



MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA EXPERIÊNCIA APLICADA NA CONSTRUÇÃO CIVIL

Mathematical modeling in basic education: an experience inspired in construction

Pedro Elton Weber¹

Vitor José Petry²

Para citar este artículo: Weber, P. y Petry, V. (2015). Modelagem matemática na educação básica: uma experiência inspirada na construção civil. **Góndola, Enseñ Aprend Cienc**, 10(1), 40-54.
doi: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2015.1.a03.

Recibido: 08 de diciembre de 2014 / Aceptado: 21 de abril de 2015

Resumo

O artigo é resultado de um projeto de modelagem matemática, aplicado a crianças com dificuldades de aprendizagem do quarto e quinto ano do Ensino Fundamental, de uma escola da periferia do Município de Palmas, Paraná, Brasil. O projeto foi desenvolvido com o auxílio de alunos da Licenciatura em Matemática, constituindo-se em uma atividade integrante de sua formação profissional e tendo por objetivo contribuir para a melhoria da aprendizagem de matemática das crianças envolvidas. Foram construídas, sob a orientação dos professores e licenciandos, maquetes de casas planejadas pelos próprios alunos. Foram trabalhados diversos conceitos matemáticos, relacionados a operações básicas, frações, geometria, porcentagens, planejamentos financeiros, entre outros. Além da motivação observada, o trabalho contribuiu com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos e proporcionou aos futuros docentes uma experiência significativa em sua formação.

Palavras chaves: construção de maquetes, ensino e aprendizagem em matemática, formação de profesoeres, modelagem matemática.

-
1. Doutor em Engenharia Agrícola (Mestre em Modelagem Matemática), docente/pesquisador, Área de Matemática, UTFPR. Medianeira – PR, Brasil. Contato: pedroelton@utfpr.edu.br
 2. Doutor em Matemática Aplicada (Mestre em Modelagem Matemática), docente/pesquisador, Área de Matemática, UFFS. Chapecó - SC, Brasil. Contato: vitor.petry@uffs.edu.br

Abstract

The paper is the result of a project for mathematical modeling applied to children with learning difficulties in the fourth and fifth years of Basic Education at a school on the periphery in the city of Palmas, Paraná state. The project was developed with the help of mathematics undergraduate students, considering this activity as fundamental in their professional training, having to contribute improving math learning by children involved. They built houses maquettes designed by the students under the teachers and student teachers supervision. We worked many mathematical concepts related to basic operations, fractions, geometry, percentages, financial planning, among others. Besides the motivation observed, the work contributed to the teaching and learning education of students and provided to prospective teachers a meaningful experience in their training.

Key words: maquettes construction, mathematical modeling, teaching and learning in mathematics, teaching preparation.

Introdução

A Matemática está presente em muitos momentos e etapas da vida de cada ser humano, de forma que o conhecimento de conceitos e técnicas relacionados a esta área são fundamentais para o desenvolvimento da sociedade. Muitas pessoas demonstram dificuldades em aprender conceitos matemáticos, principalmente quando estes são apresentados de forma abstrata e totalmente desconectada das situações do cotidiano. O estudo da Matemática requer raciocínio lógico, dedicação, sequência e, acima de tudo, motivação e interesse de quem pretende aprender.

Como professores de Matemática da Educação Básica por vários anos e, atualmente, trabalhando na formação de professores, percebemos a necessidade de realização de trabalhos diferenciados na forma de ensinar Matemática, buscando despertar o interesse e a motivação dos alunos a fim de facilitar o processo de aprendizagem. Apesar da vasta disponibilidade de livros didáticos existentes no

mercado, poucos autores apresentam alternativas para trabalhar os conceitos matemáticos de forma motivadora e, ao mesmo tempo, com consistência e teorização suficiente para a aprendizagem dos conteúdos.

Buscando proporcionar a um grupo de estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática a compreensão de metodologias de ensino, bem como contribuir para a melhoria das condições de aprendizagem das crianças de uma escola na Cidade de Palmas, no interior do Paraná, BR, que apresentavam dificuldades na disciplina de Matemática, foi elaborado um projeto denominado 'Modelagem Matemática'. Este foi desenvolvido sob a coordenação do primeiro autor deste artigo e contou com a participação de alunos bolsistas do curso. O presente texto é resultado do referido projeto que objetivou ainda possibilitar aos alunos, com dificuldades principalmente em operações básicas da Matemática, a aprendizagem através de uma nova estratégia de ensinar; abrir perspectivas de aprendizagem em alunos

que não acreditavam em sua capacidade de aprender Matemática; mostrar a presença e a importância da Matemática nas diferentes situações e momentos da vida cotidiana. Destaca-se, neste projeto, a preocupação em ensinar a Matemática de modo que ela não se reduza apenas ao processo de resolução de um problema já elaborado, onde o aluno não participa do processo de modelação. De acordo com D'Ambrósio (2002, p. 31), "o ciclo de aquisição de conhecimento é deflagrado a partir da realidade, que é plena de fatos". Uma maneira de se conseguir esse ciclo de conhecimentos matemática-realidade é a modelagem matemática.

A modelagem vem sendo difundida, principalmente nas três últimas décadas, por alguns estudiosos e professores de Educação Matemática, embora ainda existam divergências quanto a seu uso em sala de aula, tanto entre docentes quanto entre autores. Autores como Borba, Meneghetti e Hermeni (1997), Skovsmose (2000), Barbosa (2001), Bean (2001), Bassanezi (2002), Araújo (2002), Biembengut e Hein (2003) veem na modelagem a oportunidade de efetivar o processo de ensino e aprendizagem, a partir do cotidiano do aluno e da sociedade. Fica claro que todos eles concordam que, por meio da modelagem, é possível motivar os alunos, despertar a criatividade, desenvolver a atitude crítica e o raciocínio lógico, incentivar o aluno a aprender com base em situações que precisam ser investigadas e que não aparecem prontas.

