

## CONSIDERACIONES METÓDICAS SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA HISTORIA Y LA FILOSOFÍA DE LA CIENCIA: EL CASO DE *GEOGEBRA*

## METHODOLOGICAL CONSIDERATIONS ON THE TEACHING OF THE HISTORY AND PHILOSOPHY OF SCIENCE: THE CASE OF *GEOGEBRA*

## CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS SOBRE O ENSINO DA HISTÓRIA E FILOSOFIA DA CIÊNCIA: O CASO DO *GEOGEBRA*

Helbert E. Velilla-Jiménez\*

Velilla, H. (2026). Consideraciones Metódicas Sobre La Enseñanza De La Historia Y La Filosofía De La Ciencia: El Caso De Geogebra. *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, 20(3), e-22145. DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.22145>

### Resumen

El objetivo de este artículo es analizar un recurso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) como GeoGebra para establecer una relación entre el aprendizaje de conceptos científicos a través de un software dinámico con la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia. La metodología empleada en este estudio es la investigación documental. Dentro de los principales hallazgos se resalta la poca inclusión de enfoques de la didáctica general y de la metódica en el estado del arte en relación con la selección y justificación de los métodos para la enseñanza de las ciencias. La consecuencia es que la selección de los métodos para la enseñanza queda relegada a opiniones subjetivas vinculadas con la idea de la importancia de las tecnologías, y menos con su justificación didáctica y metódica relacionada con los objetivos, temas, medios y métodos según las condiciones antropológicas y socioculturales de los estudiantes. La estructura que seguirá este artículo es la siguiente: primero, se realizará una caracterización sobre el uso de las tecnologías de la información y comunicación y su importancia para la enseñanza de las ciencias. Segundo, se presentarán las principales funciones de GeoGebra aplicadas a un tópico básico en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia como las teorías geocéntrica y heliocéntrica. Finalmente, se plantearán consideraciones metódicas para el diseño de propuestas formativas en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia con GeoGebra.

Recibido:25 febrero de 2025. Aceptado:21 de diciembre de 2025

\* Universidad de Antioquia, Doctor en Filosofía, École normale supérieure-Paris, Université PSL & Universidad de Salamanca, [helbert.velilla@udea.edu.co](mailto:helbert.velilla@udea.edu.co) ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2367-6922>

**Palabras Clave:** GeoGebra, Heliocentrismo, Enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia, Metódica, Klafki.

### **Abstract**

This paper aims to analyze a resource of information and communication technologies (ICT) such as GeoGebra to establish a relationship between learning scientific concepts through dynamic software and teaching philosophy and the history of science. The methodology employed in this study is documentary research. Among the main findings, the limited inclusion of general didactic and methodological approaches in the state of the art regarding the selection and justification of methods for science teaching is highlighted. The consequence is that the selection of teaching methods is relegated to subjective opinions linked to the importance of technologies, and less to the didactic and methodological justification related to objectives, topics, means, and methods according to the anthropological and sociocultural conditions of the students. The structure that this paper will follow is as follows: first, a characterization will be made regarding the use of information and communication technologies and their importance for science teaching. Second, the main functions of GeoGebra applied to a basic topic in the teaching of philosophy and the history of science, such as the geocentric and heliocentric theories will be presented. Finally, methodological considerations for the design of training proposals in the teaching of philosophy and the history of science with GeoGebra will be proposed.

**Keywords:** GeoGebra, Heliocentrism, Teaching of philosophy and the history of science, Methodical, Klafki.

### **Resumo**

O objetivo deste artigo é analisar um recurso das tecnologias de informação e comunicação (TIC) como o GeoGebra para estabelecer uma relação entre a aprendizagem de conceitos científicos através de software dinâmico e o ensino de filosofia e história da ciência. A metodologia empregada neste estudo é a pesquisa documental. Entre os principais achados, destaca-se a limitada inclusão de abordagens didáticas gerais e metodológicas no estado da arte em relação à seleção e justificação de métodos para o ensino de ciências. A consequência é que a seleção de métodos de ensino é relegada a opiniões subjetivas ligadas à ideia da importância das tecnologias, e menos à sua justificação didática e metodológica relacionada a objetivos, temas, meios e métodos de acordo com as condições antropológicas e socioculturais dos alunos. A estrutura que este artigo seguirá é a seguinte: primeiro, será feita uma caracterização sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação e sua importância para o ensino de ciências. Segundo, serão apresentadas as principais funções do GeoGebra aplicadas a um tópico básico no ensino de filosofia e história da ciência, como as teorias geocêntrica e heliocêntrica. Finalmente, serão propostas considerações metodológicas para o design de propostas de formação no ensino de filosofia e história da ciência com o GeoGebra.

**Palavras-Chave:** GeoGebra, Heliocentrismo, Ensino de filosofia e história da ciência, Metodológico, Klafki.

## 1. Introducción

El propósito de este artículo es analizar las relaciones que se pueden establecer entre un software dinámico para la enseñanza de conceptos científicos, como GeoGebra, y la formación científica en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia. Para justificar metódicamente esta relación, se hará uso del enfoque didáctico y metódico de Wolfgang Klafki (1927-2016). Wolfgang Klafki fue un pedagogo alemán conocido por su propuesta de una didáctica teórico-formativa (*Bildungstheoretische Didaktik*) y posteriormente de una didáctica crítico-constructiva (*kritisch-konstruktive Didaktik*). Ambos enfoques tienen como concepto central la formación (*Bildung*) y buscan orientar a los didactas y profesores en el análisis de la enseñanza, sus métodos y medios, y en la planeación de clase. En este artículo, yo me ocuparé del nivel metódico, el cual está ligado a la investigación, selección y justificación de los medios para la enseñanza.<sup>2</sup>

La incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en las prácticas de enseñanza juega un rol fundamental tanto para la apropiación de conceptos como para la construcción del conocimiento. El uso de las TIC, eventualmente consideradas como mediadoras de la enseñanza y el aprendizaje, posibilita el diseño de software, modelación, simulación de fenómenos, gestión de repositorios de información, bases de datos, entre otros. No obstante, el análisis de las TIC no se puede reducir sólo a la importancia de las tecnologías, cuyo uso se ha incrementado en los últimos años por la emergencia del *Big Data* y las plataformas virtuales de aprendizaje, sino, también, a su justificación pedagógica que los científicos de la educación ya han enfatizado en términos de la relación entre didáctica y metódica.

