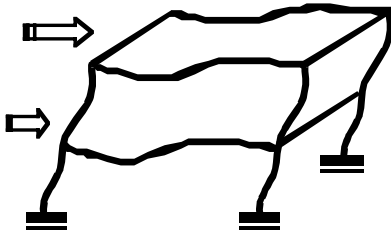


DOS MÉTODOS PARA DISTRIBUIR LAS FUERZAS HORIZONTALES A LOS PÓRTICOS

RAÚL CARO OLARTE*
raulcaroo@hotmail.com



La Norma Sismo Resistente Colombiana, NSR-98, exige que la fuerza sísmica horizontal en estructuras con diafragma rígido sea asumida por los elementos resistentes de manera proporcional a sus rigideces. Aunque los análisis tridimensionales de estructuras realizan directamente estos cálculos y existe disponibilidad de programas de soporte de este proceso, es de práctica común la modelación y análisis bidimensional,

por las desventajas que el primer método representa¹.

Hay dos métodos poco difundidos por los autores que abordan el tema del cálculo bidimensional, que presentan ciertas ventajas sobre los tradicionales: una mayor exactitud en los resultados y la posibilidad de que los miembros se rigidicen iterativamente, de manera simple, hasta obtener una deriva de piso razonable.



PALABRAS CLAVES

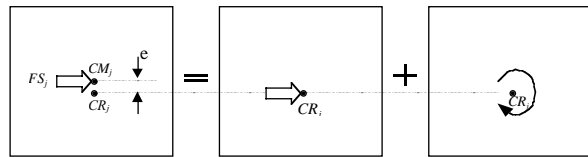
SISMO RESISTENTE
CALCULO ESTRUCTURAL,
PORTICO, NSR-98,
CENTRO DE RIGIDEZ
CENTRO DE CORTANTE
DIAFRAGMA RIGIDO

* Ingeniero Civi, Universidad La Gran Colombia. Magíster en Estructuras Universidad Nacional. Catedrático en la Universidad Distrital F.J.C. y en la Universidad Católica de Colombia

¹ Sobre el análisis tridimensional, Meli & Bazán comentan: " a) es muy grande el número de grados de libertad para representar un edificio completo (...); b) la cantidad de datos que hay que proporcionar y su laboriosa organización aumentan la posibilidad de cometer errores, a veces difíciles de localizar; c) aún con las modernas ayudas visuales, es difícil interpretar los resultados (...) Por lo tanto, un análisis tridimensional de tal naturaleza está reservado para estructuras muy importantes (y aun en estos casos con simplificaciones) o a partes limitadas de un edificio de características inusuales". A estas apreciaciones se agrega: d) la dificultad para introducir muros, en cuyo caso la rigidez por cortante es muy importante y, e) los algoritmos para el análisis bidimensional no presentan dificultad en su programación o disponibilidad en la bibliografía.

En los numerales 1 y 2 se desarrolla un ejemplo sencillo por cada uno de los métodos. Complementariamente, con el propósito de comparar los resultados así obtenidos, en el numeral 3 se desarrolla el ejercicio tridimensionalmente a partir de la utilización de un programa computacional, usando diafragma rígido y aplicando las fuerzas de piso en el centro de rigidez calculado con cada método.

Sabiendo que la fuerza sísmica de cada piso actúa en su el *centro de masas* (CM_j) y si no coincide con el *centro de rigidez* (CR_j) provoca torsión, por facilidad en el análisis, se hace la siguiente superposición equivalente:



(a) Sistema original (b) Traslación pura (c) Giro

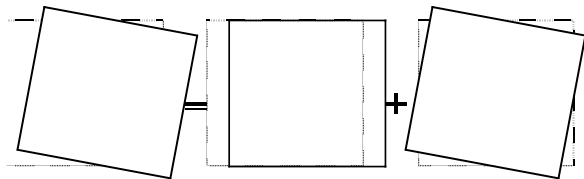


FIGURA 1. Sistema original de fuerzas, equivalente a la superposición de dos sistemas más simples.

Así pues, aquí se ilustrarán dos maneras de distribuir las fuerzas sísmicas de piso FS_j a cada pórtico de una edificación, de forma que sólo se produzca traslación sin giro (figura 1b); también

.....

2 Según se señala en la norma NSR-98 SECCI" N A.3.6.7

3 De manera similar debe procederse en el sentido ortogonal Z. En este caso, por simetría corresponde la mitad al pórtico 1 y la mitad al pórtico 2. Así mismo, por simetría, la abscisa del centro de rigidez es $X_{CR} = 2,00m$.

