



Índice de capacidad con perfiles lineales en el proceso de concentración y potencial de hidrógeno de fungicidas

Index of capacity with linear profiles in the process of concentration and potential of hydrogen of fungicides

Jorge Andrés Trillos García¹ María Alejandra Viloría Canole² Roberto José Herrera Acosta³

Para citar: Trillos, J., Viloría, M., y Herrera, R. (2018). Índice de capacidad con perfiles lineales en el proceso de concentración y potencial de hidrógeno de fungicidas. *Redes de Ingeniería*, 9(1), 32-38, doi: <https://doi.org/10.14483/2248762X.12795>.

Recibido: 30-noviembre-2017 / **Aprobado:** 17-diciembre-2017

Resumen

A lo largo del texto se toman como base las aplicaciones del control estadístico mediante la utilización de perfiles lineales, lo anterior en la obtención de los índices de capacidad con el objetivo de saber si un proceso cumple con las especificaciones técnicas pedidas, teniendo en cuenta las exigencias de la empresa y los clientes, además de la posibilidad de mejora en el proceso de fabricación de un artículo en específico; por otro lado, se observa si con el uso de perfiles lineales se obtiene una mejor eficacia en el proceso de fungicidas. Al realizar este análisis se concluyó que mediante el índice de capacidad tradicional ninguna de las variables cumple con las especificaciones requeridas por el proceso, mientras que implementando el método de perfiles lineales simple los resultados fueron satisfactorios, teniendo un proceso centrado.

Palabras clave: calidad, control estadístico, índices de capacidad, perfiles lineales.

Abstract

This article is based on the study, the applications of statistical control through the use of linear profiles in obtaining the capacity indexes in order to know if a process is capable and complies with the requested technical specifications, taking into account the tolerances required by the company and customers, as well as the possibility of improving the manufacturing process of a specific item. In this work, it is also sought to see if with the use of these linear profiles a better efficacy in the fungicide process was obtained. On having realized this analysis one concluded that by means of the index of traditional capacity none of the variables was expiring with the specifications needed by the process whereas with the simple method of linear profiles it was more efficient giving satisfactory results, having a centered process.

Keywords: capacity indexes, control, linear profiles, quality, statistical.

1. Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad del Atlántico, Colombia. Correo electrónico: jatrillos@mail.uniatlantico.edu.co
2. Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad del Atlántico, Colombia. Correo electrónico: malejandraviloría@mail.uniatlantico.edu.co
3. Doctorando, Universidad Central de Venezuela, Venezuela. Correo electrónico: robertojoseherrera@gmail.com

INTRODUCCIÓN

En la actualidad se pueden observar diferentes factores que afectan el manejo en el control de la calidad, por tal motivo las empresas deben tener un sistema de mejoramiento continuo que satisfaga las necesidades del cliente, ayudándose del control estadístico del proceso (SPC, por sus siglas en inglés) para analizar las variables que puedan causar inconsistencias dentro del proceso; lo anterior tiene el fin de prevenir que existan factores dentro de la producción que impidan cumplir con los requerimientos mínimos de calidad propuestos por la compañía.

En el siguiente trabajo se aplicarán los índices de capacidad mediante los perfiles lineales para determinar si el proceso presenta variaciones, a partir de los gráficos de control se establecerá si el proceso cumple con las especificaciones requeridas por el cliente o la empresa, lo cual, a su vez, permite evaluar el rendimiento de la operación en cada uno de los procesos y saber los puntos críticos que hacen que el producto final no cumpla con los estándares de calidad; se busca realizar una aplicación de las fórmulas de índice de capacidad para perfiles lineales implementadas por Nemat Keshtelia, Baradaran Kazemzadeha, Amirib y Noorossan [1].

Los perfiles lineales se representan comúnmente como modelos paramétricos, regresión lineal simple, regresión lineal múltiple, regresión polinómica, no lineal regresión, regresión logística, modelos circulares y modelos cilíndricos; los índices de capacidad de proceso se utilizan para evaluar el rendimiento del proceso. Sin embargo, hay pocos documentos sobre el índice de capacidad del proceso en los perfiles, por eso es necesario investigar más sobre el tema, lo cual se procura en el siguiente trabajo de investigación [2].

