



Enseñanza del cálculo: contraste del 2012 a la actualidad en el desarrollo social, educativo y tecnológico, entrevista con Antanas Mockus

Teaching calculus: contrast from 2012 to the present in social, educational, and technological development, interview with Antanas Mockus

NORIA
INVESTIGACIÓN EDUCATIVA
ISSN-E2590-5791

Jonathan Alexander Tello Cardona

Entrevista

Enseñanza del cálculo: contraste del 2012 a la actualidad en el desarrollo social, educativo y tecnológico, entrevista con Antanas Mockus

Teaching calculus: contrast from 2012 to the present in social, educational, and technological development, interview with Antanas Mockus

Jonathan Alexander Tello Cardona

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática. *Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia*

ja.tello11@uniandes.edu.co

Resumen

Este artículo presenta una entrevista con el matemático, filósofo y político Antanas Mockus, reconocido por su gran trayectoria académica en las matemáticas. La entrevista se diseñó como instrumento para la tesis titulada “pertinencia académica de la metodología de los libros de cálculo diferencial para los programas de ingeniería en la actualidad social, educativa y tecnológica”. El propósito es analizar la evolución de los libros de texto y la enseñanza del cálculo a través del tiempo desde lo social, educativo y tecnológico. En ese orden de ideas, se cuestiona sobre la importancia que tiene el cálculo en los programas de ingeniería y la viabilidad de modificar el currículo enfocado hacia la rama de los sistemas dinámicos. Por otro lado, se abordan preguntas sobre la enseñanza de las matemáticas desde el contexto social y el uso de la tecnología en la enseñanza del cálculo en las universidades colombianas. Por último, se realiza conclusiones asociadas a la enseñanza del cálculo desde el análisis de la entrevista y se proponen nuevas ideas para la renovación curricular de los programas de ingeniería de las universidades colombianas.

Palabras clave: tecnología, enseñanza del cálculo, cambio, movimiento, sistemas

dinámicos, solución de problemas, postmodernidad, computadores, software.

Abstract

This article presents an interview with the mathematician, philosopher, and politician Antanas Mockus, he is recognized for his long academic career in mathematics. The interview was designed as an instrument for the thesis entitled “academic relevance of the methodology of differential calculus books for engineering programs in the current social, educational and technological”. The purpose is to analyze the evolution of textbooks and the teaching of calculus over time from social, educational, and technological ones. In that order of ideas, the importance of calculus in engineering programs and the feasibility of modifying the curriculum focused on the branch of dynamic systems is questioned. On the other hand, questions about the teaching of mathematics are addressed from the social context and the use of technology in the teaching of calculus in Colombian universities. Finally, conclusions associated with the teaching of calculus are made from the analysis of the interview and new ideas are proposed for the

curricular renewal of the engineering programs of Colombian universities.

Keywords: technology, teaching calculus, change, movement, dynamic systems, problem solving, postmodernity, computers, software

Presentación

La necesidad de aportar a la enseñanza del cálculo en los cursos universitarios genera interrogantes en la actualidad desde lo social, educativo y tecnológico. En el presente, el uso de la tecnología está transformando la sociedad, debido al desarrollo de la ciencia. Asimismo, la pedagogía y el currículo de la enseñanza del cálculo debe tomar otro horizonte, mucho más conceptual que demostrativo en las aulas de clase. En la tesis titulada “pertinencia académica de la metodología de los libros de cálculo diferencial para los programas de ingeniería en la actualidad social, educativa y tecnológica” (Tello, 2012), se realizó un estudio de los libros de cálculo más comunes Apóstol Tom (1982), Larson et. al (1999). Purcell (2007), Stewart (2002), Stewart (2007), Swokowski (1989), Thomas (2006), Stewart (2007), en cuatro universidades del país, con el propósito de analizar la metodología de los libros y realizar un análisis desde los tres enfoques mencionados anteriormente. Para poder tener una visión más clara sobre este tema, se realizó una entrevista con Antanas Mockus. Para el desarrollo del trabajo se tomó como instrumento la entrevista, enriqueciéndola con un gran personaje de trayectoria social, educativa y política, el profesor Antanas Mockus, ya que él ha desarrollado estudios relacionados con la sociedad, educación, ciencia y tecnología, y, porque tiene un pensamiento filosófico-matemático y lo puede contrastar con gran

facilidad a la sociedad colombiana en la que estamos inmersos.

El profesor Antanas Mockus desarrollo estudios de pregrado en la universidad de Dijon, Francia, de 1968 a 1972, luego realizo una maestría de Filosofía en la Universidad Nacional de Colombia entre 1984 y 1988, además, recibió un doctorado honoris causa en la Universidad de Paris en el año 2004.

Esta entrevista fue diseñada con preguntas abiertas que permitieron la profundización del entrevistado hacer un bosquejo profundo y desarrollar sus opiniones con gran impacto de respuesta.

Buenos días, me encuentro acá con el profesor Antanas Mockus un gran personaje de gran trayectoria política, social y educativa en nuestro país, y pues, le doy un cordial saludo profesor Antanas, y me place tenerlo para la entrevista y poder entender sus saberes para poderlos implementar en el desarrollo de mi tesis.

Entonces vamos a iniciar con la primera pregunta que tiene que ver con la corriente filosófica moderna y postmoderna, Profesor Antanas:

¿Cómo concibe la enseñanza de las matemáticas en estas dos corrientes filosóficas?

