

LAS TIC Y EL APRENDIZAJE DE LOS TRINOMIOS

TIC AND LEARNING OF THE TRINOMIES.

FREDYS ALBERTO SIMANCA HERRERA
ALEXANDRA ABUCHAR PORRAS
SANDRA YANET VELAZCO

Resumen

El presente trabajo es una propuesta de investigación en educación matemática tendiente a la elaboración de un software que permita el reconocimiento y solución de los casos de factorización de trinomios, para ser implementado en el aula como complemento para la enseñanza/aprendizaje de la factorización en álgebra con el propósito de reducir las dificultades de aprendizaje de los trinomios en octavo grado. La presente investigación se desarrolla a partir de la comparación y el análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de pruebas pre test y pos test en dos cursos de grado octavo, uno como grupo de control donde se impartió la clase en forma tradicional y otro como grupo experimental donde se imparte la clase con el apoyo del software diseñado en visual basic. Los resultados demostraron que el uso como complemento del proceso pedagógico de la herramienta ayuda al estudiante en el reconocimiento comprensión y solución de problemas de trinomios en factorización.

Palabras clave: Álgebra, Aprendizaje, Educación, Enseñanza, Matemática, Tecnología, Trinomios

Abstract

This paper is a proposal for research in mathematics education carrying to development a software that allows the recognition and solution of trinomial factorization cases, to be implemented in the classroom in addition to teaching / learning factorization and reduce the learning difficulties of Trinomials in eighth grade. The aim of this research is developed from the comparison and analysis of the results obtained in the application of pretest and posttest tests in two eighth grade courses, one as a control group where the class was taught in traditional form and another as Experimental group where the class is taught with the support of software designed in visual basic. The results showed that the use as a complement to the pedagogical process of the tool helps the

student in the comprehension and problem solving of trinomials in factorization.

Key words: Algebra, Learning, Education, Teaching, Mathematics, Technology, Trinomials

Introducción

La enseñanza del álgebra conlleva un nivel importante de abstracción, y cuando se hace la transición desde la aritmética en la que se trabaja con números representa un salto cognitivo importante en el educando. Bien lo dice [1] “el álgebra es ante todo una manera de pensar que tenemos todos y que no es más que el desarrollo formalizado de un pensamiento que es nuestro pensamiento. Descubrir las relaciones necesarias entre términos conocidos permite encontrar términos desconocidos. Es decir, que los profesores deben sensibilizar a los estudiantes respecto a que el razonamiento algebraico permite la resolución de problemas de la vida cotidiana.

En octavo grado el estudiante comienza el estudio del álgebra esto coincide con su adolescencia, una etapa compleja del desarrollo, donde surgen cuestionamientos hacia el aprendizaje, por eso el razonamiento algebraico debe ir acompañado con una sensibilización acerca de la aplicabilidad del conocimiento, más allá de la abstracción, para de esta forma disminuir la apatía hacia estas temáticas que en últimas se va a ver reflejada en un desinterés que es el germen para la inducción de errores en el aprendizaje del álgebra.

El trabajo es una propuesta de implementación de una estrategia educativa apoyada en una herramienta virtual para la enseñanza/aprendizaje de la factorización en álgebra en octavo grado.

El aprendizaje del álgebra y las TIC

Tal vez es en el aprendizaje de la matemática donde más se han implementado herramientas tecnológicas en los últimos 30 años, esto ha sucedido incluso antes del advenimiento del internet cuando se ha acelerado este desarrollo; de

hecho, el ábaco se considera un precursor de la calculadora con aplicaciones en la educación. La tecnología como herramienta ha demostrado ser un complemento extraordinario en el ejercicio pedagógico y en muchos casos se ha probado que su uso complementado con otras estrategias puede generar un aprendizaje significativo.