A diferencia de estudios que analizan el uso de GeoGebra principalmente desde su eficacia instrumental o desde sus efectos en el rendimiento académico, este trabajo propone una aproximación metódica que articula explícitamente la selección y el uso del software con una teoría didáctico-formativa. El aporte central de este artículo consiste en mostrar cómo GeoGebra puede ser comprendido, desde la perspectiva de Wolfgang Klafki, no solo como una herramienta tecnológica, sino como un medio portador de objetivos formativos, cuya pertinencia depende de su relación con el contenido, los fines educativos y las condiciones de los estudiantes.

Asimismo, frente a investigaciones en historia y filosofía de la ciencia que incorporan modelos científicos sin problematizar los medios de enseñanza, este trabajo ofrece un marco de análisis que integra la modelización dinámica con contenidos históricos y filosóficos específicos, como las teorías geocéntrica y heliocéntrica. De este modo, se aporta un criterio metódico para la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia mediada por TIC, orientado no solo al aprendizaje conceptual, sino a la comprensión crítica de la naturaleza del conocimiento científico.

En este contexto, el artículo se orienta por la siguiente pregunta de investigación: ¿qué relación puede establecerse, desde una perspectiva metódica inspirada en la didáctica formativa de Wolfgang Klafki, entre el uso de GeoGebra como medio de enseñanza y la enseñanza de conceptos científicos en la filosofía y la historia de la ciencia?

La metodología empleada en este estudio corresponde a una investigación documental de carácter analítico-interpretativo. La revisión se centró en literatura especializada sobre el uso de las TIC y de GeoGebra en la enseñanza de las ciencias, estudios en historia y filosofía de la ciencia

---

<sup>2</sup> Entiendo por Didáctica un subcampo de la Ciencia de la Educación (Erziehungswissenschaft) que se encarga de analizar científicamente la enseñanza. De acuerdo con Klafki (1991), la Didáctica es el complejo total de las decisiones, presuposiciones, fundamentaciones y procesos de la decisión sobre todo los aspectos de la enseñanza. La Metodica (Methodik) la entiendo como la teorización e investigación sobre las formas de organización y realización de la enseñanza y el aprendizaje, y los Medios (Medien) como las formas de presentación y visualización. Para ampliar este tema puede consultarse: Heimann (1962); Heimann et al. (1979); Klafki (1962) y Velilla (2018b, 2018a).

vinculados a la modelización científica, y trabajos fundamentales de didáctica general y metódica, en particular, la propuesta de Wolfgang Klafki. Los criterios de selección de las fuentes incluyeron su pertinencia temática, su relevancia teórica, así como su capacidad para ofrecer marcos de análisis que permitieran problematizar la relación entre medios de enseñanza, contenidos científicos y objetivos formativos. El desarrollo del análisis se realizó en tres momentos: una revisión conceptual de los enfoques sobre TIC y la enseñanza de las ciencias, un análisis metódico del uso de GeoGebra como medio de enseñanza y la elaboración de consideraciones formativas aplicadas a la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia.

En la primera parte de este artículo realizo una breve caracterización sobre la incorporación e importancia de las TIC en la enseñanza de las ciencias. En la segunda parte, expondré algunos problemas relacionados con la justificación didáctica y metódica de la selección de las TIC para el aprendizaje de conceptos científicos. Luego, mostraré algunas funciones básicas de GeoGebra incorporando un tema de geometría euclidiana. Finalmente, presentaré algunas consideraciones metódicas para el uso de GeoGebra en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia. Se espera ofrecer elementos de análisis para la justificación didáctica y metódica de las prácticas de enseñanza, en particular, las prácticas que tienen que ver con la enseñanza de conceptos científicos tanto en la enseñanza de las ciencias como en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia.

## **2. Las Tecnologías de la Información y Comunicación para la enseñanza de las ciencias**

La incorporación de las TIC en la enseñanza en general y en la enseñanza de las ciencias en particular tiene gran impacto en la apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes (Alt, 2018; Castillo et al., 2016; Chen & Wu, 2020; Ogawa

et al., 2020). Este es uno de los motivos por los que los didactas y docentes podrían utilizar los enfoques de análisis de la didáctica para justificar el empleo de las TIC como medios para la enseñanza. Efectivamente, el uso de las TIC sin un análisis pedagógico previo incentiva una selección y un uso operacional que dejan al margen tanto objetivos pedagógicos como procesos de formación.<sup>3</sup>

Según Capuano (2011), la presencia de las TIC en la enseñanza de las ciencias es variada, las encontramos en las clases de ciencias teóricas, en clases de resolución de problemas y realización de experimentos. Por su parte, Pontes (2005) señala que los recursos que presentan mayor interés para la enseñanza de las ciencias son los programas de simulación y los sistemas tutoriales integrados. Estos incluyen contenidos teóricos, simulaciones de fenómenos, ejercicios y pruebas de evaluación del aprendizaje. De acuerdo con el estudio de Capuano (2011), las TIC se utilizan para simular determinadas situaciones asociadas con el tema elegido para desarrollar.

Actualmente, la simulación incorpora también material audiovisual empleado en clases teóricas, como presentaciones animadas mediante software y recursos audiovisuales, que se utilizan de manera complementaria en el desarrollo de la clase. Estos recursos permiten una mejor aproximación a situaciones problemáticas, por ejemplo, al estudio de conceptos como el campo gravitacional o la célula, los cuales pueden ser abordados posteriormente en el aula mediante actividades de resolución de problemas.

Capuano (2011) resalta que el uso de las TIC en la enseñanza de las ciencias se concentra principalmente en dos aplicaciones: la simulación de situaciones y el procesamiento de datos. La importancia de las simulaciones en la enseñanza viene dada por la dificultad de recrear situaciones para su estudio. Desde la perspectiva de Cataldi, Lage y Dominighini (2013), los simuladores:

(Klafki, 1985). Se puede rastrear la importancia de este concepto para la pedagogía y la didáctica en las obras de Lessing, Kant, Herder, Goethe, Shiller, Pestalozzi, Schleiermacher, Herbart, Humboldt, Fichte, Hegel, Diesterweg, Fröbel (Velilla, 2018a).