Antanas: Bueno, de alguna manera la corriente postmoderna correspondería más a los resultados de la matemática misma del siglo XX, **pienso en el teorema de Gödel**, pienso en la prueba matemática, que no hay prueba matemática de la consistencia de un sistema matemático que incluya la aritmética, durante mucho tiempo especialmente con matemáticos como Hilbert se soñó que la matemática probaría

en su mismo interior su consistencia, y, más bien lo que probó si bien no prueba la consistencia de las matemáticas se derivaría inconsistencia, entonces, matemática fue postmoderna antes de

que se pusiera la postmodernidad de moda, pero puede que estés en un concepto muy riguroso de postmodernidad, y habrá que ver el detalle cómo nos entendemos.



Imagen 1. A la izquierda el profesor Antanas Mockus, y, al lado, Jonathan Tello. Foto tomada después de la entrevista. Junio 4 de 2012.

Bueno, pues con respecto a la modernidad, viendo desde la verdad y el uso de la razón,

¿Cuál sería el impacto que tendría actualmente con la enseñanza en matemáticas?

Antanas: Pues mire, tenderíamos a darle un giro pragmático a la matemática y a la enseñanza de la matemática, la matemática se vería como una herramienta que funciona digámoslo por ahora

cuya fundamentación no se busca con el desespero que se buscaba antes, porque ya no hay tal fundamentación, ya se ha probado que la fundamentación de un sistema matemático suficientemente amplio no es posible, entonces **los matemáticos que creían o creemos de tener la certeza a nuestro favor, tenemos que buscar una matemática un poco relativizada y convertida un poco en algo que se valida más por su utilidad como herramienta que como saber en sí, fundamentado en verdades y**

articulado en razones. Yo tuve un profesor de física en primer semestre que nos pidió a los alumnos y a los otros profesores que nos daban las otras horas, que durante dos semanas él pudiera trabajar en algo que llamo “técnicas matemáticas para física” donde nos hizo ver en dos semanas, el equivalente en dos años de matemáticas, pues, sin pruebas rigurosas, sin demostraciones, pero, digamos, dándole un contenido intuitivo al cálculo vectorial, que él necesita para enseñarnos física clásica, pero con las herramientas matemáticas de hoy, las ecuaciones se escriben muy elegantemente, con vectores, tensores.

Llevando esto, a lo que es la enseñanza de las matemáticas en la actualidad,

¿Qué ventajas o desventajas tiene la sociedad postmoderna y como concibe a Colombia en este momento en la postmodernidad?

Bueno, la pregunta por una sociedad postmoderna es una pregunta, como compleja, habría que ver si **una sociedad puede caracterizarse por postmoderna, o más bien, podemos decir, que estamos concibiendo la sociedad y algunos proyectos de la sociedad de manera distinta.** Lyotard surge de la crisis del marxismo como relato omniglobante, trayectoria prefigurada de la historia de las sociedades, si íbamos hacia el socialismo era lo que pensaba mucha gente en los años 60, el descubrimiento del estalinismo, los defectos del socialismo real, más **el descubrimiento de que la filosofía, incluida la matemática no puede aportar las certezas que pretendía aportar la introducción de cierto grado de relativismo, pues hace que el proyecto de sociedad definido como socialista o capitalista se caiga,** ya no es tan claro que hay una débil elección del

socialismo y capitalismo, más bien en un cierto nivel convergen, en otro nivel están llenos de dilemas puntuales, que por ser puntuales, no son menos importantes.

La idea de que la sociedad de economía del mercado representa el último estadio de la historia vana es tan ilusa o falsa, probablemente, como la ilusión de que todos vamos o íbamos hacia el socialismo. **Lo que es clave del análisis que hace Lyotard es la toma de distancia frente a los relatos dogmáticos, de los relatos que postulaban unos pocos destinos posibles para la humanidad, de algún modo el postmodernismo no es relativismo, lo contrario, es responsabilidad mayor con cada decisión, con cada calificación, con cada elección entre ramas distintas del mismo dilema.**

Dentro de este contexto en que se maneja el profesor, con el argumento que me acabo de dar. Si miramos a Colombia en la enseñanza en la parte de educación

¿Qué características tendría este tipo de sociedad?

Hay, todas unas discusiones, si Colombia ha llegado a la modernidad, si lo que ha tenido es una oleada de modernización, **una de las características de la modernidad es el estado laico y la independencia radical entre estado y religión, estado-iglesia, en Colombia se ha avanzado en parte eso,** pero también en la encuesta mundial de valores se lee que Colombia es una sociedad tradicionalista, con mucha importancia otorgada a la religión. En estudios que tuvimos la oportunidad de realizar, muestran que el joven religioso no es distinto en su conducta o relación con la ley, con la moral con la cultura con el joven que no es religioso, un

país que se declara religioso donde la gente considera muy importante a Dios, véase la celebración del gol de Colombia ante Perú, anoche mismo, o los estudiantes, todavía persignándose a la entrada de los exámenes.

Hay un proceso de secularización que no avanza mucho, hubo planteamientos muy lucidos, por ejemplo, en la escuela nacional de minas, los profesores decían: hay que formar gente honrada, que siga siendo honrada, aunque pierda la fe, esto va en la dirección de una moral terrenal, es como si la violencia liberal-conservadora nos hubiera aburrido a todos.

