajo desarrollado, los desempeños y soluciones de los retos ejecutados por los estudiantes con NEE, ellos sí pueden realizar un trabajo matemático de manera activa, justificando y desarrollando estrategias para solucionarlos.

Una estrategia metodológica para que los estudiantes puedan abordar y solucionar problemas es dividirlos en partes o tareas más pequeñas, por ejemplo, realiza un trazo, encuentra una solución, etc.; esto ayuda a mejorar la comprensión del problema, que puedan abordarlo y desarrollarlo, de tal manera que no se bloqueen en la primera lectura del reto matemático.

En varios retos (1, 2, 5 y 6), el recurso más frecuente en los estudiantes fue el conteo, donde usaban los dedos o contaban mentalmente los pasos para desarrollar las actividades propuestas, y ganarles

a sus compañeros para obtener los puntos que se daban en el juego.

Como elementos para tener en cuenta en el desarrollo de los otros mundos, es necesario profundizar en la solución de problemas numéricos, geométricos, uso de expresiones algebraicas, solución de ecuaciones lineales, y técnicas de conteo; esto permitirá identificar qué habilidades de cada tipo de pensamiento pueden desarrollar los estudiantes y qué herramientas usan con frecuencia para resolver retos matemáticos, con el fin de estudiar y precisar cómo es el proceso de justificación y argumentación a la hora de solucionar problemas y brindar una participación más activa en el aula de clase.

## 6. Referencias

- AINSCOW, M.; BOOTH, T.; DYSON, A. **Improving schools, developing inclusion**. Routledge. Nueva York: Estados Unidos. 2006.
- ALDANA, E.; LÓPEZ, J. Matemáticas para la diversidad: un estudio histórico, epistemológico, didáctico y cognitivo sobre perímetro y área. **Revista Investigación Desarrollo e Innovación**, Duitama: Colombia, v. 7, n. 1, pp. 77-92. 2016.
- ARETIO, G. El juego y otros principios pedagógicos. Su pervivencia en la educación a distancia y virtual. **RIED: Revista Iberoamericana de Educación a Distancia**, Madrid: España, v. 19, n. 2, pp. 9-23. 2016.
- ARIAS, R.; PRIETO, A. I. Aprendizaje de los números (del 0 al 9) en alumnos con discapacidad intelectual leve. **Revista de Educación Inclusiva**, Pamplona: España v. 8, n. 1, pp. 42-58. 2015.
- ARROYAVE, M.; FREYLE, M. La autodeterminación en adolescentes con discapacidad intelectual INNOVAR. **Revista de Ciencias Administrativas y Sociales**, Bogotá, v. 19, pp. 53-64. 2009.
- BELL, P. On the theoretical breadth of design-based research in education. **Educational Psychologist**, Washington: EE. UU., v. 39, n. 4, pp. 243-253. 2004.
- BOALER J. Designing mathematics classes to promote equity and engagement. **Journal of Mathematical Behavior**, Canadá, v. 41, pp. 172-178). 2016.