---

<sup>3</sup> Para Klafki, el concepto de formación históricamente ha guardado un carácter crítico con un potencial sociocrítico. Este concepto se halla “en la corriente de una determinada crítica social y cultural que se puede comprobar a partir de Rousseau y Herder hasta Hegel”

buscan reproducir un fenómeno natural mediante la visualización de los diferentes estados que él mismo puede presentar donde cada estado está definido y descrito por un conjunto de variables que cambian mediante la interacción en el tiempo con un algoritmo determinado a fin de describir de manera intuitiva el comportamiento del sistema real, dado que operar sobre éste es inaccesible. (p.1)

Como se puede observar, la simulación permite aproximarse a situaciones del mundo real que resultan difíciles de experimentar o comprender directamente. Una de sus características centrales es el conjunto de ecuaciones matemáticas mediante las cuales se modela la situación; por ello, resulta pertinente no solo promover el uso de simulaciones, sino también el trabajo explícito con la modelización. En este sentido, los modelos permiten articular la realidad y la teoría, haciendo inteligible la estructura fundamental de los fenómenos en estudio. El modelo permite predecir hechos acerca del mundo y representar la diversidad de eventos que componen un fenómeno, cumpliendo así funciones descriptivas, explicativas, heurísticas y predictivas (Greca & Moreira, 1998).

Con la modelización podemos interpretar modelos conceptuales, crear modelos mentales<sup>4</sup> y producir representaciones externas con alta precisión descriptiva del fenómeno en estudio. Observemos un ejemplo de un modelo teórico o conceptual:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

Esta ecuación representa un círculo en el sistema de coordenadas cartesianas, donde  $x$  y  $y$  son las coordenadas de cualquier punto en el círculo, y  $r$  es el radio del círculo. Cada punto  $(x, y)$  que satisface

esta ecuación se encuentra en la circunferencia del círculo con centro en el origen  $(0,0)$  y radio  $r$ . La modelización y el uso de modelos en la enseñanza de conceptos científicos se plantean como un factor clave para explicar e interpretar el mundo natural. Además, cuando realizamos una explicación generalmente recurrimos a modelos porque son nuestra mejor representación simplificada de los fenómenos (Gilbert et al., 2000).

Ahora bien, la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza de las ciencias desempeña un papel fundamental tanto en la apropiación de conceptos científicos — por ejemplo, mediante la modelización— como en la construcción del conocimiento. En este contexto, cabe plantear la pregunta: ¿cómo pueden las TIC contribuir al aprendizaje de conceptos científicos en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia?

El uso de las TIC, concebidas como mediadoras en la enseñanza y el aprendizaje, posibilita el diseño de gráficas, tratamiento de cálculos, modelación y simulación de fenómenos naturales. Sin embargo, como lo señala Pontes (2005), el eje central de la reflexión no se puede reducir a la importancia de las tecnologías, porque, aunque estas tendrán en un futuro un desarrollo cada vez mayor, ello no garantiza una mejora significativa de la calidad de la educación científica. Siguiendo a Pontes (2005), uno de los puntos más importantes es el de una justificación didáctica del uso de los programas computacionales. A continuación, expondré algunos problemas relativos a la justificación didáctica y metódica de la selección de las TIC para el aprendizaje de conceptos científicos.

### **3. El problema: la selección de las TIC para el aprendizaje de conceptos científicos.**

¿Cómo seleccionar una tecnología computacional adecuada para la enseñanza de conceptos científicos? ¿Qué habilidades de conocimiento se quieren incentivar con la tecnología seleccionada? ¿Cuáles son las implicaciones formativas del uso de las TIC en la enseñanza de la filosofía y la historia de

científico que esa comunidad posee, mientras que un modelo mental es una representación interna y personal, inestable y básicamente funcional.

---

<sup>4</sup> Un modelo conceptual según Greca y Moreira (1998) es una representación externa compartida por una comunidad científica y consistente con el conocimiento

la ciencia? Estas son algunas preguntas con las que se puede problematizar el tema de la selección de las TIC para la educación en ciencias. En las siguientes líneas, realizaré una caracterización de los problemas que se derivan de estas preguntas para proponer un enfoque de análisis que podría contribuir a su solución.

En la investigación de Escalona (2005), se evidencia que el uso de las computadoras podría estar relacionado con enfoques cognitivistas, conductistas o constructivistas, en los cuales se pretende sustituir al profesor por la “herramienta” y de este modo insistir en una enseñanza basada en una transmisión de conocimientos descontextualizada de los contextos sociohistóricos. Esta perspectiva se aleja de los enfoques didácticos y pedagógicos que contribuyen a ofrecer perspectivas de análisis sobre un fenómeno tan complejo como el de la educación y la formación (*Bildung*).

Es importante incorporar las TIC en la educación en ciencias, pero para ello se requieren criterios y elementos de análisis con los cuales se justifique pedagógicamente su implementación. A mi modo de ver, son varios los aspectos que se deben evidenciar en el análisis sobre la selección de una TIC para la enseñanza de las ciencias.

En primer lugar, el *contenido disciplinar* juega un papel importante toda vez que se precisen los criterios para diferenciar contenidos no pertinentes para la enseñanza, de aquellos necesarios y que pueden contribuir a la formación de los estudiantes. En el enfoque de Klafki, a estos contenidos se les denomina contenidos con contenido formativo (*Bildungsgehalt*). Adicionalmente, y como lo señala Comenio (2003) en su *Didáctica Analítica*, se requiere que el enseñante sepa lo que debe enseñar a otros, ya que nadie puede enseñar aquello que él mismo no sabe de un modo suficiente. En segundo lugar, los aspectos *epistemológicos* contribuyen a la comprensión de la naturaleza de las ciencias, así como de sus procesos de construcción desde perspectivas sociales e históricas de producción del

conocimiento. De esta forma, se ofrecen elementos de ponderación para abordar la ciencia como una forma más de explicar el mundo, en la que hay intereses, errores, obstáculos, transformaciones y diversas racionalidades. Finalmente, una *comprensión disciplinar de la Pedagogía y subdisciplinar de la Didáctica* (Brezinka, 1978; Runge, 2008; Velilla, 2018b). Entre muchos de los temas<sup>5</sup> de la pedagogía entendida como un campo disciplinar, encontramos el de la formación.

