UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias

DOI: https://doi.org/10.14483/23464712.24052

GÓNDOLA
ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS

Resultado de investigación

REPRESENTACIÓN FÍSICA Y DIGITAL DEL VOLUMEN DE SÓLIDOS: SECUENCIA DIDÁCTICA DESDE EL MODELO BARRISO

PHYSICAL AND DIGITAL REPRESENTATION OF SOLID VOLUME: DIDACTIC SEQUENCE FROM THE BARRISO MODEL

REPRESENTAÇÃO FÍSICA E DIGITAL DO VOLUME DE SÓLIDOS: SEQUÊNCIA DIDÁTICA A PARTIR DO MODELO BARRISO

Luis Barrios Soto*, Xiomara Arrieta**
Iván Padilla Escorcia***

Barrios Soto, L., Arrieta, X. & Padilla Escorcia, I. (2026). Representación física y digital del volumen de sólidos: secuencia didáctica desde el modelo BARRISO. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, *21*(2), *e-24052*. https://doi.org/10.14483/23464712.24052

Resumen

La enseñanza de la geometría espacial enfrenta diversas dificultades, tales como su aislamiento del resto de las matemáticas, el enfoque limitado a figuras planas, el uso preponderante del libro de texto y la carencia de recursos y estrategias didácticas adecuadas en el aula. Frente a esta problemática, el presente estudio tiene como propósito analizar una secuencia didáctica orientada a la representación física y digital del volumen de sólidos desde la perspectiva del modelo pedagógico BARRISO, para el fortalecimiento del pensamiento espacial en estudiantes de educación media. Se adoptó un enfoque cualitativo, con un diseño de investigación-acción de tipo descriptivo. La muestra estuvo conformada por 27 estudiantes de grado undécimo, organizados en grupos de trabajo colaborativo. La recolección de información se realizó mediante observación participante, registro en video y análisis de las producciones estudiantiles, complementados con un análisis de contenido basado en categorías emergentes y procesos de triangulación de datos. Los hallazgos permitieron identificar evidencias relacionadas con la visualización y comprensión estructural de los sólidos geométricos, la apropiación del concepto de volumen, el desarrollo de habilidades tecnológicas mediante el uso de GeoGebra 3D y realidad aumentada, y el fortalecimiento del trabajo colaborativo y la argumentación matemática. Asimismo, los registros analizados sugieren que la articulación entre la construcción física de modelos geométricos y su representación digital favorece

* Doctor en Ciencias Humanas. IED La Salle. Colombia. lmbs19@hotmail.com – ORCID https://orcid.org/0000-0002-5148-2017

** Postdoctorado en Ciencias Humanas. Universidad del Zulia. Venezuela. xarrieta2410@yahoo.com – ORCID https://orcid.org/0000-0002-2250-3376

*** Doctor en ciencias en el área de matemática educativa. Universidad del Atlántico. Colombia. ivanandrespadillaescorcia@hotmail.com - ORCID https://orcid.org/0000-0003-1210-3712

Recibido: Agosto 26 de 2025, aceptado: junio 24 de 2026

experiencias de aprendizaje más activas y contextualizadas. Se concluye que la integración de recursos físicos y digitales, en coherencia con las Acciones Pedagógicas en la Enseñanza de la Geometría (APEG) del modelo BARRISO, constituye una alternativa pedagógica pertinente para promover el pensamiento espacial y enriquecer la enseñanza de la geometría en educación media.

Palabras Clave: pensamiento espacial; geometría tridimensional; secuencia didáctica; representación digital; educación matemática; modelo BARRISO

Abstract

The teaching of spatial geometry faces several challenges, including its isolation from the rest of mathematics, the limited focus on plane figures, the predominant use of textbooks, and the lack of appropriate resources and teaching strategies in the classroom. In response to this issue, the purpose of this study is to analyze a didactic sequence focused on the physical and digital representation of the volume of solids from the perspective of the BARRISO pedagogical model, aiming to strengthen spatial thinking in secondary education students. A qualitative approach was adopted, using a descriptive action-research design. The sample consisted of 27 eleventh-grade students organized into collaborative work groups. Data were collected through participant observation, video recordings, and the analysis of students' productions, complemented by content analysis based on emerging categories and data triangulation procedures. The findings provided evidence related to the visualization and structural understanding of geometric solids, the appropriation of the concept of volume, the development of technological skills through the use of GeoGebra 3D and augmented reality, and the strengthening of collaborative work and mathematical argumentation. Furthermore, the analyzed records suggest that the integration of physical model construction and digital representation promotes more active and contextualized learning experiences. It is concluded that the integration of physical and digital resources, aligned with the Pedagogical Approaches to Geometry Teaching (APEG) within the BARRISO model, constitutes a relevant pedagogical alternative for fostering spatial thinking and enriching geometry teaching in secondary education.

Keywords: spatial thinking; three-dimensional geometry; didactic sequence; digital representation; mathematics education; BARRISO model

Resumo

O ensino da geometria espacial enfrenta diversos desafios, tais como seu isolamento em relação às demais áreas da matemática, o foco limitado em figuras planas, o uso predominante do livro didático e a carência de recursos e estratégias pedagógicas adequadas em sala de aula. Diante dessa problemática, este estudo tem como objetivo analisar uma sequência didática voltada para a representação física e digital do volume de sólidos a partir da perspectiva do modelo pedagógico BARRISO, com vistas ao fortalecimento do pensamento espacial em estudantes do ensino médio. Adotou-se uma abordagem qualitativa, com delineamento de pesquisa-ação de caráter descritivo. A amostra foi composta por 27 estudantes do último ano do ensino médio, organizados em grupos de trabalho colaborativo. A coleta de dados foi

realizada por meio de observação participante, registros em vídeo e análise das produções dos estudantes, complementadas por análise de conteúdo fundamentada em categorias emergentes e procedimentos de triangulação de dados. Os resultados permitiram identificar evidências relacionadas à visualização e compreensão estrutural dos sólidos geométricos, à apropriação do conceito de volume, ao desenvolvimento de habilidades tecnológicas mediante o uso do GeoGebra 3D e da realidade aumentada, bem como ao fortalecimento do trabalho colaborativo e da argumentação matemática. Além disso, os registros analisados sugerem que a articulação entre a construção física de modelos geométricos e sua representação digital favorece experiências de aprendizagem mais ativas e contextualizadas. Conclui-se que a integração de recursos físicos e digitais, em consonância com as Ações Pedagógicas no Ensino da Geometria (APEG) do modelo BARRISO, constitui uma alternativa pedagógica relevante para promover o pensamento espacial e enriquecer o ensino da geometria no ensino médio.