Mientras algunos estudiosos de la educación consideran nocivo el uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas otros más liberales consideran que el uso de las TIC es viable, pero debe ser prudente y mesurado ya que no se trata de darle un carácter impersonal al ejercicio pedagógico. Siempre se ha inculcado que las herramientas tecnológicas son un complemento mas no un sustituto del docente. En el área del álgebra se han desarrollado herramientas con diversos enfoques como por ejemplo software que cumplen la función de calculadoras polinomiales o se han realizado investigaciones orientadas hacia el álgebra geométrica [2] en las que desarrollaron unas cartillas virtuales y un software de geometría de polinomios. Otras aplicaciones se han enfocado hacia las expresiones algebraicas cuadráticas [3], también se han desarrollado mediadores didácticos con aplicaciones en factorización [4]. En la Universidad de Manizales se desarrolló un proyecto en este sentido con un enfoque diferente pero aplicado en la factorización [5].

Uno de los componentes importantes en el estudio del álgebra es la factorización de expresiones algebraicas; aquí el estudiante se enfrenta con el desafío de reducir un polinomio a factores, un ejercicio que genera dificultades en diferentes etapas del estudio de la factorización. En el presente trabajo se abordan casos conocidos de factorización como el factor común y diferencia de cuadrados, y los trinomios en los cuales el estudiante se enfrenta a varias etapas: la primera es el reconocimiento de polinomio, después establecer qué caso de factorización puede aplicar, luego tiene que factorizar y por último, debe darle solución a un problema aplicando lo anteriormente

expuesto, en cada una de estas etapas hay diferentes dificultades. Se han desarrollado herramientas que se pueden aplicar para etapas y fases independientes. En el caso del presente trabajo se busca que la herramienta oriente al estudiante en la etapa de la tipificación del polinomio.

No se trata de un engaño al docente ya que es el estudiante el que debe factorizar y debe resolver el problema a través de la aplicación, solo reconoce en tipo de trinomio a factorizar. La herramienta debe ser entendida para uso mixto, es decir, no solo como un mediador didáctico para el docente sino también como un recurso del que el estudiante puede apropiarse para a través de unos pre-saberes lograr generar un aprendizaje significativo.

En el caso de la factorización el estudiante de octavo grado posee conocimientos previos en aritmética, y álgebra, como los productos notables y operaciones polinómicas que sirven de cimiento para la apropiación del tema de la factorización. El propósito es que con una intervención pedagógica el estudiante pueda enlazar esos conocimientos previos de álgebra para que pueda construir e interrelacionar conocimiento algebraico.

No se puede hablar de un ejercicio pedagógico sin hablar de constructivismo en el aprendizaje del álgebra, en este sentido se plantea que el estudiante que aprende matemáticas construye los conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos de estudio y con su entorno y da la posibilidad para aplicar el conocimiento en contextos reales mediante actividades de resolución de problemas, como parte de la presentación de contenidos [6], esto es precisamente lo que se trabaja cuando se factoriza una expresión algebraica que proviene de un problema real. En efecto existen posturas constructivistas que abordan el álgebra solo a partir de problemas, lo que se conoce actualmente como el aprendizaje basado en problemas. Aquí cualquier aplicación tecnológica no es por sí misma el aprendizaje significativo, sino que

colocada en un contexto de aprendizaje se convierte en un elemento más del ejercicio cognitivo.

Otra perspectiva constructivista del aprendizaje de la matemática, trata de las trayectorias hipotéticas del aprendizaje [7], un término que está generando interés en los estudiosos de la educación matemática contemporánea a partir de un enfoque constructivista haciendo énfasis en los estudiantes de educación media (secundaria) que es la población objetivo en el trabajo que aquí se presenta. En lo anterior, se pone en evidencia la contraposición entre las teorías constructivistas modernas del aprendizaje y las tradicionales basadas en un modelo instruccional en el que hay una búsqueda de unos objetivos preestablecidos y un mecanismo para llegar a ellos. Simon y Tzur plantean “Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) que consiste en los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje de los estudiantes, y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje [8]. Gómez y Liupiañez retoman este concepto y dicen que es responsabilidad de los profesores en secundaria desarrollar competencias para que se construyan estas trayectorias hipotéticas del aprendizaje que faciliten el desarrollo de herramientas didácticas que permitan al estudiante una apropiación del conocimiento algebraico más funcional [9].