4 El centro de rigidez es necesario para el análisis por Torsión Global, y aquí para comprobar los resultados con un programa tridimensional por computador.

se realizará el cálculo de los centros de rigidez correspondiente a cada método, requeridos posteriormente para llevar a cabo el análisis por torsión global².

Planteamiento del Problema Modelo

Distribuir a cada pórtico las fuerzas horizontales de piso indicadas en la Figura 2 en sentido³ X, proporcionalmente a sus rigideces (la planta se muestra en la figura 3), y hallar la coordenada Z del centro de rigidez en cada piso⁴.

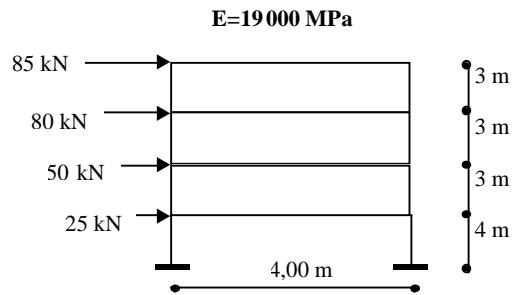


FIGURA 2. Alturas entre ejes y Fuerzas horizontales de piso FS_j

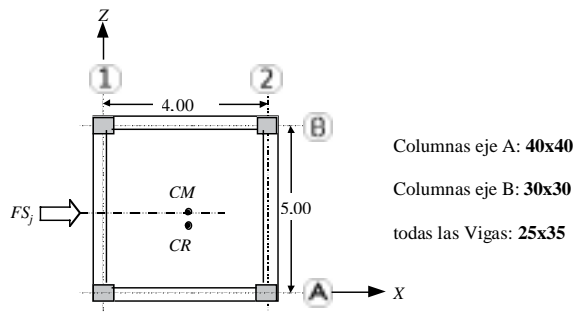


FIGURA 3. Geometría del Edificio en Planta

1. Solución Mediante el Método de Pórticos Unidos con Elementos Axiales Articulados

Todos los pórticos ubicados en una misma dirección se colocan uno tras otro, sin importar el orden, unidos mediante miembros infinitamente flexibles e indeformables a fuerza axial; luego se analizan por un método de distribución de momentos (por ejemplo Cross, o un análisis matricial que omita los términos que incluyen deformación axial).

Si se utiliza análisis matricial convencional debe emplearse una combinación adecuada de área

transversal e inercia del miembro, de tal forma que se simulen la flexibilidad y rigidez axial suficientes para los elementos de interconexión que transmiten las fuerzas axiales de piso entre pórticos, y áreas ficticias lo suficientemente grandes para anular la influencia de las deformaciones axiales en los demás miembros (en la *Tabla 2* pueden apreciarse los valores utilizados en el ejemplo).

El modelo y los resultados obtenidos para la solución del problema ilustrativo por el Método de Cross se aprecian en la *Figura 4* y en la *Tabla 1*, respectivamente.

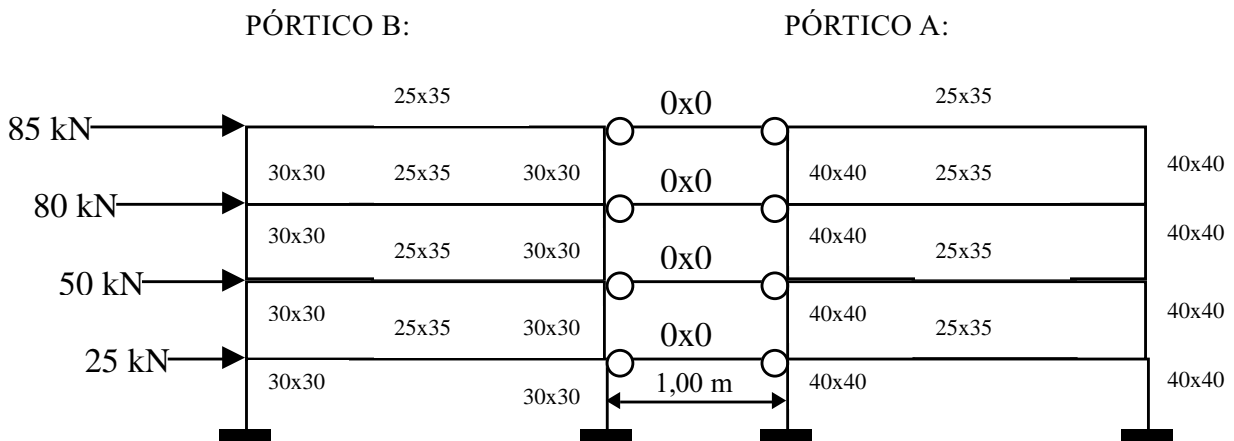


FIGURA 4. Modelo para el Análisis Estructural por el Método de Cross

NIVEL	δ (m)	Δ (m)	Δ_{MAX} (m)
4	0,07592	0,01074	0,03
3	0,06518		0,03
2	0,04744	0,02260	0,03
1	0,02484	0,02484	0,04
0	0,00000		