Palavras-Chave: pensamento espacial; geometria tridimensional; sequência didática; representação digital; educação matemática; modelo BARRISO

1. Introducción

La enseñanza de la geometría en los distintos niveles escolares enfrenta múltiples desafíos que obstaculizan el desarrollo integral del pensamiento espacial en los estudiantes. Un problema recurrente es su abordaje de manera aislada respecto al resto de las matemáticas, lo que limita la construcción de una visión integrada y funcional del conocimiento. En esta misma línea, Fuertes et al. (2024) señalan que las principales dificultades se relacionan con la comprensión de las relaciones espaciales entre los objetos, la clasificación de las figuras y el escaso dominio de los conceptos geométricos. A ello se suma lo planteado por Da Silva (2021), quien advierte que los docentes encuentran importantes retos en la planificación de su enseñanza, la cual no solo debe contemplar los contenidos curriculares, sino también incorporar estrategias educativas innovadoras y el uso pertinente de tecnologías digitales.

Otro aspecto crítico en la enseñanza de la geometría es la marcada concentración en el estudio de las figuras planas, lo que deja en un segundo plano la exploración y comprensión de los sólidos geométricos. Esta situación coincide con lo señalado por Porras (2024), quien sostiene que la predominancia de métodos tradicionales basados en lápiz y papel dificulta la apropiación de la geometría tridimensional, al otorgar prioridad a la geometría plana. A esta limitación se suma la falta de herramientas dinámicas y de claridad didáctica por parte de algunos docentes para explicar los cuerpos sólidos, lo que restringe la posibilidad de promover un aprendizaje significativo en la educación secundaria. Como consecuencia, se reducen notablemente las oportunidades de los estudiantes para desarrollar habilidades espaciales esenciales, tales como la visualización tridimensional, la rotación mental de objetos y la estimación de volúmenes. Esto se debe, en gran medida, a que los recursos empleados en el aula suelen ser limitados y no incorporan materiales físicos ni tecnologías digitales que podrían enriquecer el aprendizaje (Rodríguez-López et al., 2023; Barrios et al., 2022).

La falta de recursos físicos y digitales en muchas aulas limita el desarrollo del pensamiento espacial, al impedir que los alumnos manipulen, construyan o modelen objetos tridimensionales, actividades fundamentales para lograr una comprensión significativa de la geometría espacial. A ello se suma la escasez de estrategias pedagógicas efectivas para abordar estos contenidos, situación que agrava la limitada disposición de tiempo en el currículo y, en algunos casos, por la falta de formación específica del

docente en la enseñanza de la geometría y el uso de recursos tecnológicos (Reyes & Arnaud, 2024; Briones & Herrera, 2024).

Frente a este panorama, esta investigación tiene como propósito analizar una secuencia didáctica orientada a la representación física y digital del volumen de sólidos desde la perspectiva del modelo pedagógico BARRISO, para el fortalecimiento del pensamiento espacial en estudiantes de educación media. Se busca así favorecer la apropiación significativa de conceptos relacionados con la geometría tridimensional y contribuir a una transformación didáctica en la enseñanza de las matemáticas escolares, promoviendo prácticas contextualizadas, activas y vinculadas con herramientas físicas y digitales.

2. Fundamentación teórica

2.1. Pensamiento espacial

El pensamiento espacial constituye una capacidad cognitiva fundamental para el aprendizaje de la geometría, ya que permite a los estudiantes interpretar, representar y manipular objetos en tres dimensiones. Este proceso mental implica habilidades como la visualización, la orientación en el espacio, la rotación mental y la percepción de relaciones entre formas (Rojas, 2024; Calle & Vargas, 2022). De acuerdo con la teoría de Van Hiele (1999) y los aportes de Gardner (2015), el pensamiento espacial potencia la construcción de representaciones mentales y la comprensión de las relaciones geométricas, constituyéndose en una competencia esencial para el aprendizaje de las matemáticas, las ciencias y la ingeniería. Su desarrollo es crucial para una comprensión profunda de los conceptos geométricos y su aplicación tanto en contextos reales como abstractos. No obstante, su fortalecimiento en el aula se ha visto limitado por la prevalencia de enfoques centrados en la memorización de fórmulas y la escasez de experiencias didácticas que promuevan la manipulación activa y significativa de la geometría (Pérez et al., 2025).

2.2. Enseñanza del volumen de sólidos

El volumen, al ser una propiedad tridimensional de los cuerpos, ofrece una valiosa oportunidad para fomentar el pensamiento espacial. Su enseñanza trasciende la mera aplicación mecánica de fórmulas, ya que requiere comprender cómo se estructuran y relacionan los cuerpos geométricos, cómo pueden constituirse, transformarse o representarse en diversos contextos (Sánchez & Peña, 2023; Ovalle & Vásquez, 2020). Desde la perspectiva de Ropero y Zubieta (2023), las actividades de modelación física y digital favorecen una comprensión más profunda del volumen al permitir que los estudiantes sean capaces de establecer relaciones entre medidas lineales, áreas y capacidad espacial. Sin embargo, en muchos entornos escolares, este concepto se aborda principalmente mediante ejercicios de cálculo y con frecuencia, no se incorporan procesos de exploración, estimación o comparación, lo que dificulta que el estudiantado construya una comprensión profunda y significativa. A ello se suma la escasa atención que suele recibir la geometría sólida frente a la plana, lo que agrava aún más esta limitación formativa (Porras, 2024).

2.3. Secuencia didáctica en matemáticas

Una secuencia didáctica en matemáticas se entiende como una organización estructurada y progresiva de actividades de enseñanza y aprendizaje, diseñadas con el propósito de guiar a los estudiantes en la construcción de conocimientos matemáticos. Esta secuencia no se limita a la presentación lineal de

contenidos, sino que articula situaciones problemáticas, recursos y estrategias pedagógicas que permiten avanzar desde los saberes previos hacia nuevos niveles de comprensión. En este sentido, la secuencia didáctica busca promover la interacción entre docente y estudiantes, el uso de diferentes representaciones matemáticas y la aplicación de los conceptos en contextos variados, favoreciendo así un aprendizaje significativo, reflexivo y contextualizado (Bermúdez et al, 2024; Dellepiane, 2024). Además, según Guerrero et al. (2025), las secuencias didácticas constituyen una estrategia de planificación que organiza experiencias de aprendizaje articuladas con objetivos, actividades y procesos de evaluación, permitiendo una construcción progresiva del conocimiento, destacándose por su potencial para integrar recursos tecnológicos y situaciones contextualizadas en la enseñanza de las matemáticas.