MARCO TEÓRICO

Monitoreo de perfil

El uso de las cartas de control en situaciones donde la calidad de un proceso o producto está

caracterizada por la relación funcional entre una variable de respuesta y una o más variables independientes se denomina monitoreo de perfil, la mayoría de las investigaciones sobre el monitoreo de perfil hacen referencia al perfil lineal simple. Un perfil lineal simple es un perfil lineal con una sola variable independiente [3].

Se deben considerar dos fases en el monitoreo de perfil, en la primera fase el objetivo principal es estimar los parámetros del perfil y evaluar la estabilidad del proceso, dichas estimaciones se usan para diseñar gráficos de control; por otro lado, en la segunda fase se detectan de manera inmediata los cambios en los parámetros del proceso.

$$y_{ij} = A_0 + A_1 X_i + \varepsilon_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, k \quad (1)$$

Donde ε_{ij} son variables aleatorias independientes distribuidas normalmente con media cero y varianza σ^2 . La pendiente de intersección de la línea se llama coeficiente de regresión o perfil, se supone que los valores X son fijos y toman el mismo conjunto de valores para cada muestra [4].

Los índices de capacidad del proceso se utilizan para evaluar cuál es el rendimiento del proceso. Kane introdujo el primer índice de capacidad C_p , encargado de medir la capacidad potencial de un proceso sin tener la necesidad de involucrar la media del proceso. Su ecuación se presenta a continuación:

$$C_p = \frac{Les - Lei}{UNTL - LNLT} = \frac{Les - Lei}{(\mu + 3\sigma) - (\mu - 3\sigma)} \quad (2)$$

Donde σ es la desviación estándar del proceso; Les y Lei son los límites de especificación inferior y superior; $UNTL$ es el límite superior de tolerancia natural y $LNLT$ es el límite inferior de tolerancia natural; C_{PK} es el índice de capacidad del proceso, el cual se utiliza para comparar la dispersión del proceso y el rango de tolerancia, además que considera la posición de la media del proceso [5].

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{Les - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - Lei}{3\sigma} \right\} \quad (3)$$

Existen otros tipos de índices de capacidad de proceso, en [3] proponen un método para un índice de capacidad de proceso cuando se está monitoreando un perfil lineal simple; consideran la variable respuesta como una característica de desigualdad con distribución limitada y límites de especificación conocidos. El C_{pk} de la variable respuesta se calcula en cada nivel de la variable explicativa, luego, el C_{pk} se introduce como el índice de capacidad del proceso en un perfil lineal simple.

Ebadi y Shahriari [5] reemplazaron la variable de respuesta de Shahriari y Sarafian [3] por una variable de respuesta pronosticada en cada nivel de la variable explicativa, posterior a ello utilizaron un índice de capacidad de proceso múltiple para medir la capacidad del proceso. También mencionaron que el C_{pk} en los niveles de variable explicativa conduce a un índice de capacidad del proceso subestimado, motivo por el cual sugirieron un método basado en el método de Bothe que utiliza una proporción de elementos no conformes [6].

En [4] se centran en el índice de capacidad de proceso de un perfil lineal simple bajo el supuesto de no normalidad de la variable respuesta, introdujeron la distribución Burr XII en la variable de respuesta de cada nivel de la variable explicativa; posteriormente usaron el método Clements con el fin de calcular C_{pu} , C_{pl} , es decir, C_{pk} para la variable respuesta en cada nivel de la variable explicativa. En dicho método el C_{pk} de la variable respuesta se calcula en n niveles de la variable explicativa, mientras que el C_{pk} se introduce como el índice de capacidad del proceso en el perfil lineal simple; C_p y C_{pk} se calcula de la siguiente manera:

$$C_p = \frac{1}{6} [\phi^{-1}(1 - P_U) - \phi^{-1}(P_L)], \quad (4)$$

$$C_{pk} = \frac{1}{3} \min[\phi^{-1}(1 - P_U) - \phi^{-1}(P_L)], \quad (5)$$

Donde P_U se estima usando las ecuaciones (6) y (7).