Borba, Meneghetti e Hermeni (1997, p. 76) consideram que a modelagem "[...]" pode ser vista como um esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor". Skovsmose (2000, p.69) chama de "*cenário para investigação*" a uma situação que pode ser investigada e na qual pode ser realizada a modelagem. O mesmo autor cita várias situações em que a Matemática pode ser trabalhada e estudada por meio da modelagem. Para Barbosa (2001, p. 6), modelagem "[...]" é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são

convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade".

Barbosa (2001) defende que o objeto investigativo não precisa estar diretamente ligado à Matemática, mas que pode se tornar um assunto matemático, ou seja, um conjunto de informações de outra área do conhecimento pode conter os dados necessários e, muitas vezes, suficientes para uma boa modelagem matemática. Araújo (2002, p. 39) entende por modelagem "[...] uma abordagem por meio da Matemática, de um problema não matemático da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática crítica embasem o desenvolvimento do trabalho". A escolha pelos alunos parece ser o diferencial nas propostas de uso da modelagem matemática no ensino, segundo o referido autor.

Para Bassanezi (2009), a modelagem matemática pode despertar nos alunos maior interesse; ampliar seu conhecimento; auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir. Ainda de acordo com Bassanezi (2009, p. 20), o modelo matemático "consiste em ter uma linguagem concisa que expresse nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidade [...]". Por isso, trabalhar com modelagem matemática não é trivial e exige que o professor esteja preparado e tenha conhecimento matemático bem estruturado. Para se chegar a um modelo matemático, muitos esforços são necessários, dependendo de sua complexidade que pode aumentar de acordo com a ousadia do professor/pesquisador.

Para Biembengut & Hein (2000, p. 29), o professor precisa ter mais do que apenas a posse de conhecimentos para implantar a modelagem matemática em sala de aula. Estes autores afirmam que "[...] a condição necessária para o professor implementar a modelagem matemática no ensino é ter audácia, um grande desejo de mudar sua prática e disposição de aprender a conhecer, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas

significativas". A escola e a comunidade precisam estar interligadas não apenas pelo relacionamento educativo, mas também pelo relacionamento cultural. A Matemática escolar e a Matemática da vida cotidiana do aluno tem estreita relação, não podendo ser separadas, pois essa relação é que dá sentido e significado ao conteúdo estudado. A riqueza que a modelagem matemática pode proporcionar, segundo DONZELE (2004), é a capacidade de reflexão do aluno, possibilitando a ele certa autonomia. Essa autonomia é a dimensão de sua liberdade em tomar decisões frente a descobertas feitas pelo aluno. A capacidade de reflexão é particular de cada indivíduo, em alguns ela se manifesta espontaneamente, em outros, não. Esses últimos precisam estímulo para seu desenvolvimento. De acordo com Rosa e Orey (2012), a modelagem pode ser considerada como uma tendência de ensino que tem como objetivo:

[...] desenvolver a formação de alunos críticos, reflexivos e que estejam atentos aos diferentes problemas que são enfrentados no cotidiano. No entanto, para que este objetivo seja atingido, existe a necessidade de que os alunos estejam inseridos em um ambiente de aprendizagem que facilite a utilização do conhecimento matemático que eles previamente adquiriram na escola e na comunidade na qual eles estão inseridos (p. 236).

De acordo com os mesmos autores, a modelagem pode ser considerada "um ambiente de aprendizagem, que tem como objetivo facilitar a investigação de uma situação-problema através da elaboração de atividades pedagógicas contextualizadas, que auxiliem os alunos na conversão e na utilização dos conhecimentos matemáticos" (ROSA e OREY, 2012, p. 264).

Atualmente, muitos professores têm dificuldade de reconhecer as vantagens e os desafios que o uso da modelagem matemática em sala de aula pode oferecer. Por isto, muitos estudiosos no assunto buscam alternativas, caminhos diferentes e até

mesmo novas definições que possam encorajar e motivar os professores a começar com o ensino da Matemática a partir do cotidiano. Para Chaves (2003), um dos motivos mais importantes para a utilização da modelagem matemática em sala de aula é que, com ela, a sequência de passos seguida pelo ensino tradicional é invertida. Chevallard (*et al.*, 2001) atribuem relevante importância ao modelo matemático, dizendo que

um aspecto essencial da atividade de modelagem consiste em construir um modelo (matemático) da realidade que queremos estudar, trabalhar com tal modelo e interpretar os resultados obtidos nesse trabalho, para responder as questões inicialmente apresentadas. Grande parte da atividade matemática pode ser identificada, portanto, com uma atividade de modelagem matemática. [...] o fazer matemática como um trabalho de modelagem. Esse trabalho transforma o estudo de um sistema não matemático, ou um sistema previamente matematizado, no estudo de problemas matemáticos que são resolvidos utilizando a maneira adequada de certos modelos (p. 50).

O ensino e a aprendizagem da Matemática ocorrem quando há envolvimento entre alunos e professor. A modelagem matemática proporciona esse envolvimento, desde a investigação da ação até o modelo. Para Chaves, a modelagem matemática constitui-se em um ambiente de ensino e aprendizagem no qual todos os participantes envolvidos, tanto alunos quanto professores, compartilham responsabilidades e obrigações ao desenvolverem as atividades.

Em nosso trabalho abordamos a modelagem matemática como um caminho metodológico para o ensino de Matemática. Nesta modalidade de ensino, o aluno participa ativamente do processo de ensino e aprendizagem, tendo a oportunidade de vivenciar, experimentar, testar sua capacidade e criatividade na organização, modelação e análise de situações, bem como de tomar decisões sobre aquilo que

experimentou. Buscou-se, através do projeto, verificar como a modelagem matemática pode estimular alunos com dificuldades em Matemática, utilizando-se para isto situações de construção civil, para o ensino de operações elementares, frações, conceitos de geometria plana e espacial, proporcionalidade, simetria, medidas, cálculo de áreas e volumes, noções de administração financeira, entre outros tópicos. O projeto em questão envolveu 80 alunos do quarto e do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal, representando aproximadamente 20% dos alunos das turmas envolvidas. Eles foram selecionados para participar do projeto em função das dificuldades na aprendizagem de Matemática observadas por suas professoras.