Analizar los criterios en clave pedagógica ayudaría a aclarar las implicaciones formativas del uso de las TIC en espacios educativos. Asimismo, podríamos responder preguntas como las siguientes: ¿Cuáles son las condiciones antropológicas y socioculturales que justifican el uso de las TIC en espacios educativos? ¿Qué idea de lo humano se deriva del uso de las TIC? De la misma manera, desde la Didáctica como una subdisciplina de la Pedagogía, podemos analizar las decisiones, presuposiciones, fundamentaciones y procesos de la decisión sobre todos los aspectos de la enseñanza (Klafki, 1991).

Para Escalona (2005), la enseñanza no puede estar desligada de los avances científico-técnicos de la sociedad porque los estudiantes verían la escuela como un lugar obsoleto en el que no se promueve el desarrollo del conocimiento y la cultura. Sin embargo, y como se ha mencionado en este artículo, no es suficiente llevar un computador al aula porque su uso requiere también de un conocimiento por parte de los docentes (Escalona, 2005). Esto quiere decir que, en la enseñanza en general y en la enseñanza de las ciencias en particular, se requiere de la formación docente en el uso de recursos tecnológicos para garantizar su impacto en las planeaciones de clase, su ejecución y sus resultados. Asimismo, se debe facilitar una adecuada infraestructura y apoyo para la formación profesional (Belgheis & Kamalludeen, 2018).

Bajo esta óptica, se puede plantear que las TIC pueden complementar las prácticas de enseñanza y ayudar al aprendizaje, siempre que se justifiquen

---

<sup>5</sup> La formación (*Bildung*), la constitución de subjetividades en espacios religiosos, familiares, sociales, culturales, políticos, etc.



metódicamente, se correspondan con los objetivos disciplinares y se tenga conocimiento del recurso a utilizar.

La siguiente sección se centra en el análisis de un software dinámico como GeoGebra y en la exposición de sus principales funciones, aplicadas a tópicos fundamentales de las teorías geocéntricas y heliocéntricas en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia.

#### 4. El uso de GeoGebra para la enseñanza de conceptos científicos en la filosofía y la historia de la ciencia.

GeoGebra es un software matemático que incorpora gráficos, geometría, álgebra, cálculo, entre otros, en un paquete con una interfaz fácil de usar y con código abierto. La interfaz de GeoGebra no requiere de conocimientos avanzados de programación ni de geometría, lo cual, para el caso de la formación de estudiantes no especializados en estos campos, resulta ser una ventaja. Adicionalmente, el programa dispone de una gran variedad de idiomas que podemos seleccionar en la opción “configuración” en la parte superior derecha de la pantalla principal.

A continuación, mostraré un pantallazo con la interfaz básica de GeoGebra Classic disponible para uso libre en: <https://www.geogebra.org/classic>

Figura 1. Interfaz de Geogebra. **Fuente:** <https://www.geogebra.org/classic>

En la *metódica* encontramos una pregunta fundamental: ¿con qué medios, formas de representación y/o visualización será presentado el contenido a enseñar? Los medios no sólo son una ayuda para el diseño metódico de la enseñanza o la realización del aprendizaje, éstos también contienen objetivos pedagógicos y deben permitir el acceso a la estructura del contenido (Klafki, 1991; Klingberg, 1989). Por ello, los medios como GeoGebra no deben ser abordados de modo aislado a los contenidos científicos, sino de forma transversal. La pregunta que se encuentra en la

*metódica* es relevante para el caso de las TIC porque no cualquier tecnología es la adecuada para abordar un contenido. En efecto, la utilización de programas, por ejemplo, simuladores o software para la modelación, debe contribuir a que los estudiantes tengan una experiencia formativa en la apropiación del contenido.

De esta manera, uno de los criterios de selección de una TIC para la enseñanza de conceptos científicos es la accesibilidad y la presentabilidad. En términos de Klafki (1991): ¿cómo puede conseguirse que los estudiantes se representen el contenido óptimamente? Este tipo de preguntas permiten analizar la incorporación de las TIC como medios para posibilitar la apropiación del contenido, es decir, como un medio que responde a cuestionamientos pedagógicos y posibilita la relación entre la enseñanza y el aprendizaje. De este modo, se logra que los medios, ya sean simuladores o programas de modelación, sean pertinentes porque al mismo tiempo incentivan y posibilitan procesos de aprendizaje orientados hacia el tema y al objetivo.

En el caso de GeoGebra, los estudiantes pueden obtener más datos sobre la tarea a realizar y más soluciones sobre los problemas que los docentes plantean. Asimismo, la relación entre el álgebra, la geometría y otros tópicos matemáticos se puede establecer fácilmente debido al intercambio de métodos que GeoGebra fomenta entre la geometría y el álgebra. Por ejemplo, en la investigación de Saha, Ayub y Tarmizi (2010), se encontró que hay una diferencia significativa entre las medias de las puntuaciones de los estudiantes que usaron GeoGebra para estudiar geometría de coordenadas, en lugar de métodos tradicionales. Por su parte, los resultados del estudio de Arbain y Shukor (2015), señalan que GeoGebra tiene un impacto positivo en el aprendizaje de la estadística; igualmente, este estudio indica que el uso de GeoGebra propició el entusiasmo, la confianza y la motivación para el aprendizaje del tema seleccionado.

A continuación, presentaré una propuesta inicial para la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia enfocada en la teoría geocéntrica y heliocéntrica. Estas teorías ocupan un lugar

privilegiado en la filosofía y la historia de la ciencia porque constituyen uno de los ejemplos más estudiados de transformación de los marcos conceptuales con los que se explica el mundo natural. No se trata únicamente de un cambio en la descripción del movimiento de los cuerpos celestes, sino de una reconfiguración profunda de los supuestos ontológicos, epistemológicos y metodológicos que sustentan la práctica científica. En este sentido, el paso del sistema ptolemaico al copernicano ha sido interpretado como un caso importante de cambio científico, en el que entran en juego problemas de observación, modelización matemática, justificación empírica y concepción del lugar del ser humano en el cosmos.