2.4. Representación física y digital

La representación física y digital de los objetos tridimensionales constituye una estrategia que busca articular la teoría con la práctica mediante el uso de recursos manipulativos y herramientas tecnológicas interactivas (Barrios et al., 2022). La construcción física se basa en la elaboración de formas con materiales como plastilina, papel, cartón, bloques o recursos geométricos didácticos, mientras que la simulación digital emplea software de geometría dinámica, aplicaciones tridimensionales o simuladores virtuales que permiten visualizar y manipular sólidos en entornos digitales. Diversas investigaciones han demostrado que la integración de ambos tipos de representación potencia la visualización, la comprensión de las estructuras espaciales y la transferencia entre diferentes registros de representación, lo que a su vez fortalece el pensamiento espacial y la capacidad de construir sólidos geométricos (Ovalle & Vásquez, 2020; Gaona & Guerrero, 2022). Esta complementariedad entre experiencias concretas y entornos virtuales favorece procesos de abstracción progresiva, permitiendo que los estudiantes transiten de la manipulación física hacia representaciones más complejas de carácter geométrico y matemático.

2.5. Modelo pedagógico BARRISO

BARRISO es un modelo pedagógico que propone una reorientación de la práctica docente en matemáticas a través de la aplicación de las acciones pedagógicas en la enseñanza de la geometría (APEG), vinculando recursos físicos y digitales. Este modelo se centra en la conexión entre los contenidos y los factores socio-histórico-culturales para promover situaciones significativas de aprendizaje en los estudiantes. Desde esta perspectiva, el aprendizaje de la geometría no se concibe como una actividad aislada, sino como una construcción conjunta que integra también el trabajo colaborativo y la evaluación formativa (Barrios & Delgado, 2025). Además, según Macias y Arrieta (2025), el modelo promueve la contextualización de los contenidos geométricos, la resolución de problemas y la producción de evidencias de aprendizaje mediante recursos físicos y tecnológicos, favoreciendo experiencias didácticas dinámicas e inclusivas. Aplicado al estudio del volumen de sólidos, el modelo BARRISO permite diseñar experiencias didácticas donde los estudiantes representan, comparan y analizan cuerpos geométricos, tanto de manera tangible como digital, lo cual propicia el desarrollo del pensamiento espacial desde una práctica activa e interesante.

Asimismo, el modelo otorga un papel central a la integración de recursos físicos y digitales como mediadores del aprendizaje, favoreciendo la transición entre representaciones concretas, gráficas y abstractas mediante materiales manipulativos, software de geometría dinámica y herramientas de realidad aumentada. De igual forma, asume la evaluación formativa como un proceso continuo de reflexión y argumentación que permite a los estudiantes comprender conceptos geométricos complejos, fortalecer el

pensamiento espacial, desarrollar competencias comunicativas, justificar resultados y participar activamente en experiencias colaborativas de aprendizaje (Barrios et al., 2026).

3. Metodología

Esta investigación se enmarca en un enfoque cualitativo, ya que busca comprender e interpretar fenómenos educativos desde la perspectiva de los actores involucrados y en su contexto natural. Según Valderrama y Pease (2024), Finol y Arrieta (2021) y Hernández-Sampieri y Mendoza (2018), el enfoque cualitativo se orienta al estudio de significados, procesos y prácticas, permitiendo una mirada profunda sobre la experiencia educativa y los sentidos construidos en ella. Se emplea un diseño de investigación-acción, orientado a examinar y comprender las propias prácticas con el propósito de impulsar transformaciones que favorezcan su mejora. Este diseño busca promover cambios positivos tanto en el ámbito individual como en el colectivo, particularmente dentro de escenarios educativos. Su solidez metodológica se basa en un ciclo continuo que integra cuatro fases esenciales: planificación, ejecución, observación y reflexión (Niño, 2019; Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018).

En la fase de planificación se diseñó la secuencia didáctica sustentada en las Acciones Pedagógicas en la Enseñanza de la Geometría (APEG) del modelo BARRISO, definiendo los objetivos de aprendizaje, los recursos físicos y digitales, las actividades y los criterios de observación. La fase de ejecución correspondió a la implementación de la secuencia didáctica con los estudiantes de grado undécimo. Durante la fase de observación se registraron sistemáticamente las interacciones, producciones y actuaciones de los participantes mediante observación participante y grabaciones en video. Finalmente, en la fase de reflexión se analizaron los datos obtenidos con el propósito de valorar los alcances de la experiencia pedagógica e identificar elementos relevantes para la comprensión del desarrollo del pensamiento espacial en el contexto estudiado.

El tipo de estudio es descriptivo, dado que se centra en caracterizar las dinámicas de aula, los recursos utilizados, las interacciones entre docente y estudiantes, y las manifestaciones del pensamiento espacial evidenciadas durante la implementación de la estrategia. Sambrano (2020) y Niño (2019), señalan que el propósito de los estudios descriptivos es detallar cómo se presentan los fenómenos, sin manipular variables ni establecer relaciones causales, lo que resulta adecuado para el análisis pedagógico que aquí se propone.

Se utilizó la observación participante como técnica de recolección de información durante los tiempos de clase en las que se implementó la secuencia didáctica, permitiendo al investigador integrarse al aula y registrar directamente comportamientos, expresiones y procesos cognitivos de los estudiantes. Según Olaz (2023), esta técnica brinda acceso a los significados culturales que los actores construyen en situaciones específicas, siendo especialmente valiosa para captar matices que podrían pasar inadvertidos con otros métodos. Se empleó el registro en video como herramienta de documentación de las interacciones en el aula, las manipulaciones de las representaciones físicas y digitales, así como las producciones realizadas por los estudiantes. Al respecto, Sánchez et al. (2021) señalan que este tipo de registros permite capturar secuencias del entorno real, facilitando el análisis detallado de movimientos y acciones, y ofreciendo la posibilidad de revisión repetida. Estos recursos audiovisuales resultaron esenciales para contrastar, ampliar y profundizar la información obtenida mediante la observación directa.

Para el procesamiento de la información se usó el análisis de contenido, entendido como un conjunto de procedimientos sistemáticos para categorizar, codificar e interpretar datos cualitativos (Sánchez et al., 2021; Kriger, 2021). Esta técnica permitió identificar categorías emergentes en los registros de observación

y video, garantizando la rigurosidad del análisis. El proceso de análisis se desarrolló mediante una codificación progresiva de la información. Inicialmente se realizó una lectura exhaustiva de los registros de observación, los videos y las producciones estudiantiles para identificar unidades de significado relacionadas con el propósito de la investigación. Posteriormente, dichas unidades fueron agrupadas en códigos preliminares y organizadas en categorías emergentes mediante un proceso de comparación constante, lo que permitió consolidar las categorías finales de análisis.