- BRANSFORD J.; STEIN B. **The ideal problem solver. A guide for improving thinking, learning and creativity.** W.H. Freeman and Company. Nueva York. 1993.
- CHETTY, S. The case study method for research in small- and medium-sized firms. **International Small Business Journal**, Liverpool: Reino Unido, v. 15, n. 1, pp. 73-85. 1996.
- CORTIZO, J.; CARRERO, F.; MONSALVE, B.; VELASCO, A.; DÍAZ, L. I.; PÉREZ, J. Gamificación y docencia: lo que la universidad tiene que aprender de los videojuegos. In: VIII JORNADAS INTERNACIONALES DE INNOVACIÓN UNIVERSITARIA. RETOS Y OPORTUNIDADES DEL DESARROLLO DE LOS NUEVOS TÍTULOS EN EDUCACIÓN SUPERIOR. Madrid: Universidad Europea de Madrid. 2011.
- DE GUZMÁN, M. Juegos y matemáticas. **Suma**, Cataluña: España, n. 4, pp. 61-64. 1989.
- DETERDING, S.; DIXON, D.; KAHLED, R.; LENNART, N. From game design elements to gamefulness: Defining "gamification". In: MINDTREK'11 PROCEEDINGS OF THE 15TH INTERNATIONAL ACADEMIC MINDTREK. CONFERENCE: ENVISIONING FUTURE MEDIA ENVIRONMENTS. ACM New York: EE. UU., 2011.
- FERNÁNDEZ, R.; SAHUQUILLO, A. Plan de intervención para enseñar matemáticas a alumnado con discapacidad intelectual. **Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia**, Valladolid: España, v. 4, n. 1, pp. 11-23. 2015.
- GONZÁLEZ, C.; SÁNCHEZ, C. Enseñanza de las matemáticas a estudiantes con diagnóstico de discapacidad intelectual leve. **Poiésis**, Bogotá, n. 37. 2019. <https://doi.org/10.21501/16920945.3331>.
- GÖRANSSON, K.; HELLBLÖM, T.; AXDORPH, E. A conceptual approach to teaching mathematics to students with intellectual disability. **Scandinavian Journal of Educational Research**, Filadelfia: EE. UU., v. 60, n. 2, pp. 182-200. 2016.
- GROOS, K. **Les Jeux des animaux.** Felix Alcan. París: Francia. 1902.
- HERNÁNDEZ, R.; FERNÁNDEZ, C.; BAPTISTA, P. **Metodología de la investigación.** 6.ª ed. McGraw-Hill. México. 2014.
- HOWARD, S.; SAN MARTIN, C.; SALAS, N.; BLANCO, P.; DÍAZ, C. Oportunidades de aprendizaje en matemáticas para estudiantes con discapacidad intelectual. **Revista Colombiana de Educación**, Bogotá, n. 74, pp. 197-219. 2018.
- KEVIN, K.; CHUNG, H.; TAM, Y. Effects of cognitive-based instruction on mathematical problem solving by learners with mild intellectual disabilities. **Journal of Intellectual and Developmental Disability**, Australia, v. 30, n. 4, pp. 207-216. 2005.
- LÓPEZ M. Barreras que impiden la escuela inclusiva y algunas estrategias para construir una escuela sin exclusiones. **Innovación Educativa**, México, n. 21, pp. 37-54. 2011.
- LÓPEZ J. Comprensión de la probabilidad de jóvenes con discapacidad intelectual. **Revista Científica**, v. 33, n.3, pp. 306-315. 2018.
- MEN (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL). **Fundamentación conceptual para la atención en el servicio educativo a estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE).** Bogotá. 2006.
- MEN. (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL). **Lineamientos Política de Educación Superior Inclusiva.** (M. d. Nacional, Ed.) pp.1-98. Bogotá. 2013.
- MEN (MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL). **Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva.** Bogotá. 2017.
- OLIVA, A. La gamificación como estrategia metodológica en el contexto educativo universitario. **Realidad y Reflexión**, v. 16, n. 44, pp. 108-118. 2016.
- ONU (ORGANIZACIÓN DE NACIONES UNIDAS). **Educación para la diversidad. Módulo 4: aulas inclusivas.** Santiago de Chile, Chile. 2004.
- POLYA, G. **Cómo plantear y resolver problemas.** Trillas. México. 1976.
- PRENDERGAST, M.; SPASSIANI, N.; ROCHE, J. Developing a mathematics module for students with intellectual disability in higher education. **International Journal of Higher Education**, Ontario: Canadá, v. 6, n. 3, pp. 166-177. 2017.
- ROSS H. Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? **Educational Studies in Mathematics**, v.100, pp.25-41. 2019.
- SCHOENFELD, A. **Mathematical problem solving.** Academic Press. Orlando, Florida: Estados Unidos. 1985.

- SCHOENFELD, A. **How we think a theory of goal-oriented decision making and its educational applications.** Routledge, Taylor & Francis Group. Nueva York: Estados Unidos. 2011.
- SFARD, A. **Aprendizaje de las matemáticas escolares desde un enfoque comunicacional.** Universidad del Valle. Cali: Colombia. 2008.
- SOUSA, R.; ALVES, F.; AZEVEDO, I. Una propuesta didáctica apoyada por GeoGebra para la enseñanza del principio de Cavalieri. **Números**, Barcelona: España, v. 110, pp. 41-60. 2022.
- TENNANT, G.; FOLEY, C. Inclusive approaches to learning and teaching mathematics. In: HYDE, R.; EDWARDS, J.-A. (eds.), **Mentoring mathematics teachers. Supporting and inspiring pre-service and newly qualified teachers.** Routledge. Londres: Reino Unido. 2014. pp. 77-92.
- TOMISLAV, J.; IVICA, B.; HYO, J. Examining competitive, collaborative, and adaptive gamification in young learners' math learning. **Computers & Education**, Países Bajos, v. 125, pp. 444-457. 2018.
- UNESCO. **Declaración de Salamanca y marco de acción para las necesidades educativas especiales.** Salamanca: España. 1994.
- UNESCO. **La educación inclusiva: el camino hacia el futuro.** CONFERENCIA INTERNACIONAL DE EDUCACIÓN. CUADRAGÉSIMA OCTAVA REUNIÓN. 2008.
- UNESCO. **Inclusión y educación: Todos sin excepción.** París, Francia. 2020
- ZAYYADI, M.; NUSANTARA, T.; SUBANJI, S.; HIDAYANTO, E.; SULANDRA, I. A commognitive framework: The process of solving mathematical problems of middle school students. **International Journal of Learning, Teaching and Educational Research**, Mauricio: República de Mauricio, v. 18, n. 2, pp. 89-102. 2019.

