

LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN LA ESCUELA SECUNDARIA ARGENTINA: ANÁLISIS MACRODIDÁCTICO DE LOS DISEÑOS CURRICULARES DESDE 1863 HASTA LA ACTUALIDAD

THE TEACHING OF GEOMETRY IN ARGENTINE SECONDARY SCHOOL: A MACRODIDACTIC ANALYSIS OF CURRICULAR DESIGNS FROM 1863 TO THE PRESENT

O ENSINO DE GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO ARGENTINO: ANÁLISE MACRODIDÁTICA DOS DESENHOS CURRICULARES DE 1863 ATÉ A ATUALIDADE

Nadina Eugui*, Viviana Carolina Llanos**

Eugui, N.; Llanos, V. C. (2026). La enseñanza de la geometría en la escuela secundaria argentina: análisis macrodidáctico de los diseños curriculares desde 1863 hasta la actualidad. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 21 (2), e-23346 DOI: <https://doi.org/10.14483/23464712.23346>

Resumen

La investigación corresponde a un análisis documental de corte macrodidáctico. Aborda las transformaciones en la enseñanza de la Geometría en la escuela secundaria argentina desde la creación de los primeros colegios en 1863 hasta la actualidad. El corpus de análisis reúne 37 documentos curriculares entre fundacionales, planes y programas de estudio y diseños curriculares producidos desde la creación de la escuela secundaria argentina en sus distintas versiones institucionales. Para organizar el análisis se definen cuatro etapas determinadas por las grandes reformas educativas del país. Se utiliza como constructo teórico la escala de los niveles de codeterminación didáctica de Yves Chevallard, que permite identificar los factores que condicionan la selección, organización y tratamiento de los saberes en cada etapa. Para ilustrar los cambios en los niveles inferiores de la escala se seleccionan libros de texto representativos de cada etapa, tomando el lugar geométrico de la parábola como caso. Los resultados muestran que los saberes de geometría no han desaparecido de los diseños curriculares a lo largo del tiempo, aunque su organización se ha modificado significativamente. Sin embargo, el análisis de los libros de texto evidencia una progresiva reducción de lo geométrico a lo numérico, lo que permite comprender por qué la geometría tiende a desaparecer de hecho en las aulas.

* Licenciada en Educación Matemática, Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), UNICEN, Argentina. nadinaeugui@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-1905-023>.

** Doctora en Enseñanza de las Ciencias. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), UNICEN, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina. vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0433-2654>.

Palabras Clave: enseñanza de la Geometría; diseños curriculares; escuela secundaria; escala de niveles de codeterminación didáctica.

Abstract

The research corresponds to a macrodidactic documentary analysis. It addresses the transformations in the teaching of Geometry in Argentine secondary school from the creation of the first schools in 1863 to the present. The corpus of analysis brings together 37 curricular documents —foundational texts, study plans and programs, and curricular designs— produced since the creation of Argentine secondary school in its different institutional versions. Four stages are defined to organize the analysis, determined by the major educational reforms in the country. The theoretical construct used is Yves Chevallard's scale of levels of didactic codetermination, which allows identifying the factors that condition the selection, organization and treatment of knowledge at each stage. To illustrate the changes at the lower levels of the scale, representative textbooks from each stage are selected, taking the geometric locus of the parabola as a case. The results show that geometry knowledge has not disappeared from curricular designs over time, although its organization has changed significantly. However, the analysis of textbooks reveals a progressive reduction of the geometric to the numerical, which helps understand why geometry tends to disappear in practice from classrooms.

Keywords: teaching of Geometry; curricular designs; high school; scale of levels of didactic codetermination.

Resumo

A pesquisa corresponde a uma análise documental de caráter macrodidático. Aborda as transformações no ensino de Geometria no ensino médio argentino desde a criação dos primeiros colégios em 1863 até a atualidade. O corpus de análise reúne 37 documentos curriculares —textos fundacionais, planos e programas de estudo e desenhos curriculares— produzidos desde a criação do ensino médio argentino em suas distintas versões institucionais. Para organizar a análise, definem-se quatro etapas determinadas pelas grandes reformas educacionais do país. Utiliza-se como constructo teórico a escala de níveis de codeterminação didática de Yves Chevallard, que permite identificar os fatores que condicionam a seleção, organização e tratamento dos saberes em cada etapa. Para ilustrar as mudanças nos níveis inferiores da escala, selecionam-se livros didáticos representativos de cada etapa, tomando o lugar geométrico da parábola como caso. Os resultados mostram que os saberes de geometria não desapareceram dos desenhos curriculares ao longo do tempo, embora sua organização tenha se modificado significativamente. No entanto, a análise dos livros didáticos evidencia uma progressiva redução do geométrico ao numérico, o que permite compreender por que a geometria tende a desaparecer de fato nas salas de aula.

Palavras-Chave: ensino de Geometria; desenhos curriculares; escola secundária; escala de níveis de codeterminação didática

1. Introducción

Uno de los problemas en la enseñanza de la Matemática en la Escuela Secundaria en Argentina, es relativo al “abandono de hecho” de la Geometría escolar. Es conocido que la geometría siempre ha ocupado un lugar importante en los diseños curriculares (en adelante DC), pero estos saberes no llegan a estudiarse en la escuela actual. Las investigaciones desarrolladas por Abrate et. al. (2006) y Gamboa y Ballesteros (2010) lo confirman, y refieren a una sustitución del estudio de geometría por números, álgebra y funciones. Itzcovich (2005) investiga que los docentes priorizan otros saberes, y considera que se debe a la dificultad de los profesores para identificar problemas de geometría de interés para los estudiantes, y a la poca claridad y organización de los DC con relación a los conocimientos de geometría respecto de los demás saberes. Sánchez Chacón e Iglesias Inojosa (2012) atribuyen el problema de la enseñanza de la geometría a la formación de los profesores y otras investigaciones concluyen sobre los resultados positivos en el aula cuando se estudia geometría, producto de desarrollos didácticos (Dos Santos Souza, De Oliveira Dias, 2019). De modo general, Gascón (2003) plantea el problema de la desaparición de las *razones de ser* de la Geometría con base en los cuestionamientos ¿por qué estos conocimientos aparecen como aislados de los otros?, ¿por qué son menos importantes y quedan para el final o directamente no se estudian? Gascón (2003) plantea además un fenómeno más general: la separación y fragmentación de los conocimientos que excede al currículum, al profesor y al tiempo didáctico, y que denomina *autismo temático*. Este fenómeno remite a una desconexión sin sentido entre los saberes y pone en cuestión las razones de ser de la Geometría escolar: por qué y para qué estudiarla.

La presente investigación se centra en un estudio macrodidáctico orientado a describir las transformaciones en la propuesta curricular de la Geometría en la escuela secundaria argentina a lo largo del tiempo. Siguiendo a Chevallard (1985), el análisis considera que el saber “sufrir” transformaciones en el proceso de transposición didáctica, es decir, al pasar del saber académico al saber enseñado. En este marco, se toman como fuentes principales los DC del nivel medio, correspondiente a la escolaridad entre 12 y 18 años, y los libros de texto, estos últimos seleccionados para ilustrar cómo se modifican los saberes geométricos propuestos en cada etapa histórica.

El análisis comprende los DC desde la creación de la primera escuela secundaria en 1863 hasta el DC actual de la Provincia de Buenos Aires, Argentina. Los documentos se clasifican a partir de cuatro etapas determinadas por las grandes reformas educativas del país y se analizan utilizando el constructo teórico que provee la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999), denominado escala de los niveles de codeterminación didáctica (Chevallard, 2001). Las preguntas que orientan la investigación son: ¿cuál es el lugar otorgado a la geometría en los DC de la escuela secundaria argentina en cada etapa histórica? y ¿cómo se transforman los saberes de geometría propuestos en los DC y en los libros de texto a lo largo de las cuatro etapas definidas?

Conocer cómo se han transformado los saberes de geometría en los DC y en los libros de texto a lo largo de más de 160 años de reformas educativas resulta relevante por varias razones. En primer lugar, permite distinguir si la reducción de lo geométrico en las aulas responde a una decisión curricular explícita o si se trata de un fenómeno que opera en otros niveles de la escala de codeterminación didáctica. En segundo lugar, aporta evidencia histórica y documental sobre un problema que las investigaciones contemporáneas identifican, pero no siempre rastrean en su origen. Finalmente, contribuye a generar conocimiento que puede orientar futuras decisiones en materia de diseño curricular y formación docente en matemática.

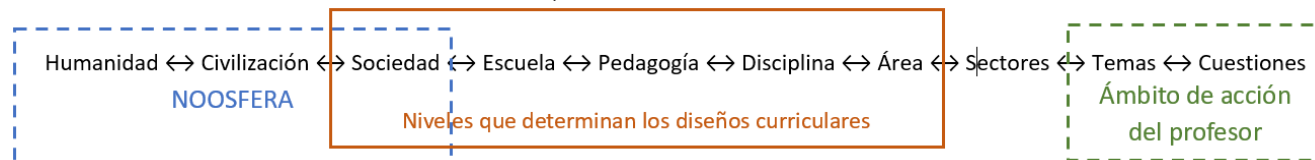
2. Marco Teórico

La investigación adopta como marco teórico la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1999). En particular, se utiliza la escala de niveles de codeterminación didáctica (Chevallard, 2001), que

proporciona instrumentos para analizar los factores que acaban determinando el sistema, las formas de estructurar las cuestiones matemáticas a estudiar, y las maneras de organizar el estudio de éstas en los distintos niveles. La escala muestra una jerarquía a partir de una sucesión de niveles (Figura 1).