Es imposible que no existan dificultades en la apropiación del conocimiento algebraico, el docente no puede evitarlas, pero sí puede generar un ambiente de aprendizaje que no sea hostil (desde el punto de vista cognitivo) hacia el estudiante. Por esto es importante evidenciar los errores más frecuentes en el proceso de aprendizaje del álgebra y de la factorización y siendo más inductivos de la factorización de los trinomios. Radatz propone una serie de errores tales como los debidos a dificultades en el lenguaje, a las dificultades para obtener información espacial, asociaciones incorrectas o a la rigidez del pensamiento. También se plantean

los errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes [10]. En el caso de la factorización se parte de una situación problema real que debe ser interiorizada en forma de una ecuación lo que implica un razonamiento algebraico, esta ecuación hay que resolverla para lo cual se debe factorizar, es decir, debe ser expresada como producto de dos expresiones algebraicas. Cada una de esas etapas representa diversos retos cognitivos y en cada una se incurre en errores lo que se refleja en una apatía, frustración y desmotivación por parte del estudiante.

Generar un ambiente propicio requiere una intervención didáctica por parte del docente para servir de mediador entre el conocimiento y el aprendizaje del mismo. En la matemática, la didáctica debe entenderse como la forma en que se realiza la transmisión del saber matemático. Hay diferentes corrientes que propician un mejor cumplimiento de los objetivos de adquirir este saber matemático. Una es la planteada por Soto en la fenomenología didáctica donde se estipula que de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas donde se establece una relación entre los fenómenos del mundo real y los conceptos (del mundo de la matemáticas), además plantea que para adquirir los conceptos matemáticos a través de fenómenos es necesaria una fase intermedia que es la constitución de “objetos mentales” [11]. El contexto algebraico de la factorización es el escenario ideal para implementar este tipo de didáctica. Otra enfoque didáctico lo plantea la denominada transposición didáctica la cual es el paso de un contenido preciso de saber a una versión didáctica de este objeto de saber [12]. Muchas investigaciones en didáctica se han visto reflejadas en una reestructuración del currículo, en sintonía con la postura de Palacio quien plantea las tres dimensiones del proceso educativo [13], las cuales se representan en la Figura 1.

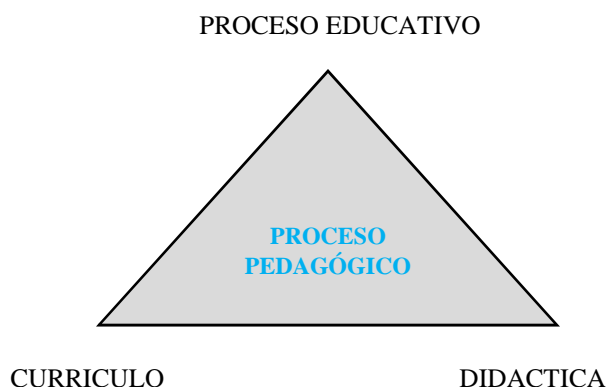


Figura 1. Dimensiones del proceso educativo
Fuente: [13].

Las TIC y ambientes virtuales de aprendizaje y el software educativo representan una alternativa viable y complementaria en el proceso educativo, más aun, en una época en la que el estudiante pertenece a una generación digital y está involucrado permanentemente con las nuevas tecnologías de la información en sus diferentes modalidades.

Las TIC no son el fin sino un medio, en muchas ocasiones se puede caer en el error de enseñar al estudiante el manejo de determinadas aplicaciones en lugar de los contenidos matemáticos que se habían propuesto inicialmente. Hodges y Conner plantean que las TIC les permite a los estudiantes con pocas destrezas simbólicas y numéricas desarrollar estrategias para poder resolver situaciones problemáticas, utilizando diversas herramientas que les proporcionan un mejor entendimiento [14].