Actualmente, ¿Cómo percibiría la educación en la enseñanza de matemáticas?

Antanas: La educación en matemáticas enseña a seguir un rasonio y adoptar metodologías que representan un punto de vista terrenal, científico, es decir, ya no estamos en las épocas en que a la ciencia tocaba revolverle por obligación religión, hoy en día las disciplinas científicas tienen clara autonomía en las facultades de educación hasta donde yo sé, no mezclan el saber disciplinario con el saber filosófico les sirve para crear marcos a los programas, a los currículos, a los libros, entonces, en una que otra introducción de un libro, seguramente usted se encontrará manifestaciones todavía encontrará conexión entre ciencia y religión, pero para la mayoría de los profesores y los estudiantes, en el sistema educativo colombiano, ya se han separado, la matemática se enseña cómo saber específico, como disciplina académicamente autónoma que no necesita ninguna fundamentación filosófica o religiosa.

Entrando al tema de la enseñanza del Cálculo, me gustaría saber profesor

¿Cómo define usted el Cálculo?

Antanas: Estamos haciendo preguntas difíciles, pasamos todavía sin responderla bien lo que es **una sociedad postmoderna, es también una sociedad más pluralista, es una sociedad donde las libertades individuales se discuten, como una por una.** Hay un rol muy destacado de la corte constitucional, la idea de una fundamentación teológica del derecho, donde se entiende que el derecho es creación humana y por lo tanto es corregible, es perfectible, **eso sería sobre sociedad postmoderna, sociedad más flexible menos dogmática,** tal vez condenada a confiar en procedimientos, lo sustancial puede tener respuestas distintas a futuro, lo que tenemos claros es que ciertos procedimientos, por ejemplo, de discusión nacional, de documentación, de prueba, de reconocer algo como argumento que se han decantado. Ahora ¿Qué es el Cálculo? Pues digamos, yo no tomé nunca práctica de este curso, por el ambiente francés, pero entendiendo en Colombia que es el curso de último grado del colegio, es un poco pretensioso y lo que se pretendía hacer en Francia desde el primer año es análisis, cuál era la diferencia, por lo menos, en lo que yo recuerdo, sin haberme ocupado mucho del tema técnico, y, **es que el análisis tiene una conceptualización bastante autónoma, es matemática pura, aunque tenga aplicaciones y el tema de la construcción de pruebas y la construcción de estructuras, es más importante que el tema de resolver ejercicios de Cálculo, el saber calcular.**

Tomando la definición de Keith Devlin en su libro “El lenguaje de las matemáticas”, el Cálculo *es el estudio de la estructura del movimiento y el cambio.*

¿Cree que esta definición se vuelve realidad en el objetivo de la enseñanza del Cálculo en Colombia?

Antanas: Pues yo no sé, con que profundidad, yo sé que se menciona una introducción en los cursos de Calculo, el tema de **cambio**, el tema de las velocidades del **cambio**, el nuevo tema de segundas, terceras derivadas, no es solo **cambio** en una dimensión, yo aportaría desde lo que he leído de Daniel Kahneman, un hecho fragante en ciencias sociales, es que la gente es más sensible a la variación que al monto, es decir, si usted vive con 10 millones de pesos al mes de gastos, le toca vivir con 9 usted vive parecido con el de 900000 o 9000, o más exactamente el ser humano tiene aversión a la pérdida y magnifica las variaciones negativas, las ve más grandes, subjetivamente, o sea, el que pierde 10000 pesos, eso está probado con cantidad de experimentos, el que pierde 10000 pesos no se consuela con encontrarse 10000 pesos, necesita encontrarse 24000, 23000, 27000, eso sirve de explicación a la ley del tali3n, si me hiciste un da3o de 10000 te hago un da3o de 10000 o 27000, dado la lupa con que veo las perdidas, Daniel Kahneman diría “que son más importantes las velocidades y las aceleraciones, que las distancias”.

¿Piensa que la metodología de los libros de Cálculo diferencial ha evolucionado desde los orígenes de esta rama de las matemáticas, hasta la actualidad?

Antanas: Las innovaciones en el Cálculo han estado muy ligadas a renovaciones conceptuales, la construcción de nuevos conceptos, nuevas ideas, pero también, a la innovación en términos de notación. Como la matemática es un disciplina que depende estrechamente de convenciones de notación, a

veces de un matemático a otro, el principal progreso es una adecuada notación, la capacidad que tiene de transformar problemas algebraicos a geométricos y viceversa se juega en buena parte en la calidad de la propuesta en materia de notación, plano cartesiano es una convención que facilita la construcción de ese diccionario, si un problema es insoluble en algebra tratemos de volverlo un problema de geometría y viceversa, si un problema de geometría parece insoluble volvámoslo algebraico, para eso se necesitan convenciones de cart mismo, eso lo analizo mucho en mi tesis, propone como criterio de verdad la certeza y luego la instantánea la de un vistazo, dice él que si un problema matemático logra formularlo de tal manera que se vea de un vistazo el problema, ya está la mitad del problema resuelto, y la calidad de una solución se expresa en que sea apreciable en un vistazo, y para que algo sea apreciable de un vistazo, a eso contribuye mucho la notación, la manera de escribir, Newton, Leibniz, fueron magos de la constitución de notaciones, ahora, dicho todo esto, con el mundo de las computadoras, se abren posibilidades fascinantes de simulación, el cuerpo humano es un detector de velocidades y es un buen detector de aceleraciones, en ciencias sociales usted puede ser, poco sensible a los montos totales, al capital, a la riqueza, la formación, la académica que usted tiene, pero puede ser sensible a la variación de estas formas de riqueza. **Cuan profundamente puede verse influida la enseñanza de las matemáticas por estos cambios, pues mi respuesta es que sí, definitivamente sí, dentro de otras cosas porque la matemática como trabajo de lápiz sobre papel, la tiza sobre el tablero, tiene unas limitaciones de espacio y de tiempo notables, entonces la sola iteración, la reconciliada de**