Basado en lo anterior, se elaboró una matriz de categorías que orientó el proceso de codificación e interpretación de la información obtenida mediante la observación participante, los registros audiovisuales y las producciones estudiantiles. Las categorías emergentes identificadas fueron: (a) mejora en la visualización y comprensión estructural de los sólidos, entendida como la capacidad de reconocer, describir y analizar las características espaciales de los cuerpos geométricos; (b) apropiación significativa del concepto de volumen de sólidos, relacionada con la comprensión de las dimensiones, medidas y procedimientos asociados al cálculo e interpretación del volumen; (c) desarrollo de habilidades tecnológicas y representación digital, referida al uso de herramientas digitales para modelar, visualizar y verificar propiedades de los sólidos geométricos; y (d) fortalecimiento del trabajo colaborativo y la argumentación, asociada a la interacción entre pares, la toma de decisiones conjuntas y la justificación de procedimientos y resultados matemáticos.

Asimismo, se implementó una estrategia de triangulación metodológica mediante la integración de diferentes fuentes de información: registros de observación participante, grabaciones en video, productos elaborados por los estudiantes (modelos físicos, cálculos de volumen y representaciones digitales) y una guía de evaluación formativa orientada a valorar la visualización espacial, la comprensión del volumen, el uso de herramientas tecnológicas y la argumentación matemática. La triangulación permitió contrastar evidencias provenientes de distintas fuentes y fortalecer la credibilidad, consistencia e interpretación de los hallazgos obtenidos en cada una de las categorías de análisis.

3.1. Muestra

La muestra de estudio estuvo conformada por 27 estudiantes del grado undécimo de educación media, pertenecientes a la Institución Educativa Distrital La Salle, de carácter oficial, en Barranquilla, Colombia. Se organizaron 9 grupos de trabajo colaborativo, cada uno con 3 integrantes. La selección de los participantes se realizó de manera intencionada, atendiendo al enfoque cualitativo del estudio, que privilegia la profundidad en la comprensión de las experiencias antes que la representatividad estadística (Hernández-Sampieri & Mendoza, 2018). Para garantizar el rigor ético de la investigación, se contó con el consentimiento informado de los estudiantes y de sus acudientes, quienes fueron previamente notificados sobre los objetivos, procedimientos y alcances del estudio.

Asimismo, se aseguró la confidencialidad de la información mediante la anonimización de los datos y la protección de la identidad de los participantes en todos los registros y reportes. La investigación contó con la autorización institucional para su desarrollo y con la aprobación de los procedimientos éticos correspondientes. Los registros audiovisuales fueron almacenados en medios digitales protegidos mediante acceso restringido y utilizados exclusivamente con fines académicos e investigativos. Del mismo modo, se estableció un plan de manejo de datos que contempló la custodia, anonimización y conservación segura de la información recopilada durante el estudio.

Cabe señalar que, dado que el investigador también desempeñaba funciones docentes en el contexto del estudio, se tuvieron en cuenta las implicaciones éticas del rol dual docente-investigador, procurando establecer una clara distinción entre las actividades pedagógicas habituales y las acciones propias de la

recolección de información. Esta muestra permitió observar en detalle cómo se desarrolló el pensamiento espacial a través de la representación física y digital del volumen de sólidos, dentro del marco del modelo pedagógico BARRISO; el trabajo en pequeños grupos fue una decisión pedagógica intencional, orientada a favorecer la interacción, el diálogo matemático, la cooperación y la toma de decisiones conjuntas.

3.2. Secuencia didáctica basada en el modelo BARRISO

La implementación de la secuencia didáctica, orientada a la representación física y digital del volumen de sólidos y sustentada en el modelo pedagógico BARRISO, se organiza a partir de las Acciones Pedagógicas para la Enseñanza de la Geometría (APEG), definidas en coherencia con las estrategias educativas de dicho modelo (Barrios & Delgado, 2025). Estas acciones están dirigidas a propiciar una experiencia de aprendizaje activa, colaborativa y significativa en torno al estudio de los sólidos geométricos, mediante la integración de recursos físicos, herramientas digitales y situaciones de análisis. A continuación, se describen las APEG que conforman la secuencia didáctica:

Exploración de elementos y figuras geométricas: los estudiantes, a través de una guía de trabajo estructurada, realizaron una exploración inicial de diversos sólidos geométricos, centrada en los poliedros regulares, prismas y pirámides. Identificaron y describieron sus características más significativas, tales como el número de caras, vértices, aristas, tipos de polígonos que los conforman y su disposición espacial.

Diseño de modelo geométrico: como parte de la experiencia en el aula, los educandos construyen físicamente los sólidos utilizando materiales convencionales, lo cual favorece la visualización y comprensión estructural de los cuerpos geométricos. Una vez construidas las figuras tridimensionales, los equipos utilizan un kit geométrico escolar (reglas, escuadras y transportadores) para tomar las medidas representativas de cada sólido (altura, base, apotema, anchura, etc.); a partir de estas mediciones, proceden al cálculo estimado del volumen mediante las fórmulas correspondientes, fomentando la vinculación entre la geometría concreta y el razonamiento matemático formal. Luego de calcular el volumen de forma manual, el estudiantado emplea herramientas digitales de modelado tridimensional (como GeoGebra 3D y Realidad Aumentada) para representar digitalmente los cuerpos construidos.

Posteriormente, se les permitió a los educandos contrastar sus resultados previos (obtenidos de forma manual), visualizar las figuras tridimensionales desde diferentes ángulos, modificar dimensiones y validar sus procesos de medición y cálculo. Para cerrar la experiencia en el aula, los grupos organizaron sus productos (físicos y digitales) y los utilizaron como soporte para justificar y socializar sus resultados frente a sus compañeros y al docente. Esto último tiene el fin de evaluar formativamente las habilidades comunicativas, argumentativas y metacognitivas, al tener que explicar los procedimientos seguidos, las decisiones tomadas en equipo y los aprendizajes obtenidos.

La secuencia didáctica fue desarrollada durante cuatro sesiones de clase de 50 minutos cada una. Para su implementación se emplearon materiales físicos como cartulina, papel, tijeras, reglas, escuadras y transportadores, así como recursos digitales basados en GeoGebra 3D y aplicaciones de realidad aumentada para la visualización de sólidos geométricos. Las actividades fueron organizadas mediante una guía docente estructurada que incluyó objetivos, consignas, tiempos de ejecución, recursos requeridos y criterios de evaluación.