Procedimiento

Los estudiantes con los que se ejecutó el proyecto de investigación hacen parte de la institución de educación formal colegio Gimnasio Los Arrayanes. La población de estudio se encuentra actualmente cursando el grado octavo, con edad promedio de 14 años.

En la fase inicial se le aplicó una encuesta diagnóstica a los estudiantes [15] con el objetivo

de confirmar las falencias que generalmente se presentan en el proceso de enseñanza/ aprendizaje del álgebra específicamente en la factorización de trinomios. También se aplicó una encuesta a los docentes del departamento de matemáticas de la institución para establecer la percepción a partir de su experiencia en el aula en el proceso de enseñanza aprendizaje de la factorización.

A partir de los resultados de estas encuestas se continuó con el trabajo de campo. Inicialmente se tomaron dos cursos de octavo grado de 25 estudiantes cada uno; se estableció uno como grupo de control y el otro como experimental.

Tanto el grupo experimental como el de control presentaron una prueba pre test en el aula, que consistió en 10 ejercicios para identificar el nivel de conocimiento respecto a expresiones algebraicas haciendo énfasis en los trinomios. La prueba tuvo una duración de una hora. Posteriormente los grupos recibieron la clase de factorización de trinomios con un enfoque tradicional en el caso del grupo de control, en el caso del grupo experimental la clase se impartió con el apoyo del software en la sala de informática. Después que los estudiantes de los dos grupos presentaron la prueba pre-test se diseñó la herramienta, la cual consiste en un software desarrollado en visual basic que es un lenguaje cuya programación está orientada a objetos. Esta herramienta permite que el estudiante ingrese el trinomio a factorizar y esta le presenta un cuadro de diálogo donde especifica el tipo de trinomio.

Si el estudiante lo requiere, la herramienta lleva al usuario a una explicación donde paso a paso se expone cómo se debe realizar la factorización de un trinomio. De esta forma se le facilita el aprendizaje al estudiante para que a partir de unos conocimientos previos o pre saberes la herramienta agilice el proceso de solución de problemas en los que la factorización de trinomios es la vía más expedita. El uso y aplicación de la herramienta es fácil y su instalación es muy

sencilla. Posteriormente se realizó la prueba post que consistió en una prueba de 10 ejercicios de trinomios la cual se realiza tanto al grupo de control como al grupo experimental, dicha prueba se resolvió en el aula de clase y tuvo un tiempo de realización de una hora. En el análisis siguiente las pruebas post realizadas a ambos grupos fueron comparadas.

Resultados y análisis

Tanto en la prueba pretest como en la prueba posttest, se realizó la comparación de los resultados entre los grupos experimental vs de control, se puede inferir inicialmente que en la prueba pretest los estudiantes de los grupos que participaron en el proyecto obtuvieron resultados muy similares, mientras que cuando se aplicó la prueba pos-test los estudiantes del grupo experimental mostraron mejores resultados.

Se observó en la práctica que los estudiantes del grupo experimental se sentían más seguros en la presentación de la prueba, lo cual se reflejó no solo en los resultados sino también en los comentarios posteriores por parte de los estudiantes, en los que se planteó la ventaja del uso de una herramienta tecnológica en clase ya que está agiliza el proceso y permite que el aprendizaje se realice de forma más autónoma, facilitando la comprensión, ya que le permite al estudiante realizar una lectura de interpretación y análisis de los ejemplos para realizar los ejercicios propuestos.