hacer un proceso millones de veces en instantes, le abre unos campos a la matemática, y no, solo a la matemática aplicada, sino a la matemática más pura, de hecho con métodos computacionales, se han logrado probar teoremas de matemática pura.

Bueno, con respecto a la afirmación que acaba de dar, donde se evidencia su insistencia en la variación, ese concepto que en cálculo diferencial debe estar presente y que tiene un sentido en lo que es dar una clase de cálculo diferencial, si analizamos el aspecto social, científico y tecnológico que afectan a los libros de cálculo.

¿Qué opinión tiene acerca de la metodología actual de los libros y su impacto en la enseñanza de Cálculo en Colombia?, es decir, ¿Qué transformación tendría, ahora, el ingreso de las tecnologías para la enseñanza del cálculo?

Antanas: Bueno, yo creo en un ejemplo muy prosaico, dibujar curvas de funciones, ahora es fascinante, eso dura milésimas de segundo, en vez de la dispendiosa construcción de las gráficas, al comienzo calculando la derivada positiva, la derivada negativa, **la artesanía para encontrar las curvas, se encuentra multiplicada de mil maneras**, o sea, lo que puede aprender de cálculo un estudiante de hoy en día, en un mes, con un computador a la mano, es lo que le tomaba 2 o 3 años a un futuro ingeniero o a un matemático hace un tiempo, **hay evidencias que son también cartesianas, lo de un solo vistazo sigue operando ahora, un solo pantallazo, o sea, hacer caber en la pantalla los elementos básicos de un problema es**

parecido a la regla metodológica cartesiana, de hecho, la experiencia que más soñaba Leibniz era las matrices universales donde a cualquier problema filosófico, los filósofos en vez de argumentarse se sentaban a calcular, algo de esa experiencia pasa con el computador. La gente ya no discute así, sino que, pone el texto y van proponiendo cambios, entonces, sí creo que una transformación tecnológica y las nociones parecían imposibles de enseñar a jóvenes de 14 o 15 años, los jóvenes las desarrollan o las aprenden casi solos en muchísimos casos. Específicamente

¿Cuál sería la intervención de la tecnología en la enseñanza del cálculo? Es decir, hay una aceleración de los conocimientos, pero ¿Cómo abordarlo a la educación en Colombia en la enseñanza del cálculo?

Antanas: Hay toda una orientación reciente entorno al concepto de competencia, que quiere decir, es un conocimiento centralmente del ¿cómo?, se es competente si alguien sabe hacer algo bien hecho. **La fundamentación puede ser parte de la formación en una competencia, pero no es lo más frecuente, o sea, la definición de competencia, no me importa que entienda radicalmente como el oficio deductivo de la matemática, lo que me importa es que me haga los cálculos bien, ahora, es obvio es que si usted no ha entendido la noción de función, el riesgo de hacer los cálculos mal es enorme, no puede decir, opere, opere, y luego algún día entenderá, para operar se necesita entender, sin embargo, la experiencia con los computadores es que hay una serie de cosas que tomaba mucho tiempo, se pueden hacer ahora muy brevemente, pues ya las calculadoras científicas traían la posibilidad de graficar una función, por más**

compleja que fuera, el tema pues esto se presta a ciertos abusos, hoy en día, dado cualquier nube de datos es prácticamente factible encontrar una función arbitraria que se aproxime a esa nube de datos como gráfica, hay un filósofo que no es propiamente postmoderno, Jhon Aisten, pero que comparte con la postmodernidad y dice que hay un obscurantismo cuantitativo, sobre todo en las ciencias sociales, digamos, hay gente que le pone tanta fe al número, y que llega a producir el número de manera, la expresión inglesa es *malvink*, es decir, *manosear los datos*, es manipular en el sentido negativo los datos, o sea, hacer ajustes, modificaciones, hasta que cuadre, hasta que usted vea, esta nube se alargó, es aproximable por una recta, lo curioso, lo bonito, es que al mismo tiempo, que los programas estadísticos dan espacio para uso, también mucha gente tiene acceso al conocimiento necesario para no ser víctima de ese abuso, es decir si a mí me van a estafar con estadística, entre más sepa estadística es más difícil que me estafen, esto es centralmente para ciencias sociales y no para ingeniería.