Tabla 1. Resultados del Análisis Estructural por el Método de Cross

El modelo para el análisis matricial convencional se aprecia en la *Figura 5* y la *Tabla 2*, obteniéndose resultados similares a los de la *Tabla 1*.

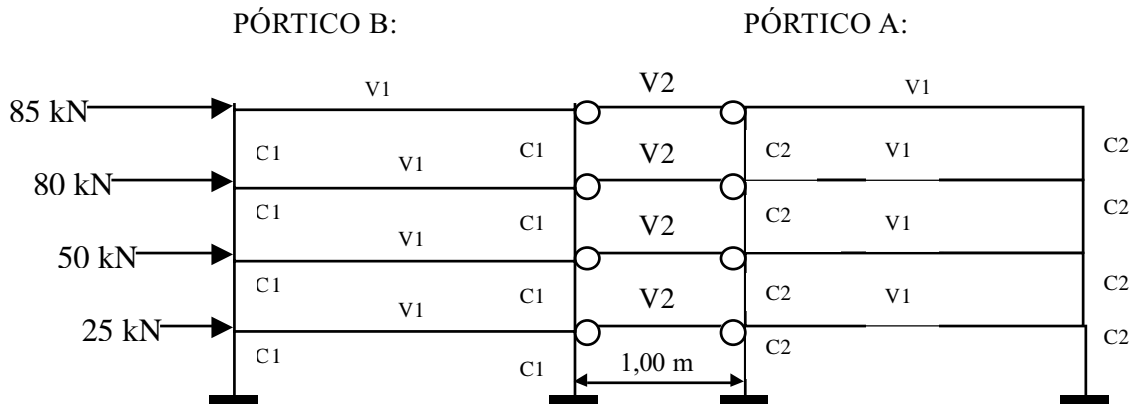


FIGURA 5. Modelo estructural para el Análisis Matricial Convencional (el cual tiene en cuenta deformaciones axiales cuya influencia es contrarrestada con los valores ficticios de la tabla 2)

DATOS DE LOS MIEMBROS		
MIEMBRO	A(m ²)	I(m ⁴)
C1	10 000	0,000675
C2	10 000	0,002133
V1	10 000	0,000893
V2	10 000	1E-10

previando un margen para el incremento causado por el efecto de torsión. Para el ejemplo, en la Tabla 1 se observa que en todos los casos se cumple con no sobrepasar el $\Delta_{MAX}=1\%$ de la altura del piso correspondiente⁵.

Tabla 2. Datos de Areas e Energias para el Análisis Matricial Convencional. Los datos en negrilla son ficticios

Enseguida se calculan las fuerzas cortantes por piso que asume cada pórtico. Para el problema ilustrativo se realiza la muestra de cálculo del piso 4 (Figura 6) y se presentan los resultados completos en la Figura 7.

Sobre los resultados de las derivas de piso así obtenidos debe realizarse un control preliminar,

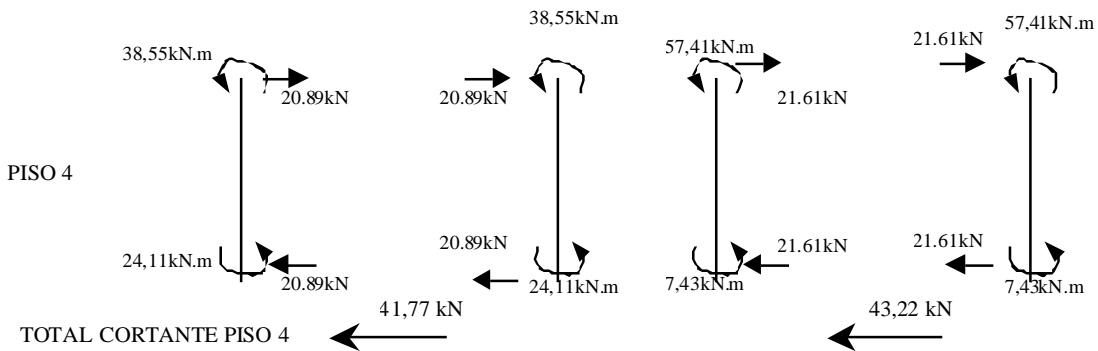


FIGURA 6. Muestra de cálculo de los Cortantes del Piso 4

.....
 5 Según se señala en la Norma NSR-98 SECCI" N A.6.4 para este tipo de estructuras