O projeto de modelagem de que trata o presente artigo surgiu da constatação de que muitos acadêmicos chegam ao Ensino Superior com grandes dificuldades e defasagens, em todas as áreas do conhecimento. Em se tratando de matemática, um número significativo de alunos vem tão despreparado que se torna difícil agregar os conceitos matemáticos, necessários nessa fase de sua formação. Percebemos que as dificuldades são extremamente básicas, as quais, tendo começado nos primeiros anos de escolarização, foram se acumulando no decorrer dos anos seguintes. Temos ciência de que, como educadores não basta identificar problemas, mas é necessário propor alternativas, que contribuam para a solução dos problemas identificados. Essa responsabilidade aumenta ainda mais quando se trata de um curso de formação de professores, os quais, em futuro muito próximo, atuarão na docência do Ensino Básico. Acreditamos que, com a modelagem matemática, se pode oferecer aos alunos uma nova estratégia de ensino, capaz de sanar algumas de suas dificuldades e de lhes oportunizar a aprendizagem e o desenvolvimento do gosto pela Matemática.

Desenvolvimento

O projeto foi desenvolvido de acordo com as etapas descritas na sequência: planejamento das atividades e desenvolvimento das atividades planejadas. A primeira etapa foi desenvolvida pelos professores proponentes do projeto, juntamente com os alunos bolsistas. Os bolsistas foram selecionados dentre os alunos do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Instituição de Ensino Superior¹ (IES) de Palmas, PR, sendo os professores proponentes, docentes do referido Curso. O planejamento das atividades ocorreu após contatos com os professores da Escola parceira do projeto. A segunda etapa consistiu na aplicação das atividades planejadas e se deu com a participação dos alunos da Escola parceira, além dos envolvidos na etapa anterior. Descreve-se na sequência o desenvolvimento de cada uma dessas etapas.

Planejamento das atividades

Equacionada a viabilidade financeira do projeto junto à Prefeitura Municipal da cidade, da IES e da disposição da Escola Nerasi⁴ em participar do projeto, buscou-se definir um tema que fosse do interesse dos alunos, de forma a contribuir significativamente com o processo de ensino e a aprendizagem envolvendo estas crianças. Observou-se que o assunto do momento, em todo bairro, era o prédio da escola recentemente construído, o qual, por apresentar problemas estruturais, tivera de ser demolido e reconstruído, causando enormes transtornos para professores e alunos. Associado a isso, alguns pais de alunos trabalhavam na construção civil, o que levou-nos a decidir o tema do projeto: *modelagem matemática na construção civil*. Dessa forma, o tema não foi escolhido pelos alunos da escola, mas apresentado a eles como sugestão. Todos ficaram muito curiosos e interessados.

3. Centro Universitário Católico do Sudoeste do Paraná–UNICS, atualmente incorporado ao Instituto Federal do Paraná.

4. A Escola Municipal Profa. Nerasi Menin Calza, inserida no Bairro Lagoão, localizado na periferia da cidade de Palmas, PR, apresenta sérias dificuldades de infraestrutura básica.

Nas reuniões de planejamento realizadas com os alunos bolsistas, optamos pela construção de maquetes de casas com o mesmo material normalmente usado em construções de alvenaria, tais como areia, cimento, cal, ferro, madeira, telhas. Com eles seria feita a parte básica da estrutura de uma construção qualquer, na tentativa de tornar a situação problema a mais real possível, a fim de ampliar a motivação das crianças. A partir do desenvolvimento das atividades, projetamos trabalhar conceitos de geometria e abranger os demais conteúdos de Matemática, estudados no quarto e quinto anos do Ensino Fundamental. Como a escola não tinha espaço físico que comportasse o projeto, decidimos realizar um encontro semanal na própria IES que oferecia o curso de licenciatura, ficando a prefeitura responsável pelo transporte dos estudantes até o local.

Para manter a atenção dos alunos durante os encontros, as atividades desenvolvidas eram bastante diversificadas: aulas teóricas, resolução de exercícios com o acompanhamento dos bolsistas, atividades práticas e a problematização para compor o modelo a ser desenvolvido. O primeiro encontro foi para conhecer e motivar os alunos, passar informações sobre o desenvolvimento do projeto e orientações sobre a importância e os resultados das atividades em grupo.

No segundo e terceiro encontros, as atividades foram direcionadas à familiarização com as ferramentas que seriam utilizadas durante o projeto, tais como régua, trena, compasso, transferidor, e à sua correta utilização. Diversas atividades foram desenvolvidas em folhas sulfite, com a intenção de que os alunos aprendessem a manusear corretamente cada ferramenta. Nos encontros seguintes, trabalhamos com a confecção de polígonos, com medidas, com cálculo de perímetro. Introduzimos o conceito de área, trabalhando com geoplanos, elaborando diferentes formas geométricas e obtendo a área de cada uma delas apenas contando os quadrados que as compunham.

A partir do sétimo encontro, iniciamos as atividades concretas de modelagem matemática, quando mostramos aos estudantes várias plantas baixas de casas construídas na cidade e fornecidas pelos engenheiros responsáveis por cada uma delas. Na sequência, foi solicitado que cada aluno começasse a criar uma planta baixa, pensando como ele gostaria que fosse sua própria casa. No início, as repartições das casas projetadas por eles eram desproporcionais, faltavam portas e/ou janelas, faltavam cômodos essenciais, muito disso talvez influenciado pela situação vivida em suas precárias residências.