4. Resultados y discusión

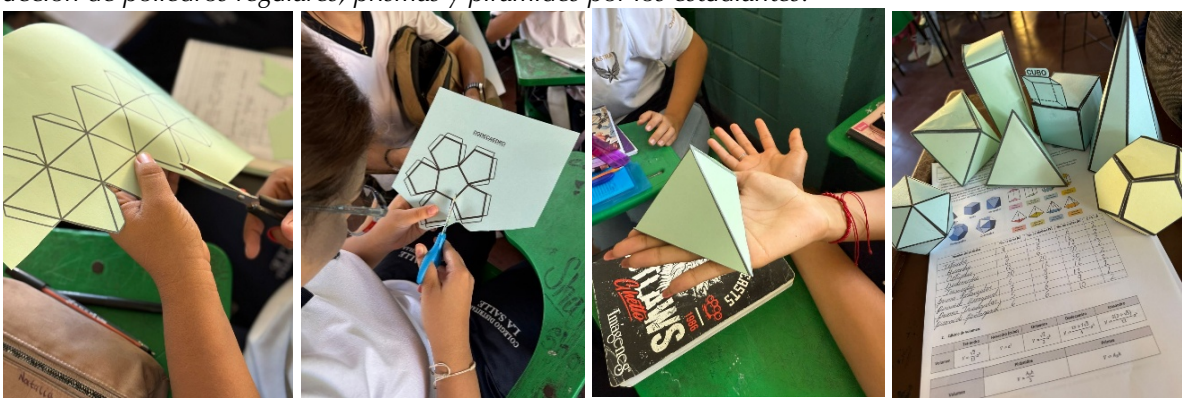
Los resultados obtenidos a partir de la implementación de la secuencia didáctica para la representación física y digital del volumen, fundamentada en el modelo BARRISO, permiten identificar evidencias relacionadas con el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes, así como cambios observados en su forma de abordar la geometría. A partir del análisis de los registros recolectados en la guía de

observación participante y de los videos obtenidos durante la sesión de clase, se identificaron las siguientes categorías emergentes:

4.1. Mejora en la visualización y comprensión estructural de los sólidos

Los registros de observación permitieron identificar evidencias asociadas a una mayor comprensión de los elementos constitutivos de los sólidos geométricos. El armado físico de prismas, pirámides y poliedros regulares les permitió comprender de forma concreta las relaciones entre caras, aristas y vértices (ecuación de Euler), favoreciendo la visualización tridimensional. Algunos educandos expresaron verbalmente que, por primera vez, "entendían cómo se formaban estas figuras sólidas", lo que evidencia un tránsito de lo abstracto a lo tangible. En la Figura 1, se muestra el proceso de armado físico de algunos poliedros durante la clase y la guía de trabajo.

Figura 1.
Construcción de poliedros regulares, prismas y pirámides por los estudiantes.



Fuente: Los Autores.

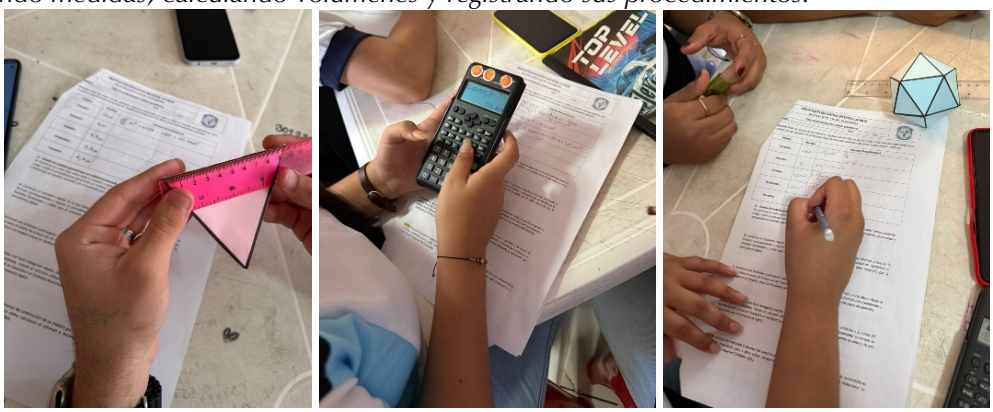
Esta experiencia responde de manera concreta al problema de una enseñanza centrada exclusivamente en la geometría plana. Como señalan Sánchez y Peña (2023), el desarrollo del pensamiento espacial exige actividades que impliquen la manipulación y observación directa de objetos tridimensionales. La construcción física de sólidos generó oportunidades para la estructuración espacial, permitiendo observar cómo los estudiantes inferían propiedades, identificaban relaciones entre sus componentes y analizaban sus elementos desde diferentes perspectivas. A partir de las observaciones realizadas, se identificaron indicios de que la manipulación de modelos físicos favoreció procesos de exploración y análisis espacial durante las actividades desarrolladas. En la misma línea, Barrios y Delgado (2025) afirman que este tipo de experiencias "abre el espacio para la observación y discusión sobre los elementos y características de las figuras geométricas" (p. 17), enriqueciendo así la comprensión y el análisis de los conceptos involucrados.

4.2. Apropiación significativa del concepto de volumen de sólidos

Durante el proceso de medición y cálculo, los estudiantes trabajaron con construcciones físicas de poliedros, a partir de las cuales realizaron mediciones reales con una regla graduada y aplicaron las fórmulas correspondientes para estimar el volumen de cada sólido. Esta conexión directa entre las figuras tridimensionales y su representación matemática mostró evidencias de favorecer una comprensión más profunda del concepto geométrico. Asimismo, cada grupo de participantes empleó la guía de trabajo para documentar sus procedimientos, lo que permitió registrar y contrastar los resultados obtenidos. Se evidenció una elevada participación a lo largo de la actividad, caracterizada por el diálogo colaborativo y las correcciones entre pares, aspectos que potenciaron el aprendizaje colectivo y la reflexión compartida

sobre los procesos desarrollados. La Figura 2 ilustra distintos momentos de la sesión en los que se observa la toma de medidas, el cálculo de volúmenes y el registro de procedimientos por parte de los diferentes grupos de trabajo.

Figura 2.
Alumnos tomando medidas, calculando volúmenes y registrando sus procedimientos.



Fuente: Los Autores.

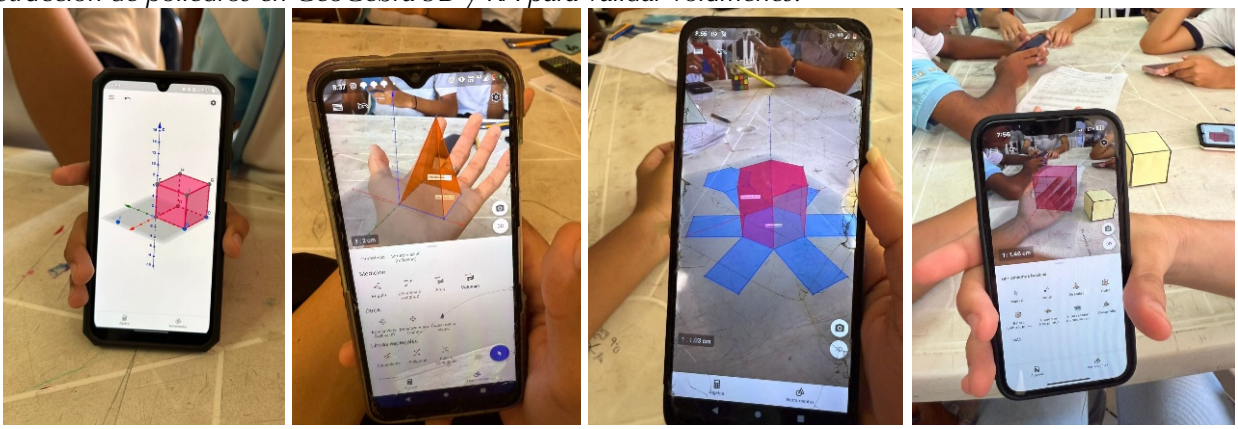
El aprendizaje significativo en matemáticas se fortalece cuando los estudiantes logran establecer conexiones entre representaciones concretas y simbólicas. Asimismo, valorar los procedimientos que emplean y las estrategias utilizadas para calcular el volumen de un cuerpo ofrece al docente mejores herramientas para evaluar el desarrollo del pensamiento matemático (Vanegas et al., 2022). Esta información resulta clave para diseñar tareas escolares que promuevan habilidades como la explicación, la descripción, la identificación de relaciones y la argumentación.