Figura 1

Escala de niveles de codeterminación didáctica y factores vinculados al análisis.



Fuente. Imagen adaptada de Otero (2021).

El primer nivel determina las condiciones y restricciones de la humanidad que tienen rasgos propios de la cultura humana, independientes de cualquier civilización o sociedad (Chevallard, 2001). La civilización, o “grupos de sociedades”, define el conjunto de costumbres y creencias culturales, científicas y tecnológicas en un momento dado. Dado que estos niveles operan en una escala de generalidad que excede el ámbito escolar, el análisis toma como nivel superior la sociedad, que define las características de los pueblos, naciones y grupos de personas que conviven bajo normas comunes, organizaciones políticas, económicas y otras (Otero, 2021). En un nivel inferior se encuentra la escuela, que determina las condiciones y restricciones de estudio: quiénes asisten a las instituciones educativas y quiénes no, qué se enseña y qué no, abarcando instituciones de distinto tipo como la primaria, la secundaria y la educación de adultos.

En el nivel escuela, la investigación se circunscribe a la educación secundaria en sus distintas versiones institucionales a lo largo del tiempo: Colegio Nacional, Escuela Normal, Escuela Nacional de Comercio, Escuela Industrial, Bachilleratos, Escuela General Básica y las actuales Secundaria Básica y Superior. El nivel pedagogía define las condiciones y limitaciones esenciales del estudio escolar, es decir, las formas de acercar a los estudiantes al saber. La disciplina corresponde a un sistema de praxeologías que en esta investigación es matemática, y el área de interés es geometría. Los niveles inferiores de la escala —sectores, temas de estudio y cuestiones— no forman parte del análisis macrodidáctico realizado, dado que este se basa en las referencias curriculares y bibliográficas que son los DC y los libros de texto.

Como se señala en la Figura 1, entre los niveles superiores de la escala se ubica la noósfera, integrada por representantes de la política, gremios docentes, expertos en saber académico, empresarios y especialistas en currículum, entre otros. Es en este espacio donde se piensa el sistema educativo y se seleccionan los saberes propuestos para ser enseñados en la escuela (Otero, 2021). Los DC, los documentos ministeriales, las normativas institucionales y los libros de texto constituyen elementos de la noósfera que establecen la organización y las características del saber a enseñar. Por este motivo, el análisis se restringe a los niveles superiores de la escala: sociedad ↔ escuela ↔ pedagogía ↔ disciplina ↔ área ↔ sector; que corresponden al ámbito de acción de quienes diseñan y proponen los lineamientos para la enseñanza. Es en estos niveles donde se toman las decisiones que condicionan al profesor, cuya capacidad de intervención se circunscribe a los niveles inferiores de la escala.

3. Metodología

La investigación corresponde a un estudio macrodidáctico de corte cualitativo, basado en un análisis documental (Valles, 1999) de la escuela secundaria en Argentina. El corpus se compone de 37 documentos: fundacionales, planes y programas de estudio y diseños curriculares; que reciben distintas denominaciones según el momento histórico y la reforma educativa correspondiente, pero en todos los

casos incluyen la organización de los saberes propuestos para cada nivel y etapa. A los fines de este trabajo, todos estos documentos se denominan DC.

A partir del corpus documental se identifican cuatro etapas, determinadas por las grandes reformas educativas del país:

- Etapa 1 - Fundacional (1860-1940): creación de los Colegios Nacionales, Escuelas Normales, Escuela Nacional de Comercio y Escuela Industrial de la Nación.
- Etapa 2 - Plan Rothe (1941-1993): unificación de un Ciclo Básico Común para el Bachillerato Nacional (Colegios Nacionales) y el Magisterio (en las Escuelas Normales Nacionales) y más tarde las Escuelas de Comercio.
- Etapa 3 - Ley Federal de Educación (1993-2006): transferencia administrativa y económica de la educación primaria y secundaria del estado nacional a cada una de las provincias de Argentina, con la creación de la Escuela General Básica 3 (EGB 3) y el Nivel Polimodal.
- Etapa 4 - Ley de Educación Nacional (2006- actualidad): recuperación de una secundaria obligatoria de 6 años, organizada en dos ciclos: básico (Escuela Secundaria Básica) y superior orientado (Escuela Secundaria Superior).

De la escala de los niveles de codeterminación didáctica se incluyen los niveles Escuela ↔ Pedagogía ↔ Disciplina ↔ Área, con el objetivo de identificar los cambios al nivel de las disciplinas, específicamente matemática y, dentro de esta, las diferencias en el nivel área para cada etapa (Tabla 1).

Tabla 1

Esquema de análisis para los DC según los niveles superiores de la escala.

Etapa	Escuela	Año del plan de estudio	Pedagogía	Disciplinas	Área	Horas

Fuente. Los Autores.

La primera columna diferencia la etapa a la que pertenecen los DC, entre las cuatro definidas anteriormente. La escuela refiere a las instituciones de enseñanza con las características propias de cada etapa. El año del plan de estudio corresponde al momento en que se propone cada DC incluido en el análisis. Con pedagogía se analizan las características de la enseñanza, los sectores para los que cada escuela fue propuesta, sus destinatarios, el título otorgado y la duración de la formación. Con disciplinas se analizan las materias incluidas en los DC de cada momento, según los fines de cada escuela. La columna horas contiene: T (horas totales de cursada de todas las asignaturas y actividades), M (total de horas de Matemática de todos los años) y G (total de horas de Geometría).

La Tabla 2 sintetiza las características correspondientes a los niveles Disciplina ↔ Área ↔ Sector, permitiendo identificar los saberes que se incorporan, los que se pierden y los que permanecen a lo largo de las cuatro etapas definidas.

Tabla 2

Esquema de análisis del nivel disciplina hasta el nivel sector

Escuela	Disciplina	Área	Sector

Fuente. Los Autores

Esta tabla sintetiza las características de la difusión de los saberes de matemática para cada escuela en el área de geometría. La columna sector permite analizar los saberes de geometría en cada institución y

en cada momento histórico, lo que permitió identificar que el tema lugar geométrico de la parábola está presente desde la creación de la escuela secundaria. Por este motivo se seleccionaron libros de texto representativos de cada etapa para ilustrar, a modo de ejemplo, los cambios en los niveles inferiores de la escala de codeterminación didáctica.

Para identificar los cambios en el tiempo, se utilizan los símbolos (+) y (-), que indican respectivamente los saberes que se incorporan y los que se pierden entre los DC de la misma etapa o entre cada etapa y la siguiente.

4. Análisis de los resultados

En esta sección se describen las características de la matemática incluida en los DC en cada etapa. La información se organiza a partir de la Tabla 1, y los cambios en los saberes de geometría se analizan mediante la Tabla 2. Además, en cada etapa se seleccionan intencionalmente libros de texto (Llanos y Otero, 2024) correspondientes al tema "lugar geométrico de la parábola", identificado como uno de los saberes invariantes a lo largo del tiempo. El análisis de este tema en los libros de texto cumple una función ilustrativa: permite visualizar en los niveles inferiores de la escala de codeterminación didáctica los cambios que el análisis macrodidáctico identifica en los niveles superiores.

Etapa 1

Se define por la creación del Colegio Nacional y las escuelas Normal, Nacional de Comercio e Industrial de la Nación. El corpus documental correspondiente a esta etapa comprende los documentos fundacionales y planes de estudio de los Colegios Nacionales (1884-1903), de la Escuela Normal Nacional del Paraná (1877 y 1880), de las Escuelas Normales Elementales y Superiores (1886), de las Escuelas Normales de la República Argentina (1903), de las Escuelas Industriales (1891 y 1932) y de las Escuelas Nacionales de Comercio (1932).

Una característica de esta etapa es que la enseñanza de la Matemática en los DC se organiza por áreas: Aritmética, Álgebra, Geometría plana, Geometría del espacio, Trigonometría, Dibujo geométrico y Cosmografía, según se sintetiza en la Tabla 3.

A partir de la Tabla 3 y utilizando la escala, es posible identificar diferentes características para los niveles sociedad, escuela y pedagogía:

Sociedad (S_1, S_2) ↔ Escuela (E_1, E_2, E_3, E_4) ↔ Pedagogía (P_1, P_2, P_3, P_4) ↔ Disciplina (D_1) ↔ Área

En el nivel sociedad (S) se identifica S1 que corresponde al período de 1852 a 1880 denominado "Período de transición" (Rapoport, 2000), que sienta las bases institucionales y políticas de un Estado Nacional, con la sanción de la Constitución de la Nación Argentina en 1853, la cual establece un régimen federal de gobierno. En 1863, el presidente Bartolomé Mitre crea el Colegio Nacional de Buenos Aires y surge así la necesidad de crear institutos de enseñanza normal para formar maestros. En 1870 el entonces presidente de la Nación Domingo Faustino Sarmiento, crea la primera Escuela Normal del Paraná. Esto da lugar a las dos primeras escuelas (E) de esta etapa: Colegios Nacionales (E1) y Escuelas Normales (E2) con finalidades y alcances distintos. Los E1 están orientadas a la preparación para el ingreso a la Universidad o para la administración pública, que abarcaban un reducido grupo de la sociedad, compuesto por la elite de varones. Las E2 tienen por finalidad formar maestros para las escuelas primarias del país.