Os alunos foram então divididos em grupos de quatro componentes, ficando cada grupo responsável pelo planejamento e pela construção de “sua casa”, estando sempre acompanhados pela equipe responsável pelo projeto. Foi estabelecido que o tamanho das maquetes pudesse variar entre um a um e meio metro quadrado. Elas seriam feitas com estrutura de alvenaria, sobre chapas de madeira compensada com espessura de quatro centímetros, sobre a qual seria colada uma chapa de isopor, com espessura de seis centímetros. A chapa de madeira simulava as rochas e o isopor simulava a terra. Foi simulado também um comércio para a compra de todo o material de construção. O dinheiro (de brinquedo) para a construção era conquistado através de atividades que cada aluno levava para casa. Estas atividades constituíam-se de uma lista de questões relacionada às atividades práticas, desenvolvidas em sala de aula. Cada aluno tinha sua lista. Cada lista resolvida corretamente rendia um valor equivalente a um salário mínimo semanal. Assim, se todos os componentes resolvessem corretamente suas listas de exercícios, o grupo poderia arrecadar até quatro salários mínimos por semana para investir na obra. O dinheiro a ser arrecadado pelos grupos que resolvessem a maioria das atividades era suficiente para comprar material de primeira qualidade. Caso alguém deixasse de fazer suas atividades, o grupo era prejudicado, ficando com a opção de comprar material de segunda categoria, o qual também estava

disponível. Dessa forma, se estabeleceram, entre os componentes do grupo, o comprometimento e a preocupação com o desempenho satisfatório dos colegas.

Foi também simulada a instalação de um banco para fazer empréstimos àqueles grupos que não dispunham de recursos suficientes para a aquisição do material, sendo cobrada uma taxa de juros pelo empréstimo. Esse banco também servia para depositar sobras de dinheiro ao final de cada encontro, o que rendia juros. Esse dinheiro permanecia à disposição do grupo, na hora em que precisasse dele. Esta foi uma forma de recolher as notas que ainda estavam em mãos de alunos que não haviam gasto todo o dinheiro naquele dia. Para administrar o dinheiro de cada grupo, era escolhido um tesoureiro por dia. Este recebia uma tabela para fazer o balanço financeiro diário. Cabia ao tesoureiro efetuar o lançamento das recompensas pelas atividades do grupo e de todas as compras bem discriminadas e calcular, após cada item, o saldo que possuía. Na tabela, constavam as colunas: discriminação da mercadoria, entrada, saída e saldo. Nas entradas era lançado o dinheiro arrecadado, no início da aula, através da apresentação e da correção das atividades e dos empréstimos e/ou saques do banco (poupança). O rendimento bancário ou os juros tinham de ser calculados pelos próprios alunos, usando frações. Dessa forma, trabalhamos o cálculo de porcentagens e juros. Essas atividades também proporcionaram momentos de reflexão acerca da administração financeira, seja no momento da construção, seja no ambiente familiar ou, futuramente, no ambiente profissional.

Desenvolvimento das atividades de modelagem

Após o planejamento das atividades e das plantas baixas das maquetes definidas por cada grupo, sob a supervisão dos bolsistas e do coordenador do projeto, foi entregue para cada grupo a base em madeira já com a placa de isopor colada. Cada

grupo planejou e desenhou a sua própria casa com uso de escala 1:10, ou seja, cada centímetro no desenho representava dez centímetros na maquete a ser construída. Para evitar distorções que pudessem aparecer durante o desenvolvimento do projeto, foi feita uma análise junto com cada grupo, principalmente quanto às dimensões dos cômodos da casa a ser construída. Nos casos em que os alunos concluíram pela necessidade de ajustes, estes foram feitos por eles antes de seguirem para o próximo passo, que consistia em transpor o desenho da planta baixa para a placa de isopor que representava o terreno.

No encontro seguinte, os grupos fizeram as escavações de acordo com a planta desenhada sobre o isopor, com a finalidade de preparar a fundação e a colocação dos pilares das casas. Na etapa seguinte, os alunos fizeram as caixas para colocarem a ferragem e o concreto das sapatas (base dos pilares) e das vigas inferiores que sustentariam toda a casa. Foi usado, para isso, isopor, em substituição à madeira, normalmente utilizada em construções reais. As tiras de isopor tinham que ser compradas, tendo como propósito o incentivo ao planejamento e ao reaproveitamento de material.

Depois de todas as caixas prontas, chegou a hora de colocar a ferragem das sapatas e das vigas inferiores. A ferragem era amarrada pelos bolsistas, para evitar acidentes com as crianças, e assim, as peças eram “vendidas” já prontas, na medida em que cada grupo necessitava. Na sequência, foi colocada argamassa, preparada junto com os alunos, com proporções de areia, cimento e cal, de acordo com as informações coletadas junto a pessoas que trabalham na construção civil, por exemplo, pais de alguns alunos do projeto e um engenheiro da cidade. A massa era comprada por cada grupo, sendo os alunos orientados a evitarem desperdícios e a comprar exatamente a quantidade necessária para sua obra. Assim, houve motivação para tentar descobrir como calcular a quantidade de massa

que cada grupo necessitava comprar, ou seja, era a hora de introduzir o cálculo de volumes.

Antes de calcular volumes, usou-se o geoplano para descobrir o cálculo da área dos polígonos. Aos poucos, os próprios alunos foram chegando a uma maneira padronizada (conclusão) de que muitos polígonos evidenciavam semelhanças na forma de proceder com eles e de visualizar sua área. Foram dados nomes aos lados e com eles foi então estabelecida a forma geral para o cálculo da área de polígonos notáveis, como o retângulo, quadrado, triângulo, trapézio, losango e paralelogramos em geral, isto é, foi estabelecido o “modelo matemático” para o cálculo de áreas. O objetivo, porém, era descobrir uma maneira de comprar a quantidade certa de concreto para a composição das vigas inferiores e das sapatas (parte inferior dos pilares).