Se evidencia que los estudiantes del grupo de control a pesar de que realizan un repaso para la presentación de la prueba se sienten presionados al momento de realizarla, debido a la cantidad de datos memorizados y a que el aprendizaje se presenta de forma más abstracta, ya que se debe tener bien definido los criterios y características de cada caso de trinomio a factorizar, así como los procesos para realizar correctamente la factorización. Cuando este grupo presenta la primera prueba se tiene confusión en la identificación del caso a factorizar lo que aumenta la probabilidad de error al dar la respuesta. Los resultados de dicha prueba se ilustran en la Figura 2.

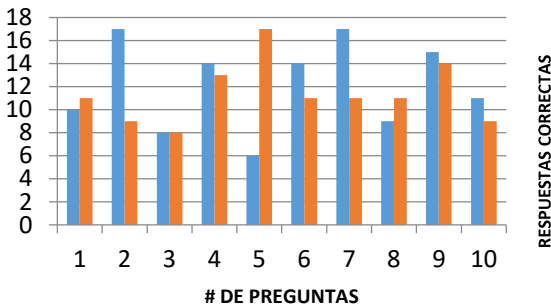


Figura 2. Grafico comparativa prueba pretest grupo control vs experimental
Fuente: Autores

Teniendo en cuenta que es una prueba pretest y aun no se ha implementado la herramienta en términos generales comparando ambos grupos tanto control como experimental se reconoce que tienen un nivel similar ya que ambos presentan dificultades similares en ciertos aspectos de la factorización de trinomios. Aunque no se puede generalizar ya que el nivel de los estudiantes es diferencial si se encuentra una tendencia en el sentido en el que la mayoría presenta dificultades en el reconocimiento de los trinomios y su posterior

factorización.

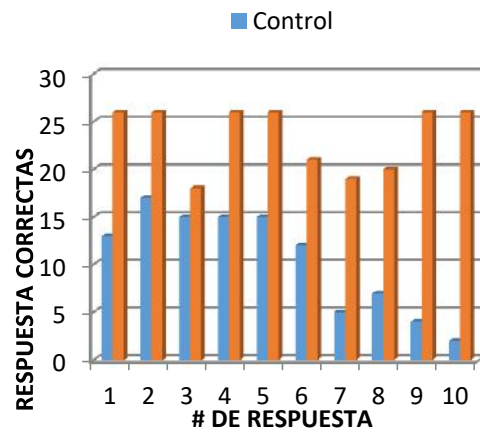


Figura 3. Grafico comparativo prueba post grupo de control vs experimental
Fuente: Autores

Los resultados generales de la prueba post aplicada al grupo de control y experimental muestran que a pesar de que persisten algunas dificultades estas disminuyeron considerablemente con el uso de aplicación ; esto lleva a concluir que cuando a los estudiantes se les presenta una herramienta que les permita mantener un aprendizaje autónomo y realizar un análisis de los ejercicios presentados se obtiene mejores resultados que cuando es de forma memorística para los procesos de solución de diferentes casos de factorización. Es importante destacar que en esta fase es importante el acompañamiento del docente en las etapas previas al uso de la herramienta para establecer cómo es el nivel de comprensión de las expresiones algebraicas y cómo a partir de estas se puede resolver un problema, la herramienta es útil en una de las fases finales de este ejercicio. Por tanto, la aplicación debe ir complementada con un acompañamiento y asesoría, sin embargo, la finalidad es que posteriormente el estudiante genere autónomamente un aprendizaje significativo.

A partir de lo anterior se establece que la herramienta implementada en el proceso de

estudio de los casos de factorización de trinomios facilita el proceso de aprendizaje de estos, ya que le permite al estudiante realizar una revisión del caso a factorizar cuando se enfrenta a este en el aula, además para el docente se convierte en una herramienta didáctica ya que a través de un software permite atender los niveles diferenciales de aprendizaje para cada estudiante agilizando el ejercicio pedagógico y el acompañamiento posterior para que después de esto el estudiante adquiera más autonomía en su trabajo fuera del aula.

En la Figura 4 se observan los resultados comparativos de las pruebas pre y post del grupo experimental y de control.