Dicho esto, creo que hay un punto por el que ya pasé, pero que quisiera enfatizar, no es terquedad matemática pedir que los saberes se fundamenten, el discurso postmoderno nos lleva a reconocer que a veces no fundamenta, llevado al extremo, pero el intento de fundamentar no está mal, y en más de un caso, solo comprende usted el concepto, intentando fundamentar, o, lo que es parecido colocándose una señal de abstracción más grande, por eso es que los franceses no hacen calculo y saltan de una vez a estudiar análisis, ahora, obviamente los físicos se resienten y hay casos en que, por ejemplo, donde yo estudié, había dos departamentos de matemáticas, un

departamento llamado de lo real y el otro matemáticas a secas. El de lo real establecía conexiones con la física, pero no en el nivel de un cálculo sino en el nivel de un análisis funcional, donde lo que hizo, estructuras que recogen y desarrollan de manera muy diversificada distintas aproximaciones al *cambio*, pero es otra cosa. Dentro de esos aspectos tecnológicos,

¿piensa que en Colombia la tecnología es una ventaja o desventaja para la enseñanza en matemáticas?

Antanas: Yo creo que tener acceso a computadores y buenos programas, ayuda, sin que tengamos que volvernos absolutamente dependientes de esas tecnologías, es bueno, incluso, para la comprensión conceptual de los procesos es bueno, de todas maneras, trabajar con lápiz y papel, y, hubo un tiempo en que las maquinas IBM escribían con diferentes tipo de letra, de alfabeto griego, etc, pues eran muy útiles para producir artesanalmente libros de matemáticas, los libros de Takeuchi son un ejemplo, y en su momento, la tecnología permitía redactar los textos, imprimirlos, hoy en día, estamos mucho más lejos, la cantidad de procesos pueden ser simulados por el computador, usted puede comparar muy rápidamente, soluciones a problemas que usted encuentra deductivamente, matemáticamente con soluciones al mismo problema, de un problema muy parecido, trabajado de manera inductiva, es decir, los métodos para resolver ecuaciones diferenciales, antes se separaban, entre los que hacían por prueba matemática y lo que hacían por iteración, por aproximaciones sucesivas, etc., creo que hoy en día hay una convergencia.

Precisamente, esa convergencia que habla el profesor Antanas, entre el cálculo y las ecuaciones es lo que se llama en las matemáticas los sistemas dinámicos, estos sistemas dinámicos estudia el comportamiento de un sistema a través del tiempo, evidenciando, de que esta rama de las matemáticas tiene mayor aplicabilidad o un mayor acercamiento a la vida real, que nos podamos sentar en frente de un computador, y que él nos muestra una gráfica a través del tiempo, pues nos lleva más a un acercamiento para la vida real, para los ingenieros de cualquier enfoque, entonces, la pregunta sería profesor

¿Cree usted que la enseñanza del cálculo para los programas de ingeniería comienza a fundamentarse en la utilización de las herramientas tecnológicas?

Antanas: Yo creo que hay una tendencia de que así suceda, utilizando las cualidades de los computadores, y toda la maravilla que hoy en día se tejen de telecomunicación, intercambio, comparación, toda esa flexibilidad para tomar una parte arquitectónica de su trabajo e incorporarlo en el mío, es decir, son muy grandes las aplicaciones de la tecnología, yo creo que en la formación se necesita la formación de los pilotos, los pilotos son entrenados rigurosamente en el repertorio de todas las situaciones que se van a encontrar en la vida, salvo que le toque un imprevisto, es distinto con los ingenieros, trabajan en incertidumbre, y es menos exhaustiva, tomemos el ejemplo del piloto, el piloto es formado en tres momentos, uno, tiene que memorizar su manual, y lo tiene que memorizar por el significado de cada cosa, luego tener ubicado en el manual donde está el conocimiento, desconectando la razón, la

argumentación, debe ser capaz de asumir la instrucciones ciegamente del manual, es decir, por un lado es conocimiento racional fundamentado, por otro lado es instrucciones acumuladas del tipo, si pasa esto, haga esto, y, tercero, es entregado en un simulador, que incluso simula las aceleraciones, le hace sentir caídas libres, frenadas, aceleradas, etc. Del tal modo que su cuerpo independientemente de su memoria y raciocinio responda a las situaciones totalmente de manera automática. Cuando sucede un nuevo tipo de accidente aéreo, toca ampliar las tres fases, el entrenamiento racional del piloto, esto es tal cosa, esto significa tal cosa, y el producto de esto, es esto, y hay que reaccionar así, por tales y tales razones, memorización e incorporación en los automatismos del cuerpo. Subrayo, la ingeniería es distinta de la aviación, es muy distinta, pero algo de esas tres formas de aprendizaje se va a dar, digamos, **algo que ayuda a entender mucho cómo funcionan las profesiones es el libro de Thomas Kuhn, hoy en día, ya viejo libro, la estructura de las revoluciones científicas, es fascinante porque muestra como son las necesidades pedagógicas de la construcción de la secuencia de ejercicios, las que definen el contenido y la progresión de los ejercicios utilizados para formar a la gente. La noción de paradigma de Kuhn, a mi juicio sigue siendo valiosa, incluso en su acepción más chiquita, es como enfrentarse a problemas tipo, y, yendo de lo más simple a lo más complejo, aprender a resolver problemas que se caracterizan, ante todo por cualidades tan estúpidas, tan absurdas, como que el número de datos que usted recibe es tan necesario para resolver el problema, eso en la vida real casi nunca se da, ¿no?, o le faltan datos o les sobran datos, entonces, la formación matemáticas es muy decente para**

la gente, porque le da, los datos suficientes y necesarios, para resolver el problema, o probar lo que ya demostraron, el computador nunca reemplazará la prueba de la existencia que el hombre de una solución a un problema, no sé si, los lectores de este trabajo conocen obviamente la maravilla de las matemáticas que a veces, está a siglos de encontrar la solución de un problema, o, las soluciones de un problema, pero, puede probar que, hay solución, o que no hay solución, ahora, seguramente unas pruebas que la existencia de soluciones, se harán con apoyo informático, apoyo de computadores, pero no será la cosa simple, de iterar un proceso y decir esto, por tal razón creemos que converge y la solución es el límite, pues por dar un ejemplo.