Tomando dois prismas retangulares de bases diferentes e um prisma triangular, foi calculada a área da base (do fundo) dos prismas. Num dos prismas retangulares, foi colocada certa quantidade de areia e, em seguida, foi medida, no prisma, a altura da quantidade de areia. Tudo foi devidamente anotado. A areia foi repassada para outro prisma retangular e novamente medida a altura alcançada pela areia dentro dele. Repetiu-se o procedimento com o prisma triangular. Como o volume era o mesmo, bastava fazer algumas relações para se chegar a alguma conclusão a respeito da forma de calcular esse volume. As crianças observaram que no prisma que tinha a área da base maior, a altura atingida pela areia era menor e vice-versa. Comentou-se então que, como o volume era o mesmo, deveria haver uma proporção ou uma razão para explicar tal fato. Fazendo os alunos pensarem, já que estavam de posse da área da base de cada prisma, e com algumas dicas, foi possível que eles chegassem à conclusão da existência de uma forma de se calcular a quantidade que cabe dentro de um prisma. Concluíram assim, com a ajuda dos bolsistas, que o volume de um prisma é igual à área da base do prisma,

multiplicada pela altura do prisma. Observou-se ainda que o tipo de polígono da base do prisma, desde que conservada sua área, não interfere no valor do volume calculado.

A importância e a correção do modelo estabelecido com os alunos para calcular o volume de prismas foi verificada na compra da massa, com pequenas variações, uma vez que o cálculo dos alunos foi feito desconsiderando a ferragem. Como as vigas eram estreitas, a ferragem ocupava um bom volume, o que era difícil de ser calculado por eles. Aproveitou-se para esclarecer que, em muitas situações, os modelos são uma aproximação da realidade, necessitando sempre a avaliação crítica do resultado obtido. Aos poucos, foram percebendo que cerca de um quarto do volume calculado para as vigas e pilares era de ferragem, então seus cálculos e as devidas compras correspondentes foram otimizados.

Na semana seguinte, as paredes foram erguidas, usando em sua composição, lâminas de isopor, uma vez que, com este material, o trabalho se tornava mais rápido e mantinha a eficiência na consecução de nosso objetivo. Neste momento, os alunos já conheciam o cálculo de área, o que lhes possibilitava comprar o material na quantidade adequada; cortar nas medidas certas; colar corretamente. Novamente, houve um alerta para evitar o desperdício, pois lâmina mal dividida significava prejuízo. Assim, antes de qualquer corte na lâmina, era preciso otimizar seu uso.

Dando sequência aos trabalhos, o próximo passo era fazer a caixaria para concretar os pilares e as vigas superiores. Também foi utilizado isopor, porém com espessura menor, o qual foi grampeado com pedaços de arame nas paredes, de forma a suportar a pressão da massa de concreto. Nesta atividade, aproveitou-se para relembrar as operações com frações, que se faziam necessárias quando uma lâmina de isopor era dividida em tiras para depois ser subdividida em partes menores, de acordo com a medida necessária em

cada situação. Foram também usadas as quatro operações, fundamentais para a contabilidade relativa à compra de material e a porcentagem, para calcular os empréstimos do banco para quem não dispunha de saldo suficiente ou os lucros com os juros para os grupos que tinham dinheiro depositado. Depois de feita a caixaria foi colocada a ferragem para que as vigas tivessem a sustentação necessária.

Dando continuidade aos trabalhos, passou-se para a concretagem dos pilares e das vigas superiores das casas, sendo necessário o cálculo do volume de massa a ser adquirida para concretar cada pilar e cada viga. Os bolsistas ficaram responsáveis pela mistura e pelo preparo da massa, porém os alunos acompanharam o processo, inclusive os cálculos das proporções adequadas para preparar a quantidade necessária para todos os grupos.

Figura 1. Construção das paredes e colocação da ferragem (em cima); concretagem dos pilares e das vigas (em baixo)



Fonte: própria

Como a embalagem usada para transportar a massa era pequena foi necessário comprar a massa em pequenas quantidades, por isso a importância do controle que cabia ao grupo e, em especial, ao tesoureiro. Nesta atividade, todos também se envolveram, uns no papel de tesoureiro, outros no papel de pedreiro e outros no de carpinteiro para reparar os vazamentos que ocorriam durante a concretagem. Os alunos foram orientados para que a massa fosse bem distribuída para que na retirada da caixaria não houvesse falhas (buracos) nas vigas e nos pilares. A Figura 1 ilustra a colocação das paredes, da ferragem e da concretagem.

Na semana seguinte, chegou o momento de retirar a caixaria e de conferir o resultado da obra construída até então. A partir das maquetes, foram realizados diversos cálculos relacionados às casas, tais como: espaço interno dos cômodos, área total das paredes, área total da casa, área útil, entre outros. O resultado parcial de algumas das maquetes é mostrado na Figura 2.

Figura 2. Maquetes com as paredes e os pilares erguidos



Fonte: própria.

Passada esta etapa, foram realizados alguns encontros para aulas mais teóricas, momentos nos quais foram formalizados vários conceitos emergidos durante as atividades práticas e resolvidos diversos exercícios relacionados a estes conceitos. Nestes encontros, iniciou-se o planejamento dos telhados das casinhas construídas, cabendo a cada grupo discutir e definir o estilo e o modelo de telhado, sua inclinação, seguindo os critérios utilizados na construção civil, e seu custo. Este momento foi propício para retomar o conceito de ângulo, dos tipos de ângulo e de triângulo. A maioria dos alunos escolheu fazer tesouras⁵ para os telhados em forma de triângulos isósceles, que é o tipo mais utilizado na construção de casas reais. De fato, as formas triangulares são mais usadas tanto por proporcionarem o escoamento adequado da água das chuvas como por serem mais rígidas, ficando mais escoradas do que outros tipos de polígonos com pouca amarração e reforço. A escolha do telhado teve de se adequar ao orçamento disponível em cada grupo. Alguns grupos estavam endividados com o banco, o qual não estava mais com disposição de conceder novos empréstimos, visto que o tempo estava se esgotando e os grupos endividados não conseguiriam pagar suas dívidas. Então surgiram propostas de atividades extras, para que recebessem um pouco mais e pudessem fazer um belo telhado. Assim foram elaboradas algumas atividades extras para que alguns grupos pudessem continuar seu trabalho. As atividades eram extensivas a todos os grupos, mesmo àqueles que não tinham problemas financeiros, tendo a maioria dos alunos aproveitado a oportunidade. Constituiu-se, desta forma, uma motivação extra para a realização de mais atividades, surgindo novas oportunidades de aprendizagem. Aproveitou-se o momento para retomar a medição de ângulos; trabalhar com compasso, transferidor e régua; realizar cálculos de áreas e perímetros, principalmente dos triângulos utilizados no telhado.