$$P_U = 1 - \prod_{i=1}^n P_r(y_{ij} < les), \quad (6)$$

$$P_U = 1 - \prod_{i=1}^n \phi\left(\frac{Les_i - \mu_i}{\sigma}\right), \quad (7)$$

P_L se estima con las ecuaciones (8) y (9).

$$P_L = 1 - \prod_{i=1}^n P_r(y_{ij} > Lei), \quad (8)$$

$$P_L = 1 - \prod_{i=1}^n \left(1 - \phi\left(\frac{Lei_i - \mu}{\sigma}\right)\right), \quad (9)$$

En las ecuaciones (7) y (9) μ y σ son la media y la desviación estándar de la variable de respuesta en diferentes niveles de la variable explicativa; Les_i y Lei_i en las ecuaciones (6) y (9) son los límites de especificación superior e inferior para la variable de respuesta en el nivel i -ésimo de la variable explicativa, considerando n mezcla de puntos de diseño dentro de un perfil lineal simple.

El índice de capacidad del proceso C_p que se definió en la ecuación (2) es una comparación entre los límites de tolerancia natural y los límites de especificación de un proceso. En un perfil lineal simple $y = A_0 + A_1X$ es la línea de referencia del proceso, $a_0 + a_1x$ es la media condicional de Y y X , por lo que μ se calcula de la siguiente manera:

$$\mu = a_0 + a_1x \quad (10)$$

Es una variable aleatoria normal con media de $a_0 + a_1x$ y varianza de σ^2 , a_0 y a_1 son estimaciones de A_0 y A_1 y se calculan como $a_0 = (\sum_j^k a_{0j})/k$ y $a_1 = (\sum_j^k a_{1j})/k$, respectivamente. Son a_{0j} y a_{1j} los interceptos estimados en el j -ésimo perfil de muestra.

La varianza del proceso σ^2 se estima utilizando MSE y se calcula como $MSE = (\sum_j^k MSE_j)/k$, donde MSE_j es la varianza estimada en el j -ésimo perfil de muestra; por lo tanto, se puede definir el **UNTL** y **LNTL** de Y como la ecuación (11) y (12) [7].

$$UNTL_j = \mu + 3\sigma = a_0 + a_1x + 3\sigma \quad (11)$$

$$LNTL_j = \mu - 3\sigma = a_0 + a_1x - 3\sigma \quad (12)$$

UNTL y **LNTL** son dos líneas paralelas y la distancia entre ellos es igual a 6σ . Como se mencionó anteriormente, μ , **UNTL** y **LNTL** de Y son funciones de C como $\mu_y(x) = a_0 + a_1x$, $UNTL_y(x) = a_0 + a_1x + 3\sigma$ y $LNTL(x) = a_0 + a_1x - 3\sigma$. Se supone que los límites de especificación de Y son dos funciones de X , tal como las obtiene las ecuaciones (13) y (14).

$$Les_y(x) = a_{0u} + a_{1u}x \quad (13)$$

$$Lei_y(x) = a_{0l} + a_{1l}x \quad (14)$$

Actualmente C_p de un perfil lineal simple tiene una forma funcional, como se presenta en la ecuación (15).

$$C_p = \frac{Les_y(x) - Lei_y(x)}{UNTL_y(x) - LNTL(x)} \quad x \in [x_1, x_2] \quad (15)$$

Al usar $C_p(x)$ como el índice de capacidad del proceso del perfil lineal simple, es posible evaluar la capacidad en cada nivel de X . La capacidad del proceso en cada nivel de la variable explicativa propone información detallada del proceso, sin embargo, es necesario tener un valor único del índice de capacidad del proceso para un perfil lineal simple en todos los rangos de la variable explicativa, lo anterior con el fin de dar un juicio general sobre la capacidad del proceso. Se recomienda utilizar el área limitada entre Les_y y Lei_y para calcular $Les_y(x)$ y $Lei_y(x)$, también el área limitada entre $UNTL_y$ y $LNTL_y$ para calcular $UNTL_y(x)$ y $LNTL(x)$, lo propuesto por los

autores al determinar un valor único para el C_p de un perfil lineal simple es:

$$C_{p(\text{profile})} = \frac{\int_{x_1}^{x_u} [Les_y(x) - Lei_y(x)] dx}{\int_{x_1}^{x_u} [UNTL_y(x) - LNTL(x)] dx} \quad x \in [x_1, x_u] \quad (16)$$

