

## OBJETOS VIRTUAIS DE APRENDIZAGEM PARA O ESTUDO DE CÔNICAS: UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

## VIRTUAL LEARNING OBJECTS FOR THE CONICS STUDY: AN EXPERIENCE WITH HIGH SCHOOL STUDENTS

## OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE PARA EL ESTUDIO DE LAS CÓNICAS: UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE ESCUELA SECUNDARIA

Rosane Rossato Binotto\* , Vitor José Petry\*\*   
Sandy Maria Gaio \*\*\* 

Binotto, R. R, Petry, V. J., Gaio, S. M. (2025). Objetos virtuais de aprendizagem para o estudo de cônics: uma experiência com estudantes do Ensino Médio. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 20(1), pp. 179-198. <https://doi.org/10.14483/23464712.21715>

### Resumo

Neste artigo, apresentam-se resultados de uma pesquisa realizada com estudantes do Ensino Médio Técnico em Informática, em que se aplicou e validou uma sequência didática com objetos virtuais de aprendizagem (OVA), construídos no GeoGebra. Elencou-se como objetivo deste trabalho investigar possíveis contribuições do uso de OVA para a aprendizagem significativa do conteúdo de cônics. Trata-se de uma pesquisa-ação, com abordagem qualitativa, em que os dados produzidos foram submetidos a uma análise textual discursiva na perspectiva de Moraes e Galiazz (2020). Delimitou-se o *corpus* da pesquisa, considerando, para essa análise, apenas as atividades relativas ao estudo da elipse. A sequência didática foi disponibilizada aos estudantes na forma de um livro dinâmico no GeoGebra Tarefa. Os estudantes tiveram a oportunidade de manipular os objetos de aprendizagem e, simultaneamente, responder a questões que os auxiliaram na observação de padrões e propriedades, com o intuito de elaborar conjecturas, visando à construção do conhecimento. Foram identificados indícios de que a interação com os OVA facilitou a compreensão dos estudantes acerca dos conteúdos matemáticos estudados de forma a tornar o material apresentado potencialmente significativo para os envolvidos. Nessa experiência, foram observados indicativos de que a sequência didática contribuiu para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, possibilitou a elaboração de conjecturas, ampliou a visualização geométrica e algébrica desses em relação aos subsunções pré-existentes. Conclui-se que há

---

Recibido: 20 de diciembre de 2023, aceptado: 12 de febrero de 2025

\* Doutora em Matemática. Universidade Federal da Fronteira Sul, Brasil. [rosane.binotto@uffs.edu.br](mailto:rosane.binotto@uffs.edu.br) - ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9420-9312>

\*\* Doutor em Matemática Aplicada. Universidade Federal da Fronteira Sul, Brasil. [vitor.petry@uffs.edu.br](mailto:vitor.petry@uffs.edu.br) - ORCID <https://orcid.org/0000-0002-8838-8753>

\*\*\* Licenciada em Matemática. Universidade Federal da Fronteira Sul, Brasil. [sandymariagaio@gmail.com](mailto:sandymariagaio@gmail.com) - ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5845-1355>

evidências de que o uso dos OVA contribuiu para a aprendizagem significativa de conceitos sobre os conteúdos abordados.

**Palavras-chave:** Aprendizagem significativa. Educação Básica. OVA. GeoGebra. Elipses.

### **Abstract**

In this article, we present the results of a study carried out with high school students studying computer science, in which we applied and validated a didactic sequence with virtual learning objects (OVA), built in the GeoGebra. The objective of this work was to possible contributions of using OVA for meaningful learning of conics content. This is an action research project with a qualitative approach in which the data produced was submitted to a discursive textual analysis from the perspective of Moraes and Galiazz (2020). The research corpus was delimited, considering for this analysis only the activities related to the study of ellipsis. The didactic sequence was made available to students in the form of an online book in GeoGebra Lesson. The students had the opportunity to manipulate the learning objects and simultaneously answer questions that helped them to observe patterns and properties, in order to develop conjectures and build knowledge. Evidence was found that interaction with the OVA facilitated students understanding of the mathematical content studied in a way that made the material presented potentially significant for those involved. In this experience, there were indications that the didactic sequence contributed to the development of student autonomy, made it possible to develop and confirm conjectures, and broadened their geometric and algebraic visualization in relation to pre-existing subsumptions. In conclusion, there is evidence that the use of OVA to the meaningful learning of concepts about the content covered.

**Keywords:** Meaningful learning. Basic education. OVA. GeoGebra. Ellipses.

### **Resumen**

En este artículo, presentamos los resultados de un proyecto de investigación realizada con alumnos de enseñanza media que estudian informática, en la que se aplicó una secuencia didáctica y se validó con objetos virtuales de aprendizaje (OVA), construidos en el GeoGebra. El objetivo de este trabajo fue investigar posibles contribuciones del uso de OVA al aprendizaje significativo de contenidos cónicos. Se trata de un proyecto de investigación-acción con enfoque cualitativo en el que los datos producidos fueron sometidos a un análisis textual discursivo desde la perspectiva de Moraes y Galiazz (2020). Se delimitó el corpus de investigación, considerando para este análisis sólo las actividades relativas al estudio de la elipsis. La secuencia didáctica se puso a disposición de los alumnos en forma de libro digital en GeoGebra Classroom. Los alumnos tuvieron la oportunidad de manipular los objetos de aprendizaje y, simultáneamente, responder a preguntas que les ayudaron a observar patrones y propiedades, con el objetivo de desarrollar conjecturas y construir conocimiento. Hubo indicios de que la interacción con los OVA facilitó la comprensión por parte de los alumnos de los contenidos matemáticos estudiados, de forma que el material presentado resultó potencialmente significativo para los implicados. En esta experiencia, hubo indicios de que la secuencia didáctica contribuyó al desarrollo de la autonomía de los alumnos, posibilitó la elaboración y

confirmación de conjetas, y amplió su visualización geométrica y algebraica con relación a los supuestos preexistentes. En conclusión, hay evidencias de que el uso de OVA contribuyó al aprendizaje significativo de conceptos sobre los contenidos abordados.

**Palabras clave:** Aprendizaje significativo. Educación Básica. OVA. GeoGebra. Elipses.

## 1. Introdução

As tecnologias digitais (TD) estão presentes no cotidiano das pessoas, influenciando seu ambiente de trabalho, estudo e relacionamento com os outros. Nessa perspectiva, Souza (2016, p. 25) afirma que “[...] nada mais natural que as tecnologias estejam também inseridas no ambiente escolar”. A maioria dos atuais estudantes da Educação Básica são considerados nativos digitais. De acordo com Tezani (2017), são aqueles que nasceram após 1990 e têm as TD presentes no seu cotidiano.

Como esses estudantes possuem conhecimentos acerca de recursos tecnológicos, com acesso à Internet e têm facilidade de lidar com informações do mundo digital, considera-se pertinente utilizar esses recursos para fins didáticos. Contudo, é importante propor ações e atividades que possam contribuir para o processo de aprendizagem dos estudantes. Nesse sentido, pesquisas têm sido realizadas a fim de investigar contribuições da integração das TD no contexto escolar, que propõem e experimentam alternativas metodológicas nas aulas (Audino & Nascimento, 2010; Kay & Knaack, 2007; Kleemann & Petry, 2020; Kenski, 2003; Maltempi, 2005; Binotto; Petry & Gaio, 2022, outros).

Com o propósito de contribuir com estudos sobre o uso de materiais didáticos digitais no processo de ensino e aprendizagem, desenvolveu-se uma pesquisa<sup>1</sup>, que teve como equipe os autores deste artigo. Uma das atividades desenvolvidas foi a elaboração de objetos virtuais de aprendizagem (OVA) construídos no software GeoGebra, que abordou o conteúdo de cônicas com ênfase no Ensino Médio. Nesse contexto, considera-se um OVA um recurso didático digital que pode ser utilizado e reutilizado nos processos de ensino e aprendizagem de conceitos (Audino & Nascimento, 2010).

Outra atividade oriunda dessa pesquisa foi a realização de uma análise de possibilidades e potencialidades acerca dos OVA elaborados, em relação aos conceitos, propriedades e aplicações. Essa análise se deu através de um exercício de imaginação pedagógica na perspectiva proposta por Skovsmose (2015), considerando as percepções dos autores e de professores que atuam no Ensino Médio. Os resultados desse exercício são encontrados em Binotto, Petry & Gaio (2022).

A pesquisa também contemplou a participação de estudantes da Educação Básica em um experimento de ensino, com a aplicação de uma sequência didática composta pelos OVA elaborados sobre cônicas. Alguns dos resultados apresentados neste artigo compõem parte do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da terceira autora. Assim, apresenta-se esse artigo, que tem como objetivo investigar possíveis contribuições do uso de objetos virtuais de aprendizagem para a aprendizagem significativa do conteúdo de cônicas.

Trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa em que se considerou uma pesquisa-ação. Os dados produzidos foram analisados por meio da análise textual discursiva na perspectiva de Moraes e

<sup>1</sup> Pesquisa aprovada no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal da Fronteira Sul, com os seguintes dados CAAE: 64092222.1.0000.5564; número do parecer de aprovação: 5.760.815 e data da aprovação: 17/11/2022.

Galiazzi (2020). Delimitou-se o *corpus* da pesquisa, considerando, para essa análise, apenas as atividades relativas ao estudo da elipse.

## 2. Marco Teórico

Como possibilidade de uso das TD no ambiente escolar para fins educacionais, encontram-se os softwares de geometria dinâmica. Esses softwares possibilitam “[...] utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação” (Borba, Silva & Gadanidis, 2020, p. 31). Nesse aspecto, a construção de objetos geométricos e sua manipulação podem contribuir para novas abordagens dos conceitos de Matemática, em particular de geometria, que favoreçam a aprendizagem, caso dos OVA, que são abordados na seção que segue.

### 2.1 *Objetos Virtuais de Aprendizagem*

Conforme Kay e Knaack (2007), OVA são todas as ferramentas interativas, baseadas na *web*, que apoiam o aprendizado de conceitos específicos, incrementando, ampliando ou orientando o processo cognitivo dos aprendizes. Spinelli (n. d., p. 7) define um OVA como:

recurso digital reutilizável que auxilie na aprendizagem de algum conceito e, ao mesmo tempo, estimule o desenvolvimento de capacidades pessoais, como, por exemplo, imaginação e criatividade. [...] Dessa forma, pode compor um percurso didático, envolvendo um conjunto de atividades e integrando a metodologia adotada para determinado trabalho.

Nesse sentido, OVA podem ser considerados recursos didáticos digitais, tais como vídeos, podcasts, jogos, atividades elaboradas em softwares, como o GeoGebra e outros, que oferecem suporte para os processos de ensino e aprendizagem. Ao utilizar esses recursos no contexto escolar, as aulas podem tornar-se mais dinâmicas e interativas, ou seja, trata-se de “uma alternativa promissora na tentativa de despertar o interesse e a motivação dos estudantes, visando aproxima-los dos conteúdos a serem trabalhados e romper barreiras de aprendizagem” (Binotto; Petry & Gaio, 2022, p. 110).

Considera-se pertinente que a utilização dos OVA seja acompanhada de uma ação de reflexão que ofereça “[...] condições ao aluno de levantar, testar e exteriorizar suas conjecturas, dando suporte à estruturação do pensamento” (Costa & Prado, 2015, pp. 104-105). Entende-se essa ação de reflexão como um ponto de partida aos estudantes para investigar os conteúdos matemáticos a partir da interação com os OVA, acompanhada de perguntas do tipo: Por que isso acontece? É possível estabelecer algum padrão? Que argumentos pode-se utilizar para validar essa conjectura?

Essa ação de reflexão e o uso de TD estão previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como, por exemplo, a quinta competência específica de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio, que ressalta a importância de “investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais [...]” (Brasil, 2018, p. 532). A validação das conjecturas ou teste de hipóteses não se refere somente às demonstrações matemáticas, mas também às argumentações que consistem em “[...] um processo de construção e explicitação de ideias, que acontece por meio da análise de dados, evidências e variáveis para o estabelecimento de uma afirmação ou conclusão que podem estar associadas a justificativas e/ou refutações” (Almeida & Malheiros, 2018, p. 60).

Como esse trabalho foi desenvolvido na Educação Básica, a argumentação é uma estratégia adequada para os casos em que o nível de complexidade das demonstrações é elevado. Dessa forma, consideram-se a ação de reflexão e a argumentação como boas alternativas para conduzir as aulas em que se utilizam OVA.

## 2.2 GeoGebra

O GeoGebra é um software livre, que pode ser acessado no modo on-line<sup>2</sup> ou off-line. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2020, p. 22), caracteriza-se como um software de geometria dinâmica devido às possibilidades de “utilizar, manipular, combinar, visualizar e construir virtualmente objetos geométricos, permitindo traçar novos caminhos de investigação”. Possui recursos e comandos que possibilitam estabelecer a interface entre as representações geométricas e algébricas, permitindo ao estudante visualizar a construção geométrica realizada concomitante com os elementos algébricos descritos e vice-versa. Outro benefício para a sua utilização nas aulas de Matemática é a possibilidade da manipulação dos objetos geométricos construídos.

A versão on-line do GeoGebra conta com recursos para a construção e publicação de atividades, que podem ser organizadas em formato de livro dinâmico, e disponibilizadas aos estudantes no GeoGebra Tarefa (ou *Classroom*), por meio de um link ou código que pode ser acessado para desenvolver as atividades propostas. Além disso, o professor pode acompanhar o progresso dos estudantes na realização dessas atividades e a solução apresentada. A sequência didática elaborada para o experimento em tela foi organizada no formato de um livro no GeoGebra e disponibilizada aos estudantes por meio do recurso tarefa.

## 2.3 Aprendizagem Significativa

Este trabalho fundamenta-se na teoria da aprendizagem significativa elaborada por David Paul Ausubel (1918-2008). De modo geral, para esse autor, é fundamental que os estudantes atribuam significado aos conceitos a serem aprendidos por meio da ancoragem com outros conceitos existentes na sua estrutura cognitiva. Segundo Ausubel (2003, p. 1), a aprendizagem por recepção significativa envolve,

[...] a aquisição de novos significados a partir de material de aprendizagem apresentado. Exige quer um mecanismo de aprendizagem significativa, quer a apresentação de material potencialmente significativo para o aprendiz. Por sua vez, a última condição pressupõe (1) que o próprio material de aprendizagem possa estar relacionado de forma não arbitrária (plausível, sensível e não aleatória) e não literal com qualquer estrutura cognitiva apropriada e relevante (i.e., que possui significado ‘lógico’) e (2) que a estrutura cognitiva particular do aprendiz contenha ideias ancoradas relevantes, com as quais se possa relacionar o novo material. A interação entre novos significados potenciais e ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz dá origem a significados verdadeiros ou psicológicos.

Esses conhecimentos que os estudantes possuem, os conhecimentos prévios, são denominados subsunções. Para que ocorra a aprendizagem significativa, deverá ocorrer a interação do novo conhecimento com os subsunções do aprendiz, de modo não literal e não arbitrária, o que “[...] permite dar significado [a esse] novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto” (Moreira, 2011, p. 14). Ainda, conforme Ausubel (2003), há duas condições primordiais para o processo de aquisição do conhecimento de maneira significativa: (i) o material a ser utilizado deve ser potencialmente significativo; e (ii) os alunos devem estar dispostos a aprender.

Moreira (2011) evidencia que a segunda condição não está condicionada ao aprendiz gostar da matéria ou estar motivado para aprendê-la e sim estar predisposto “[...] a relacionar (diferenciando e integrando) interativamente os novos conhecimentos à sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a, enriquecendo-a, elaborando-a e dando significados a esses conhecimentos” (p. 25).

Destaca-se, ainda, que, se a aprendizagem ocorre de modo significativo, o aprendiz nunca esquecerá totalmente os conceitos. O que pode ocorrer “é uma perda de discriminabilidade, de diferenciação de

<sup>2</sup> Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 08 dez. 2023.

significados, não de perda de significados" (Moreira, 2011, p. 17). Assim, se o estudante aprendeu algo de modo significativo, após um tempo ele até pode pensar que não lembra mais; contudo, ele não teria dificuldades em resgatar o conceito aprendido.

Moreira (2011, p. 33) chama atenção para a diferença entre aprendizagem receptiva e por descoberta. A aprendizagem receptiva "é aquela que o aprendiz recebe o conhecimento [...], por exemplo, através de um livro, de uma aula, de uma experiência, [...]" . Já na aprendizagem por descoberta espera-se "que o aprendiz descubra o que vai aprender", pela experimentação, investigação de um objeto.

Também, o fato de a aprendizagem ser receptiva não significa ser mecânica, pois a aprendizagem mecânica é "[...] aquela praticamente sem significado, puramente memorística [e] em linguagem coloquial é conhecida como decoreba" (Moreira, 2011, p. 32). Evidencia-se que a aprendizagem ser receptiva ou por descoberta por si só não promove a aprendizagem significativa, é necessário que se tenha os outros fatores destacados anteriormente. Para analisar se ocorreu a aprendizagem significativa, "[...] se deve avaliar a compreensão, captação de significados, capacidade de transferência do conhecimento a situações não conhecidas, não rotineiras" (Moreira, 2011, p. 51).

Diante do exposto, neste trabalho buscou-se identificar indícios de que a sequência didática composta por OVA se constitui em um material potencialmente significativo ancorado com conhecimentos prévios de alguns tópicos da geometria analítica. Tópicos como pontos, retas, distância entre pontos, coordenadas cartesianas, que já haviam sido estudados anteriormente pelos participantes da pesquisa, de forma a contribuir para uma aprendizagem significativa.