Hacia 1890 se idéntica una nueva Sociedad, S2. El estado nacional impulsó medidas orientadas a responder a las demandas de las clases medias rurales y de los trabajadores urbanos, entre las que se destacó la democratización de la enseñanza en todos sus niveles. Esto contribuyó a un crecimiento significativo de la matrícula tanto en el nivel primario como en el medio. Dicho crecimiento y la creciente demanda por acceder al sistema educativo generaron la necesidad de crear nuevas instituciones, dando

lugar a las Escuelas Nacionales de Comercio (E3) y las Escuelas Industriales (E4). Las E3 están orientadas a las ciencias económicas y tienen por finalidad formar jóvenes para resolver problemáticas vinculadas a la industria, el comercio y la administración. Las E4 están orientadas a mecánica, química, construcciones y minas, con una formación teórica y práctica sólida para la organización y dirección de los trabajos en los establecimientos industriales y fabriles.

Tabla 3

Descripción de los niveles escuela, pedagogía y área para la etapa 1.

Escuela	Año	Pedagogía	Áreas	Hs
Colegios Nacionales (E1)	1884	Duración: 6 años. Edad de ingreso: 12 años.	Aritmética; Dibujo geométrico de figuras planas; geometría plana; geometría del espacio; trigonometría; cosmografía	T: 132 + extras M: 22 G: 9
	1888		(+) Nociones de topografía	M: 25 G: 9
	1903	Duración: 7 años.	(-) Dibujo geométrico.	T:144 M:32 G: 10
Escuelas Normales (E2)	1877	Duración: 4 años. Edad de ingreso: 10 años Diploma: "Profesor Normal"	Aritmética; álgebra; geometría; trigonometría y cosmografía	T: 144 M: 19 G: 5
	1880	Duración: 5 años.		T: 180 M: 22 G: 5
	1886	Duración: 6 años. Diploma intermedio "Maestro de Educación Primaria Elemental" y completo: "Profesor Normal"		T: 216 M: 21 G: 5
	1903	Duración: 7 años Diploma: Profesor en Ciencias; en Letras; de Jardín de Infantes	(+) Topografía	T: 224 M: 19 G: 5
Escuelas de Comercio (E3)	1932	Duración: 5 años Edad de ingreso: 14 años Diploma: Contador Público, Traductor Público de las lenguas francesas e inglesas, Calígrafo Público o Perito Mercantil	Aritmética; geometría plana; álgebra; geometría del espacio; trigonometría; matemáticas financieras	T: 150 M: 27 G: 8
Escuelas Industriales (E4)	1881	Duración: 3 años Edad de ingreso: 12 años	Aritmética; dibujo; geometría; álgebra	--
	1935	Duración: 7 años Especialidades: mecánica, eléctrica, construcciones, química, construcciones viales. Diploma: Técnico	(+) trigonometría; geometría analítica y cálculo; matemática aplicada	T: 293 M: 33 G: 14

Fuente. Los Autores

En el nivel Pedagogía (P) se identifican características distintivas para cada escuela. Los Colegios Nacionales (E1) duran 6 años (luego ampliados a 7) con tres ramas (Letras y Humanidades, Ciencias Morales y Ciencias Exactas). La Escuela Normal (E2) dura 4 años, con condiciones de ingreso que incluían haber cumplido diez años, ser sano, demostrar buena conducta y haber adquirido conocimientos de lectura, escritura, ortografía, aritmética y geografía (art. 7, decreto de 1877). A partir de 1880 la enseñanza se extiende a 5 años garantizando así una formación sólida para los maestros. En 1886 las Escuelas Normales se dividen en elementales, destinadas a formar maestros para la educación primaria, y

superiores, orientadas a la formación de profesores para la superintendencia, inspección y dirección de escuelas comunes. La pedagogía P3 para las Escuelas de Comercio y P4 para las Escuelas Industriales orientan la educación secundaria hacia el ejercicio de profesiones técnicas y oficios, sin desatender los elementos de la cultura general. Las Escuelas de Comercio (E3) tienen una estructura de 5 años (2 de preparatorios y 3 de comerciales), con examen de ingreso. Las Escuelas Industriales (E4) tienen una duración inicial de 3 años, con requisito de ingreso de 12 años de edad, extendiéndose luego a 7 años organizados en un ciclo inferior de 4 años y uno superior de 3, con diferentes especialidades y otorgando el título de Técnico. Estas escuelas se orientan hacia la preparación de técnicos con especialización en diferentes disciplinas.

En esta etapa la Disciplina es matemática y se estudia a partir de áreas: aritmética; dibujo geométrico de figuras planas; geometría plana; geometría del espacio; trigonometría; cosmografía y nociones de topografía. En los planes de estudio de los Colegios Nacionales (E1), en los dos primeros años se estudia dibujo geométrico y en años superiores geometría plana y del espacio. En las Escuelas Normales, de Comercio e Industriales (E2, E3 y E4) en cambio, la geometría aparece como un área única sin la distinción entre dibujo geométrico y geometría que caracteriza a los Colegios Nacionales. La Tabla 4 sintetiza las características propias de cada escuela para esta etapa.

Tabla 4

Descripción de los niveles disciplina, área y sector para la Etapa 1.

Escuela	Disciplina	Área	Sector
Colegio Nacional (E ₁)	Matemática	Geometría plana. Geometría del espacio.	Líneas rectas, circunferencia, polígonos, figuras semejantes, relación de los polígonos con la circunferencia, Teorema de Thales, área de las figuras planas, magnitudes geométricas y proporcionales, planos en diferentes posiciones, cuerpos, superficies de revolución, poliedros semejantes, áreas de los cuerpos, volúmenes, superficies cónicas, líneas curvas, Teorema de Pitágoras, funciones trigonométricas.
Escuela de Comercio (E ₃)			Entes geométricos fundamentales, ángulos, rectas paralelas, triángulos, circunferencia y círculo, lugar geométrico, polígonos, superficie y área, segmentos proporcionales, Teorema de Thales, relaciones métricas, Teorema de Pitágoras, funciones trigonométricas, planos, rectas en el espacio, cuerpos, volumen.
Escuela Normal (E ₂)		Geometría	Entes geométricos fundamentales, circunferencia, ángulos, polígonos, cuadriláteros, líneas proporcionales y semejantes, perpendiculares y oblicuas, áreas, poliedros, figuras redondas, volumen, secciones cónicas.
Escuela Industrial (E ₄)			Figuras rectilíneas, construcciones geométricas, circunferencia, ángulos, posiciones relativas de las rectas, triángulos, cuadriláteros, polígonos, líneas proporcionales, polígonos semejantes, escalas, figuras curvilíneas y mistilíneas, figuras ovales y espirales, elipse, espirales, evolventes y evolutas, cicloide, epicicloide, parábola, hipérbola, superficie de polígonos, planos, cuerpos, volumen, transformaciones de figuras.

Fuente. Los Autores

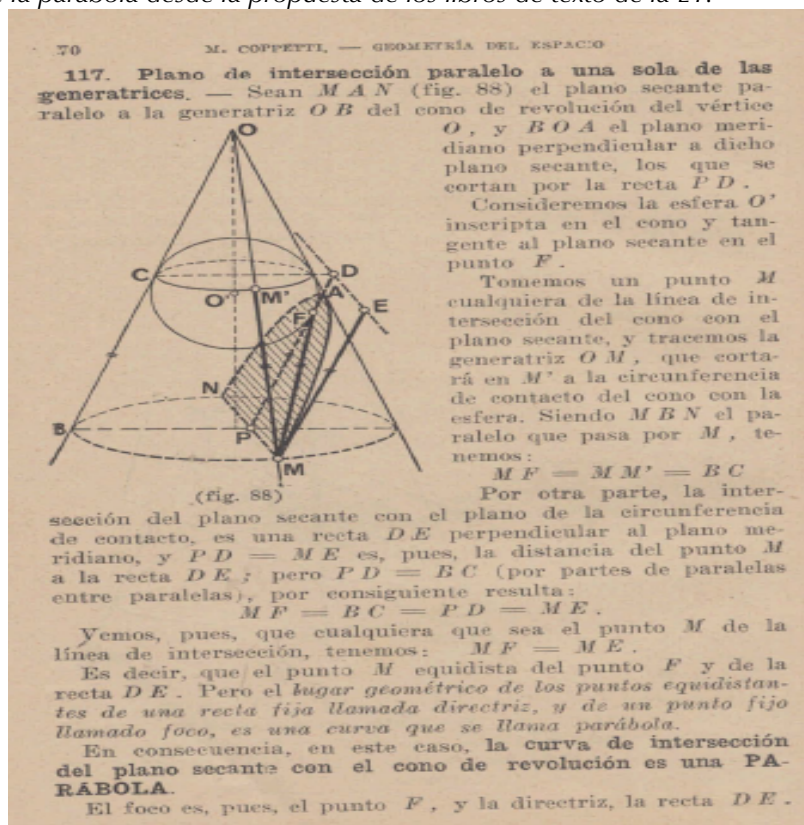
Para el área Geometría, la carga horaria en cada una de las escuelas mencionadas es la siguiente: Colegios Nacionales (E1) entre 9 y 10 horas, Escuelas Normales (E2) 5 horas, Escuelas de Comercio (E3) 8 horas y Escuelas Industriales (E4) 14 horas. En las cuatro instituciones los sectores involucrados comparten una misma organización: se propone primero el estudio de geometría plana y luego el de geometría del espacio.