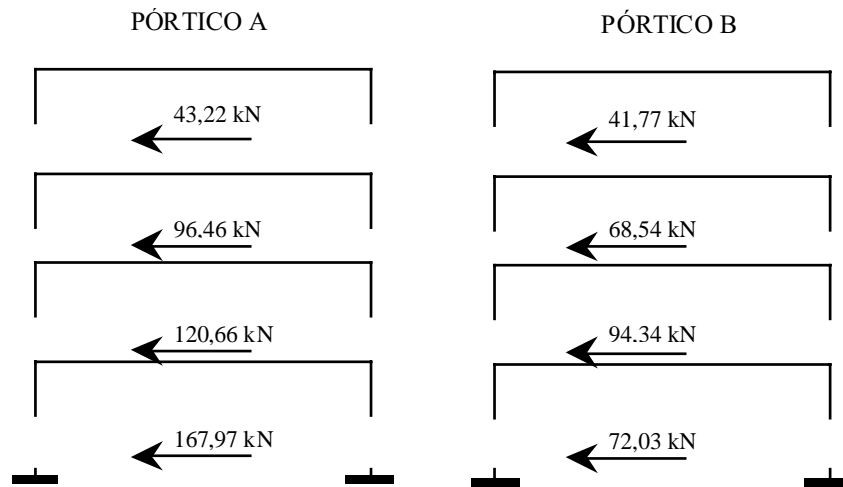


FIGURA 7. Cortantes de Piso en Cada Pórtico en el Sentido de Estudio X

Finalmente se calculan las fuerzas horizontales por nivel para cada pórtico, como la diferencia entre cortantes de pisos consecutivos (Tablas 3,4 y Figura 8).

PÓRTICO A		
PISO	V (kN)	F_x (kN)
4	43,22	43,22
3	96,46	53,24
2	120,66	24,20
1	167,97	47,31
		0

Tabla 3. Cálculo de las Fuerzas Horizontales que Asume el Pórtico A.

PÓRTICO B		
PISO	V (kN)	F_x (kN)
4	41,77	41,77
3	68,54	26,77
2	94,34	25,8
1	72,03	-22,31
		0

Tabla 4. Cálculo de las Fuerzas Horizontales que Asume el Pórtico B

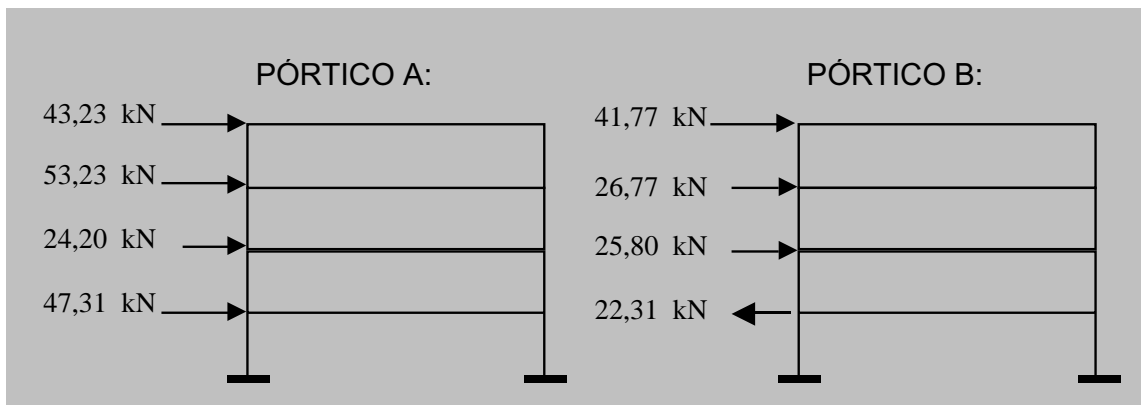


FIGURA 8. Resumen de Fuerzas Horizontales que Asume cada Pórtico para que haya Traslación Pura, evaluadas mediante Pórticos Unidos con Elementos Axiales Articulados

Los centros de rigidez en cada piso j pueden hallarse con la expresión⁶:

$$Z_{CR_j} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i Z_i}{\sum_{i=1}^n R_i} \quad (1)$$

Donde:

R_i = rigidez al desplazamiento lateral del pórtico o elemento resistente i en la dirección de estudio X

Z_i = distancia en dirección Z desde el eje de referencia X hasta el eje del pórtico o elemento resistente i en cada piso j .