### **3. Percurso Metodológico**

Neste estudo, realizou-se uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa, aplicando-se uma sequência didática para o ensino de cônicas em uma turma do Ensino Médio Técnico em Informática do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) de Chapecó. Insere-se na perspectiva de pesquisa qualitativa por ter como finalidade "[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes" (Bicudo, 2019, p. 113). Também se caracteriza como uma "tentativa de compreender e explicar de forma detalhada os significados e as características situacionais dos objetos estudados" (Proetti, 2018, p. 18).

A pesquisa-ação pode ser definida como "[...] uma maneira de se fazer pesquisa em situações em que também se é uma pessoa da prática e se requer melhorar a compreensão da mesma", como, por exemplo, investigar alguma prática pedagógica com a finalidade de "fornecer a pesquisadores e participantes elementos ímpares para a compreensão de situações estudadas" (Rocha, 2012, p. 13). Para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 112),

[...] o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas, sobretudo, para mudá-los em direções que permitam a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes. Ou seja, é uma modalidade de atuação e observação centrada na reflexão-ação.

Nesta pesquisa, a sequência didática foi aplicada por terceira autora do trabalho, sob orientação dos demais, com a sistematização dos conceitos matemáticos abordados e realização de avaliações relativas aos conteúdos estudados. Assim, os proponentes deste trabalho participaram da produção e coleta dos dados com intervenções na sala de aula.

A turma que participou dessa experiência era composta por 22 estudantes; contudo, formalizaram o Aceite do Termo de Consentimento 17, sendo esses os participantes considerados. Os demais participaram normalmente das atividades desenvolvidas em aula, inclusive da avaliação proposta. Com o intuito de não

os identificar os participantes da pesquisa, foram utilizados codinomes indicados pela letra E, seguidos de um número (de 1 a 17), escolhidos de forma aleatória.

Para a produção de dados, foram utilizados quatro instrumentos: diário de campo; questões sobre cônicas dispostas na sequência didática; lista de exercícios, considerada como atividade avaliativa; e um questionário sobre as percepções dos estudantes em relação ao experimento de ensino realizado.

Com vistas a identificar contribuições dos OVA no processo de aprendizagem dos estudantes participantes do estudo, realizou-se uma análise textual discursiva (ATD) dos dados produzidos. Essa análise “pode ser compreendida como um processo auto-organizado de construção de compreensão em que os entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a unitarização, a categorização e o captar o emergente” (Moraes & Galiazzzi, 2020, p. 34).

Na parte da unitarização, estudaram-se os materiais produzidos, destacando as informações que constituíram o material a ser utilizado na próxima etapa da pesquisa. A categorização teve como finalidade articular, agrupar as informações obtidas na primeira etapa de acordo com suas semelhanças e, assim, compreender os fenômenos da pesquisa. Na última etapa, que consistiu em captar o emergente, considerou-se a descrição dos resultados e as compressões do fenômeno investigado (Moraes & Galiazzzi, 2020). Neste trabalho, as categorias foram elencadas *a posteriori*, ou seja, após a produção de dados, o que caracteriza categorias emergentes conforme sugerido por Moraes e Galiazzzi (2020).

Todo o material produzido na pesquisa é denominado *corpus* e, na perspectiva de Moraes e Galiazzzi (2020), representa informações da pesquisa a partir do qual esta se concretiza. Ademais, “para a obtenção de resultados válidos e confiáveis requer uma seleção e delimitação rigorosa. Seguidamente não se trabalha com todo o *corpus*” (p. 38). Então, “seleciona-se um conjunto capaz de produzir resultados válidos e representativos em relação aos fenômenos investigados” (p. 39). Nessa perspectiva, optou-se por analisar apenas os dados produzidos em relação ao estudo da elipse, embora a sequência didática aplicada tenha compreendido o estudo das três cônicas (parábola, elipse e hipérbole).

#### 4. Aplicação da Sequência Didática

No experimento de ensino que resultou na pesquisa em tela, foram ministradas oito aulas de uma hora cada, em quatro encontros, cujo cronograma e detalhamento está disposto no Quadro 1.

Quadro 1. Cronograma de Atividades.

Tempo de aula	Etapas	Conteúdos abordados
15 minutos	Introdução ao estudo das cônicas.	Definição das cônicas.
5 horas e 45 minutos	1. Manipulação dos OVA no GeoGebra. 2. Resolução das questões dispostas no GeoGebra Tarefa. 3. Sistematização dos conteúdos estudados.	Elipse, hipérbole e parábola.
2 horas	Correção da lista de exercícios e período para sanar dúvidas.	Elipse, hipérbole e parábola.

**Fonte:** Os autores.

Após cada aula, disponibilizou-se material de apoio aos estudantes (no Ambiente Virtual de Aprendizagem Moodle) para complementar os estudos realizados em aula. Os estudantes também resolveram uma lista de exercícios com caráter avaliativo. Realizou-se a correção desses exercícios com a participação de todos os estudantes da turma, em que foram sanadas dúvidas. Por fim, os estudantes responderam a um questionário em relação às suas percepções ao participar da pesquisa.

#### 4.1 Descrição das Atividades Desenvolvidas no Estudo da Elipse

Os estudantes acessaram a sequência didática, disponibilizada como tarefa no GeoGebra on-line, manipularam os OVA e responderam às questões propostas. Após, realizou-se a sistematização, na lousa, dos conteúdos abordados. Algumas dessas atividades são apresentadas a seguir, acompanhadas das descrições dos OVA e de respostas de estudantes.

##### 4.1.1 Representação geométrica da elipse

O OVA 1, ilustrado na Figura 1, teve como finalidade o reconhecimento do lugar geométrico determinado por uma elipse. Ao animá-lo, o ponto  $P$  “percorre” esse lugar geométrico, visto que os comprimentos dos segmentos  $PF_1$  e  $PF_2$  se alteram; contudo, sua soma sempre resulta no comprimento do segmento  $A_1A_2$ .

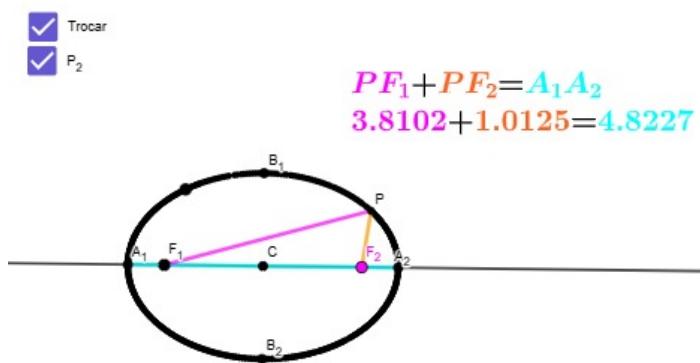


Figura 1. OVA 1.

**Fonte:** Os Autores.

Também se utilizou esse OVA para identificar os elementos da elipse: focos  $F_1$  e  $F_2$ , centro  $C$ , eixo maior  $A_1A_2$  e eixo menor  $B_1B_2$ .

##### 4.1.2 Coordenadas cartesianas dos elementos da elipse

Os OVA 2 e OVA 3, mostrados na Figura 2, são análogos e foram elaborados com o propósito de estabelecer relações entre as coordenadas do centro, dos vértices da elipse (eixo horizontal ou vertical) e sua posição no plano. Ao manipulá-los, os estudantes podiam alterar o comprimento dos eixos ( $A_1A_2$  e  $B_1B_2$ ) e a posição da elipse. No OVA 2, o eixo maior da elipse está na vertical (paralelo ao eixo das ordenadas) e no OVA 3 o eixo maior está na horizontal (paralelo ao eixo das abscissas).

Após a interação com os OVA, os estudantes foram instigados a escrever o que haviam entendido sobre essas relações (Questão 1). Todavia, observou-se que apresentaram dificuldades na visualização dessas relações, visto que dos 17 estudantes apenas quatro elaboraram respostas corretas, três não responderam, um afirmou que os elementos da elipse são inversamente proporcionais e os demais apenas descreveram os OVA. As dificuldades observadas serão abordadas na ATD.

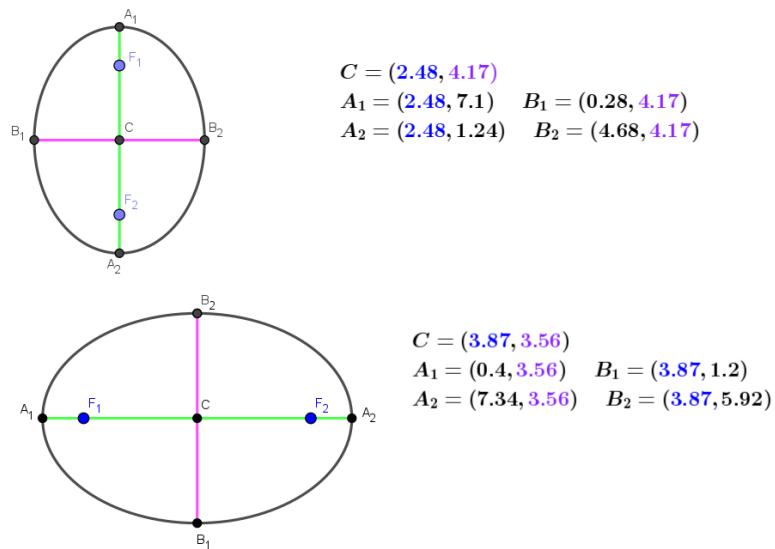


Figura 2. OVA 2 (parte superior) e OVA 3 (parte inferior).