A lo largo del trabajo se utiliza el tema “lugar geométrico de la parábola” como caso ilustrativo de los cambios en los saberes geométricos propuestos en los DC. En la Etapa 1, este tema aparece en los Colegios Nacionales (E1) dentro del sector “cónicas” en 5to año, y en las Escuelas Normales (E2) en el mismo sector en 6to año. Según los DC consultados, el estudio incluye la construcción de la curva, el análisis del eje,

el vértice y el parámetro, la parábola considerada como límite, las propiedades de la tangente y de la normal, y el trazado de tangentes a la curva. En las Escuelas de Comercio (E3), la parábola se propone en 3er año, según el DC de 1936, en el sector “cuerpos redondos”, dentro de superficies cónicas, específicamente el cono indefinido y circular. En las Escuelas Industriales (E4), la parábola aparece como sector en 1er año. En los Colegios Nacionales, las Escuelas Normales y las Escuelas de Comercio (E1, E2 y E3), el estudio de la parábola se realiza en el área Geometría del Espacio. Por ejemplo en el libro seleccionado (Coppetti, 1937; Figura 2), el tema se estudia en el capítulo “cono de revolución”. Se propone el estudio de la intersección del cono con diferentes planos, resultando las secciones cónicas: círculo, elipse, hipérbola y parábola. En el caso de la parábola se analiza la intersección del cono con un plano secante paralelo a una sola de las generatrices, como se muestra en la figura 2.

Figura 2

El lugar geométrico de la parábola desde la propuesta de los libros de texto de la E1.



Fuente. Imagen tomada del libro escolar Coppetti (1937)

En los libros de esta etapa se realizan demostraciones que vinculan las representaciones gráfica y analítica. Como se observa en la figura anterior, una vez enunciada la definición del lugar geométrico de la parábola, se demuestran los pasos para el trazado de la curva a partir del foco y de la directriz, y se definen las características destacadas: parámetros, eje de simetría, vértice y ramas infinitas. Este tratamiento se caracteriza por una notable exhaustividad matemática: cada propiedad es demostrada y cada procedimiento es justificado. Cabe destacar además la articulación entre geometría sintética y geometría analítica: el libro trabaja simultáneamente con construcciones geométricas y con las propiedades algebraicas de la curva, mostrando una integración entre ambas representaciones que constituye el punto de partida para el contraste con el tratamiento que se observará en las etapas siguientes.

Etapa 2

Abarca el período de 1941 a 1993 y estuvo marcada por la implementación del Plan Rothe (1941), que tuvo vigencia por más de 50 años. Este plan estableció un Ciclo Básico Común (CBC) para el Bachillerato y el Magisterio. El corpus documental de esta etapa comprende los planes de estudio de los Colegios Nacionales (E1), Escuelas Normales (E2), Escuelas Nacionales de Comercio (E3) y Escuelas Industriales (E4); el decreto N° 101.107 conocido como el “Plan Rothe”, los nuevos programas para el CBC de los bachilleratos y magisterio (1942); los del Segundo Ciclo del Bachillerato, Ciclo Superior del Magisterio, Escuelas Normales Regionales y Escuelas Nacionales de Comercio (1953); los de las Escuelas Industriales (1953) y los planes para el Nivel Medio, Bachillerato de CBC y Superiores Opcionales (1975, 1988). La tabla 5 sintetiza las características de esta reforma.

Tabla 5

Descripción de los niveles escuela, pedagogía y área para la etapa 2.

Escuela	Año	Pedagogía	Áreas	Hs
Bachillerato (E ₅)	1942	(+) Duración: 5 años (CBC 3 años y Segundo Ciclo 2 años)	Las mismas que la etapa anterior	T: 150 M: 23 G: 6
	1953			T: 150 M: 20 G: 8
	1942	(+) Duración magisterio: 5 años (CBC 3 años y Segundo Ciclo 2 años)	(-) Trigonometría, topografía	T: 150 M: 19 G: 8
	1953			T: 154 M: 16 G: 8
	1975	(+) Formación general. Diploma: bachiller. Edad de ingreso: 12 años Orientaciones: común, letras, Ciencias Biológicas; Cs. Físico-matemáticas; agraria; docente; libre para adultos.	Aritmética; álgebra; geometría del espacio; trigonometría; cosmografía	T: 165 M: 26 G: 2
	1988	(+) Especialidades: bachillerato y perito mercantil.		T: 200 M: 25
	1942	Duración: 5 años (1° ciclo 3 años, 2° ciclo 1 año y 3° ciclo 1 año). (+) Duración: 6 años cursos nocturnos (se agrega 1 año al 1° ciclo). Diploma: Auxiliar de Comercio, Tenedor de Libros y Perito Mercantil.	(-) Trigonometría Igual que el plan anterior Matemáticas	T: 160 M: 24 G: 6
Escuelas de Comercio (E ₃)	1953	(+) CBC para Bachillerato y Magisterios. Cursos nocturnos reducción a cuatro años.		T: 160 M: 24 G: 12
	1975	(+) Tareas administrativas y del mundo de los negocios; Diploma: perito mercantil.	(+) topografía	T: 166 M: 24
	1942	(+) 1° CBC (3 años) especialidades: mecánica, electricidad, construcciones, química, construcciones navales. 2° ciclo (1 año) y 3° ciclo (2 años) especialización.		T: 234 M: 35 G: 7
Escuelas Industriales (E ₄)	1969	(+) Duración: nocturnos 8 años. Especialidades: metalúrgica, automotores, aviación, electromecánica, electrónica, geografía matemática. Diploma intermedio: Auxiliar técnico. Diploma completo: Técnico (según especialidad).	(+) Análisis matemático; matemática aplicada	T: 261 (diurnos) T: 210 (nocturno) M: 30

Fuente. Los Autores

La tabla 5 permite identificar cambios en la escala respecto de la etapa anterior, que se sintetizan como sigue:

Sociedad (S_3, S_4, S_5) ↔ *Escuela* (E_3, E_4, E_5) ↔ *Pedagogía* (P_4, P_5) ↔ *Disciplina* (D_2, D_3)

Se identifican tres configuraciones para el nivel sociedad (S_3, S_4, S_5). S_3 corresponde al período 1941-1976, caracterizado por medidas políticas, económicas y sociales destinadas a la industrialización y a la incorporación de la clase trabajadora a la economía, la sociedad y la política nacional. S_4 corresponde al período 1976-1983, marcada por el Proceso de Reorganización Nacional (1976), el cual produjo cambios profundos en todos los niveles de la sociedad, con un impacto directo en la educación: las instituciones educativas se vieron afectadas por la designación de cargos a personal del ejército argentino. S_5 corresponde al período 1983-1993, caracterizado por el retorno de un gobierno democrático y la consiguiente reorganización del sistema educativo nacional, que sentó las bases para la reforma que daría lugar a la Etapa 3.

Con relación a la Escuela, en esta etapa el sistema medio argentino estaba dividido en Enseñanza Media Básica (que unifica los tres primeros años de E_1, E_2 y E_3) y Enseñanza media Especial (Bachilleratos, Magisterios, Comercial e Industrial). En 1968 se suspendió la inscripción para las E_2 (magisterio) debido a la creación del Bachillerato con Orientación Pedagógica, y en 1970 se aprobó el plan de estudios de la carrera “Profesorado de Nivel Elemental” trasladando la formación de docentes al nivel terciario. En 1972 se estableció que, luego de aprobar el Ciclo Básico en los Bachilleratos con Orientación Docente, correspondían dos años más en el nivel terciario para obtener el título de “Profesor para la Enseñanza Primaria”. Se define así una escuela E_5 que corresponde a los bachilleratos (tanto el común como los orientados, incluyendo la formación docente).

En el nivel pedagogía, los cambios se definen con el Plan Rothe que establece, en 1941, un CBC para Bachilleratos y Magisterios de tres años, complementado con un Ciclo Superior de dos años. Desde 1949 el Segundo Ciclo del Bachillerato se divide en tres especialidades: Letras, Ciencias Biológicas y Ciencias Físico-Matemáticas. La carga horaria en los DC de 1942 a 1952 es de 30 horas semanales. En 1953 rige un plan común para los primeros tres años de Bachilleratos, Magisterio y Comercial. Hacia 1975 desaparecen los Magisterios y se crean los Bachilleratos Orientados, que incluyen orientación pedagógica y agraria. Este cambio marca el fin de las instituciones exclusivas para la formación de docentes (las Escuelas Normales (E_2)) cuya función es absorbida por los Bachilleratos. Desde 1988 se incorpora una nueva especialización: bachillerato y perito mercantil, trasladando también la enseñanza comercial a los Bachilleratos Orientados, con una duración de 5 años y orientados a la preparación para estudios terciarios. En esta etapa la enseñanza se amplía a 6 años, se establecen nuevas especialidades y se incorporan cursos en horarios diurnos y nocturnos. Se identifica así una pedagogía P_5 que comprende a todos los Bachilleratos, incluida la enseñanza Comercial.