Desde el punto de vista histórico, el modelo geocéntrico no puede entenderse como una teoría ingenua o meramente errónea, sino como un sistema sofisticado de modelización matemática que permitió predecir con precisión los movimientos planetarios mediante recursos como los epiciclos, los deferentes y el ecuante. Su persistencia histórica muestra que la ciencia no progresa simplemente por acumulación de datos, sino a través de modelos que responden a criterios de coherencia interna, adecuación observacional y plausibilidad conceptual dentro de un determinado horizonte cultural y teórico. Precisamente por ello, el heliocentrismo copernicano no se impuso de manera inmediata, sino que generó profundas resistencias y debates tanto científicos como filosóficos.

Desde una perspectiva filosófica, estas teorías permiten problematizar cuestiones centrales de la filosofía de la ciencia, tales como la relación entre modelos y realidad, el estatuto explicativo de las construcciones matemáticas, el papel de los instrumentos y de la visualización en la producción de conocimiento, así como la dimensión histórica y social de la racionalidad científica. En el ámbito educativo, estos aspectos convierten al geocentrismo y al heliocentrismo en contenidos con alto potencial formativo (*Bildungsgehalt*), en el sentido de Klafki, pues posibilitan no solo el aprendizaje de conceptos científicos, sino también una comprensión crítica de cómo se construye, justifica y transforma el conocimiento científico. A

continuación, señalaré algunos aspectos de carácter metódico.

El uso de GeoGebra y su justificación metódica podría ayudar a reconstruir, a partir de la modelación de las teorías geocéntrica y heliocéntrica, los conceptos fundamentales de la astronomía ptolemaica, como el ecuante y el epiciclo, y de la astronomía copernicana, como la centralidad e inmovilidad del sol y la movilidad de la tierra. En física elemental, la combinación de dos movimientos circulares uniformes puede resultar en curvas inesperadas como la elipse y la epicicloide. Para explorar estos conceptos complejos, el uso de herramientas de software dinámico como GeoGebra ofrece una ventaja significativa. Este tipo de software permite a los estudiantes visualizar y experimentar con construcciones abstractas de una manera interactiva y práctica, lo que facilita una comprensión más profunda y activa del material (Dhakulkar & Gadiraju, 2011).

De acuerdo con los hallazgos de la investigación de Saha, Ayub y Tarmizi (2010), GeoGebra proporciona a los estudiantes de distintos niveles la capacidad de visualización para el aprendizaje de conceptos geométricos. Por este motivo, GeoGebra, como software de geometría dinámica, podría contribuir a mejorar el aprendizaje de los conceptos básicos de estas teorías por medio de la visualización. Específicamente, la visualización permite que el estudiante construya una representación interna de la estructura conceptual, espacial y temporal de representaciones externas conservando su versión original, esto quiere decir que una representación interna puede utilizarse mentalmente para predecir el comportamiento de un fenómeno en contextos específicos (Gilbert, 2008).

De acuerdo con Gilbert (2008), la visualización posibilita el aprendizaje de modelos históricos, tales como el modelo de doble hélice del ADN, el modelo de unión P-N de un transistor, el concepto de gen en biología o los modelos teóricos del heliocentrismo y el geocentrismo; los cuales proporcionan la explicación de otros problemas y otra variedad de fenómenos con mayor complejidad que, a mediano y largo plazo, permiten ayudar a desarrollar nuevos modelos: cualitativos en el sentido de la



comprensión del proceso de modelación y el uso de modelos ya establecidos para generar nuevos a partir de su reconstrucción; y cuantitativos porque una vez desarrollado el modelo cualitativo se debe producir una versión cuantitativa para una representación completa. Es importante recordar que esta etapa de formalización no se reduce a una tarea numérica; la formalización se puede entender también como “la construcción de palabras, signos, dibujos, procedimientos, proposiciones, entre otras, que permiten empezar a hablar del fenómeno” (Malagón et al., 2013, p. 126).

En el apartado anterior sostuve que el uso de las TIC debe pasar por una justificación didáctica y metódica. En este caso, GeoGebra se entiende como un medio para posibilitar la apropiación y el acceso al contenido, es decir, es un portador de objetivos pedagógicos (Klafki, 1991). Para el caso de la apropiación de contenidos científicos, este medio es importante en tanto permite la manipulación algebraica de los conceptos y posibilita una visualización que promueve la interacción con los objetos a estudiar. Como mencioné arriba, la visualización es un factor clave tanto para la práctica científica como para el aprendizaje de conceptos científicos. Aunque las calculadoras gráficas nos pueden ayudar a generar gráficos de polinomios, estos no son de naturaleza dinámica. En contraste, GeoGebra posibilita explorar propiedades polinómicas debido a sus características dinámicas (Hall & Chamblee, 2013). Observemos un ejemplo usando una ecuación cuadrática:

$$f(x) = 3(x + 4)^2 - 3$$

Figura 2. Ecuación cuadrática. **Fuente:** El autor.  
<https://www.geogebra.org/classic>

En primera instancia, se podría decir que la figura 2 no tiene ninguna diferencia respecto de otros recursos como las calculadoras gráficas, pero una de las ventajas de GeoGebra es precisamente su función dinámica, la cual podemos explorar cuando damos clic en la gráfica y la movemos a otras partes de la vista gráfica. Observamos (Fig. 3) que en la parte izquierda de la pantalla la ecuación cambia dinámicamente con el movimiento de la gráfica.

Figura 3. Ecuación cuadrática. **Fuente:** El autor.  
<https://www.geogebra.org/classic>

GeoGebra como un medio para posibilitar la apropiación del contenido puede ser comprendido como un momento constitutivo al lado de la temática misma, es decir, no se asume GeoGebra como un instrumento independiente de las decisiones didácticas,<sup>6</sup> sino como un medio que permite relacionar la enseñanza y el aprendizaje. Esto significa que GeoGebra no solamente es pertinente porque es adecuado al objetivo y al tema, sino al mismo tiempo porque incentiva y posibilita formas de aprendizaje orientadas hacia el tema y hacia el objetivo (Klafki, 1962, 1991). De esta manera, GeoGebra propicia una apropiación crítica sobre los diversos modos en los que se realiza la actividad científica, por ejemplo, respecto de un tema como el movimiento planetario es posible observar las diversas leyes utilizadas para la explicación de los movimientos terrestres y celestes, ya sea con base en el estudio de las órbitas planetarias como lo propuso Tycho Brahe, con las tres leyes básicas de Kepler sobre el movimiento planetario o con el análisis de los experimentos en mecánica y el uso y diseño de instrumentos para la observación astronómica como lo hizo Galileo (Dykla, 2003).<sup>7</sup>

<sup>6</sup> En esta propuesta sigo la distinción planteada por el Modelo de Berlín entre el campo de condiciones antropológicas y socioculturales y el campo de decisiones didácticas: contenidos, objetivos, medios y métodos. Para ampliar este tema se puede consultar Heimann, (1962) y Heimann et al. (1979).