**Fonte:** Os Autores.

#### 4.1.3 Relação entre representação geométrica e equação de uma elipse

O OVA 4, ilustrado na Figura 3, teve como finalidade relacionar as formas geométrica e algébrica da elipse. Ao manipulá-lo, os estudantes foram orientados a alterar os valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$ ,  $x_0$  e  $y_0$  e a analisar as mudanças ocorridas no gráfico e na equação. Vale lembrar que  $c$  representa a distância entre o centro e um dos focos ( $c = CF_1 = CF_2$ ),  $b$  a distância entre o centro e o vértice  $B_1$  ou  $B_2$  ( $b = CB_1 = CB_2$ ) e  $a$ , a distância entre o centro e o vértice  $A_1$  ou  $A_2$  ( $a = A_1C = A_2C$ ).

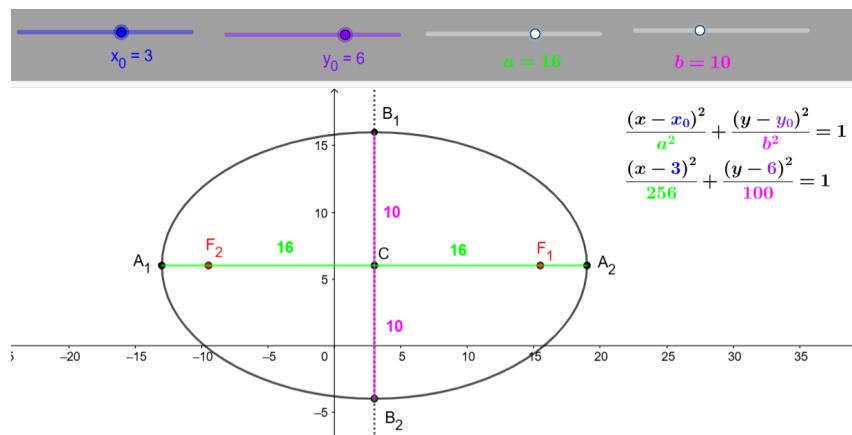


Figura 3. OVA 4.

**Fonte:** Os Autores.

Após a manipulação do OVA 4, os estudantes foram orientados a responder a três questões, enunciadas no Quadro 2. Dos 17 estudantes, apenas dois não responderam a essas questões, 13 apresentaram respostas coerentes com as representações observadas nas questões, enquanto quatro estudantes acertaram as respostas da Questão 2 e Questão 3, porém apresentaram dificuldades na Questão 4. Para exemplificar respostas avaliadas como coerentes, foram consideradas as argumentações apresentadas pelo E11, listadas no Quadro 2.

Quadro 2. Resposta dada pelo E11.

Questões	Respostas dadas pelo E11
Questão 2: Qual é a mudança gráfica ao alterar o valor de $x_0$ ?	"Há uma alteração na posição da elipse em relação aos valores positivos ou negativos no eixo das abscissas".
Questão 3: Qual é a mudança gráfica ao alterar o valor de $y_0$ ?	"Há uma alteração na posição da elipse em relação aos valores positivos ou negativos no eixo das ordenadas".
Questão 4: Quanto à equação da elipse, o que se pode afirmar?	"O parâmetro horizontal divide o x e o parâmetro vertical divide o y".

**Fonte:** Os autores.

Ressalta-se que, mesmo observadas algumas imprecisões no uso da linguagem formal da matemática, o estudante mostrou em suas respostas ter compreendido a interferência de cada parâmetro na representação gráfica da respectiva cônica. Em relação aos quatro estudantes que tiveram dificuldades na Questão 4, estes responderam-na com a definição geométrica de elipse  $PF_1 + PF_2 = 2a$ .

O OVA 5, mostrado na Figura 4, apresenta o desenho de uma elipse, seus elementos e a medida dos segmentos  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Com esse objeto, esperava-se que os estudantes identificassem que esses segmentos são lados de um triângulo retângulo, com um dos vértices em  $B_1$  e, assim, pelo Teorema de Pitágoras, estabelecessem a relação  $a^2 = b^2 + c^2$ . Em relação à manipulação do OVA 5, os estudantes podiam alterar as posições dos focos  $F_1$  e  $F_2$  para testar a congruência dos segmentos  $CA_1$  e  $F_1B_1$ .

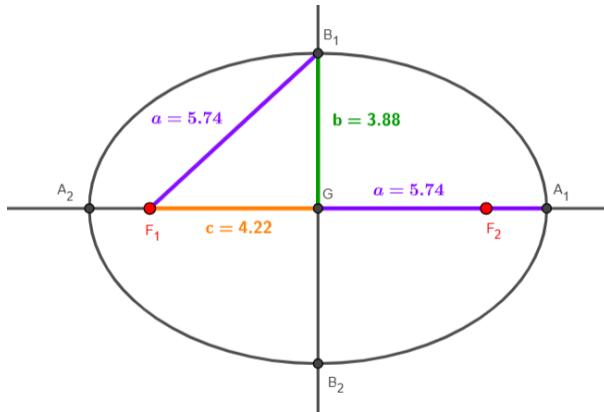


Figura 4. OVA 5.

**Fonte:** Os Autores.

Os estudantes também responderam à Questão 5 sobre a relação entre os elementos  $a$ ,  $b$  e  $c$  da elipse. Apenas dois estudantes não a responderam e os demais conseguiram estabelecer a relação solicitada, como, por exemplo, o E13, que afirmou: "o triângulo é um triângulo retângulo, portanto, a é hipotenusa e  $a^2 = b^2 + c^2$ ".

#### 4.1.4 Propriedade refletora da elipse

O OVA 6, dado na Figura 5, simula um bilhar elíptico e tem como objetivo introduzir a propriedade refletora da elipse com uma atividade lúdica. Nessa atividade, os estudantes deveriam posicionar o taco de modo que, "ao empurrá-lo", a bola se movimentasse até encostar na borda da elipse para, depois, "cair" no buraco. Com isso, esperava-se que os estudantes percebessem não importar o posicionamento do taco para a bola sempre "cair" no buraco, o que pode ser explicado pela propriedade refletora da elipse, pois a bola encontrava-se em um dos focos da elipse e o buraco em outro foco.

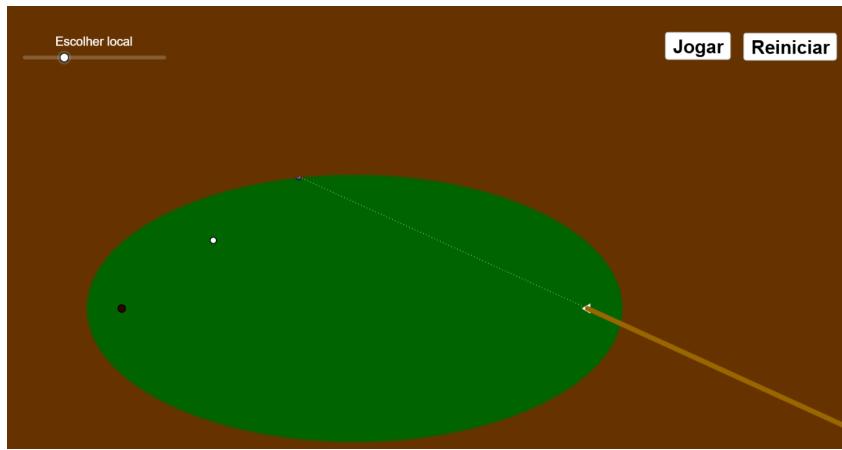


Figura 5. OVA 6.

**Fonte:** Os Autores.

Após manipular o objeto, os estudantes responderam à Questão 6: *É correto afirmar que, independente da maneira que você posicionar o taco de sinuca, você sempre vai acertar? Justifique sua resposta.* Dois estudantes não a responderam e 15 responderam que sim e justificaram de acordo com a sua percepção. Como exemplo, o E5 afirmou que *“os dois pontos, a bola e buraco são pontos focais e, como a mesa é uma elipse, os ângulos de incidência e reflexão são iguais”*.

O OVA 7, dado na Figura 6, aprofunda a discussão iniciada no OVA 6, pois também permite a visualização da propriedade refletora da elipse. Contudo, é possível alterar seus elementos e, portanto, pode-se testar a veracidade da propriedade para diferentes elipses, além de ser possível escolher a quantidade de raios a serem emitidos de um dos focos. Ao acionar a animação, os raios são emitidos de  $F_2$  em direção à elipse e chegando lá, são refletidos na direção de  $F_1$ .