¿Por intuicionismo?

Antanas: No, usted, con esa pregunta abre otro espacio muy, muy interesante, como la filosofía de las matemáticas se ve afectada por los computadores, es obvio que, la representación gráfica, adquiere, es decir, si uno mira una de las cosas más espectaculares al ciudadano común y corriente, los bubbles, las burbujas esas que se mueven representando los países en distintas variables, eso lo ha promocionado también Google, se ha visto, digamos, el tiempo en vez de ser una variable, una de las coordenadas, el tiempo va es por la trayectoria de los puntos, o sea, Colombia, cuando comienza sus programas de crédito educativo son pequeñitos, pero, luego tiene un crecimiento rápido, es decir, **la representación gráfica del cambio en el tiempo, se ha venido enriqueciendo con los computadores, de todas maneras la convención de la función de una variable, digámosla, la comparación de dos**

variables, que fue la recomendación metodológica de Descartes, sigue siendo la metodología base, o sea, los computadores aportan, pero la fundamentación clásica, sigue ahí, por lo menos, las ideas básicas, las notaciones básicas en buena parte siguen ahí. Con un compañero escribimos un artículo titulado “informática sin escritura” con signo de interrogación, y, era la época del auge del logo, como la identificación de formas, y, juegos con formas, rompecabezas como prueba de razonamiento espacial, entonces, nos daba un miedo que la gente dejara de escribir, hoy en día con el chat y con el mensaje de texto, Skype, le reaparece la imagen de la otra persona, nunca antes el ser humano se había comunicado tan fuertemente vía escritura, no importa que su escritura se refiera un poco a temas cotidianos, o poco académicos, de todos modos dependemos de la escritura, y, **en el mundo de la informática es como una explosión de la escritura, el mover páginas con los dedos con un ligero rose, es regresar al papiro, pero un papiro ilimitado en su cantidad, ecológicamente sostenible, una maravilla, entonces, hay formas de representación inauditas que nunca habíamos tenido, y que ahora, nos ofrece el computador, y al mismo tiempo, quien no sabe interpretar una gráfica con dos variables es, bueno, tarde o temprano aprenderá vía computador, pero tendrá que aprender, o sea, la buena noticia es que una democratización del acceso al cálculo, que nunca antes hubiéramos podido soñar, y, por otro lado hay una dependencia de nociones básicas, hay la enseñanza adquiera una importancia crucial, o sea, quién se cerciora que usted está entendiendo todo el arsenal de métodos que está usando, nos pasó mucho en estadística, utilizar mínimos cuadrados era sofisticación enorme, yo me acuerdo haberlo**

hecho para la Nestlé, en una discusión sobre la Nestlé y su sindicato, sobre técnicas de administración salarial, se miran factores, se ponderan factores, y se hace una regresión y se establece una manera más justa entre comillas, de remunerar los distintos trabajos de una empresa, pues eso hoy en día, casi cualquier niño de 12 o 14 años en un computador podría hacerlo, hacer la mimesis de que lo está haciendo, cualquier empresa de 4 o 5 empleados puede decir, si quiere le ponemos la sofisticación de la administración salarial más sofisticada, y, si ahora no le gusta, entonces por la inclinación de una recta, o por aproximación de funciones de segundo o tercer grado, o de grado 15 si usted quiere.

Con respecto a lo que es la metodología de los libros de cálculo, pues, uno analiza que, en los años 80, en los libros se evidencia el contexto social y tecnológico, cuando la derivada en esa época, la metodología de esos libros tiende a ser muy tradicional, sin gráficas, y, como usted acaba de mencionar la gráfica en la enseñanza del cálculo es el objetivo mayor, el de analizar una gráfica. Ahora la tecnología nos da la posibilidad de tener un entendimiento más visual, no, como en anteriores momentos donde se tenía que hacer la tabulación, hacer todos los procesos para realizar la gráfica y analizar precisamente esa curva porque tiene ese comportamiento, ahora la gráfica simplemente está presente y los libros tienen que ser más visuales, entonces, al tener la herramienta tecnológica como elemento visual, y como usted decía, existen unos argumentos de que deben existir unos saberes primero para poder entender una forma. ¿Es pertinente realizar una reforma curricular?, es decir, si se analiza el cálculo como estructura del movimiento y del **cambio**, en la metodología de los libros de cálculo no se evidencia esa definición, uno mira un libro y no

es tan dinámico como en la actualidad, y lo que estamos viviendo que es utilizar una herramienta tecnológica que no se fundamente en ella para enseñar el cálculo, sino que también sea una herramienta, no única, pero que si sirve para mirar en otro horizonte, precisamente en el estudio que estoy realizando, sería un horizonte hacia los sistemas dinámicos.....