$UNTL_y(x)$ y $LNTL(x)$ son dos líneas paralelas. $Les_y(x)$ y $Lei_y(x)$ son dos líneas paralelas como $Les_y(x) = a_{0u} + a'_{1u}x$, y $Lei_y(x) = a_{0l} + a'_{1l}x$, donde a_{0u} , a_{0l} , a'_{1u} son la intercepción de $Les_y(x)$, la intercepción de $Lei_y(x)$ y la pendiente de $Les_y(x)$ y $Lei_y(x)$. La distancia de estas líneas paralelas se puede considerar como su diferencia, por lo que $C_{p(\text{profile})}$ se calcula de la siguiente manera:

$$C_{p(\text{profile})} = \frac{a_{0u} - a_{0l}}{6\sigma} \quad (17)$$

$C_{pk}(x)$ se calcula así:

$$C_{pk}(x) = \min \left\{ \frac{Les_y(x) - \mu_y(x)}{UNTL_y(x) - \mu_y(x)}, \frac{\mu_y(x) - Lei_y(x)}{\mu_y(x) - LNTL(x)} \right\} \quad x \in [x_1, x_u] \quad (18)$$

Donde $\mu_y(x)$ es la función de la línea de referencia, $C_{pk}(x)$ da el valor de C_{pk} de un proceso simple en cada nivel de x , el C_{pk} de un perfil lineal simple se calcula:

$$C_{pk(\text{profile})} = \min \left\{ \frac{\int_{x_1}^{x_u} [Les_y(x) - \mu_y(x)] dx}{\int_{x_1}^{x_u} [UNTL_y(x) - \mu_y(x)] dx}, \frac{\int_{x_1}^{x_u} [\mu_y(x) - Lei_y(x)] dx}{\int_{x_1}^{x_u} [\mu_y(x) - LNTL(x)] dx} \right\} \quad (19)$$

El índice de capacidad del proceso C_{pk} , cuando solo se encuentra disponibles los límites de especificación funcional superior o inferior, se puede calcular mediante las siguientes ecuaciones:

$$C_{pk(\text{profile})} = \frac{\int_{x_1}^{x_u} [Les_y(x) - \mu_y(x)] dx}{\int_{x_1}^{x_u} [UNTL_y(x) - \mu_y(x)] dx} \quad (20)$$

$$C_{pk(\text{profile})} = \frac{\int_{x_1}^{x_u} [\mu_y(x) - Lei_y(x)] dx}{\int_{x_1}^{x_u} [\mu_y(x) - LNTL(x)] dx} \quad (21)$$

Si $Les_y(x)$ es más grande que $\mu_y(x)$ en $[x_l, x_m]$ y menor que $\mu_y(x)$ en $[x_m, x_u]$, entonces el índice de capacidad mínimo se calcula de la siguiente manera:

$$C_{pk(profile)} = \min \left\{ \frac{\int_{x_l}^{x_m} [Les_y(x) - \mu_y(x)] dx - \int_{x_m}^{x_u} [\mu_y(x) - Les_y(x)] dx}{\int_{x_l}^{x_u} [UNTL_y(x) - \mu_y(x)] dx}, \frac{\int_{x_l}^{x_u} [\mu_y(x) - Lei_y(x)] dx}{\int_{x_l}^{x_u} [\mu_y(x) - LNTL(x)] dx} \right\} \quad (22)$$

MÉTODOS

Para demostrar la aplicación del control estadístico en el proceso de fabricación de los fungicidas se tomaron los datos históricos de dos variables, concentración y potencial de hidrógeno (pH). Para hallar el índice de capacidad con perfiles lineales se procede a:

- Tabular los datos tomados en el proceso de fabricación de fungicida.
- Calcular el índice de capacidad univariado tradicional para ambas variables.
- Los datos tabulados se utilizan para realizar diversos análisis estadísticos a través de un *software*.
- Luego se hallan los índices de capacidad para perfiles lineales.