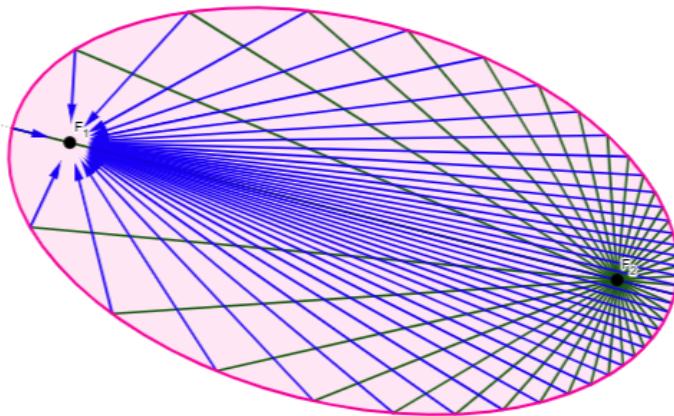


Figura 6. OVA 7.

**Fonte:** Os Autores.

O OVA 8, mostrado na Figura 7, teve como objetivo facilitar a compreensão da veracidade da propriedade refletora da elipse. Por  $P$ , traçou-se a reta tangente à cônica e marcaram-se os ângulos entre a tangente e os segmentos  $F_1P$  e  $F_2P$ , respectivamente. Como esses ângulos são congruentes, pelo princípio da incidência de raios (da Física), conclui-se que todo raio emitido do foco  $F_2$  em direção a um ponto  $P$  qualquer da elipse é refletido na direção do foco  $F_1$ . Considera-se, nesse caso, a elipse uma curva refletora (um corte por um plano em uma superfície refletora).

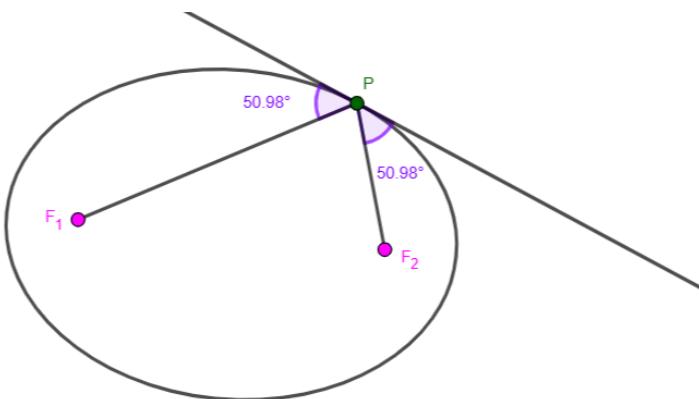


Figura 7. OVA 8.

**Fonte:** Os Autores.

Após a manipulação do OVA 8, foram propostas duas questões: a Questão 7: *Como você definiria a propriedade refletora?* e a Questão 8: *Se você souber, cite alguma situação em que essa propriedade se aplica no cotidiano*. Dos 17 estudantes, cinco não responderam a essas questões, três confundiram com a propriedade refletora da parábola e nove responderam de forma coerente, como, por exemplo, o E11 que assim respondeu à Questão 7: *Elá pode ser definida como uma onda que parte de um foco 1 que será refletida na cúpula elíptica e voltada para o foco*, e assim respondeu à Questão 8: *No Grand Central Terminal em Nova York, que possui uma construção com uma cúpula elíptica*.

Para as demais cônicas, a sequência didática foi desenvolvida de modo semelhante, em que foram abordadas definição, representação geométrica, equação e propriedade refletora. Após o estudo das cônicas, foi entregue aos estudantes, como atividade avaliativa, uma lista de exercícios composta por 14 questões, sendo cinco sobre parábolas, cinco sobre elipses e quatro sobre hipérboles. Por fim, os estudantes responderam a um questionário sobre a experiência de terem participado da pesquisa. Os dados produzidos com esses materiais referentes à parte do estudo da elipse foram utilizados na ATD.

## 5. Análise e Discussão

Na ATD, “pretende-se [...] construir compreensões a partir de um conjunto de textos, analisando-os e expressando, a partir da análise, os sentidos e significados possíveis” (Moraes & Galiazzzi, 2020, p. 36). Neste trabalho, optou-se por elaborar categorias emergentes, as quais “são construções teóricas que o pesquisador elabora a partir do *corpus*” (Moraes & Galiazzzi, 2020, p. 47), ou seja, após a produção dos dados. Para a análise dos dados produzidos, consideraram-se três categorias: (i) Limitações e dificuldades apresentadas na interação com o material didático; (ii) Potencialidades dos OVA para o estudo da elipse; e (iii) Aprendizagem significativa no estudo da elipse. A partir dessas categorias, procedeu-se à ATD, que segue nas próximas subseções.

### 5.1 Limitações e dificuldades apresentadas na interação com o material didático

Os participantes da experiência de ensino possuíam conhecimento do GeoGebra, pois esse software era utilizado anteriormente nas aulas de Matemática. Nesse sentido, eles criaram com facilidade uma conta pessoal no GeoGebra on-line e manipularam o material disponível. Todavia, alguns responderam, no questionário, que tiveram dificuldades no uso de comandos do GeoGebra nas primeiras atividades da sequência didática, situação que foi resolvida com orientações acerca do uso dos recursos do GeoGebra

presentes nos OVA. Destaca-se, nesse sentido, o relato de E2: “*no começo era algo novo, mas recebemos as instruções de como usar e ficou fácil*”.

Ainda, com relação à manipulação dos OVA e compreensão dos seus objetivos, com as orientações dispostas em cada OVA e as orientações gerais apresentadas nas aulas, os estudantes conseguiram manipular esses objetos adequadamente e compreendê-los, com exceção do OVA 2 e do OVA 3. Esses objetos foram elaborados com o propósito de relacionar as coordenadas do centro ( $C$ ) com os vértices, visando à compreensão da representação gráfica da elipse a partir do conhecimento de alguns de seus elementos. Uma situação a ser observada é a relação entre as coordenadas dos vértices e dos focos com a posição e direção dos eixos. Por exemplo, quando os focos possuem a mesma abscissa, a reta focal (ou eixo maior) é paralela ao eixo das ordenadas, sendo que o centro e os vértices extremos desse eixo também possuem a mesma abscissa que os focos. Situação análoga se observa para o caso dos focos com ordenadas iguais.

Também é possível relacionar os pontos correspondentes aos vértices. Por exemplo, dados  $C = (f, g)$  e  $A_1A_2 = 2a$ , obtém-se  $A_1 = (f, g + a)$  e  $A_2 = (f, g - a)$ , para o caso da reta focal ser paralela ao eixo das ordenadas. Se  $B_1B_2 = 2b$ , pode-se escrever  $B_1 = (f - b, g)$  e  $B_2 = (f + b, g)$ . Essas situações podem ser observadas ao acionar o botão “Aprofundando”, mostrado na **Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, que se refere ao OVA 2. No OVA 3, explora-se situação análoga para o caso de o eixo maior ser paralelo ao eixo das abscissas.

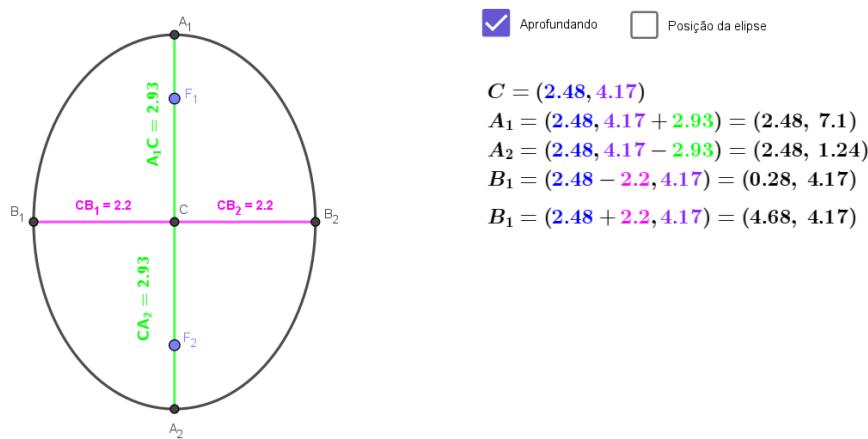


Figura 8. Elementos da elipse (OVA 2).

**Fonte:** Os Autores.

Ao responderem à Questão 1 (apresentada na seção anterior), observaram-se dificuldades dos estudantes para formalizarem essas relações, apesar do uso de cores específicas para representar cada grandeza envolvida. Apenas quatro estudantes responderam de forma satisfatória ao questionamento. Embora não formalizasse a situação, o estudante E8 afirmou: “*Entendi que são 4 vértices, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, B<sub>1</sub> e B<sub>2</sub>, um centro e 2 focos. Quando os focos estão na horizontal, A<sub>1</sub> e A<sub>2</sub> também estarão, já se os focos estiverem na vertical, A<sub>1</sub> e A<sub>2</sub> estarão na vertical também*”. Houve ainda quem somente descreveu os objetos.