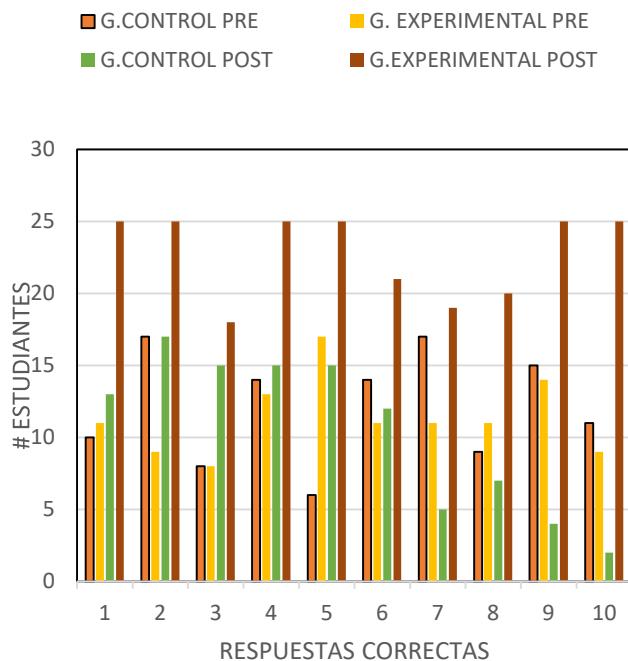


Figura 4. Gráfico comparativo pruebas pre vs post grupo de control y experimental
Fuente: Autores

De la anterior figura se puede inferir que, si bien en las pruebas pre test los resultados obtenidos tanto para el grupo experimental como el de

control son similares, en las pruebas post se muestran unos mejores indicadores para el grupo experimental comparados con el grupo de control. A partir de esto se establece que la respuesta pedagógica frente al uso del software por parte del grupo de control fue positiva, aunque persisten algunas falencias en el reconocimiento de algunos casos de trinomios reflejadas en la gráfica. Se muestra que el 60% de las respuestas obtenidas a partir del uso del software son correctas, de todas formas, hay un 40% de las respuestas equivocadas que muestra que persisten algunas dificultades. En la gráfica referida se evidencia la considerable diferencia en las respuestas de los estudiantes como análisis general se puede establecer frente a los resultados mostrados en la Figura 4 que con el uso de una herramienta como un software el estudiante puede mejorar su aprendizaje autónomo con una retroalimentación adecuada por parte del docente

Conclusiones

Se determina que las debilidades de aprendizaje de la factorización, se originan en las etapas iniciales del estudio del álgebra. Los errores en los estudiantes, en muchos casos, son responsabilidad de los docentes por su proceso pedagógico; esto debe corregirse pues genera desmotivación en el alumno.

Las encuestas y entrevistas a docentes mostraron que es la factorización de trinomios la que una mayor confusión en los estudiantes. Esto se demostró por la forma como abordan los ejercicios, pues persiste la dificultad para el manejo y apropiación del lenguaje algebraico; lo que infiere que es importante en etapas tempranas del estudio del álgebra en los grados 7 y 8 fortalecer el razonamiento.

El uso de las tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) indicó ser una alternativa en el proceso enseñanza/aprendizaje de la factorización, pero, estas son un medio más no un fin. Su uso debe ser responsable y racional para la gestión del conocimiento; se deben complementar

con intervención pedagógica para un aprendizaje significativo. Las pruebas determinaron el nivel diferencial de aprendizaje en los alumnos, lo cual implica hacer una estrategia diferencial de enseñanza.

El software no debe utilizarse aisladamente, sino en un contexto apropiado, que interrelacione, conlleve a aprender, a reflexionar y a razonar.

Las diferencias establecidas entre los grupos de control y experimental en las pruebas post muestran que en un porcentaje pequeño, persiste dificultad en el reconocimiento de los trinomios, por tanto debe fortalecerse la estrategia pedagógica. Si bien la herramienta generó un avance en la apropiación y aprendizaje de los trinomios, es complementaria y debe acompañarse de ejercicios analíticos para potenciar el aprendizaje.