O planejamento prévio e a aplicação dessas atividades pelos bolsistas, assistidos pela coordenação do projeto, proporcionaram a estes momentos de aprendizados e de formação profissional, que era um dos objetivos do projeto. Depois que todos os grupos haviam planejado o telhado de suas casas, chegou a hora de construir as tesouras. Novamente, para evitar acidentes, estas estruturas foram serradas e pregadas pelos bolsistas com a ajuda dos proponentes. Os alunos participaram do planejamento e da arrumação na casa, devendo “comprar” estas tesouras com valores determinados previamente, de forma que eles pudessem fazer suas projeções de custos, envolvendo as operações básicas e o cálculo de porcentagem, no que se referia ao crédito ou ao débito com o banco. Colocaram-se à disposição dos grupos massa para passar nas paredes e tinta para pintar as casas. No projeto inicial, havia a previsão de incluir a instalação elétrica, que seria feita com fornecimento de energia à bateria, a instalação da rede hidráulica e o ajardinamento como atividade final. Entretanto, o ano letivo estava findando e assim o projeto teve que ser encerrado, por questões de viabilidade técnica. Na Figura 3, são mostradas duas maquetes com a estrutura pronta para a colocação do telhado.

Figura 3. Maquetes com estrutura pronta para a colocação do telhado



5. Tesoura é o nome usado, na construção civil, para as estruturas que sustentam o telhado.



Fonte: própria.

A avaliação das atividades desenvolvidas durante o projeto e das contribuições destas no desempenho das crianças e na formação dos futuros professores ocorreu de forma qualitativa. Para esta avaliação foram usados diversos instrumentos frequentemente usados em pesquisas qualitativas, tais como questionários, anotações a partir das observações feitas pelos bolsistas e professores envolvidos, relatórios, entrevistas e a análise dos resultados obtidos pelos sujeitos envolvidos. Esta avaliação ocorreu ao longo de todo o processo de forma a constituir-se um instrumento de orientação para a condução das atividades na busca de alcançar os principais objetivos do trabalho, ou seja, contribuir com a melhoria da aprendizagem de conceitos e conteúdos matemáticos pelas crianças envolvidas no projeto e fomentar a formação de futuros professores da disciplina.

Além dos questionários e entrevistas realizadas com os professores responsáveis pelas turmas onde as crianças estavam inseridas nas escolas o constante contato com eles permitiu identificar algumas das contribuições que o projeto proporcionou em seu processo de aprendizagem. Já as contribuições na formação dos futuros professores foram evidenciadas em seus relatórios, em entrevistas e nas análises produzidas por estes. As manifestações espontâneas das crianças e principalmente a análise das atividades por elas desenvolvidas ao longo do projeto também se constituíram em importante instrumento de avaliação do projeto.

Análise de resultados

Apesar das dificuldades que surgiram, as atividades desenvolvidas neste projeto foram muito valorizadas pela comunidade escolar, pela prefeitura municipal, pela instituição de ensino superior em que o projeto foi proposto e, principalmente, pelos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática desta instituição. Ao final do projeto, as casinhas, mesmo não totalmente concluídas, foram distribuídas para as escolas municipais do município de Palmas, para servirem de atividade modelo para que outros professores percebessem, na modelagem matemática, um ambiente de aprendizagem de Matemática, conforme definição usada por Barbosa (2007).

Alguns grupos chegaram ao final das atividades do projeto com saldo financeiro positivo, resultado de seu esforço e dedicação na hora de desenvolverem suas atividades de casa. Alguns poucos grupos continuaram endividados, consequência da não realização de atividades que lhes foram entregues no decorrer do projeto. Ao grupo detentor do maior saldo, foi entregue um prêmio simbólico como reconhecimento pelo bom desempenho. Os alunos dos grupos com saldo negativo foram conscientizados de que estudar é necessário, não apenas para comprar materiais de construção para a maquete, mas por que, através do estudo, eles poderão superar muitas dificuldades de suas vidas. As atividades que remuneravam representavam o trabalho semanal, o qual possibilitava a compra de material de construção. Neste caso, portanto, todos tinham condições iguais, assim todos poderiam ter alcançado situações semelhantes. Esses dados foram usados para alertar que, em muitas situações, nossas conquistas são fruto de nosso próprio esforço e consequência do que fazemos ou deixamos de fazer. Estas constatações mostram a importância de se trabalhar com modelagem matemática e justificam plenamente a sua aplicação em aulas da disciplina.

Este projeto de aplicação prática envolveu modelagem matemática o tempo todo, tendo sido uma

forma muito agradável de aprender os conceitos abordados. Atividades semelhantes podem ser desenvolvidas, com uma perspectiva de bons resultados, com alunos de faixas etárias mais avançadas, inclusive com melhores condições para o manuseio das ferramentas e a possibilidade de explorar conceitos matemáticos mais elaborados. Para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, por exemplo, se poderá dar maior ênfase a cálculo de porcentagem, regra de três, juros simples e compostos com valores reais do mercado financeiro, frações, potenciação, entre outros. Para alunos do oitavo e nono anos pode ser aproveitado um projeto desta natureza para trabalhar conceitos de geometria como Teorema de Tales, ângulos, congruências, classificação de ângulos, operações com ângulos (adição, subtração, multiplicação e divisão), ângulos complementares e suplementares, congruência e semelhança de polígonos, tipos de polígonos, relações métricas no triângulo retângulo, lei dos senos, lei dos cossenos, enfim todo o conteúdo que eles tem no seu plano curricular sobre geometria pode ser explorado com muita propriedade. Igualmente, é possível estudar expressões e equações algébricas, usando a modelagem matemática.