Uma das hipóteses para a maioria dos estudantes não ter identificado as relações esperadas com os OVA 2 e 3 pode ser devido à Questão 1 ser aberta, o que possivelmente dificultou a sua compreensão. Sugere-se uma possibilidade de reescrita da Questão 1: *Identifique relações entre as coordenadas cartesianas dos elementos da elipse e justifique sua resposta*. Essa percepção reforça a importância da constante revisão e aperfeiçoamento do material proposto, com vistas a torná-lo potencialmente

significativo para o estudante para o adequado direcionamento da aprendizagem. Conjectura-se que, nessa questão específica, o material eventualmente não tenha sido potencialmente significativo para ativar os subsunções nos estudantes de modo a construir os novos significados almejados, conforme preconiza Moreira (2011). Nas demais questões que acompanharam os OVA, observou-se que a maioria dos estudantes conseguiu estabelecer os significados esperados, o que mostra indícios de que o material, nesses casos, tenha sido potencialmente significativo.

Em relação à lista de exercícios, das cinco questões sobre elipse, a maioria dos estudantes só apresentou dificuldades na primeira, em que deveriam encontrar o centro e a excentricidade da elipse de equação  $\frac{(x-1)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ . Cinco estudantes acertaram-na completamente, dois apresentaram respostas incoerentes e os demais não a resolveram. Houve estudantes que não responderam a essa questão, mas que apresentaram indícios de terem compreendido esses conceitos ao manipularem o OVA 4, conforme mencionado na descrição dos dados. Para as questões em que foram fornecidos elementos da elipse ou representação gráfica, esses mesmos estudantes conseguiram apresentar a equação correspondente, o que não se observou na situação contrária, trazendo indícios de que conseguiram transitar da representação geométrica para a algébrica.

Por fim, os estudantes destacaram que foi abordado bastante conteúdo para um curto período de tempo. Contudo, afirmaram compreender a situação por ser final de semestre letivo. Elencaram ainda que gostaram do trabalho com os OVA, ressaltaram a importância de atividades dessa natureza, mas com a possibilidade de eles mesmos desenvolverem alguns OVA. Ainda, os estudantes sugeriram disponibilizar mais OVA no estilo do bilhar elíptico por ser algo lúdico que promove a curiosidade, o que se considera um bom feedback já que um dos objetivos desse OVA é justamente esse.

Concorda-se com os estudantes que se abordou bastante conteúdo para pouco tempo, ainda mais com o uso de metodologia alternativa à tradicional, o que demanda mais tempo nas aulas. No que diz respeito à sequência didática, para aplicações futuras, necessita-se fazer uma revisão em algumas das questões propostas para deixá-las mais claras e objetivas. Também se observou a necessidade de apresentar instruções de manipulação em cada OVA. Embora essas instruções tenham sido transmitidas verbalmente no início de cada atividade, colocá-las nos OVA é relevante, pois o estudante pode voltar para ler novamente quando for necessário.

## 5.2 Potencialidades dos OVA para o estudo da elipse

Nesta categoria, elencam-se potencialidades do uso dos OVA para o estudo da elipse na perspectiva dos estudantes que participaram da aplicação. No ensino tradicional, o estudante tem um papel “passivo” quando recebe a informação, tentando compreender e reproduzir o que está sendo ensinado. A fim de mudar esse cenário, o uso de OVA pode reposicionar o papel dos estudantes no processo de aprendizagem, promover sua autonomia, incentivar a investigação e reflexão sobre os conceitos matemáticos estudados. Como os OVA são interativos, eles possibilitam aos estudantes elaborar conjecturas e testar a veracidade destas para alguns casos. Visando confirmar (ou não) essas conjecturas, o professor pode questionar os estudantes com perguntas do tipo: *Será que isso sempre vai acontecer? Se sim, por quê? E se não, por que não?*

Entende-se que as diferentes representações geométricas obtidas ao alterar os parâmetros da elipse, nos OVA disponibilizados, permitem visualizar inúmeras situações em curtos espaços de tempo, o que facilita a observação de padrões, as características que se mantêm e as que se alteram durante essa manipulação. Essa perspectiva fornece subsídios para as argumentações dos estudantes quando respondem aos questionamentos feitos pelo professor.

Foram abordadas algébrica e geometricamente a definição, a representação geométrica, a equação e a propriedade refletora da elipse. Com o uso dos OVA propostos, foi possível estudar esses conceitos de modo integrado, transitando facilmente entre essas duas formas de representação. No OVA 4, por exemplo, tem-se a equação da elipse e sua representação geométrica. É possível alterar os valores de alguns parâmetros da equação e analisar as mudanças algébricas e geométricas, de modo dinâmico e interativo, o que facilita a visualização e compreensão dos objetos matemáticos envolvidos.

A disponibilização da sequência didática no GeoGebra Tarefa, de modo on-line, oportunizou aos estudantes a manipulação dos OVA e, paralelamente, responderem às questões propostas em cada atividade, conforme apontado pelo E15, “*as questões presentes no próprio GeoGebra (na sala virtual) ajudam analisarmos melhor, por termos o que responder*”. Além disso, segundo a percepção de 15 estudantes participantes da pesquisa, a interação com os OVA contribuiu para melhorar a sua compreensão dos conteúdos abordados. E2 afirmou: “[...] *Eu achei que ajuda a tirar algumas dúvidas e deixa a lógica mais fácil de ver. Ter uma visão clara do que você está fazendo é muito bom*”.

O formato e a disposição das atividades na sequência didática foram considerados, também, de modo a contribuir com o desenvolvimento da autonomia dos estudantes. Assim, era esperado que, ao manipular os OVA, os estudantes estabelecessem relações entre as animações visualizadas nesses objetos com as propriedades e conteúdos da Matemática neles abordados. Quando perguntados a respeito, apenas três afirmaram ter tido dificuldades em estabelecer essas relações. Alguns apenas disseram que conseguiram, mas não comentaram quais as relações estabelecidas.

O E17, por exemplo, respondeu que “*Sim, com um pouco de dificuldade, mas sim*”. Apesar de alegar ter tido algumas dificuldades, ele respondeu corretamente a todas as questões dispostas na sequência didática, exceto à Questão 1. Assim, observou-se que ele conseguiu estabelecer as relações esperadas, porém, não entregou a lista de exercícios de caráter avaliativo. E3 afirmou: “*Tive dificuldade de estabelecer relações matemáticas por meu modo de pensar, mas, sim, consegui estabelecer algumas relações a partir da visualização dos OVA*”. Apesar de indicar algumas dificuldades, o estudante conseguiu responder de forma coerente a todas as questões dispostas na sala de aula virtual, com resoluções bem elaboradas, exceto as resoluções das questões relativas aos OVA 7 e 8, em que não apresentou nenhuma resposta. Já nos exercícios da atividade avaliativa, ele acertou todas as questões que resolveu, deixando apenas uma sem resposta.

O E2 respondeu: “*Consegui perceber as relações nos mais simples quando eu focava em entender, mas os mais complexos são um pouco mais difíceis para mim*”. Ele apontou ter tido algumas dificuldades, mas também conseguiu responder corretamente a todas as questões, exceto à Questão 1 referente aos OVA 2 e OVA 3. Na atividade avaliativa, esse estudante só não acertou a primeira questão. Assim, observou-se que ele só não realizou as atividades que a maioria dos estudantes teve dificuldades. Diante do exposto, considera-se que, apesar de algumas dificuldades apontadas por esses três estudantes, há evidências de que o material tenha sido potencialmente significativo, contribuindo para a sua aprendizagem.

Sobre o uso das TD como fator motivador para estudar Matemática, 12 estudantes afirmaram que contribuiu na motivação e interesse pelos estudos. Para justificar essa percepção, mencionaram a facilidade na compreensão dos OVA, bem como o fato de serem intuitivos, interessantes e dinâmicos. Um dos estudantes complementou afirmando que “*ver algo diferente do ensinado em anos de escola me faz querer conhecer mais os diversos métodos de aprendizagem, não só de matemática*”.

Quando perguntados especificamente sobre os OVA elaborados no GeoGebra, 15 estudantes afirmaram que gostariam que esse uso se tornasse algo frequente nas aulas de Matemática. Os argumentos mais usados para esse posicionamento foram a facilidade da compreensão e a visualização geométrica

dos objetos matemáticos. Essa percepção é corroborada por Teixeira e Mussato (2020, p. 453) ao se referirem ao software GeoGebra:

Os recursos tecnológicos disponíveis nesse software podem colaborar com o processo de ensino da matemática, pois podem possibilitar aos alunos desenvolver atividades que permitem a investigação, a interação e a testagem, facilitando o processo de construção do conhecimento. Assim, o aluno participa da elaboração da resolução interagindo assim com o software, seja com atividades algébricas ou geométricas.