RESULTADOS

En este artículo se busca conocer el índice de capacidad del proceso de la concentración y el *pH* de un proceso de fungicidas, se realizará una regresión lineal para hallar el índice de capacidad para perfiles, aplicando la propuesta de aplicación de una regresión simple y realizando una modificación a la propuesta por [8].

Los datos tomados sobre la concentración y el *pH* se mostrarán en la Tabla 1.

Inicialmente se determinaron los índices de capacidad univariados tradicionales implementando la ecuación (2) para cada una de las variables. Para la concentración el C_p es de 0,5932 y el C_{pk} de la variable *pH* es de 0,6626 (Figura 1 y Figura 2).

Tabla 1. Datos históricos.

Nº	Concentración (Y)	pH(X)
1	59,51	14,790
2	58,01	14,640
3	59,00	14,730
4	60,17	14,160
5	61,50	14,970
6	61,02	14,625
7	59,63	15,660
8	60,24	14,025
9	58,95	15,030
10	57,98	14,340
11	60,44	14,700
12	58,91	14,190
13	59,18	15,030
14	59,46	14,640
15	59,42	14,640

Fuente: Elaboración propia.

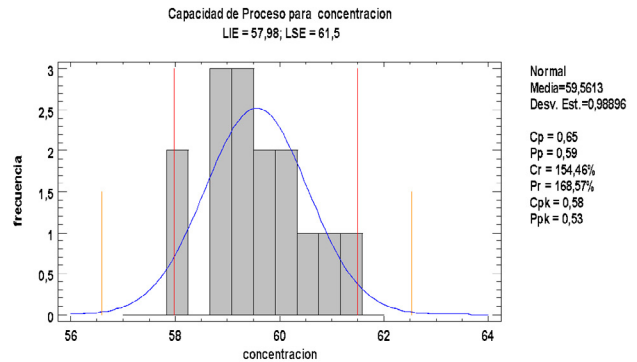


Figura 1. Índice de capacidad para la variable concentración
 $C_p = 0,5932$

Fuente: elaboración propia.

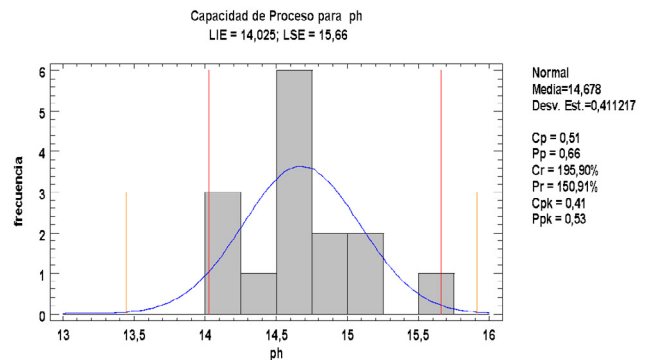


Figura 2. Índice de capacidad para la variable pH
 $C_p = 0,6626$.

Fuente: elaboración propia.

Los índices de capacidad que arrojaron las variables son menores a la unidad, por lo que el proceso no cumple con las especificaciones de diseño. El factor de correlación dio un valor muy bajo (0,0038), lo que indica que la relación entre las variables es débil; en este sentido, la ecuación de regresión línea de $Y = 57,37 + 0,14X$ o **Concentración** = $57,37 + 0,14 \times pH$, no brindará un modelo eficiente para predecir la correspondencia entre el **pH** y la concentración del proceso de fungicidas.

Se calcula el índice de capacidad lineal, por lo que se determinan los límites de especificación superior e inferior (**Les** y **Leis**) y los límites de proceso superior e inferior (**UNTL** y **LNTL**). Los límites de especificación se obtienen con los intervalos de confianza del proceso los cuales se mostrarán en la Tabla 2.

Tabla 2. Intervalos de confianza.

Parámetro	Estimación	Error estándar	Límite inferior	Límite superior
Constante	57,3712	9,77517	36,2532	78,4892
pH	0,149211	0,665731	-1,28902	1,58744

Fuente: elaboración propia.