Para Cavallari (2003), a modelagem constitui-se em uma metodologia alternativa, podendo ser aplicada em qualquer nível de escolaridade: séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior. Nesta perspectiva, para alunos do ensino médio, sugerimos ser mais apropriado trabalhar com problemas em valores reais, por exemplo, os custos reais da construção de casas semelhantes às representadas nas maquetes, a partir de pesquisa dos preços dos produtos, calculando-se a quantidade a ser utilizada em cada etapa da construção. Outros conteúdos podem ser explorados neste nível de ensino, tais como progressões aritméticas e outros conceitos relacionados à geometria plana, espacial e analítica, problemas de trigonometria, funções, polinômios. Abre-se, além disso, a possibilidade de um trabalho interdisciplinar, por exemplo, podem ser discutidos conteúdos

da Física como eletricidade, mecânica e hidráulica; da Biologia, da Economia dentre outros. Assim, se configura o que afirma Bassanezi (2009, p. 16), “[...] modelagem matemática pressupõe interdisciplinaridade. E neste sentido, vai ao encontro de novas tendências que apontam a remoção de fronteiras entre as diversas áreas”.

O projeto desenvolvido trouxe contribuições para todos os envolvidos. Nos alunos da Escola Nerasi, que tiveram a oportunidade de participar das atividades, observaram-se grande empolgação, entusiasmo e dedicação no desenvolvimento das atividades, a fim de atingirem o objetivo final que era construir sua casinha com a melhor qualidade possível. Sendo o desenvolvimento das atividades propostas, inclusive a solução das listas de exercícios, condição necessária para o alcance deste objetivo, percebeu-se um esforço muito grande para a realização destas atividades. Isto, com certeza, refletiu-se no aprendizado desses alunos. Sua motivação pode ser percebida em alguns depoimentos transcritos na sequência, os quais não estão identificados, visando preservar o anonimato dos alunos.

O projeto era muito legal. Eu gostava muito e aprendi muita coisa que eu não sabia. Queria participar de novo. Eu acho que ele contribuiu para muitas coisas boas;

Eu gostei muito e gostaria de participar outra vez;

Construindo a casinha do projeto eu aprendi a lidar com dinheiro;

Eu tinha muitas dificuldades em Matemática e depois que eu participei do projeto, consegui aprender de forma mais fácil. Eu aprendi Matemática e hoje gosto muito mais dela;

Foi muito legal. Eu aprendi muitas coisas sobre Matemática. Hoje a Matemática está presente no dia-a-dia;

Foi bom que todos os alunos participaram e todos gostaram muito. Foi bom e muito interessante. Gostei muito dos professores que nos ajudaram muito e dos colegas que prestaram muita atenção e faziam as tarefas.

Ouvindo os professores que trabalhavam em suas turmas regulares na Escola com as crianças envolvidas, percebeu-se que o projeto de modelagem matemática melhorou a autoestima das crianças, refletindo-se em sua capacidade de aprendizagem, no relacionamento e no empenho em sala de aula. Observou-se, segundo os depoimentos de nove dos dez professores envolvidos, que a “melhora da aprendizagem na disciplina de Matemática foi muito boa com a participação dos alunos no projeto”. Esta melhora foi atribuída principalmente à motivação e à abordagem, no projeto, de conteúdos trabalhados em sala de aula. A importância da motivação também é evidenciada na argumentação de que “a modelagem matemática proporciona motivação para a realização de todas as atividades na escola, melhora o relacionamento entre colegas e, proporciona um ensino e aprendizagem de Matemática”.

Quanto aos bolsistas, alunos do curso de Licenciatura em Matemática que participaram do projeto, este proporcionou uma experiência docente muito significativa. Eles tiveram contato direto com crianças que apresentavam dificuldades de aprendizagem, de acordo com seus professores, e houve a percepção de que há possibilidade de essas crianças desenvolverem e compreenderem os conceitos matemáticos, através de atividades diferenciadas. Observou-se, nesses acadêmicos, um sentimento de satisfação ao ver a motivação e a evolução dos alunos envolvidos, bem como pelos seus desempenhos como professores, durante o desenvolvimento das atividades. Tais situações são claramente percebidas em alguns depoimentos de alunos bolsistas.

Esse projeto foi de grande valia para todos que dele participaram, tanto alunos, como também professores, afinal essa foi uma experiência nova vivida por todos. [...] com ajuda de todos pude desenvolver as atividades com os alunos e obter resultados favoráveis. Posso dizer que contribuí para a formação de alguns alunos, pois com muita

dedicação e paciência, consegui prender a atenção dos mesmos nas atividades desenvolvidas, ajudando da melhor maneira possível. Posso citar como exemplo dois de meus alunos que quando iniciou o projeto, tinham um nível de dificuldade muito elevado, não sabendo sequer resolver cálculos envolvendo as quatro operações, como também eram “desajeitados” para realizar as atividades desenvolvidas na maquete. Um deles, estava sempre distraído e não mostrava nenhum interesse nas atividades. Com o início da construção, percebeu que o seu trabalho no grupo tinha grande importância, sentiu-se então motivado de tal forma que muitas vezes queria fazer tudo sozinho, sem ajuda de ninguém. Resolvia todas as atividades que lhe era entregue, além do mais queria ser o tesoureiro toda semana para ter controle total do dinheiro do grupo. O outro, pelo contrário, tinha um interesse muito grande em aprender, mas não conseguia, ao meu parecer tratava-se de um aluno carente e inseguro. Com esforço, dedicação e muita paciência, consegui fazer com que sentisse segurança na minha pessoa, como também nos colegas. Incentivando em todas as aulas e elogiando as atividades resolvidas, este aluno sentiu-se importante para o grupo, motivando-se cada dia mais. Apesar de não levar muito jeito para realizar certas atividades na maquete, os colegas do grupo tinham muita paciência e ajudavam na medida do possível.