Lo propio en la dirección ortogonal para hallar en cada piso X_{CRj}

La rigidez del piso j se calcula como el cortante de piso dividido entre su desplazamiento relativo o deriva (Δ):

PÓRTICO A			
PISO	V (kN)	Δ (m)	$R_{i,x}$ (kN/m)
4	43,23	0,01074	4025
3	96,46	0,01774	5437
2	120,66	0,02260	5339
1	167,97	0,02484	6762

Tabla 5. Rigideces de Piso del Pórtico A

PÓRTICO B			
PISO	V (kN)	Δ (m)	$R_{i,x}$ (kN/m)
4	41,77	0,01074	3889
3	68,54	0,01774	3864
2	94,34	0,02260	4174
1	72,03	0,02484	2900

Tabla 6. Rigideces de Piso del pórtico B

.....

6 Adaptado de CÁLCULO DE FUERZAS SÍSMICAS. Vallecilla, Carlos Ramiro. Edit. Kimpres, Bogotá. 2001. p. 21

$$Z_{CR_4} = \frac{0 \times 4025 + 5 \times 3889}{4025 + 3889} = 2,457m$$

$$Z_{CR_3} = \frac{0 \times 5437 + 5 \times 3864}{5437 + 3864} = 2,077m$$

$$Z_{CR_2} = \frac{0 \times 5339 + 5 \times 4174}{5339 + 4174} = 2,194m$$

$$Z_{CR_1} = \frac{0 \times 6762 + 5 \times 2900}{6762 + 2900} = 1,501m$$

(2)

La evaluación de las rigideces de piso se puede omitir si se tiene presente que las fuerzas laterales son proporcionales a los desplazamientos. Así pues, se deduce que los centros de rigidez se pueden también hallar en función del cortante de piso j de cada pórtico i ($V_{i,j}$) y del cortante total del edificio en cada piso (V_j):

$$Z_{CR_j} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i \cdot V_{i,j}}{\sum_{i=1}^n V_{i,j}} = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i \cdot V_{i,j}}{V_j} \quad (3)$$

$$Z_{CR_4} = \frac{0 \times 43,23 + 5 \times 41,77}{85} = 2,457m$$

$$Z_{CR_3} = \frac{0 \times 96,46 + 5 \times 68,54}{85 + 80} = 2,077m$$

$$Z_{CR_2} = \frac{0 \times 120,66 + 5 \times 94,34}{85 + 80 + 50} = 2,194m$$

$$Z_{CR_1} = \frac{0 \times 167,97 + 5 \times 72,03}{85 + 80 + 50 + 25} = 1,501m \quad (4)$$

Es este el otro resultado requerido.

La ecuación (3) se expresa matricialmente como:

$$\{ Z_{CR_j} \} = \left[\frac{V_{ij}}{\sum V_j} \right] \{ Z_i \} \quad (5)$$

donde la matriz que relaciona los cortantes se denomina Matriz de Proporcionalidad.

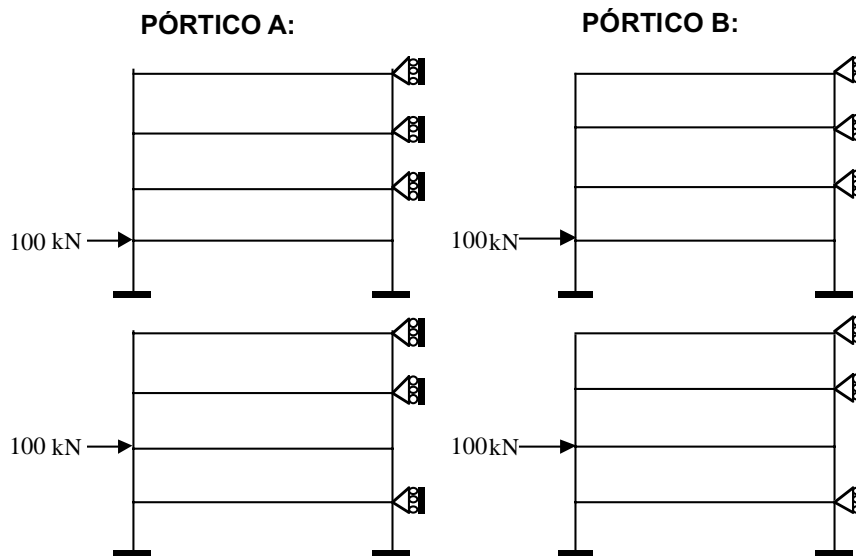
Usando la expresión (5) para hallar los *centros de rigidez* del ejemplo:

$$\begin{Bmatrix} Z_{CR_4} \\ Z_{CR_3} \\ Z_{CR_2} \\ Z_{CR_1} \end{Bmatrix} = \begin{matrix} \text{A} & \text{B} \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{43,23}{85} & \frac{41,77}{85} \\ \frac{96,46}{165} & \frac{68,54}{165} \\ \frac{120,66}{215} & \frac{94,34}{215} \\ \frac{167,97}{240} & \frac{72,03}{240} \end{array} \right] & \frac{kN}{kN} \end{matrix} \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 5,00 \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 2,457 \\ 2,077 \\ 2,194 \\ 1,501 \end{Bmatrix} m \quad (6)$$

2. Solución Mediante el Método Matricial Aproximado

Para cada pórtico se conforma la *matriz de rigidez*, analizando la rigidez que induce cada grado de libertad por separado. Para ello, se aplica una fuerza lateral de cualquier magnitud

en el nivel no restringido; de su análisis se obtiene el desplazamiento de este nivel y las reacciones en los demás. De este modo, para el ejemplo:



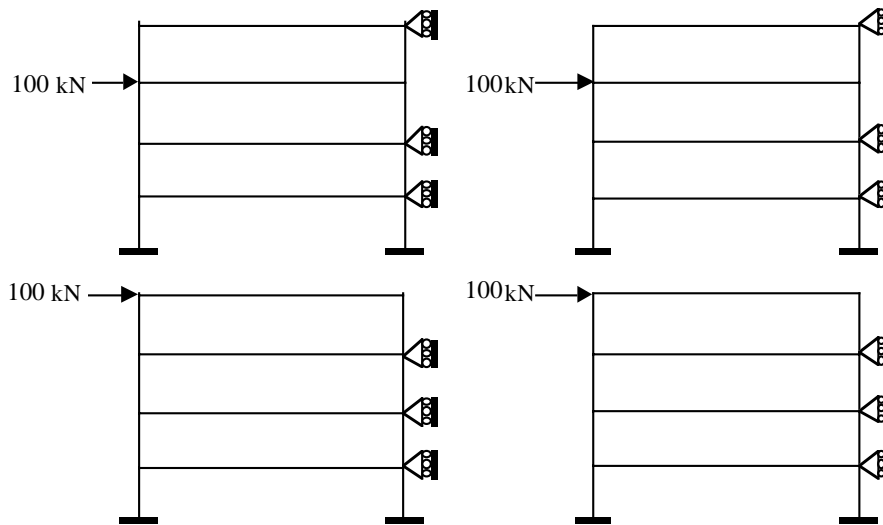


FIGURA 9. Modelos para Obtener la Rigidez Lateral de los Pórticos

Los resultados del análisis estructural para el modelo del ejemplo se presentan en las Tablas 7 y 8.

PÓRTICO A						
Nivel no restringido	P aplicada (kN)	δ nivel no restringido (m)	Reacciones (kN)*			
			Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
4	100	8,4305E-3	/	-151,79	60,747	-10,487
3	100	2,4320E-3	-44,52	/	-75,028	22,471
2	100	2,1285E-3	15,627	-65,865	/	-63,681
1	100	2,596E-3	-3,269	23,953	-77,320	/

Tabla 7. Resultados del Análisis Estructural del Modelo del Pórtico A.

PÓRTICO B						
Nivel no restringido	P aplicada (kN)	δ nivel no restringido (m)	Reacciones (kN)*			
			Nivel 4	Nivel 3	Nivel 2	Nivel 1
4	100	1,6360E-2	/	-129,4	32,198	-3,398
3	100	5,9915E-3	-47,70	/	-64,411	13,323
2	100	5,7195E-3	11,332	-61,51	/	-58,146
1	100	7,4725E-3	-1,558	16,585	-75,790	/

Tabla 8. Resultados del Análisis Estructural del Modelo del Pórtico B

.....