Segundo Santos, Silva e Silva (2021, p. 61), o GeoGebra “contribui para fornecer aos educandos possíveis ampliações ou novas interpretações no desenvolvimento do pensamento geométrico”. Assim, de acordo com Binotto, Petry e Gaio (2022), os OVA contribuem para a aprendizagem de conceitos matemáticos e a compreensão da importância de suas propriedades em aplicações para a projeção de equipamentos usados em situações práticas.

### 5.3 Aprendizagem significativa no estudo da elipse

De acordo com Ausubel (2003), para que ocorra aprendizagem significativa é necessário que o material utilizado seja potencialmente significativo, ou seja, que possa ser relacionado com os conhecimentos prévios dos estudantes, que devem ter predisposição para aprender, conforme ressaltado no marco teórico. Nesse sentido, para a elaboração da sequência didática, que se entende como material potencialmente significativo, consideraram-se como subsunções os conceitos referentes a plano cartesiano, representação de pontos no plano, distância entre pontos, par ordenado e estudo de retas, que são pré-requisitos para o estudo de cônicas.

Em relação à predisposição dos estudantes para a aprendizagem, analisaram-se o resultado da identificação de relações matemáticas nos OVA, as respostas às questões propostas na sequência didática, a interação com os OVA e as respostas à lista de exercícios. Nesse sentido, observou-se que 15 estudantes apresentaram a resolução de pelo menos 70% das oito questões sobre elipses, presentes na sequência didática, buscando justificar os passos desenvolvidos nas soluções, o que sugere que a maioria dos estudantes estava predisposta a aprender.

De acordo com Moreira (2011, p. 52), “a avaliação da aprendizagem significativa deve ser predominantemente formativa e recursiva. É necessário buscar evidências de aprendizagem significativa, ao invés de querer determinar se ocorreu ou não”. Por esse motivo, apresentam-se nesta seção alguns indícios de ocorrência da aprendizagem a partir da interação com os subsunções já estabelecidos.

Um dos exercícios apresentados aos estudantes foi: *Qual é a equação da elipse com centro em C(1,2), eixo focal vertical, eixo maior medindo 6 uc e eixo menor medindo 4 uc?* Nesse exercício, era esperado que eles localizassem o ponto correspondente ao centro no plano cartesiano e o identificassem como o ponto médio dos respectivos eixos, que são segmentos (subsunções) e, com suas medidas, definissem os valores dos parâmetros  $a$  e  $b$ , para assim, relacionar com a forma da equação da elipse  $\frac{(x-x_0)^2}{b^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$ . Dez estudantes acertaram integralmente a solução dessa questão, ancorando o novo conceito (a forma de representação algébrica da elipse) com os subsunções já presentes em sua estrutura cognitiva. Quatro estudantes conseguiram resolver parcialmente a questão, em que se observou alguma dificuldade de realizar essa ancoragem, enquanto que os outros três não resolveram o exercício.

Um outro exercício apresentado aos estudantes foi: *Os pontos  $A_1(4,0)$  e  $A_2(-4,0)$  são vértices de uma elipse com focos  $F_1(3,0)$  e  $F_2(-3,0)$ . Determine a equação, a excentricidade da elipse e esboce seu gráfico.* Esperava-se que os estudantes localizassem esses pontos no plano cartesiano, identificassem a distância entre os vértices e entre os focos, localizassem o centro (ponto médio entre os focos ou entre os vértices dados), acessando vários subsunções já presentes em suas estruturas cognitivas. Assim, com os novos

conceitos apresentados no material, esperava-se a identificação dos parâmetros  $a$  e  $c$  para, então, usar o Teorema de Pitágoras (subsunçor) para encontrar o parâmetro  $b$  presente na forma apresentada para a equação da elipse. A partir desses parâmetros, esperava-se que, usando os novos conhecimentos desenvolvidos a partir da manipulação dos OVA e com a sequência didática disponibilizada, conseguissem exibir a equação da cônica, calcular sua excentricidade e fazer a representação geométrica, como exemplificado na solução apresentada pelo estudante E10, mostrada na Figura 9.

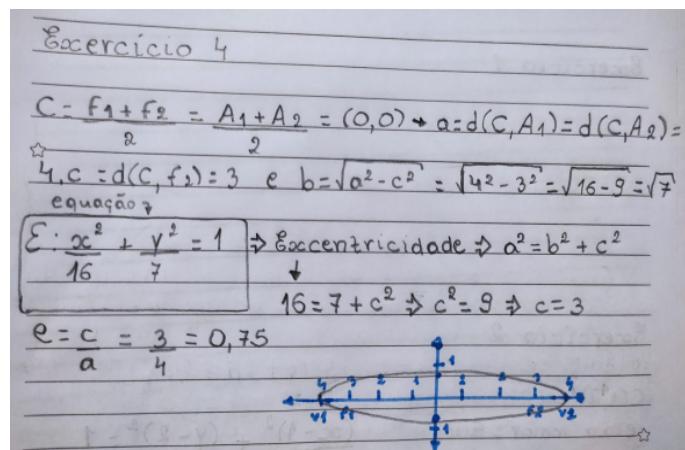


Figura 9. Resolução apresentada pelo E10.

**Fonte:** Os Autores.

Somente um estudante não resolveu a essa questão, 15 estudantes acertaram-na integralmente e um resolveu-a parcialmente, obtendo-se novamente indícios da ocorrência de aprendizagem significativa, visto que a maioria conseguiu resolver corretamente a questão, ancorando os novos conceitos com os subsunçores já estabelecidos. Tem-se, dessa forma, também indícios de que o material foi potencialmente significativo para esses estudantes.

Na tentativa de trazer um exercício lúdico, foi proposta uma situação fictícia em que uma pessoa pretendia construir uma piscina em formato elíptico, de forma que amarra as extremidades de uma corda de 6m de comprimento em duas estacas  $E_1$  e  $E_2$ . Com um riscador  $R$ , estica a corda, de modo a obter o triângulo  $E_1RE_2$ . Deslizando o riscador  $R$  de forma que a corda fique sempre esticada e rente ao chão, obtém o contorno da piscina desenhado na Figura 10. Sendo  $M$  o ponto médio de  $E_1E_2$ , qual é a distância entre as estacas? (adaptado de Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 133).

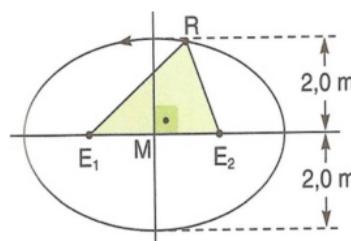


Figura 10. Ilustração da piscina elíptica.

**Fonte:** Giovanni & Bonjorno, 2005, p. 133.

Apresenta-se a resolução desse problema dada pelo E8, conforme mostrado na Figura .

$$\begin{aligned} 5) RE_1 = RE_2 \rightarrow RE_1 = 6/2 = 3 \quad RM = 2 \\ (ME_1)^2 + (RM)^2 = (AE_1)^2 \rightarrow (ME_1)^2 = (RE_1)^2 - (RM)^2 = 3^2 - 2^2 = 5 \\ ME_1 = \sqrt{5} \rightarrow d(E_1, E_2) = 2 \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

Figura 11. Resolução apresentada pelo E8.

**Fonte:** Os Autores.

Embora esse estudante não tenha explicitado, ele usou a definição de elipse, considerando  $E_1$  e  $E_2$  os focos e  $R$  um ponto qualquer da elipse, sendo o ponto médio ( $M$ ) dos focos seu centro. Além disso, quando  $R$  é um dos extremos do eixo menor, vale  $E_1M = ME_2 = c$ . Identificou ainda, pelos dados contidos no problema, o valor do parâmetro  $b = 2$ , para, assim, encontrar o valor de  $c$  utilizando o Teorema de Pitágoras. Apesar de o estudante ter omitido a formalização de alguns conceitos na solução apresentada, observa-se que há indícios de que ele relacionou o novo conhecimento com os subsunções (plano cartesiano, ponto médio, teorema de Pitágoras) e os desenvolveu para relacioná-los com as novas informações, o que é uma evidência de aprendizagem significativa. Nesse exercício, 12 estudantes conseguiram obter a solução do problema e cinco não resolveram a atividade.

Nas aulas, os estudantes manipularam os OVA, investigaram os conceitos matemáticos, elaboraram e testaram conjecturas. Na sequência, realizou-se a sistematização dos conceitos estudados. Em alguns casos, os estudantes compreenderam os conceitos abordados sem a ajuda da professora, o que contempla a aprendizagem por descoberta e, em outros, a sistematização foi fundamental.