<sup>7</sup> Para consultar modelos en GeoGebra sobre estos temas puede consultarse: Diolatzis y Pavlogeorgatos (2019); Garms y Caldas (2017). También se pueden consultar los recursos creados por los usuarios de GeoGebra en la barra de búsqueda de la página principal <https://www.geogebra.org/>

Precisamente este es uno de los aspectos a destacar con el uso de GeoGebra, a saber, se presenta como una forma innovadora de utilizar un software con ayudas visuales para permitirle a los estudiantes interactuar con conceptos matemáticos, ya sea de modo individual, en grupo, en los salones de clase o en sus hogares, pues independientemente del lugar destinado para ello, GeoGebra permite obtener información inmediata de los resultados de las tareas realizadas (Saha et al., 2010). Esto se hace mediante una exploración autónoma que posibilita GeoGebra vinculando la observación geométrica con la algebraica, vinculando dibujo y figura, y su ambiente dinámico para construir figuras y visualizarlas, contrastar y reconstruir en tiempo real (Iturbe et al., 2013; Klafki, 1991). En efecto, el álgebra y la geometría son dos aspectos fundamentales de los programas de estudio en la educación en ciencias; no obstante, hay una brecha entre estos dos campos debido a

que se presentan de manera separada. GeoGebra, como se puede observar en las figuras utilizadas en este artículo, ayudaría a través de las funciones y los gráficos a superar estos obstáculos (Jackiw, 2010).

Para finalizar, mostraré algunas preguntas didácticas y metódicas que se podrían tener en cuenta para el diseño de una propuesta formativa con GeoGebra. Esta propuesta se apoya en la tesis relativa a la comprensión de conceptos científicos a través de su visualización con GeoGebra e incorpora el enfoque de la Naturaleza de la Ciencia (NdC) en la que se propone la enseñanza de las ciencias haciendo uso de la historia y la filosofía de la ciencia (Duschl & Osborne, 2002; Machamer & Hepburn, 2005; Matthews, 2009; Velilla, 2018a).

Pregunta	Análisis
¿Cuáles son los elementos conceptuales y geométricos que fundamentan los enfoques ptolemaico y copernicano sobre la forma en que se comporta el Sistema Solar en lo relacionado al movimiento?	<p>Se sugiere iniciar con una representación que permita poner en discusión diversas concepciones históricas sobre los movimientos celestes y el movimiento de la Tierra, de modo que los estudiantes puedan identificar progresivamente los elementos conceptuales y geométricos que fundamentan los modelos ptolemaico y copernicano, facilitando así la interacción con GeoGebra y con los conceptos en estudio.</p> <p>Desde la perspectiva de la didáctica formativa de Wolfgang Klafki, esta aproximación favorece una formación categorial en la medida en que permite a los estudiantes acceder al carácter histórico y modelizado del conocimiento astronómico, al tiempo que promueve la capacidad de análisis y juicio sobre distintas representaciones científicas del movimiento celeste.</p> <p>¿Qué es lo formativo aquí? La apertura formativa a la categoría de modelo científico como construcción histórica y conceptual, mediada metódicamente por la comparación de representaciones.</p>

Se puede proponer una discusión con los estudiantes orientada a analizar el alcance y las limitaciones del modelo ptolemaico, a partir de la relación entre representación geométrica y modelación del movimiento, problematizando el aumento progresivo del número de epiciclos como estrategia para ajustar el modelo a las observaciones y su impacto en el poder explicativo del sistema.

Figura 4. Modelo de Ptolomeo. **Fuente:** El autor. <https://www.geogebra.org/classic>

Esta simulación permite que los estudiantes observen algunas diferencias cuando modifican los parámetros de los epiciclos y los deferentes. Luego, se puede ofrecer una imagen del sistema ptolemaico en la que el profesor explique las estrellas fijas, las órbitas, los epiciclos y la ubicación de los planetas. Con la interfaz mostrada anteriormente (Fig. 4), se puede proponer un ejercicio en el que el estudiante simule cada una de las órbitas de Venus, Mercurio, Júpiter y Saturno; se pueden ofrecer los siguientes números de epiciclos para estos planetas:

Planeta	Número de Epiciclos
Venus	1
Mercurio	3
Júpiter	11
Saturno	28

Desde la perspectiva de la didáctica formativa de Wolfgang Klafki, esta actividad no se orienta únicamente a la reproducción de un modelo astronómico, sino a la apertura formativa de categorías fundamentales del conocimiento científico. La manipulación de los epiciclos y deferentes permite a los estudiantes comprender el carácter modelizado y construido de la explicación astronómica, así como la relación entre complejidad geométrica y poder explicativo, favoreciendo una formación categorial en la que el contenido histórico-científico se convierte en medio para el desarrollo de la capacidad de análisis y juicio.

#### Discusión

Se puede proponer una discusión con los estudiantes en la que se indague por sus percepciones sobre este modelo desde la comprensión que se tiene de la representación y la modelación.