En los niveles disciplina y área se identifican cambios significativos: desde 1975 corresponde estudiar Matemática como disciplina unificada, y no por áreas separadas como habría ocurrido hasta entonces. Como se sintetiza en la Tabla 6, hasta 1972 existía distinción por áreas. Este cambio produce una disminución de la carga horaria de matemática. Los bachilleratos especializados y el plan de 1988 consolidan la desaparición del estudio de áreas de matemática como materias diferenciadas. Desde entonces, geometría se estudia como un bloque dentro del espacio curricular “matemática”. Es decir, lo que cambia no es la disciplina sino la desaparición explícita de las áreas, razón por la cual se identifica una D_2 para esta etapa. Para las Escuelas Industriales (E_4), la situación es diferente: sin bien en el plan de 1942 el área a estudiar es “matemática”, en 1969 se agrega análisis matemático y matemática aplicada,

áreas específicas de estas escuelas. Dado que la carga horaria de matemática es considerablemente mayor que en las demás instituciones, se identifica una D3 para las Escuelas Industriales.

Tabla 6

Descripción de los niveles disciplina, área y sector para la Etapa 2

Escuela	Disciplina	Área	Sector
Bachilleratos (E_5) y Escuelas de Comercio (E_3)	Matemática	Geometría	(+) vectores, grupo, anillo y cuerpo, simetrías, proyecciones, transformaciones en el plano
Escuelas Industriales (E_4)			(-) figuras curvilíneas y mistilíneas, figuras ovales y espirales, evolventes y evolutas, cicloide, epicicloide, escalas (+) vectores

Fuente. Los Autores

De la tabla 6, podemos determinar que los sectores involucrados en los DC durante esta etapa no varían significativamente en los Bachilleratos y las Escuelas de Comercio, pero si aparecen nuevos saberes (señalados en la tabla con (+)) tales como: “simetrías”, “proyecciones”, “vectores” y “grupo, anillo y cuerpo”.

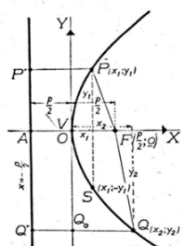
La parábola se incluye en los DC para las Escuelas de Comercio (E_3) y los Bachilleratos (E_5) dentro del sector “cónicas”, en coincidencia con lo propuesto en la Etapa 1. Esto confirma que el lugar geométrico de la parábola constituye uno de los temas invariantes en el bloque de geometría a lo largo de las etapas analizadas. Para ilustrar cómo se proponía enseñar este tema en estas escuelas, se seleccionan dos libros de texto representativos: uno correspondiente a los primeros años de la etapa y otro al final de la misma. La Figura 3 corresponde al libro seleccionado para los primeros años.

El libro comienza con la definición de parábola como lugar geométrico, e introduce los elementos fundamentales: directriz, foco, eje, vértice y parámetro. Se incluye la construcción mecánica de la curva con regla y escuadra, y la construcción por puntos dada una recta y un punto exterior a esta. Se realizan las demostraciones para obtener la ecuación de la parábola $y^2 = 2px$ y como corolario se demuestra que $x^2 = 2py$. Además se explican características de la curva, por ejemplo la simetría respecto a su eje, otras formas equivalentes de la ecuación, la ecuación de la parábola de vértice con eje paralelo a uno de los coordenados y parámetro p , la construcción dados el eje, el vértice y un punto de la misma, la función racional entera de segundo grado y su representación gráfica, la ecuación de la tangente y la definición y ecuación de la normal en uno de sus puntos. Se explican también la propiedad focal de la parábola y la propiedad fundamental de la normal y de la tangente, se definen la secante, cuerda, diametrales y diámetros. Este tratamiento se caracteriza por una notable exhaustividad matemática: cada propiedad es demostrada y cada procedimiento es justificado, lo que supone un nivel de rigor que contrasta significativamente con el de los libros de etapas posteriores. Cabe destacar además la articulación entre geometría sintética y geometría analítica: el libro trabaja simultáneamente con construcciones geométricas y con la ecuación algebraica de la curva, mostrando una integración entre lo geométrico y lo algebraico que, como se verá, irá desapareciendo progresivamente en las etapas siguientes. Asimismo, se analiza el movimiento de un proyectil en el vacío como aplicación de la parábola, lo que evidencia que en esta etapa el estudio del lugar geométrico se inscribe en un contexto que integra geometría sintética, geometría analítica y aplicaciones físicas. Esta riqueza en el tratamiento del saber contrasta notablemente con la reducción progresiva que se observará en las etapas siguientes.

Figura 3

Lugar geometrico de la parábola desde la propuesta de los libros de texto de los primeros años de la etapa 2.

✖ S2. Ecuación de la parábola. — La ecuación de toda parábola de parámetro p , referida a un sistema de coordenadas cartesianas, ortogonales cuyo origen coincida con el vértice y en el que la recta del eje de las abscisas coincida con el de la parábola, es de la forma



$$y^2 = 2px$$

En efecto: como el vértice, que es el punto medio de la distancia del foco F a la directriz d , coincide con el origen $O(0; 0)$ de los ejes, resulta que las coordenadas del foco son $(\frac{p}{2}; 0)$ y que la

ecuación de la directriz d es $x = -\frac{p}{2}$.

Luego, si $P(x_1; y_1)$ es un punto cualquiera de la parábola dada y $P'(-\frac{p}{2}; y_1)$ es su proyección sobre la directriz, se tiene por definición que:

$$\overline{PP'} = \overline{PF}$$

Aplicando la fórmula de la medida de la distancia entre dos puntos (n° 24)

$$\left| \sqrt{\left(-\frac{p}{2} - x_1\right)^2 + (y_1 - y_1)^2} \right| = \left| \sqrt{\left(\frac{p}{2} - x_1\right)^2 + (0 - y_1)^2} \right|$$

$$\text{o sea } \frac{p}{2} + x_1 = \sqrt{\left(\frac{p}{2} - x_1\right)^2 + y_1^2}$$

Elevarlo al cuadrado se tiene:

$$\left(\frac{p}{2} + x_1\right)^2 = \left(\frac{p}{2} - x_1\right)^2 + y_1^2$$

Por los puntos $M, M', M'', M''', \dots$ de la $\overrightarrow{VF}$ se trazan las rectas $m, m', m'', m''', \dots$ paralelas a la directriz d , y se las corta con las circunferencias de centro F y radios $\overline{MA}, \overline{M'A}, \overline{M''A}, \overline{M'''A}, \dots$ respectivamente, obteniéndose los puntos P y P' ; Q y Q' ; R y R' ; S y S' , $\dots$ que pertenecen a la parábola de directriz d y foco F .

En efecto: para un punto cualquiera, P por ejemplo, de los obtenidos, resulta:

$$\text{distancia de } P \text{ a } d = \overline{PP'} = \overline{MA} \text{ por ser } m \parallel d$$

$$\text{distancia de } P \text{ a } F = \overline{PF} = \overline{MA} \text{ por construcción}$$

$$\text{luego } \overline{PP'} = \overline{PF} \text{ o sea } P \text{ equidista de } d \text{ y de } F.$$

Se dice que un punto es *interior* a una parábola cuando su distancia al foco es menor que su distancia a la directriz; y se dice que es *exterior* cuando su distancia al foco es mayor que su distancia a la directriz. Así, en la figura el punto I es interior porque

$$\text{en } \triangle IPF \text{ es } \overline{IF} < \overline{IP} + \overline{PF} \text{ y como}$$

$$\overline{PF} = \overline{PP'} \text{ por def. parábola}$$

resulta

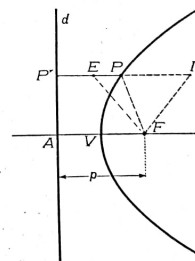
$$\overline{IF} < \overline{IP} + \overline{PP'} \text{ o sea } \overline{IF} < \overline{IP'}$$

En cambio, el punto E es exterior porque en

$$\triangle EFP \text{ es } \overline{EF} > \overline{PF} - \overline{PE}$$

$$\text{y como } \overline{PF} = \overline{PP'}$$

$$\text{resulta } \overline{EF} > \overline{PP'} - \overline{PE} \text{ o sea } \overline{EF} > \overline{EP'}$$



— 211

Fuente. Imagen tomada de Cabrera y Medici (1967)

Figura 4

Lugar geometrico de la parábola desde la propuesta de los libros de texto de los últimos años de la etapa 2.

2

Hipérbola

Si a partir de dos focos F, F' que distan entre sí $\overline{FF'} = 2c$ se toman puntos X tales que $\overline{XF} - \overline{XF'} = 2a$ o bien $\overline{XF} - \overline{XF'} = -2a$ (siendo a un valor constante), se tienen dos ramas de curva, que en su conjunto se dice que constituyen una hipérbola.

La hipérbola es el conjunto de los puntos del plano cuyas distancias a dos puntos fijos F, F' , llamados focos, es constante.

Las puedes dibujar por puntos, tomando a partir de F, F' como centros, arcos de radio $\overline{FX}$, $\overline{FX'}$ tales que $\overline{FX} - \overline{FX'} = 2a$ o bien $\overline{FX} - \overline{FX'} = -2a$.

Las ramas de la hipérbola se aproximan a dos rectas CD , EF que se llaman las asíntotas de la hipérbola.

Los puntos A, B en que la hipérbola corta a la recta FF' se llaman los vértices de la hipérbola, y se cumple $\overline{AB} = 2a$.

Para analizar

Una hipérbola importante es la gráfica de la función $y = k/x$, para cualquier valor constante de k . Las dos asíntotas son, en este caso, los dos ejes x, y . Tomando por ejemplo, $k = 2$, puedes hacer una tabla de valores de la función $y = 2/x$. Uniendo los puntos correspondientes por un trazo continuo, tendrás la hipérbola.