La experiencia descrita mostró evidencias relacionadas con la construcción de significados en torno al concepto de volumen de sólidos geométricos, al hacerlo surgir a partir de una situación real que involucró acciones concretas como medir, calcular y justificar. La representación física funcionó, además, como un recurso de retroalimentación visual y conceptual, según lo observado en los registros analizados. En este sentido, Barrios y Delgado (2025) sostienen que los ejercicios prácticos deben permitir la aplicación de conceptos geométricos en contextos sociohistóricos y culturales. Esta integración no solo potencia el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas, sino que también permite a los educandos comprender el papel de las matemáticas en situaciones del mundo real y en el ámbito científico, acorde con los postulados de Van Hiele (1999) y Gardner (2014).

4.3. Desarrollo de habilidades tecnológicas y representación digital

Durante la sesión de clase en la que los estudiantes emplearon GeoGebra 3D para construir poliedros regulares, prismas y pirámides, se observó un marcado interés y participación durante las actividades propuestas. Resultó particularmente significativo observar cómo lograban dominar la herramienta tecnológica de forma casi intuitiva, lo que les permitió concentrarse en la exploración geométrica sin mayores dificultades técnicas. Además, la posibilidad de visualizar los sólidos en realidad aumentada a través de sus dispositivos móviles generó entusiasmo adicional, reforzando la conexión entre la simulación digital y la percepción espacial de los objetos construidos. La Figura 3 muestra distintos momentos del proceso de construcción de sólidos geométricos por parte de los estudiantes, utilizando GeoGebra 3D y realidad aumentada (RA) en sus dispositivos móviles. Los registros obtenidos sugieren que estas herramientas favorecieron la visualización de las figuras tridimensionales y la contrastación de los volúmenes calculados previamente.

Figura 3.
Construcción de poliedros en GeoGebra 3D y RA para validar volúmenes.



Fuente: Los Autores.

La incorporación de herramientas educativas innovadoras en la enseñanza de la geometría representa un recurso clave para potenciar el rendimiento académico de los alumnos, al mismo tiempo que estimula su motivación y fomenta una participación activa en el proceso de aprendizaje. Además, las herramientas tecnológicas deben ser incorporadas de forma intencionada, no como accesorio, sino como medio para pensar matemáticamente (Fuertes et al., 2024; Barrios et al., 2022; Ropero & Zubieta, 2023). La posibilidad de rotar, descomponer y transformar sólidos en entornos digitales ofreció oportunidades para la exploración espacial de las figuras tridimensionales, al permitirles interactuar activamente con ellas. Estas acciones no solo facilitaron la exploración y confirmación de conceptos geométricos, sino que también promovieron una visión del error como oportunidad de aprendizaje dentro del proceso formativo (Macias & Arrieta, 2025).

4.4. Fortalecimiento del trabajo colaborativo y la argumentación

El trabajo en equipos favoreció la discusión entre pares, la distribución equitativa de tareas y la toma de decisiones conjuntas, lo que generó un ambiente de aprendizaje activo y participativo. Durante las actividades de construcción, medición y digitalización de sólidos geométricos, se observaron evidencias de implicación y participación por parte de los estudiantes. En la fase de socialización de la clase, argumentaron con claridad los procedimientos empleados, utilizando los modelos geométricos como apoyo visual para justificar sus resultados, lo que permitió identificar manifestaciones relacionaas con habilidades comunicativas y metacognitivas. La Figura 4 presenta momentos de trabajo en grupo, así como una escena en la que un estudiante argumenta su procedimiento para construir un sólido en realidad aumentada, explicando con detalle sus características y el proceso seguido para su elaboración.

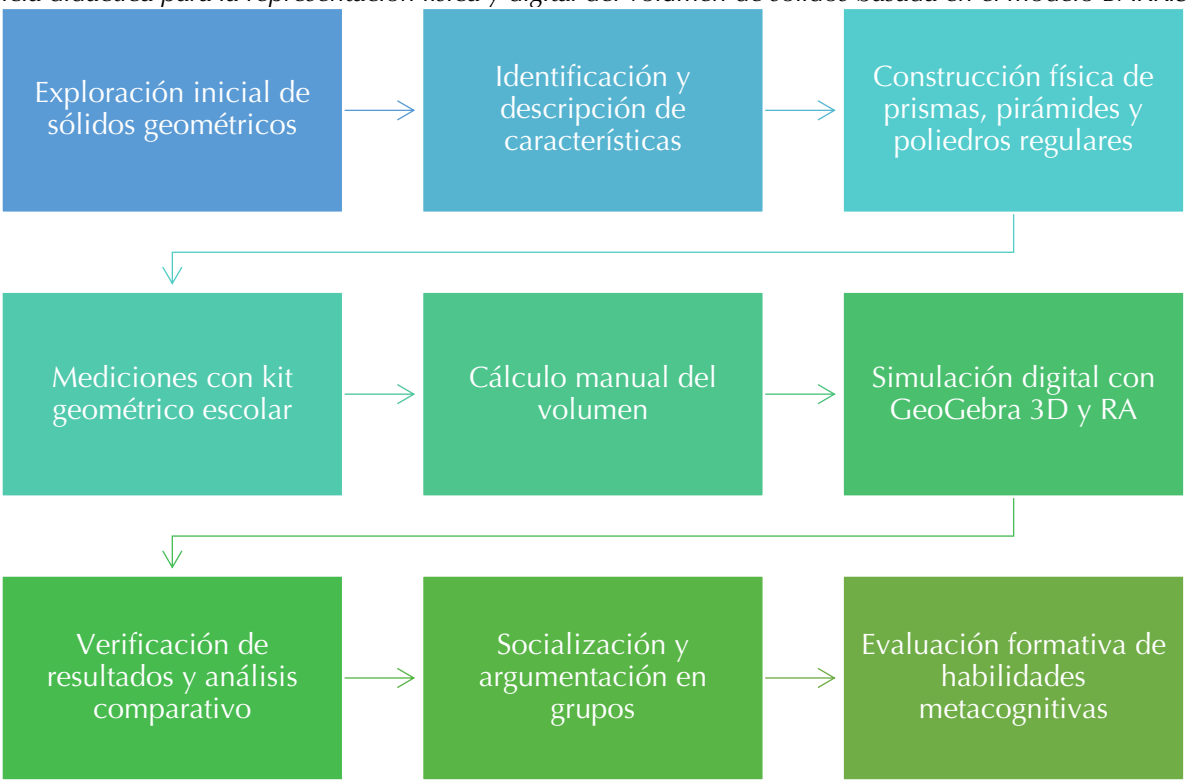
Desde la perspectiva del modelo BARRISO, el diálogo y la argumentación constituyen pilares fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático, al tiempo que el trabajo colaborativo responde a la necesidad de generar entornos donde los estudiantes aprendan unos con otros, compartan responsabilidades y desarrollen autonomía. Diversos estudios destacan que el trabajo colaborativo favorece la construcción compartida del conocimiento, la comunicación matemática y el desarrollo de habilidades reflexivas durante los procesos de aprendizaje (Asero & Palomino, 2023; Fresneda, 2021). Los hallazgos obtenidos en esta investigación son consistentes con dichos planteamientos, al evidenciar espacios de discusión, argumentación y toma de decisiones conjuntas entre los estudiantes. En concordancia con estos resultados, el modelo BARRISO reconoce el diálogo y la argumentación como elementos fundamentales para el desarrollo del pensamiento matemático (Barrios et al., 2026).