Obteniendo las ecuaciones $les = 78,4892 + 1,58744x$ y $lei = 36,2532 - 1,28902x$, donde μ es la ecuación de la variable Y y σ es la raíz del cuadrado medio del error, la cual es 0,87171211. Los límites del proceso están determinados por las siguientes ecuaciones, para el límite superior **UNTL** = $78,4892 + 0,149211x$ y para el límite inferior **LNTL** = $36,2532 + 0,149211x$.

Se calcula el índice de capacidad del proceso teniendo en cuenta las especificaciones de la variable de **pH** (2,4-3), el índice de capacidad del proceso es:

$$C_{p(\text{profile})} = \frac{\int_{2,4}^3 [78,4892 + 1,58744x - 36,2532 + 1,28902x] dx}{\int_{2,4}^3 [78,4892 + 0,149211x - 36,2532 - 0,149211x] dx}$$

$$C_{p(\text{profile})} = 1,1838$$

El resultado indica un proceso capaz de cumplir en forma satisfactoria las especificaciones establecidas. Posteriormente se determina el C_{pk} (**profile**) con el fin de identificar hacia dónde se encuentra desplazado el proceso.

$$C_{pk(\text{profile})} = \min \left\{ \frac{\int_{2,4}^3 [78,4892 + 1,58744x - 57,3712 - 0,14211x] dx}{\int_{2,4}^3 [78,4892 + 0,149211x - 57,3712 - 0,14211x] dx}, \frac{\int_{2,4}^3 [57,3712 - 0,14211x - 36,2532 + 1,28902x] dx}{\int_{2,4}^3 [57,3712 - 0,14211x - 36,2532 - 0,149211x] dx} \right\}$$

$$C_{pk(\text{profile})} = \min\{1,1; 1,1\}$$

El C_{pk} indica que el proceso de fabricación de fungicidas se encuentra centrado.

CONCLUSIONES

Cuando se realizó el cálculo de los índices de capacidad univariado tradicionales dio como resultado que ninguna de las variables cumplía con las especificaciones requeridas por el proceso, la regresión lineal arrojó que las variables, a pesar de que su correlación no es fuerte, en el índice de capacidad con un perfil lineal simple son satisfactorias, lo que demuestra que existe una diferencia entre el método clásico que omite la asociación de las variables, así sea de un grado menor, con respecto al método de perfiles lineales; esta diferencia implica en el control estadístico de calidad una discusión acerca de cuál de las metodologías es la adecuada para representar las condiciones reales de un proceso.

REFERENCIAS

- [1] P. D. Paula, *Control estadístico de calidad multivariado, para el monitoreo e identificación de causas de variabilidad en procesos*, Tesis de grado, Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad Nacional de Colombia, Manizales, 2012.
- [2] R. Noorossana, A. Saghaie and A. Amiri, *Statistical Analysis of Prole Monitoring*. New Jersey: John Wiley and Sons, 2011. <https://doi.org/10.1002/9781118071984>

- [3] H. Shahriari y M. Sarafian, "Evaluación del proceso – Evaluación de la capacidad en perfiles lineales", en *Conferencia Internacional de Ingeniería Industrial*, Teherán, 2009.
- [4] Hosseinifard, SZ y Abbasi, B. Evaluación de pro índices de capacidad de Cess lineal per les", *Revista Internacional de Gestión de Calidad y Confiabilidad*, 29 (2), pp. 162-176 (2012).
- [5] M. Ebadi and H. Shahriari, "A process capability index for simple linear profile, International", *Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 64, pp. 857-865 (2013). <https://doi.org/10.1007/s00170-012-4066-7>
- [6] J. D. Mosquera, J. C. Mosquera y I. Artamónova, "Indicadores de capacidad aplicados a la deserción en las universidades colombianas", *Ciencia e Ingeniería Neogranadina*, vol. 21, no. 2, pp. 183-203, 2011. <https://doi.org/10.18359/rcin.266>
- [7] O. Mestek, J. Pavlik and M. Suchanek, "Multivariate control charts: control charts for calibration curves", *Journal of Analytical Chemistry*, vol. 350, no. 6, pp. 344-351, 1994.
- [8] R. Nemati, R. B. Kazemzadeha, A. Amiri and R. Noorossana, "Developing functional process capability índices for simple linear profile" *Scientia Iranica*, vol. 21, no. 3, 2014.