3

Parábola

Considera una recta vertical (el eje y) y una horizontal como el eje Ox de la figura. Además, elige un punto F (que llamaremos foco) sobre Ox .

Se trata ahora de dibujar puntos X tales que su distancia al eje Oy sea igual a su distancia al foco, o sea $\overline{HX} = \overline{XF}$. Hay infinitos puntos en estas condiciones, entre ellos el punto medio A de OF . Puedes dibujar unos cuantos puntos trazando paralelas al eje y , y luego tomando con el compás y con centro en F las distancias $\overline{XF} = \overline{XH}$. Si luego unes todos estos puntos con un trazo continuo, tendrás dibujada una curva que se llama parábola, de la

Antenas parabólicas

La propiedad más importante de la parábola es que, considerada como un espejo, cualquier rayo de luz paralelo al eje de la parábola, como el AX , se refleja según XF , es decir, el rayo reflejado pasa por el foco F . Esto hace que los rayos reflejados de todos los paralelos al eje, como $A_1X_1, A_2X_2, \dots$ se condensan en el foco.

Esto vale no solamente para la parábola del plano, sino para la superficie llamada *paraboloides*, obtenida por rotación de la parábola plana alrededor de su eje: todos los rayos paralelos al eje que inciden sobre la parte interior del paraboloides al reflejarse pasan por el foco.

Fuente. Imagen tomada de Santaló (1992).

Sobre el final de la Etapa 2 se produce un cambio significativo que afecta tanto a la organización del saber cómo a su tratamiento matemático. Como se observa en la Figura 4, correspondiente al libro de Santaló (1992), la exhaustividad en las demostraciones y definiciones disminuye notablemente respecto del libro analizado para los primeros años de la etapa. Las propiedades de la parábola se enuncian sin el desarrollo demostrativo que las justifique, y las aplicaciones se introducen desde el principio como enunciados sin el análisis matemático correspondiente. Este cambio en el tratamiento del saber anticipa la tendencia que se consolidará en las etapas siguientes.

En este caso, el estudio de la parábola aparece en el capítulo "Las cónicas". Se propone la definición de la parábola como lugar geométrico y ejercicios para dibujar parábolas dada la distancia de los ejes al foco. Se enuncian tres propiedades de esta curva: cualquier rayo reflejado pasa por el foco, las gráficas de las funciones de la forma $y^2 = 2p(x - p)$ y la trayectoria de un proyectil lanzado según una dirección inclinada. Sin embargo, a diferencia del tratamiento observado en los libros de los primeros años de esta etapa, no se incluye desarrollo demostrativo alguno que justifique estas propiedades.

Etapa 3

La Etapa 3 está marcada por la sanción de la Ley Federal de Educación en 1993. El corpus documental consultado para esta etapa comprende el DC de la EGB (1999), los DC de la Educación Polimodal (1998, 1999 y 2003), las Resoluciones N° 4625/98, 13269/99 y 6247/03, y la Ley Provincial de Educación N° 11612.

En esta etapa se produce la descentralización de los servicios educativos, transfiriendo a las 23 provincias de Argentina y a la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (CABA) la responsabilidad de desarrollar planes de estudio y programas de niveles jurisdiccionales. El nivel nacional determina los Contenidos Básicos Comunes (CBC) y sugiere una estructura general de espacios curriculares. Además, cada provincia debe planificar, organizar y administrar el sistema educativo de su jurisdicción y aprobar el DC de los diferentes ciclos y niveles. La Ley Federal de Educación establece también la normalización de la formación básica para las personas menores de 15 años: la primaria se organiza en tres ciclos de 9 años bajo la denominación Educación General Básica (EGB). La antigua secundaria se transforma en el 3er Ciclo de la EGB (7mo a 9no año) y en la Educación Polimodal de 3 años. Las Escuelas Técnicas dejan de tener un DC diferenciado y se redefinen como oferta complementaria.

Dado que cada provincia adopta un diseño curricular propio, el análisis se circunscribe al DC de la Provincia de Buenos Aires (Ley Provincial de Educación N° 11612 de 1995), que concentra la mayor población del país. Los cambios se sintetizan en la Tabla 7. Cabe aclarar que lo que en la tabla se denomina "áreas" corresponde en realidad a los "ejes" curriculares establecidos por la reforma, que modifica la estructura organizativa de los DC reemplazando las áreas disciplinares tradicionales por ejes temáticos transversales.

A partir del análisis de los cambios que la reforma instala en la enseñanza media, es posible caracterizar los niveles de la escala de codeterminación didáctica de la siguiente manera:

Sociedad (S6) ↔ Escuela (E6) ↔ Pedagogía (P6, P7) ↔ Disciplina (D4, D5)

En el nivel Sociedad (S6) se identifican las condiciones y restricciones que provienen de la Ley Federal de Educación y de la Ley Provincial de Educación, que transfieren el sistema escolar a las provincias, incluidas las responsabilidades económicas. Para dar cuenta de las variantes tanto a nivel nacional como jurisdiccional que impactan en las características específicas de cada provincia, se denomina S6(j) (con $1 \leq j \leq 24$) a cada una de estas configuraciones particulares.

Tabla 7

Descripción de los niveles escuela, pedagogía, disciplina y área para la etapa 3.

Escuela	Año	Pedagogía	Área	Hs
3° Ciclo de la EGB y Nivel Polimodal (E ₆)	1999	Duración: 6 años. EGB3 y Polimodal (7 modalidades). Título: Bachiller TTP: Equipos e instalaciones eléctricas; construcciones; electrónica; industria de procesos; informática personal y profesional; gestión organizacional; trayectos de arte; producción agropecuaria.	Número y Operaciones; nociones Geométricas; mediciones; nociones de Estadística y Probabilidad	T: 141 M: 24
	2003 (Polimodal)	(-) modalidad producción de bienes y servicios.	Campo numérico, algebraico y analítico; campo geométrico y analítico, campo estadístico y probabilístico	T: 144 M: 10

Fuente. Elaboración propia.

El nivel Escuela (E₆) se define el 3er Ciclo de la EGB (EGB3, 7mo, 8vo y 9no) y el Nivel Polimodal, condicionado por las singularidades de cada jurisdicción. Las Escuelas Técnicas dejan de tener un DC diferenciado, como había ocurrido hasta entonces, y quedan situadas como oferta complementaria a la formación general de carácter optativo. Se crean los Trayectos Técnicos Profesionales (TTP), talleres de especialidad de carácter obligatorio para los estudiantes que cursen en Escuelas Técnicas.

Se identifican dos pedagogías: P6 correspondiente a la EGB3 obligatorio y P7 correspondiente al Polimodal de tres años de carácter no obligatorio. Las materias del DC se denominan "áreas curriculares". La carga horaria semanal es de 22 módulos (cada uno equivale a 60 minutos) por año lo que representa una disminución considerable respecto de las 30 horas semanales de la Etapa 2. Para el Polimodal, los saberes se integran en "espacios curriculares" y la carga horaria es de 25 módulos semanales por año.

En el nivel Disciplina, solo corresponde matemática tanto en la EGB3 como en el Polimodal, identificándose una D4 y una D5 según cada nivel. D4 corresponde a la matemática de la EGB3, propuesta a partir de los ejes: Número y Operaciones, Nociones Geométricas, Mediciones, Nociones de Estadística y Probabilidad, Campo Tecnológico y Formación Ética. D5 corresponde a la matemática del Polimodal: en el DC de 1999 no corresponde estudiar matemática en 3er año, situación que se modifica a partir del DC de 2003. En este último, matemática se organiza a partir de los bloques numérico, algebraico y analítico; geométrico y analítico; y estadístico y probabilístico. Dado el nivel de generalidad con que se presentan estos bloques en el DC, no es posible determinar con precisión el tiempo dedicado al estudio de los saberes geométricos.

Tabla 8

Descripción de los niveles escuela, disciplina, área y sector para las escuelas de la etapa 3

Escuela	Disciplina	Área	Sector
EGB3 (E ₆)	Matemática	Nociones Geométricas- Mediciones	(-) Superficie esférica, superficie de revolución, grupo, anillo y cuerpo
Polimodal (E ₆)		Campo geométrico y analítico	(+) Grafos

Fuente. Elaboración propia

Si bien en esta etapa se definió una única escuela (E₆), resulta necesario distinguir entre la EGB3 y el Polimodal debido a que los DC proponen áreas y sectores diferenciados para cada nivel.

En los niveles área y sector, la geometría se organiza dentro de los campos “Nociones geométricas”, “Mediciones” y “Campo geométrico”. En términos generales, los sectores conservan una estructura similar a la de las etapas anteriores, aunque se identifican algunas modificaciones. Desaparecen contenidos como superficie esférica y de revolución y las nociones de grupo, anillo y cuerpo, mientras que se incorporan los grafos en 3er año del Polimodal. Estos cambios permiten sostener que los saberes geométricos no desaparecen de los DC, aunque sí se transforman tanto en su organización como en el nivel de explicitación con que son presentados. Por ejemplo, la parábola continúa incluida en 2do año del Polimodal dentro del sector “cónicas”. Sin embargo, el DC de 2003 reduce considerablemente las precisiones sobre este saber en comparación con las etapas anteriores. El documento se limita a mencionar el estudio de las cónicas dentro del campo geométrico, sin especificar contenidos, propiedades, procedimientos ni orientaciones para su enseñanza.