Figura 4.
Trabajo en equipo y argumentación sobre la construcción de un poliedro en RA.

Fuente: Los Autores.

Durante la implementación de la secuencia didáctica sustentada en las APEG del modelo BARRISO, se identificaron evidencias sobre la relevancia de la enseñanza de la geometría orientada a la representación física y digital del volumen de sólidos, a partir de las experiencias y producciones desarrolladas por los estudiantes. La Figura 5 sintetiza las etapas del proceso, que incluyen la exploración inicial de los sólidos, su construcción física, la medición, simulación digital y verificación de resultados, hasta llegar a la socialización de resultados y la evaluación formativa.

Figura 5.
Secuencia didáctica para la representación física y digital del volumen de sólidos basada en el modelo BARRISO



Fuente: Los Autores.

5. Conclusiones y recomendaciones

La presente investigación permite identificar evidencias de que la estrategia de representación física y digital del volumen de sólidos, fundamentada en el modelo BARRISO, constituye una alternativa pedagógica pertinente para favorecer el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de educación media. El trabajo con cuerpos geométricos, desde su construcción física hasta su simulación digital, ofreció oportunidades para abordar la geometría desde experiencias concretas y contextualizadas, superando algunas de las limitaciones tradicionalmente asociadas a su enseñanza, tales como el predominio de enfoques bidimensionales y la dependencia exclusiva del libro de texto.

Los hallazgos obtenidos permitieron identificar manifestaciones relacionadas con la visualización tridimensional, la comprensión y cálculo del volumen, así como con el desarrollo de habilidades tecnológicas y argumentativas. Asimismo, los registros analizados sugieren que el trabajo colaborativo favorece el aprendizaje significativo, promueve la reflexión y fomenta la comunicación matemática entre pares. La experiencia en el aula pone de manifiesto la relevancia de diseñar y aplicar estrategias pedagógicas contextualizadas y flexibles que integren recursos físicos y digitales, enmarcadas en enfoques pedagógicos claros, contribuyendo así a una transformación didáctica que conecte la geometría escolar con las realidades cognitivas, tecnológicas y culturales del siglo XXI.

Se recomienda a los docentes de matemáticas incorporar secuencias didácticas que integren la representación física y digital de los sólidos geométricos, privilegiando el trabajo colaborativo y la reflexión argumentativa. Asimismo, es fundamental fomentar el uso consciente y creativo de diversos recursos (más allá del libro de texto) y promover espacios donde los estudiantes puedan explorar, representar y verificar sus ideas desde diferentes perspectivas, con el fin de fortalecer el pensamiento espacial y la comprensión matemática en contextos reales y significativos. Si bien las evidencias obtenidas aportaron elementos relevantes para la comprensión del fenómeno estudiado, el estudio se realizó con una muestra intencionada y en un contexto específico, por lo que futuras investigaciones podrían ampliar su alcance y duración. Además, se recomienda desarrollar estudios que incorporen diseños mixtos o evaluaciones longitudinales, con el propósito de profundizar en la comprensión de los procesos de aprendizaje asociados a la representación física y digital de los sólidos geométricos.

6. Contribución de autores

Luis Barrios Soto: Conceptualización, metodología, análisis formal, supervisión y redacción del borrador original. Xiomara Arrieta: Investigación, validación, redacción del borrador original. Iván Padilla Escorcia: Investigación, análisis formal y apoyo metodológico. Todos los autores: Revisión crítica del contenido, edición del manuscrito, aprobación de la versión final y aceptación de la responsabilidad sobre el contenido publicado.

7. Declaración de uso de inteligencia artificial

Durante la preparación de este manuscrito, los autores utilizaron ChatGPT (OpenAI) únicamente como herramienta de apoyo para la revisión de aspectos de redacción y estilo del texto. Todas las decisiones relacionadas con el diseño de la investigación, el análisis de los resultados, la interpretación de los hallazgos y la elaboración del contenido científico fueron realizadas exclusivamente por los autores. Los autores revisaron y validaron la versión final del manuscrito, asumiendo la total responsabilidad por la originalidad, precisión e integridad de su contenido.

8. Declaración de conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe ningún conflicto de intereses, ya sea de carácter financiero, personal, profesional o institucional, que haya influido o pudiera interpretarse como una influencia en el diseño, desarrollo, análisis, interpretación de los resultados o publicación de este estudio.