* En los cuadros con líneas diagonales no aplica el concepto de reacción ya que no hay apoyo en el nivel correspondiente

Para cada pórtico, la matriz de rigidez se ensambla dividiendo las reacciones tabuladas entre el desplazamiento del nivel; la diagonal se calcula como el cociente entre la carga aplicada y dicho desplazamiento (Ver matrices

7a y 7b). La matriz de rigidez del edificio (matriz 7c) se calcula como la suma de las matrices de rigidez de cada pórtico; también debe ensamblarse el vector de fuerzas de piso F_j (vector 7d).

$$|K_A| = \begin{vmatrix} 11862 & -18005 & 7206 & -1244 \\ -18305 & 41118 & -30850 & 9240 \\ 7342 & -30944 & 46981 & -29918 \\ -1259 & 9227 & -29784 & 38521 \end{vmatrix} \text{ kN/m (7a)}$$

$$|K_B| = \begin{vmatrix} 6112 & -7910 & 1968 & -208 \\ -7961 & 16690 & -10750 & 2224 \\ 1981 & -10755 & 17484 & -10166 \\ -209 & 2219 & -10143 & 13382 \end{vmatrix} \text{ kN/m (7b)}$$

$$|K_{EDIF}| = \begin{vmatrix} 17974 & -25914 & 9174 & -1452 \\ -26265 & 57809 & -41601 & 11463 \\ 9323 & -41699 & 64465 & -40085 \\ -1468 & 11446 & -39927 & 51903 \end{vmatrix} \text{ kN/m (7c)}$$

$$\{F_j\} = \begin{Bmatrix} 85 \\ 80 \\ 50 \\ 25 \end{Bmatrix} \text{ kN (7d)}$$

Aplicando la relación lineal entre fuerzas y desplazamientos $F=K d$, el vector de desplazamiento lateral para el edificio se despeja como:

$$\{\delta_j\} = |K_{EDIF}|^{-1} \{F_j\} \quad (8)$$

Por lo tanto, para cada pórtico se calculan las fuerzas que asume con:

$$\{F_i\} = |K_{ij}| \{\delta_j\} \quad (9)$$

Para el desarrollo del ejemplo ilustrativo, aplicando la expresión (8) se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} \delta_4 \\ \delta_3 \\ \delta_2 \\ \delta_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0,07770 \\ 0,06612 \\ 0,04775 \\ 0,02483 \end{Bmatrix}^m \quad (10)$$

y, aplicando la expresión (9) se obtienen las fuerzas horizontales que asume cada pórtico:

$$\begin{Bmatrix} F_4 \\ F_3 \\ F_2 \\ F_1 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 44,27 \\ 53,01 \\ 24,78 \\ 46,48 \end{Bmatrix} kN \quad (11a)$$

$$\begin{Bmatrix} F_4 \\ F_3 \\ F_2 \\ F_1 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 40,73 \\ 26,99 \\ 25,22 \\ -21,48 \end{Bmatrix} kN \quad (11b)$$

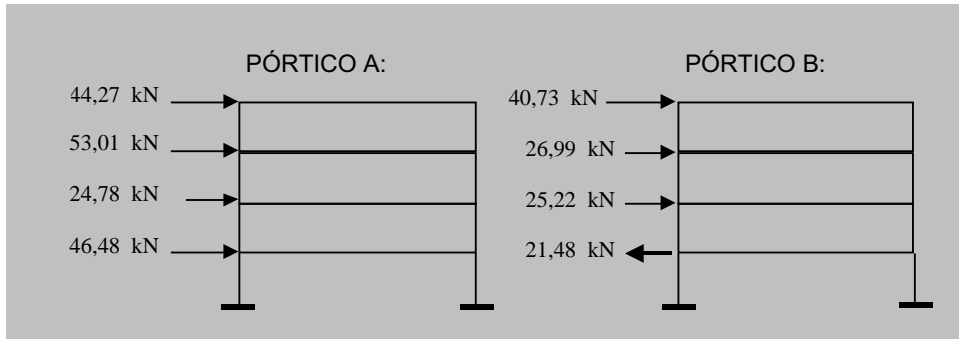


FIGURA 10. Resumen de las Fuerzas Horizontales que Asume cada Pórtico para que haya Traslación Pura, evaluadas por el Método Matricial Aproximado