El libro representado en la Figura 5 constituye un ejemplo de esta reducción del tratamiento geométrico. Allí, el tema “parábola” aparece incluido en el capítulo “Vectores, ecuaciones de la recta y cónicas”, evidenciando además una creciente subordinación de lo geométrico a los desarrollos algebraicos y analíticos.

Figura 5

Lugar geométrico de la parábola desde la propuesta de los libros de texto de la E3.

La parábola

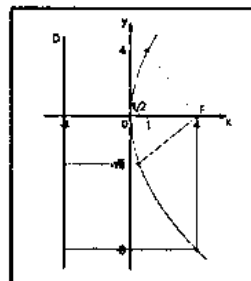
Observen el gráfico de una parábola de foco F y recta directriz D .

- Completen la tabla teniendo en cuenta que la distancia desde cada punto Q hasta la recta D se calcula sumando a la abscisa de Q la distancia que hay entre la recta D y el eje y .

Q	$d(Q, F)$	$d(Q, D)$
$(0; 0)$		
$(1; 4)$		
$(\frac{1}{2}; -\sqrt{8})$		
$(4; -8)$		

Observen los resultados que obtuvieron y completen la siguiente definición.

Una parábola es el conjunto de puntos del plano que de un fijo o foco F y de una fija D , llamada directriz.



Fuente. Imagen tomada de Kaczor, et al. (1999)

La Figura 5 permite identificar la consolidación de una tendencia que ya comenzaba a manifestarse al final de la etapa anterior: la reducción de la exhaustividad matemática en el tratamiento de los saberes geométricos. Desaparecen las definiciones formales, las demostraciones y, en general, los procedimientos de justificación matemática que caracterizaban a los textos de las etapas previas.

En este caso, el libro introduce las secciones cónicas mediante una explicación predominantemente gráfica y numérica. A partir de representaciones en el plano cartesiano, se espera que el lector deduzca las características de la parábola y complete las definiciones a partir de ejemplos numéricos. Este cambio evidencia un desplazamiento desde un tratamiento geométrico-deductivo hacia un abordaje esencialmente analítico y operacional. Asimismo, el estudio queda restringido a parábolas con vértice en el origen de coordenadas y foco situado sobre alguno de los ejes cartesianos. Se presentan únicamente casos particulares: parábolas con foco sobre el eje y y directriz paralela al eje x , asociadas a la ecuación $x^2 = 2py$; y parábolas con foco sobre el eje x y directriz paralela al eje y , representadas mediante la

ecuación $y^2 = 2px$. Sin embargo, estas expresiones aparecen sin definiciones previas ni desarrollos demostrativos que justifiquen las propiedades involucradas.

Etapa4

La Etapa 4 se define a partir de la sanción e implementación de la Ley de Educación Nacional N° 26.206 del año 2006. El análisis se realiza a partir de las leyes nacionales y provinciales vinculadas al sistema educativo, de la Ley de Educación Técnico Profesional y de los DC correspondientes a la Educación Secundaria Básica (ESB), al Ciclo Superior de la Escuela Secundaria (ESS) y a la Educación Secundaria Técnica.

La Ley de Educación Nacional restablece una escuela secundaria obligatoria de seis años, organizada en dos ciclos: un Ciclo Básico (ESB) de tres años, común a todas las orientaciones, y un Ciclo Superior Orientado (ESS) también de tres años. Por su parte, las escuelas técnicas —que en la etapa anterior habían quedado subsumidas en la estructura del Polimodal mediante los Trayectos Técnico Profesionales (TTP)— recuperan un diseño curricular específico a partir de la sanción de la Ley de Educación Técnico Profesional en 2005, que establece una formación de siete años de duración.

La Tabla 9 sintetiza las principales características de la escuela secundaria actual en la Provincia de Buenos Aires, jurisdicción seleccionada para el análisis.

Tabla 9

Descripción de los niveles escuela, pedagogía y área para la etapa 4.

Escuela	Año	Pedagogía	Área	Hs
Educación Secundaria (E_7)	2006	Duración: 6 años Orientaciones: 8 modalidades Diploma: “Bachiller” (en la modalidad).	Geometría y Magnitudes (Geometría y Álgebra a partir de 4° año), Números y operaciones. Álgebra y estudio de funciones. Probabilidad y Estadística	T: 150 M: 22
Educación Secundaria Técnica (E_8)	2018	Duración: 7 años Diploma: Técnico (según las 16 modalidades)	(+) análisis matemático y matemática aplicada	T: 232 M: 22

Fuente. Elaboración propia

Los cambios que instala la Ley de Educación Nacional pueden describirse mediante la escala de niveles de codeterminación didáctica de la siguiente manera:

Sociedad (S7) ↔ Escuela (E7, E8) ↔ Pedagogía (P8) ↔ Disciplina (D6, D7)

En el nivel sociedad (S7) operan las condiciones y restricciones derivadas de la Ley de Educación Nacional y de la Ley de Educación Técnico Profesional. La primera restablece una escuela secundaria obligatoria de seis años, organizada en un Ciclo Básico (ESB) y un Ciclo Superior Orientado (ESS). A partir de 2007 comienzan a implementarse progresivamente los nuevos DC, incorporándose un año curricular por ciclo lectivo. Por su parte, la Ley de Educación Técnico Profesional, sancionada en 2005, redefine la formación técnica secundaria mediante un trayecto de siete años, con el propósito de preservar la especificidad y calidad de la formación técnico-profesional.

En el nivel Escuela se distinguen dos configuraciones institucionales: la Escuela Secundaria (E7) , organizada en seis años divididos en ESB y ESS con ocho orientaciones posibles, y la Escuela Secundaria Técnica (E8). Aunque las finalidades del Ciclo Básico son comunes a todas las modalidades, se diferencian ambas escuelas debido a que los DC del Ciclo Superior presentan organizaciones curriculares específicas.

En las E8, el trayecto formativo se extiende a siete años, de modo que el Ciclo Superior comprende cuatro años e incluye el 7mo año de especialización técnica. Además, la organización curricular se estructura en tres campos de formación: Formación General, Formación Científico-Tecnológica y Formación Técnica Específica. Esta diferenciación institucional reintroduce una especificidad curricular para la educación técnica, que había sido atenuada durante la etapa anterior con la integración de las escuelas técnicas al Polimodal mediante los Trayectos Técnico Profesionales.

En el nivel de la Pedagogía (P8), el rasgo central es la obligatoriedad de la ESS, establecida con el propósito de garantizar la escolarización de todos los jóvenes. En las E7, la carga horaria promedio es de cinco horas diarias y el título otorgado corresponde al de “Bachiller” según la orientación cursada. Por su parte, las E8 extienden la duración de la escolaridad a siete años y amplían la carga horaria diaria a aproximadamente siete horas. El título otorgado es el de “Técnico” en la especialidad correspondiente. Estas diferencias evidencian una configuración pedagógica específica para la educación técnica, vinculada tanto a la duración de la formación como a la intensidad de la preparación técnico-profesional.

En el nivel de la Disciplina (D6, D7), las principales transformaciones se observan en la ESS. En E7 matemática se propone entorno a cuatro ejes: Geometría y Magnitudes (Geometría y Álgebra a partir de 4to año), Números y operaciones, Álgebra y estudio de funciones y Probabilidad y Estadística. En E8, a partir de 4° año “matemática” es reemplazada por Análisis Matemático y Matemática Aplicada. La carga horaria es la misma para ambas escuelas. En relación con el bloque Geometría, no se identifican diferencias sustanciales entre ambas escuelas. Por este motivo, en la Tabla 10 se presenta una única fila para describir los niveles área y sector correspondientes.

Tabla 10

Descripción de los niveles disciplina, área y sector para las escuelas de la etapa 4

Escuela	Disciplina	Área	Sector
Escuela Secundaria (E ₇) y Escuela Secundaria Técnica (E ₈)	Matemática	Geometría y Magnitudes o Geometría y Álgebra.	(-) Proyecciones y perspectiva, vectores, grafos. (+) Noción de fractal

Fuente. Elaboración propia

De la tabla 10 se desprende que dejan de formar parte de la propuesta curricular saberes como vectores, proyecciones y grafos, mientras que en 6to año se incorpora el sector “noción de fractal”. En relación con el caso de estudio seleccionado, la parábola aparece incluida dentro del sector “lugar geométrico” correspondiente al área “Geometría y magnitudes” en 4to y 5to año de la E7 y también la parábola como la gráfica de la función cuadrática en el eje Álgebra y estudio de las funciones, asociada a la representación gráfica de la función cuadrática. El libro de la Figura 6 se selecciona para ejemplificar las características de esta etapa.

En el libro analizado, el estudio de la parábola como lugar geométrico se incluye dentro del capítulo “Función cuadrática”, lo que ya evidencia un desplazamiento del tratamiento geométrico hacia un enfoque predominantemente funcional y algebraico. El tema se introduce mediante la definición de parábola y la presentación de algunas de sus características principales —eje de simetría, vértice, distancia focal, directriz y lado recto— acompañadas por ejemplos numéricos y por las ecuaciones canónicas correspondientes a los casos en que el eje focal es paralelo al eje x o al eje y. El capítulo concluye con actividades de aplicación centradas en el uso operativo de las fórmulas presentadas.

Figura 6

Lugar geometrico de la parábola desde la propuesta de los libros de texto de la E4

La parábola como lugar geométrico

En este apartado estudiaremos la parábola como un conjunto de puntos cuyas distancias a ciertos elementos fijos cumplen determinadas relaciones.