Antanas: Sí, el potencial es muy grande, porque tener una computadora al alcance del aprendiz, al alcance del estudiante, las puertas de entrada más simples desde el punto de vista tradicional pueden ser reemplazadas por otras relativamente más sofisticadas, o sea, uno en pocos minutos puede pasar de la ecuación $y = x$, grafica de la diagonal a ecuaciones de grado 10, 15, digamos, yo me acuerdo de estudiar funciones a final de bachillerato y uno colocaba algunos puntos, y de pronto, perdía de vista, de un punto entre otro punto la función, que tenía discontinuidad y se volvía más infinito acá, más infinito por el otro lado, pues ese valor, pues ya no lo digo correctamente, pero había puntos donde uno establecía continuidad y había grandes discontinuidades, la función no tenía valor, no estaba definida para algunos de los puntos, pues eso por omitir alguno denominador, en el análisis de la función, o, ignoraba un punto de inflexión, ahora, parte de lo bello, experimentando con mi hija es, **la definición de los rangos en los cuales se hacia la gráfica, aquí se vuelve un tema de clic, clic, usted amplía o acorta,** por ejemplo, ver que para ciertos fines la Física Newtoniana es una buena aproximación a la Física de la Relatividad, o sea, depende de la escala con la que usted mire, hay cosas absolutamente fascinantes, pues, usted puede decir, puede darle la razón si eso es una recta, una relación lineal, como notara estoy un poco de irresponsable exponiendo por saberes de

otra época, son saberes que nunca me tome muy en serio, a mí me gustaba la matemática como estudio de estructuras más que como Cálculo, y dentro de las ramas de las matemáticas escogí la topología y el álgebra, y la topología algebraica de los temas que más profundice, pero, bueno podría poder defenderme de lo que aprendí hace 30, 40 años.

Precisamente usted me acaba de decir que habla de estructuras, que en calculo está definido como movimiento y *cambio*, que no se evidencia mucho en los libros de cálculo, a pesar que en los prólogos dice: vamos a hacer el estudio del *cambio*, ahora, cuando uno va y hace una revisión de esos libros, no satisface en realidad el autor, que está satisfaciendo una enseñanza desde el concepto de *cambio* y movimiento, entonces, para que eso tenga vida, en realidad, en los prólogos que se leen allí, de los libros de cálculo, pues, el cálculo se está relacionando actualmente con los sistemas dinámicos, y, esta relación para el ingeniero pues le genera un perfil más apropiado para su realización profesional, entonces mi pregunta desde un aspecto curricular es si

¿Es pertinente realizar una reforma curricular de los planes de estudio de los programas de ingeniería, enfocados al cálculo diferencial, pero, relacionados con los sistemas dinámicos?

Antanas: Pues me parece así a primera vista, muy, muy pertinente, de hecho, curaría al cálculo de cierta bastardía intelectual o académica, es decir, los cursos de cálculo tradicionales son vistos por los profesores de matemáticas como cursos que no son suficientemente serios en la fundamentación, o sea, son las definiciones y la construcción sistemática del conocimiento, no se opera

como se da en el álgebra o en conjuntos, etc., o sea, el cálculo es bolear funciones, decían algunos estudiantes, o sea, no pregunte demasiado, sino pregunte cómo, personas que decían, aprenda cómo, es decir, más para los ingenieros explicar ¿porque? Es cómo, cuánto, entonces, reorganizar la enseñanza del cálculo entorno al sistema dinámico, puede ser muy relevante, desde algun modo dinámico dice, variable con respecto al tiempo, y, sistemas significa, más de dos cuerpos, o, más de una dimensión, más de una ecuación, en interacciones que tratan de capturar la interdependencia entre distintas variables. Finalizando ya la entrevista,

¿Es difícil vincular los sistemas dinámicos en una reforma curricular a los programas de ingeniería con la realidad que se vive en las Universidades Colombianas?

Antanas: Bueno, yo confió mucho en José Fernando Isaza que es un físico-teórico, además de ser un ingeniero y un dirigente del sector privado, dirigente del sector universitario, y una de las cosas bonitas que le conozco sobre capacidad de predecir en la mecánica clásica newtoniana, también sobre sus cosas del conflicto colombiano, se han hecho varias investigaciones heterogéneas utilizando siempre como central, la idea de sistema dinámico, entonces la respuesta mía por esa confianza, o sea, lo poco que se del tema, me lleva a recomendar por lo menos poderlo explorar más a fondo, y, confiar en que probablemente sea una línea de reforma, que no lo llamaría solo curricular, sino que es una transformación epistemológica, es como, actualizar la filosofía de la matemática que subyace de casi siempre a una enseñanza de la matemática, si no hay incidencia en la

matemática que sea filosóficamente olímpica, o sea, uno no puede, entre más crea que no tiene filosofía de las matemáticas, más burda es su filosofía, pero que la tiene la tiene, entonces, al organizarla alrededor de los sistemas dinámicos es altamente conveniente, me parece.

Profesor, gracias por su tiempo y por, aportarle y enriquecer esta tesis, y le agradezco mucho, haber aceptado la invitación para esta entrevista.

Profesor: Muy amable.

Conclusiones

Realizando un contraste de los resultados de la entrevista de Antanas Mockus hecha en el año 2012 y la actualidad, se concluyen afirmaciones que todavía se mantienen vigentes en la enseñanza del cálculo. Desde lo filosófico, (Lyotard 1987) nos direcciona hacia el desarrollo de diferentes ideas individuales responsables que están enfocadas a un mismo dilema, por lo que los relatos que proyectaban un concepto de sociedad hacia la libertad, autonomía y progreso, ahora presentan cuestionamientos que se evidencian en la misma actualidad del desarrollo mismo del ser humano.