9. Referencias

Asero, S. M., & Palomino, C. G. (2023). Trabajo colaborativo apoyado en las herramientas digitales para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Dominio de las Ciencias*, *9*(3), 415-444. https://www.dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/3450

Barrios, L. M., Padilla, I., Delgado, M., & Arrieta, X. (2026). Pensar geométricamente, actuar didácticamente: el modelo BARRISO como estrategia educativa. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet, 26*(2). https://doi.org/10.18845/rdmei.v26i2.8273

Barrios, L., & Delgado, M. (2025). Modelo pedagógico BARRISO para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial. *Encuentro Educacional, 32*(1), 10-27. https://doi.org/10.5281/zenodo.15665563

Barrios, L., Maradey, J., & Delgado, M. (2022). Realidad aumentada para el desarrollo del pensamiento geométrico variacional. *Revista Científica UISRAEL*, *9*(3), 11-28. https://doi.org/10.35290/rcui.v9n3.2022.599

Bermúdez, M., Mendez, B. A., & Sornoza, D. (2024). Secuencia didáctica matemática fundamentada en la aplicación del aula invertida: secuencia didáctica en matemáticas: aula invertida. *REFCalE: Revista Electrónica Formación y Calidad Educativa, 12*(3), 81-96. https://doi.org/10.56124/refcale.v12i3.005

Briones, Y., & Herrera, C. (2024). Desafíos en la enseñanza de la geometría a nivel superior mediante enfoque por competencias. *Revista del Caribe Nicaragüense*, *81*(18), 1-18. http://repositorio.bicu.edu.ni/1411/

Da Silva, D. (2021). Problemática do ensino de geometria: desafios, possibilidades e experiências. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, *11*(3), 242-263. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/problematica-do-ensino-de-geometria-desafios-possibilidades-e-experiencias/

Dellepiane, P. A. (2024). Matemática y juego: secuencia didáctica en formación docente. *Cuadernos del Centro De Estudios De Diseño y Comunicación*, (215), 21-28. https://doi.org/10.18682/cdc.vi215.11016

Finol, M., & Arrieta, X. (2021). Métodos de investigación cualitativa. Un análisis documental. *Encuentro Educacional*, *28*(1), 9-28. https://doi.org/10.5281/zenodo.8169472

Fresneda, E. P. (2021). Cambiando de roles en la clase de matemáticas: posibilidades desde la educación matemática crítica. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias, 16*(2). https://doi.org/10.14483/23464712.15025

Fuertes, M., Guerra, H., Vázquez, A., & Ortiz, W. (2024). Guía didáctica para la enseñanza de la geometría mediante GeoGebra, destinada a estudiantes de educación básica. *Sinergia Académica*, *7*(3), 413-440. http://sinergiaacademica.com/index.php/sa/article/view/256

Gaona, S., & Guerrero, S. (2022). GeoGebra para el aprendizaje de modelación matemática en ingeniería: estudio de caso (modalidad en línea). *RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 12*(24), e364. https://doi.org/10.23913/ride.v12i24.1228

Gardner, H. (2015). *Inteligencias múltiples. La teoría en la práctica.* Paidós Educación.

Guerrero, R. A., Urbina, O. M., Jiménez, J. C., Ebla, C. A., & Cuenca, G. (2025). Factorización paso a paso: Secuencia didáctica con Symbolab en décimo año de EGB. *Revista Tecnológica ESPOL, 37*(2), 36-48. https://doi.org/10.37815/rte.v37n2.1345

Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, C. (2018). *Metodología de la investigación. Las rutas cuantitativas, cualitativas y mixtas*. McGrawHill.

Kriger, P. (2021). El análisis de contenido en textos normativos: propuestas prácticas en ciencias sociales. *Revista De Investigación Interdisciplinaria En Métodos Experimentales, 1*(10), 9-33. https://doi.org/10.56503/metodosexperimentales/Vol.1/Nro.10(2021)p.9-33

Macias, D., & Arrieta, C. (2025). Representación trigonométrica de un problema: una experiencia contextual mediante un modelo pedagógico innovador. *Encuentro Educacional, 32*(2), 521-535. https://doi.org/10.5281/zenodo.17925914

Niño, V. (2019). *Metodología de la investigación* (2ª edición). Ediciones de la U.

Olaz, A. (2023). *Observación participante: El invisible arte de investigar*. Ediciones Díaz de Santos.

Ovalle, S., & Vásquez, J. (2020). Realidad aumentada, una herramienta para la motivación en el aprendizaje de la geometría. *Revista Conrado*, *16*(75), 56-60. https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1385

Pérez Almache, M. J., Vera Soriano, T. D. J., Fernández Rodríguez, K. L., & Abad Peña, G. (2025). Propuesta de actividades didácticas lúdicas para la identificación de conceptos geométricos en estudiantes de tercer grado de EGB. *Revista Científica Multidisciplinar G-Nerando*, *6*(1), 1600-1624. https://doi.org/10.60100/rcmg.v6i1.485

Porras, L. (2024). *Implementación de una secuencia didáctica mediada por realidad aumentada para el desarrollo el pensamiento espacial a través del estudio de poliedros regulares con estudiantes de grado octavo del Colegio República Federal de Alemania IED* [Tesis de maestría]. Universidad Cooperativa de Colombia. https://hdl.handle.net/20.500.12494/55634

Reyes, K., & Arnaud, L. (2024). Uso de la tecnología en la enseñanza de la geometría en el nivel secundario. *Revista Científica Horizontes Multidisciplinarios*, *1*(2), 59-67. https://funtedcol.com.co/revista/index.php/Rhomu/article/view/11

Rodríguez-López, A. M., Hernández-Molina, A. E., & Merchán-Merchán, M. A. (2023). Estrategia didáctica de diseño artístico para el desarrollo del pensamiento geométrico espacial. *I+D Revista De Investigaciones*, *18*(1), 61-78. https://doi.org/10.33304/revinv.v18n1-2023004

Rojas, C. (2024). Efecto de la construcción de sólidos sobre la rotación 3D en un grupo de estudiantes. *Zona Próxima*, *41*, 110-128. https://doi.org/10.14482/zp.41.964.852

Ropero, D., & Zubieta, G. (2023). Definiendo Familias de Poliedros: un Estudio con Estudiantes de Secundaria. *Bolema, 37*(76), 823-848. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a21

Sambrano, J. (2020). *Métodos de investigación (*1ª edición). Alpha Editorial.

Sánchez, Y., & Peña, L. (2023). Tipos de actividad cognitiva y grado de pensamiento espacial en estudiantes de grado noveno al representar poliedros. *Praxis*, *19*(1). https://doi.org/10.21676/23897856.3868

Valderrama, I., & Pease, M. E. (2024). Educación e investigación cualitativa: aproximaciones a la práctica educativa como objeto de investigación. *Desde el Sur*, *16*(1), e0016. https://doi.org/10.21142/DES-1601-2024-0016

Van Hiele, P. (1999). Developing ge-ometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, (6), 310-316. https://math.buffalostate.edu/~jcushman/MED308/Readings/TCM_van_Hiele.pdf

Vanegas, Y., Prat, M., & Edo, M. (2022). Representaciones matemáticas de niños y niñas de 5-6 años cuando resuelven un problema abierto. ALTERIDAD. *Revista de Educación, 17*(2), 180-193. https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.02