Dada una recta denominada **directriz** d y un punto exterior a ella (llamado **foco** F), la parábola es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de esa directriz y ese foco. Es decir, es el conjunto de los puntos cuya distancia a d y a F es la misma.

Características de las parábolas

- El eje de simetría es perpendicular a la directriz y contiene el vértice y el foco, por eso se lo llama **eje focal**.
- Ese eje puede ser paralelo al eje x , al eje y o estar inclinado.
- La distancia a la directriz se mide perpendicular a ella.
- El vértice es el punto de la parábola que está a la mínima distancia de la directriz y el foco. Se la llama **distancia focal** y se la simboliza con $|p|$.
- El segmento paralelo a la directriz, que pasa por el foco y está limitado por la parábola se llama **lado recto**. Su longitud es igual a $4|p|$.

Ecuación canónica de la parábola

Cuando el eje focal es paralelo al eje x	Cuando el eje focal es paralelo al eje y
$(y - y_0)^2 = 4p(x - x_0)$ $p > 0$ $p < 0$ $V = (x_0, y_0); F = (x_0 + p, y_0); d \rightarrow x = x_0 - p$	$(x - x_0)^2 = 4p(y - y_0)$ $p > 0$ $p < 0$ $V = (x_0, y_0); F = (x_0, y_0 + p); d \rightarrow y = y_0 - p$

EJEMPLO:

La distancia del vértice $V = (-1; -4)$ de una parábola al foco mide 5 unidades. Halla la ecuación de esa parábola sabiendo que es cóncava hacia arriba.

- Por dato: $V = (-1; -4)$ y $|p| = 5$. Por ser cóncava hacia arriba, la directriz es paralela al eje x y $p > 0$. Entonces, $p = 5$.
- Reemplazamos los datos: $(x + 1)^2 = 4 \cdot 5 \cdot (y + 4)$.

La ecuación de la parábola es $(x + 1)^2 = 20(y + 4)$.

En forma desarrollada: $x^2 + 2x + 1 = 20y + 80 \rightarrow x^2 + 2x - 20y - 79 = 0$

EJEMPLO:

Halla la ecuación general de una parábola si su vértice es $V = (-3; 5)$, la longitud de su lado recto es 32 y es cóncava hacia la izquierda.

- Como su lado recto mide 32: $4|p| = 32 \rightarrow |p| = 8$
- Como es cóncava hacia la izquierda, el eje focal es paralelo al eje x y $p < 0$.
- Hallamos la ecuación general a partir de la ecuación canónica:
 $(y - 5)^2 = 4(-8)(x + 3) \rightarrow (y - 5)^2 = -32(x + 3)$
 $y^2 - 10y + 25 = -32x - 96 \rightarrow y^2 - 10y + 32x + 121 = 0$

EJERCICIOS:

- Determina la ecuación de cada parábola.

a.

b.
- Si el vértice de la parábola es $V = (7; 1)$ y el foco $F = (7; -4)$, halla la ecuación general de la parábola.
- Determina la ecuación general de la parábola de vértice $V = (2; 3)$ que pasa por el punto $(0; 5)$ y cuyo eje focal es paralelo al eje y .
- Halla la ecuación canónica de una parábola que tiene como foco $F = (-2; 0)$. ¿Es única?
- Si en la parábola del esquema intercambiamos de lugar el foco con la directriz, ¿cómo cambiarían el gráfico y la ecuación canónica?
- Determina el vértice, el foco y la directriz de la parábola $y^2 + 2y + 8x + 1 = 0$. Te conviene graficarla previamente en GeoGebra.

Fuente. Imagen tomada de Mendoza et. Al. (2017)

A diferencia de lo observado en las Etapas 1 y 2, las definiciones y expresiones algebraicas no se acompañan de desarrollos demostrativos ni de explicaciones geométricas que permitan justificar las propiedades involucradas. El tratamiento del saber queda reducido a la enunciación de definiciones y al uso instrumental de fórmulas en ejercicios numéricos. En este sentido, la parábola aparece más vinculada al estudio de funciones y al tratamiento algebraico-numérico que al análisis geométrico de sus propiedades como lugar geométrico. La Figura 6 permite así identificar un nuevo indicio del problema analizado: la progresiva reducción de la geometría a un tratamiento numérico y algebraico, fenómeno que podría estar asociado a las transformaciones presentes en los libros de texto que funcionan como referencia para la enseñanza.

5. Conclusiones

El análisis realizado permitió identificar transformaciones en el lugar otorgado a la geometría en los diseños curriculares de la escuela secundaria argentina entre 1863 y la actualidad. A partir de la escala de niveles de codeterminación didáctica, se organizaron cuatro etapas históricas asociadas a las principales reformas del sistema educativo argentino, lo que posibilitó describir cambios tanto en la estructura institucional de la escuela secundaria como en la organización del saber matemático.

En los niveles superiores de la escala (sociedad ↔ escuela ↔ pedagogía), los resultados muestran que las reformas educativas modificaron progresivamente la estructura de la enseñanza secundaria, la duración de la escolaridad obligatoria, la organización curricular y la carga horaria destinada a la matemática. En particular, se observa el pasaje desde una organización fragmentada en áreas específicas —como aritmética, álgebra y geometría— hacia una disciplina unificada y posteriormente estructurada en ejes o campos curriculares.

En los niveles disciplina ↔ área ↔ sector, el estudio permite afirmar que los saberes geométricos no desaparecen de los diseños curriculares analizados. Aun cuando ciertos contenidos dejan de formar parte de las propuestas oficiales y otros nuevos son incorporados, la geometría permanece presente en todas las

etapas consideradas. Las principales transformaciones identificadas se vinculan con cambios en la organización curricular de estos saberes, en el grado de explicitación de sus propiedades y en las formas de presentación del trabajo matemático.

El análisis del tema “lugar geométrico de la parábola”, utilizado como caso ejemplar, permitió describir modificaciones en los niveles inferiores de la escala (sector  tema). En las primeras etapas, los libros de texto analizados presentan un tratamiento articulado entre geometría sintética, geometría analítica y álgebra, acompañado por definiciones, demostraciones y justificaciones matemáticas explícitas. En cambio, en las etapas más recientes se observa un predominio de tratamientos algebraicos y numéricos centrados en el uso operativo de ecuaciones y ejemplos, con una disminución significativa del trabajo demostrativo y de la explicitación geométrica.

Estos resultados sugieren que las transformaciones identificadas no implican una desaparición de la geometría en los diseños curriculares oficiales, sino una reconfiguración del tratamiento del saber geométrico. En particular, el estudio aporta evidencias sobre una progresiva reducción del enfoque geométrico-deductivo en favor de abordajes algebraicos, funcionales y numéricos en los libros de texto analizados.

Finalmente, los resultados obtenidos permiten formular la hipótesis de que estas transformaciones curriculares y editoriales podrían constituir una de las condiciones que contribuyen a modificar el lugar de la geometría en la enseñanza secundaria contemporánea. No obstante, establecer relaciones con las prácticas efectivas de enseñanza requiere investigaciones específicas sobre el trabajo docente y el funcionamiento didáctico de las aulas, aspecto que excede los alcances del presente estudio.

6. Contribución de autores

Autor 1: recolección y análisis de datos, conceptualización, metodología, redacción, discusión de resultados.

Autor 2: análisis de datos, conceptualización, metodología, redacción, discusión de resultados.

Ambos autores: revisión y edición.

7. Declaración de fuentes de financiación

Este estudio no recibió apoyo financiero de ninguna institución ni agencia de financiación.

8. Declaración de conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe ningún conflicto de intereses relacionado con la publicación de este artículo.

9. Declaración de uso de inteligencia artificial

Los autores declaran que no utilizaron herramientas de inteligencia artificial generativa ni tecnologías asistidas por IA durante la elaboración del manuscrito.

10. Referencias

- Abrate, R. S.; Delgado, G. I. Y Pochulu, M. D. (2006) Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), p. 1-9.
<https://doi.org/10.35362/rie3912598>
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 19, n. 2, pp. 221-266.

- Chevallard, Y (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente. Disponible en http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=15.
- Dos Santos Souza, M.; de Oliveira Dias, M (2019). Um software para a análise do desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o modelo de Van Hiele. *Educação Matemática Debate*, 3(8), 145-170. <https://doi.org/10.24116/emd.v3n8a03>
- Gamboa, R.; Ballester, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14 (2), 125-142. <https://doi.org/10.15359/ree.14-2.9>
- Gascón, J. (2003) Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria. Desaparición escolar de la razón de ser de la Geometría. *Suma*, 44, 25-34.
- Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la geometría*. De las construcciones a las demostraciones. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Llanos, V.C. y Otero, M. R. (2024). Análisis transpositivo en los libros de texto para la enseñanza Secundaria en Argentina en los últimos ochenta años: reformas educativas y transformaciones en el saber. *Revista Colombiana de Educación*, (93), 7-36. <https://doi.org/10.17227/rce.num93-17006>
- Otero, M. R. (2021). *La formación de profesores: recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento*. Tandil: UNICEN.
- Sánchez Chacón, J.; Iglesias Inojosa, M. (2012). El desempeño de los docentes de matemática y sus necesidades formativas. *Paradigma*, 33 (1), 155-173.
- Valles, M. S. (1999). *Técnicas cualitativas de investigación social*. Madrid: Editorial Síntesis.