O que mais me impressionou foi que os alunos que no começo das atividades tinham grande dificuldade, agora mostravam muito mais interesse que os demais, levando muito a sério a construção de suas casinhas, também se preocupando com o dinheiro do banco, afinal não queria ficar em débito. Ficou claro, que as atividades realizadas no projeto chamaram muito a atenção dos alunos. Tenho por certo que todos que tiveram o privilégio de participar, acrescentaram aos seus conhecimentos na área de Matemática e também tiveram uma boa noção de construção civil, onde muitos eram leigos nessa questão.

O projeto contribuiu muito para minha formação, pois pude sentir satisfação ao ver alunos que outrora não mostravam interesse agora resolvendo as atividades ativamente. Também não posso esquecer o carinho recebido por cada aluno e o que é mais gratificante para um professor: perceber que seus alunos realmente aprenderam aquilo que você passou para eles.

Ao desenvolver e aplicar do projeto, observamos que trabalhar com modelagem matemática pode proporcionar inúmeros benefícios para alunos, professores e escola. Para o professor – e aqui se incluem os alunos da licenciatura - fica a liberdade de criar e o prazer de ver os alunos motivados e com vontade de querer sempre mais. Para a escola fica o resultado positivo; a possível redução dos índices de repetência, devido ao melhor desempenho dos alunos e não por “soluções artificiais” que, com frequência, são implementadas em escolas e a satisfação da comunidade escolar. Benefício maior fica, no entanto, para os alunos, razão da existência da escola, por proporcionar-lhes, além do conhecimento, a possibilidade da integração dos conteúdos curriculares e a resolução de problemas específicos das áreas do conhecimento. Com a modelagem, o aluno fica totalmente envolvido e não tem tempo para se distrair e deixar de estudar. Nas atividades de modelagem, o aluno nunca termina suas atividades. Ele termina etapas. Com isto se evita o que frequentemente ocorre em uma sala de aula de ensino tradicional, quando o aluno recebe atividades e, ao concluí-las, fica esperando que o restante da turma as acabe para que o professor passe a próxima atividade, ocorrendo assim momentos de ociosidade, propícios a comportamentos inadequados.

Considerações finais

A motivação é um dos elementos fundamentais no processo de ensino e aprendizagem. Inicialmente, todos os alunos que participaram das atividades propostas pelo projeto de modelagem tinham

dificuldades em aprender Matemática. A maioria deles afirmava não gostar de estudar esta disciplina. Este fato dificultou um pouco o princípio das atividades, devido ao desinteresse pela disciplina e às circunstâncias envolvidas, por exemplo, nenhum deles conhecia o compasso ou o transferidor; poucos sabiam manusear corretamente a régua; apresentavam grandes dificuldades nas quatro operações básicas e na aplicabilidade da Matemática.

A modelagem proporcionou boa aproximação entre alunos e professor, por ser este um colaborador e orientador do processo, e permitiu melhor integração e comprometimento entre os próprios alunos. Observou-se que com o mesmo entusiasmo que os alunos vinham para as aulas de modelagem, eles saíam delas, demonstrando também disposição para voltar no próximo encontro.

No trabalho desenvolvido, obtiveram-se muitas evidências de que a modelagem matemática é um excelente método para recuperar alunos com dificuldades em Matemática, configurando-se, portanto, como uma ótima metodologia a ser adotada em sala de aula.

Aos alunos da Licenciatura em Matemática, que participaram do projeto, este serviu como complemento à sua formação, proporcionando momentos de reflexão; de vivência de situações do cotidiano de um professor de Matemática; de observação dos desafios propostos no exercício da docência; de busca de soluções para as dificuldades encontradas; de tomada de decisões. Acima de tudo, impulsionou a motivação e o desejo de ser um profissional comprometido com a aprendizagem de seus futuros alunos.

Como resultados da avaliação qualitativa proposta no desenvolvimento do projeto, observa-se que os principais objetivos do trabalho foram alcançados. Observou-se na modelagem matemática uma metodologia eficaz para desencadear o processo de ensino e aprendizagem de conceitos e

conteúdos da Matemática, visto que o desenvolvimento do projeto possibilitou a aprendizagem para a maioria das crianças envolvidas. O envolvimento dos bolsistas da licenciatura também contribuiu na sua formação e possibilita que desenvolvam projetos de modelagem em sua atuação profissional docente.

Referencias

- Araújo, J. (2002). **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: As discussões dos alunos**. Doutorado em Educação Matemática, Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.
- Barbosa, J. (2001). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, **15**, 5-23.
- Barbosa, J., Caldeira, A. e Araújo, J. (2007). **Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Brasil: SBEM, Recife.
- Bassanezi, R. (2009). **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Editora Contexto.
- Bean, D. (2001). O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, **9**, 49-57.
- Biembengut, M. e Hein, N. (2000). **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Editora Contexto.
- Biembengut, M. e Hein, N. (2003). Creativity of children in decorative arts. **Symmetry: Culture and Sciens**, **12**, 215-227.
- Borba, M., Meneghetti, R. e Hermini, H. (1997). **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate**. São Paulo: Editora da UNESP.
- Cavallari, J. (2003). Discurso avaliador do sujeito-professor na constituição da identidade do sujeito-aluno. **Letras & Letras**, **1(18)**.
- Chaves, R. (2003). **Modelagem Matemática e questões socioambientais na aula de matemática**. In VII Ebrapem. Rio Claro. Anais, PGEM - UNESP, 1-5.
- Chevallard, Y. *et al.* (2001). **Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed.
- D'ambrósio, U. (2002). Matemática nas escolas. **Educação Matemática em Revista**, **11A(9)**, 29-33.
- Donzele, P. (S.f.). **Uma noção acerca da escola reflexiva**. In http://www.direitonet.com.br/doutrina/textos/x/55/77/557/direitonet_textojur_557.doc Acesso em 02\12
- Rosa, M. e Orey, D. (2012). A modelagem como um ambiente de aprendizagem para a conversão do conhecimento matemático. **Bolema**, **26(42A)**, 261-290.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. **Bolema**, **13(14)**, 66-91.