Revisión de conceptos	
<p>Seguidamente, se puede trabajar con los estudiantes la siguiente interfaz:</p> <p style="text-align: center;">Figura 5. Modelos. Fuente: El autor. <a href="https://www.geogebra.org/classic">https://www.geogebra.org/classic</a></p>	
Actividad independiente	
<p>Luego de observar y manipular los elementos de la figura 5, se propone una actividad orientada a reformular el problema de las órbitas planetarias a partir de la hipótesis copernicana. Para ello, se solicita al estudiante reconstruir, mediante GeoGebra, el movimiento de uno de los planetas previamente analizados en el modelo ptolemaico, suponiendo ahora la inmovilidad del Sol y la movilidad de la Tierra. A partir de esta reconstrucción, el estudiante deberá comparar ambas representaciones atendiendo al número de elementos geométricos empleados, al tipo de trayectoria resultante y al grado de complejidad requerido para dar cuenta del movimiento observado. Esta comparación permite poner en evidencia la simplificación geométrica que introduce la hipótesis copernicana y sus consecuencias conceptuales en la explicación del movimiento planetario. Como apoyo, se puede solicitar que el estudiante identifique explícitamente qué elementos del modelo ptolemaico dejan de ser necesarios en la reconstrucción copernicana y reflexione sobre el sentido explicativo de esta reducción.</p>	
Discusión	Recursos bibliográficos
<p>En este punto pueden abordarse los problemas filosóficos e históricos que plantea la hipótesis copernicana, especialmente en lo relativo a la movilidad de la Tierra. La discusión puede orientarse a analizar cómo esta hipótesis, al simplificar la modelización del movimiento planetario, introduce tensiones conceptuales que dan lugar a profundas transformaciones en la astronomía de los siglos XVI y XVII, en el marco del tránsito gradual del geocentrismo al heliocentrismo.</p>	<p>Copérnico, N. (1996). <i>Nicolás Copérnico, Thomas Digges, Galileo Galilei: Opúsculos sobre el movimiento de la tierra</i> (A. Elena, Ed.). Alianza Editorial.</p> <p>Westman, R. S. (1980). The Astronomer's Role in the Sixteenth Century: A Preliminary Study. <i>History of Science</i>, 18(2), 105-147. <a href="https://doi.org/10.1177/007327538001800202">https://doi.org/10.1177/007327538001800202</a></p> <p>Westman, R. S. (2011). <i>The Copernican question: Prognostication, skepticism, and celestial order</i>. University of California Press.</p>
Resultados esperados	
<p>A partir de la reconstrucción de ambas teorías y de su simulación y modelación, se favorece la identificación de los conceptos geométricos implicados en la teoría geocéntrica y la teoría heliocéntrica, así como el análisis de las complejidades y simplificaciones que cada modelo introduce en la explicación del movimiento planetario.</p> <p>La reconstrucción de ambas teorías, junto con su simulación y modelación, favorece una formación categorial al permitir que los estudiantes comprendan el carácter modelizado e histórico de la explicación del movimiento planetario, mediante la identificación de los conceptos geométricos implicados y el análisis de las complejidades y simplificaciones propias de los modelos geocéntrico y heliocéntrico.</p>	

## Preguntas didácticas y metódicas

Fuente: El autor.

### 5. Conclusión

En este artículo señalé algunos elementos importantes que podrían tenerse en cuenta para los estudios sobre la justificación didáctica y metódica de las TIC en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia. Revisé algunos estudios de carácter cuantitativo y cualitativo sobre la introducción de las TIC en la educación en ciencias y sobre el uso de GeoGebra. Con esta base conceptual y científica presenté el funcionamiento de GeoGebra aplicado a las teorías geocéntricas y heliocéntricas, las cuales forman parte de los programas de estudio de ciencias y han sido objeto de discusión en la filosofía y la historia de la ciencia. Aquí he señalado la importancia de la modelización y la visualización para el aprendizaje de temas algebraicos y geométricos. Finalmente, resalté algunos conceptos de la metódica aplicados a la selección de GeoGebra como un medio para facilitar el acceso y la apropiación de contenidos y conceptos científicos en la filosofía y la historia de la ciencia, específicamente, expuse conceptos algebraicos y geométricos que podrían ser utilizados para el diseño de propuestas formativas en la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia posibilitando el trabajo experimental, la resolución de problemas matemáticos y la modelación de situaciones complejas y su simulación.

Este artículo es una primera presentación del enfoque, pero apunta a futuras investigaciones empíricas que analicen los aspectos metódicos y disciplinares del uso de GeoGebra y de los programas de modelación en grupos de aprendizaje de la filosofía y la historia de la ciencia, cómo su aplicación puede cambiar en diferentes contextos antropológicos y socioculturales y, conceptualmente, cómo se pueden generar metódicas para la enseñanza de la filosofía y la historia de la ciencia que ayuden a superar la brecha entre la ausencia de conocimiento sobre teorías

científicas y el aprendizaje de enfoques metacientíficos.

### 6. Referencias

- Alt, D. (2018). Science teachers' conceptions of teaching and learning, ICT efficacy, ICT professional development and ICT practices enacted in their classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 73, 141-150.  
<https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.03.020>
- Arbain, N., & Shukor, N. A. (2015). The Effects of GeoGebra on Students Achievement. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 172, 208-214.  
<https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.356>
- Belgheis, S., & Kamalludeen, R. (2018). The Intention to Use GeoGebra in the Teaching of Mathematics among Malaysian Teachers. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 6(1), 109-115.
- Brezinka, W. (1978). *Metatheorie der Erziehung: Eine Einführung in die Grundlagen der Erziehungswissenschaft, der Philosophie der Erziehung und der praktischen Pädagogik* (4., vollst. neubearb. Aufl. d. Buches "Von der Pädagogik zur Erziehungswissenschaft", 16.-22. Tsd). E. Reinhardt.
- Capuano, V. (2011). El uso de las TIC en la enseñanza de las Ciencias Naturales. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 2(2), 79-88.
- Castillo, J. S., Palta, N. I., & Sigüenza, J. P. (2016). Uso de pizarras digitales interactivas como recurso de enseñanza para los docentes. *Magister*, 28(2), 71-85.  
<https://doi.org/10.1016/j.magis.2016.11.001>