Conclui-se que há evidências de que a maioria dos estudantes conseguiu compreender os conceitos abordados a partir da interação com os OVA, consolidando essa compreensão com a sistematização, quando necessário. Essa situação pode ser ilustrada pela afirmação do E3, ao responder à Questão 6: *É correto afirmar que, independente da maneira que você posicionar o taco de sinuca, você sempre vai acertar? Justifique sua resposta:*

Sim, pois as distâncias de um ponto qualquer na elipse até os pontos focais somadas vai ser sempre a mesma, que coincide com a distância entre os vértices. Isso influencia no ângulo formado pela reflexão de raios, de forma que os ângulos externos do triângulo entre o raio e a reta focal são iguais.

De fato, o estudante conseguiu justificar a solução da questão, principalmente por nunca ter visto esse conteúdo antes. Embora não tenha usado a linguagem formal, ele observou que os ângulos de incidência e de reflexão são congruentes. Diante do exposto, pode-se concluir que existem fortes evidências de que a sequência didática planejada a partir dos OVA contribuiu para promover aprendizagem significativa.

## 6. Considerações Finais

Por meio de uma experiência de ensino, buscou-se investigar possíveis contribuições do uso de objetos virtuais de aprendizagem para a aprendizagem significativa de conteúdos de cônicas, com estudantes do Ensino Médio Técnico em Informática. Para tanto, elaborou-se uma sequência didática com o recurso livro do GeoGebra on-line, composta por OVA e questões sobre os conteúdos matemáticos envolvidos, disponibilizada aos estudantes no GeoGebra Tarefa.

Os dados da pesquisa foram analisados, considerando-se as limitações ou dificuldades na compreensão ou uso dos OVA, as potencialidades do seu uso e as evidências da ocorrência de aprendizagem significativa. Observa-se que o ambiente em que a sequência didática foi aplicada possui boa estrutura de TD, com laboratório de informática, acesso à Internet e alunos habituados a usarem esses espaços, embora essa não seja a realidade de muitas escolas públicas no Brasil. Por isso, é possível que, em algumas

situações, o professor que queira usar o material disponibilizado sinta necessidade de fazer adaptações, usá-lo de forma off-line, ou mesmo apresentar os OVA em uma projeção, em que a manipulação seja feita de forma coletiva.

Quanto à habilidade de manuseio dos recursos tecnológicos, espera-se que essa não seja uma barreira para o uso, visto que os estudantes atuais da Educação Básica, em sua maioria, são considerados nativos digitais. Em relação às dificuldades elencadas pelos estudantes que participaram da pesquisa acerca da compreensão dos conceitos a serem constituídos na interação com os OVA, elas possibilitaram a implementação de melhorias.

Em relação aos benefícios e potencialidades do material didático disponibilizado, destaca-se a promoção da autonomia com a possibilidade de investigar os assuntos matemáticos. A sequência didática foi elaborada de modo a relacionar o novo conteúdo a ser aprendido com os conhecimentos prévios dos estudantes. As questões a serem respondidas durante a interação com os OVA serviram como base para os estudantes manipularem os objetos, a fim de compreender os conceitos abordados, promover a investigação dos conteúdos matemáticos, favorecer sua autonomia e, consequentemente, proporcionar a aprendizagem por descoberta. A interatividade dos OVA contribuiu para que os estudantes conseguissem visualizar diferentes lugares geométricos associados às respectivas representações algébricas, permitindo elaborar e testar conjecturas a partir dos padrões observados, bem como favorecer a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Destaca-se também que, para a maioria dos estudantes, o uso dos OVA ampliou a motivação, o interesse nas aulas e o empenho para a resolução das atividades propostas. Nesse sentido, pode-se inferir que esses estudantes estavam predispostos a aprender, um dos requisitos para ocorrer aprendizagem significativa, e que os OVA contribuíram para isso. Esse indicativo, inclusive, é reforçado por diversos estudantes que demonstraram interesse e curiosidade em aprender a construir seus próprios OVA no GeoGebra e sugeriram que mais atividades como essas fossem incorporadas com frequência às aulas de Matemática.

Em relação à sequência didática utilizada, considera-se ser um material potencialmente significativo devido ao fato de relacionar os conteúdos com os subsunções dos estudantes e a maioria deles ter conseguido desenvolver novos significados em sua estrutura cognitiva a partir da interação proposta, conforme sugere Ausubel (2003). Por fim, identificaram-se algumas evidências de aprendizagem significativa na resolução das atividades do GeoGebra e na atividade avaliativa, razão pela qual é possível considerar que o uso dos OVA contribuiu na aprendizagem significativa dos estudantes acerca dos conteúdos de cônicas.

## 6. Referências

Almeida, W. N. C. & Malheiro, J. M. S. (2018). A argumentação e a experimentação investigativa no ensino de matemática. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 11(2), 57-83. <https://doi.org/10.5007/1982-5153.2018v11n2p57>.

Audino, D. F. & Nascimento, R. S. (2010). Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos: uma nova proposição aplicada à educação. *Revista Contemporânea de Educação*, 5(10), 128-148, 2010. <https://revistas.ufrj.br/index.php/rce/article/view/1620/1468>.

Ausubel, D. P. (2003). Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. (L. Teopisto, trad.). Platáno.

Bicudo, M. A. V. (2019). Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: M. C. Borba & J. L. Araújo (Ed.), *Pesquisa qualitativa em educação matemática* (pp. 107-119). Autêntica.

Binotto, R. R.; Petry, V. J. & Gaio, S. M. (2022). Estudo de Possibilidades do Uso de Objetos Virtuais de Aprendizagem no Ensino de Cônicas por meio de um Exercício de Imaginação Pedagógica. *Ensino da Matemática em Debate*, 9(2), 108–129. DOI: <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2022v9i257628>.

Brasil. (2018). Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação. Brasília [http://base Nacional comum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://base Nacional comum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf).

Borba, M. C., Silva, R. S. R. & Gadanidis, G. (2020). Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. (3<sup>a</sup> ed.). Autêntica.

Costa, N. M. L. & Prado, M. E. B. B. (2015). A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(16), 99-120. <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1392>.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2012). *Investigação em Educação Matemática*. Autores Associados.

Giovanni, J. R. & Bonjorno J. G. (2005). *Matemática completa*. (2<sup>a</sup> ed.). FTD.

Kay, R. H. & Knaack, L. (2007). Evaluating the learning in learning objects. *Open Learning: The Journal of Open and Distance Education*, 22(1), 5-28.

Kenski, V. M. (2003). Aprendizagem Mediada pela Tecnologia. *Revista Diálogo Educacional*, 4(10), 47-56. <https://doi.org/10.7213/rde.v4i10.6419>.

Kleemann, R. & Petry, V. J. (2020). Desenvolvimento de um Exercício de Imaginação Pedagógica a partir de uma Proposta Metodológica Interdisciplinar. *Investigações em Ensino de Ciências*, 25(3), 232-251. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2020v25n3p232>.

Maltempi, M. V. (2005). Novas Tecnologias e Construção de Conhecimento: Reflexões e Perspectivas. In: *Anais do V Congresso Ibero-American de Educação Matemática* (pp. 1-11). Porto.

Moraes, R. & Galiazzzi, M. C. (2020) *Análise Textual Discursiva*. Unijuí.

Moreira, M. A. (2011). Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares. Livraria da Física.

Proetti, S. (2018). As pesquisas qualitativa e quantitativa como métodos de investigação científica: Um estudo comparativo e objetivo. *Revista Lumen*, 2(4). <https://doi.org/10.32459/revistalumen.v2i4.60>.

Rocha, T. L. (2012). Viabilidade da Utilização da Pesquisa-Ação em Situações de Ensino-Aprendizagem. *Cadernos da FUCAMP*, 11(14), 12-21. <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/218>.

Santos, E. A., Silva, A. F. & Silva, S. S. (2021). As potencialidades do Tangram no ensino de Geometria por meio do software GeoGebra. *Ensino da Matemática em Debate*, 8(1), 61-80. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2021v8i1p61-80>.

Skovsmose, O. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: B. S. D'Ambrosio & C. E. Lopes (Ed.) *Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática* (pp. 63-90). Mercado de Letras.

Souza, L. O. (2016). As TIC na Formação Docente: fundamentos para design de objetos virtuais de aprendizagem. [Dissertação de Mestrado]. Universidade Federal de Goiás.

Spinelli, W. (n.d.). Os Objetos Virtuais de Aprendizagem: ação, criação e conhecimento. [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6749/mod\\_resource/content/2/Objetos\\_de\\_aprendizagem.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6749/mod_resource/content/2/Objetos_de_aprendizagem.pdf).

Teixeira, A. S. M. & Mussato, S. (2020). Contribuições do software Geogebra nas aulas com sólidos geométricos de faces planas nos anos iniciais do ensino fundamental. *Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 8(3), 449-466. <https://doi.org/10.26571/reamec.v8i3.10835>.

Tezani, T. C. R. (2017) Nativos digitais: considerações sobre os alunos contemporâneos e a possibilidade de se (re)pensar a prática pedagógica. *Revista Brasileira de Psicologia e Educação*, 19(2), 295–307. <https://doi.org/10.30715/rbpe.v19.n2.2017.10955>.