En el presente, la inclusión ha sido otro factor que ha crecido en la educación, se ha dejado atrás un poco, la enseñanza tradicional y memorística, y ahora, se piensa en una enseñanza del cálculo más centrada en resolución de problemas (Polya 1989), aprendizaje basado en proyectos, estudios de caso, unidades didácticas que tienen herramientas TIC para su desarrollo.

Adicionalmente, la enseñanza de las matemáticas está fundamentada en raciocinios y metodologías que se representan en un punto de

vista científico para aplicaciones ya sean de manera precisa matemática y especialmente para la vida real. En ese mismo sentido, la educación escolar y la superior ha avanzado significativamente porque hay estudios en la enseñanza del cálculo que se ha centrado más en el análisis de situaciones y la construcción de nuevo conocimiento, y no en la repetición de este.

La tecnología es una herramienta fundamental porque optimiza el tiempo y proporciona distintos momentos de aprendizaje externos que son propicios para el estudiante, pero, además, enriquece en la enseñanza del cálculo el acceso para encontrar curvas con un software matemático, lo que en tiempo atrás generaba un trabajo de tiempo y dedicación. Sin embargo, lo que se mantiene firme son las bases clásicas de los saberes, por ejemplo, aunque la tecnología avance, las gráficas de dos dimensiones se representan en un plano cartesiano y no en un sistema diferente creado por el sistema. La importancia también radica, como menciona Antanas, es que el uso de la tecnología ya ha podido probar teoremas de matemática pura. Además, desde la enseñanza, el uso tecnología debe estar enmarcado en la independencia de la misma enseñanza de las matemáticas, es decir, también es importante el uso del papel y el lápiz, motivando el uso parcial y no completa de la tecnología.

Adentrándonos más para los programas de ingeniería él se refiere a que los ingenieros trabajan más hacia la incertidumbre y las matemáticas son menos exhaustivas, por lo que la enseñanza se debe enfocar más hacia el ¿Cómo?, ¿para qué sirve? y no hacia el ¿Por qué? En estos horizontes los *sistemas dinámicos* presentan respuestas contundentes hacia estas dos preguntas pedagógicas, sin embargo, es

importante mencionar que Antanas recomienda, una exploración más profunda para analizar su articulación ya que afecta la *filosofía de las matemáticas*.

En cuanto a una reforma curricular para la incursión de los sistemas dinámicos en los programas de ingeniería a través de la enseñanza del cálculo, está de acuerdo y como el menciona literalmente **“Pues me parece así a primera vista, muy, muy pertinente, de hecho, curaría al cálculo de cierta bastardía intelectual o académica”**.

Finalmente, la tecnología ha cambiado la metodología de la enseñanza del cálculo en las universidades colombianas, los docentes utilizan herramientas como GeoGebra, Matlab, y otros softwares, páginas de internet con actividades interactivas. Un grupo de docentes están ampliando las herramientas de la enseñanza de las matemáticas y esto contribuye a pensar en metodologías de enseñanza en la construcción del conocimiento.

Referencias

- Apóstol, T. (1982). *Calculus, Volumen I*. Editorial reverté.
- Boyer, C. (1994). *Historia de las matemáticas (pp 493-509)*. España: Alianza universidad textos.
- Cantoral Uriza, R., Farfan Marquez, R. (2004). *Desarrollo conceptual del cálculo (pp 60-74)*. México: Thomson.
- Devlin, K. (2002). *El lenguaje de las matemáticas*. Barcelona: Ediciones Robinbook.
- Larson, R. E., Hostetler, R. P., Edwards, B. H., & Abellanas Rapún, L. (1999). *Cálculo y geometría analítica*.
- Lyotard, Jean-Francois (1987). *Condición postmoderna: informe sobre el saber*. Argentina. Ediciones Iberoamérica
- Polya, G. (1965/1989). *Como plantear y resolver problemas (pp 51-53) (15° reimpresión)*. México: Editorial trillas.
- Purcell, E. J., Varberg, D.; Rigdon, Steven E (2007). *Calculo diferencial e integral*. Pearson Educación. México
- Stewart, Ian. (2002). *La historia de las matemáticas. Los últimos 10000 años (pp 284-290)*. Barcelona: Critica.
- Stewart, J. (2007). *Cálculo en una variable. Trascendentes tempranas*. Editorial McGraw Hill. Sexta edición.
- Stewart, J. (2007). *Cálculo: Conceptos y Contextos*. Editorial McGraw Hill, Sexta edición.
- Swokowsky, E. (1989). *Cálculo y Geometría Analítica*. Iberoamericana Editores, Segunda Edición.
- Tello, J. (2012). Pertinencia académica de la metodología de los libros de cálculo diferencial para los programas de ingeniería en la actualidad social, educativa y tecnológica. Colombia. Universidad Sergio Arboleda
- Thomas, G. (2006). *Calculo en una variable (11ª Ed)*. México: Pearson. Prentice Hall.

Agradecimientos

Agradezco a Henry Maicol Buitrago Huesa gran periodista, quien me ayudo a contactar y formalizar la entrevista con Antanas Mockus.