Toda herramienta tecnológica aplicada en la educación incluido el software tiene el propósito de mejorar los esquemas cognitivos, de establecer mejores estrategias para saltar escalones, para generar un ambiente de aprendizaje que no sea hostil, que motive y que lleve a querer aprender. Toda herramienta es susceptible de ser mejorada, de articularse con otras, de aplicarse con diferentes estrategias y en variados contextos.

Referencias

- [1] E. Zuleta E., *Educación y democracia: un campo de combate*. Fundación Estanislao Zuleta, 2001.
- [2] Wagner Graciela et al, “El álgebra geométrica como mediadora en la enseñanza de la factorización y los productos notables”, 2014.
- [3] Mejía María, “La factorización de polinomios en un ambiente CAS y lápiz/papel”, 2008.
- [4] O. I. Monsalve Patiño, “Mediadores didácticos para una mejor comprensión de la factorización”, 2008.
- [5] C. A. Ospina, “La comprensión de la factorización a través de una propuesta de docencia virtual en Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad de Manizales”, 2013.
- [6] Vergnaud Gerard, *El niño y las matemáticas*, Trillas. México, 1991.
- [7] Kilpatrick Jeremy, Gomez Pedro, Rco., Gómez P, Rico Luis, *Educación Matemática*. Bogota: Iberoamericana, S.A de C.V., 1998.
- [8] Simon Martin, Tzur Ron, *Mathematical Thinking and Learning*, 2 edición. 2004.
- [9] P. Gómez y J. L. Lupiáñez, “Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria”, *PNA*, vol. 1, núm. 2, pp. 79–98, 2007.
- [10] Radatz Hendrik, *Student’s errors in the mathematical learning process: a survey for learning of mathematics*. 1980.
- [11] M. Soto, “Didáctica de las Matemáticas”, *Ens. Rev. Fac. Educ. Albacete*, núm. 8, pp. 173–194, 1993.
- [12] Chevallard Yves, “La transposición didáctica”, *Saber Sabio Al Saber Enseñado*, vol. 3, 1991.
- [13] Palacio Virgilio, “La educación como un sistema complejo”, *islas*, pp. 113–122, 2002.
- [14] Hodges Tomas, Conner Elizabeth., “Reflections on a Technology-Rich Mathematics Classroom”, *Math. Teach.* 1046, pp. 432–438, 2011.
- [15] Universidad Distrital Francisco José de Caldas, “Formatos Evaluacion 2015”. [En línea].

Disponible en:
<http://www.udistrital.edu.co:8080/en/web/docencia/formatos-2013-i>. [Consultado: 26-mar-2016].

INFORMACIÓN DE LOS AUTORES

Fredys Alberto Simanca Herrera: Ingeniera de Sistemas – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Especialista en multimedia para la docencia – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Especialista en Docencia Universitaria – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Magíster en informática para la educación – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Docente Universidad Cooperativa de Colombia. fredys.simanca@campusucc.edu.co

Alexandra Abuchar Porras: Ingeniera de Sistemas – Universidad Antonio Nariño – Colombia. Especialista en multimedia para la docencia – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Especialista en Docencia Universitaria – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Magíster en informática para la educación – Universidad Cooperativa de Colombia – Colombia. Docente Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. aabucharp@udistrital.edu.co; alexandraabuchar@yahoo.com.mx

Sandra Yanet Velazco: Ingeniera civil – Universidad Francisco de paula Santander – Colombia. Especialista en Sistemas de Información Geográfica – Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Doctora en Sistemas de Información Geográfica – Universidad Pontificia de Salamanca – España. Profesional especializada Decanatura Facultad de Ingeniería – Universidad Distrital Francisco José de Caldas – Colombia. sandra-velazco@yahoo.com.co