- Cataldi, Z., Lage, F., & Dominighini, C. (2013). Fundamentos para el uso de simulaciones en la enseñanza. *Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales*, 10(17), 8-16.
- Chen, C.-L., & Wu, C.-C. (2020). Students' behavioral intention to use and achievements in ICT-Integrated mathematics remedial instruction: Case study of a calculus course. *Computers & Education*, 145, 103740. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2019.103740>
- Comenio, J. A. (2003). Capítulo X Didáctica analítica I. Trad. Runge, A.K (A. K. Runge, Trad.). *Revista Educación y Pedagogía*, XV(37).
- Copérnico, N. (1996). *Nicolás Copérnico, Thomas Digges, Galileo Galilei: Opúsculos sobre el movimiento de la tierra* (A. Elena, Ed.). Alianza Editorial.
- Dhakulkar, A., & Gadiraju, N. (2011). *Epicyclical Astronomy: A Case for Geogebra*. 324-328.
- Diolatzis, I. S., & Pavlogeorgatos, G. (2019). Simulating Kepler's Geocentric Mars Orbit. *New Astronomy*, 71, 39-51. <https://doi.org/10.1016/j.newast.2019.03.004>
- Duschl, R., & Osborne, J. (2002). Supporting and Promoting Argumentation Discourse in Science Education. *Studies in Science Education*, 38(1), 39-72. <https://doi.org/10.1080/03057260208560187>
- Dykla, J. J. (2003). Cosmology. En R. Meyers (Ed.), *Encyclopedia of Physical Science and Technology* (pp. 837-851). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B0-12-227410-5/00151-4>
- Escalona, M. (2005). Los ordenadores en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las ciencias. Fundamentos para su utilización. *Revista Iberoamericana de Educación*, 36(1), 1-13. <https://doi.org/10.35362/rie3612832>
- Garms, M. A., & Caldas, I. L. (2017). Síntese das Leis de Kepler. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 40(2). <https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2017-0253>
- Gilbert, J. K. (2008). Visualization: An Emergent Field of Practice and Enquiry in Science Education. En J. K. Gilbert, M. Reiner, & M. Nakhleh (Eds.), *Visualization: Theory and Practice in Science Education* (pp. 3-24). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5267-5\\_1](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-5267-5_1)
- Gilbert, J. K., Boulter, C. J., & Rutherford, M. (2000). Explanations with Models in Science Education. En J. K. Gilbert & C. J. Boulter (Eds.), *Developing Models in Science Education* (pp. 193-208). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/978-94-010-0876-1\\_10](https://doi.org/10.1007/978-94-010-0876-1_10)
- Greca, I. M., & Moreira, M. A. (1998). Modelos mentales, modelos conceptuales y modelización. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 15(2), 107-120.
- Hall, J., & Chamblee, G. (2013). Teaching Algebra and Geometry with GeoGebra: Preparing Pre-Service Teachers for Middle Grades/Secondary Mathematics Classrooms. *Computers in the Schools*, 30(1-2), 12-29. <https://doi.org/10.1080/07380569.2013.764276>
- Heimann, P. (1962). Didaktik als Theorie und Lehre. *Die Schule*, 54, 407-427.
- Heimann, P., Otto, G., & Schulz, W. (1979). *Unterricht: Analyse und Planung* (10., unveränd. Aufl). Schroedel.
- Iturbe, A. M., Ruiz, M. E., Pistonesi, M. V., & Fanitini, S. G. (2013). Uso del Geogebra en la enseñanza de la geometría en carreras de Diseño. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 2(2), Article 2.
- Jackiw, N. (2010). Linking algebra and geometry: The dynamic geometry perspective. En Z. Usiskin, K. Andersen, & N. Zotto (Eds.), *Future curricular trends in school algebra and geometry: Proceedings of a conference* (pp. 231-241). NC: Information Age.
- Klafki, W. (1962). Didaktische Analyse als Kern der Unterrichtsgestaltung. *Die Deutsche Schule*, 651, 5-34.

- Klafki, W. (1985). *Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik* (Beltz Verlag).
- Klafki, W. (1991). Sobre la relación entre didáctica y metódica. *Revista Educación y Pedagogía*, 2(5), 85-108.
- Klingberg, L. (1989). *Einführung in die allgemeine Didaktik: Vorlesungen* (7. Aufl). Volk u. Wissen.
- Machamer, P., & Hepburn, B. (2005). Galileo and the Pendulum: Latching on to Time. En M. R. Matthews, C. F. Gauld, & A. Stinner (Eds.), *The Pendulum* (pp. 99-113). Springer Netherlands. [https://doi.org/10.1007/1-4020-3526-8\\_8](https://doi.org/10.1007/1-4020-3526-8_8)
- Malagón, F., Sandoval, S., & Ayala, M. M. (2013). La actividad experimental: Construcción de fenomenologías y procesos de formalización. *Praxis filosófica*, 36, 119-138.
- Matthews, M. R. (2009). *Science, Worldviews and Education: Reprinted from the Journal Science & Education*. Springer Science & Business Media.
- Ogawa, N., Kanematsu, H., Barry, D. M., Shirai, T., Kawaguchi, M., Yajima, K., Nakahira, K. T., Suzuki, S., Kobayashi, T., & Yoshitake, M. (2020). Active Learning Classes (in KOSEN Colleges of Japan) Using ICT and Tools for Obtaining Biological Information to Enhance the Creativity of Engineering Design Students. *Procedia Computer Science*, 176, 2108-2116. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.09.247>
- Pontes, A. (2005). Aplicaciones de las tecnologías de la información y de la comunicación en la educación científica. Segunda parte: Aspectos metodológicos. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias.*, 2(3), 330-343. [https://doi.org/10.25267/Rev\\_Eureka\\_ens\\_en\\_divulg\\_cienc.2005.v2.i3.03](https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ens_en_divulg_cienc.2005.v2.i3.03)
- Runge, A. K. (2008). *Ensayos sobre pedagogía alemana* (Primera edición). Universidad Pedagógica Nacional.
- Saha, R. A., Ayub, A. F. M., & Tarmizi, R. A. (2010). The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 8, 686-693. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.095>
- Velilla, H. (2018a). *El concepto de formación (Bildung) en la didáctica de las ciencias. La relación entre la didáctica teórico-formativa de Wolfgang Klafki y los estudios metacientíficos*. [Tesis para optar al título de Magister en Educación en Ciencias Naturales]. Universidad de Antioquia.
- Velilla, H. (2018b). Sobre el carácter de generalidad de la Allgemeine Didaktik (Didáctica General): La Didáctica como meta-análisis. *Kénosis*, 6(10), 122-149.
- Westman, R. S. (1980). The Astronomer's Role in the Sixteenth Century: A Preliminary Study. *History of Science*, 18(2), 105-147. <https://doi.org/10.1177/007327538001800202>
- Westman, R. S. (2011). *The Copernican question: Prognostication, skepticism, and celestial order*. University of California Press.