Ensamblando el vector cortante de piso para el edificio y para cada pórtico así:

$$\begin{Bmatrix} V_4 \\ V_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{Bmatrix}_j = \begin{Bmatrix} F_4 \\ F_4 + F_3 \\ F_4 + F_3 + F_2 \\ F_4 + F_3 + F_2 + F_1 \end{Bmatrix}_j \quad (12a)$$

$$\begin{Bmatrix} V_4 \\ V_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{Bmatrix}_{EDIF} = \begin{Bmatrix} 85 \\ 80 \\ 215 \\ 240 \end{Bmatrix}_{EDIF} kN \quad (12b)$$

$$\begin{Bmatrix} V_4 \\ V_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} 44,27 \\ 97,28 \\ 122,06 \\ 168,54 \end{Bmatrix}_A kN \quad (12c)$$

$$\begin{Bmatrix} V_4 \\ V_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} 40,73 \\ 67,72 \\ 92,94 \\ 71,46 \end{Bmatrix}_B kN \quad (12d)$$

Los centros de rigidez se hallan con la ecuación (5); aquí, la matriz de 4x2 se define como la Matriz de Proporcionalidad.

$$\begin{Bmatrix} Z_{CR_4} \\ Z_{CR_3} \\ Z_{CR_2} \\ Z_{CR_1} \end{Bmatrix} = \begin{matrix} A & B \\ \frac{44,27}{85} & \frac{40,73}{85} \\ \frac{97,28}{165} & \frac{67,72}{165} \\ \frac{122,06}{215} & \frac{92,94}{215} \\ \frac{168,54}{240} & \frac{71,46}{240} \end{matrix} \frac{kN}{kN} \begin{Bmatrix} 0,00 \\ 5,00 \end{Bmatrix} m = \begin{Bmatrix} 2,514 \\ 2,052 \\ 2,166 \\ 1,499 \end{Bmatrix} m \quad (13)$$

Este era el resultado requerido.

3. Solución Tridimensional

Para que el lector examine la bondad de los resultados anteriormente obtenidos, el ejemplo también se desarrolla mediante un programa computacional de análisis tridimensional, aplicando las fuerzas de piso en el centro de rigidez obtenido por cada método tratado. Transcribiendo de (4) y (13):

PISO	Z_{CR} (m)	
	PÓRTICOS UNIDOS...	MATRICIAL APROX.
4	2,457	2,514
3	2,077	2,052
2	2,194	2,166
1	1,501	1,499

Tabla 9. Centros de Rigidez en Cada Piso Evaluados por los dos Métodos Ilustrados

Los desplazamientos obtenidos con la solución mediante *elementos axiales articulados* (tomados de la *Tabla 1*) y los desplazamientos evaluados tridimensionalmente colocando las fuerzas en el centro de rigidez correspondiente a dicha solución (*Tabla 9*) son:

PISO	δ_x (m)		DIFERENCIA (%)	δ_z (m) TRIDIMENSIONAL
	PÓRTICOS UNIDOS...	TRIDIMENSIONAL		
4	0,07592	0,07810	-2,8	0,00026
3	0,06518	0,06658	-2,1	0,00025
2	0,04744	0,04816	-1,5	0,00019
1	0,02484	0,02510	-1,0	0,00010

Tabla 10. Desplazamientos evaluados mediante *Elementos Axiales Articulados* frente al *Análisis Tridimensional*

Realizando lo propio con el *método matricial aproximado*, a partir de los desplazamientos obtenidos de (10):

PISO	δ_x (m)		DIFERENCIA (%)	δ_z (m) TRIDIMENSIONAL
	MATRICIAL APROX.	TRIDIMENSIONAL		
4	0,07770	0,07842	-0,9	0,00000
3	0,06612	0,06685	-1,1	0,00003
2	0,04775	0,04833	-1,2	0,00003
1	0,02483	0,02515	-1,3	0,00002

Tabla 11. Desplazamientos evaluados mediante el *Método Matricial Aproximado* frente al *Análisis Tridimensional*

Los desplazamientos del modelo tridimensional presentados en las *Tablas 10 y 11* corresponden al nudo de una de las esquinas en cada nivel. El signo negativo de la *diferencia* indica que ésta se ha calculado por defecto.

Conclusiones y Recomendaciones

A partir del ejemplo desarrollado se observa que los desplazamientos calculados con los dos primeros métodos descritos son bastante aproximados a los hallados tridimensionalmente, pese a la excesiva diferencia entre las rigideces del *pórtico A* y del *pórtico B*.

Al evaluar las rigideces del edificio con cargas laterales de igual magnitud y con cargas variando en altura se obtendrán resultados diferentes. Los métodos desarrollados permiten considerar la influencia de tal variabilidad, con lo que se obtienen resultados más precisos. Así pues, inicialmente las fuerzas horizontales deben estimarse con el período aproximado de vibración del edificio (sección A.4.2.2 de la NSR-98); y posteriormente con el período de vibración, aplicando la sección A.4.2.1 de la NSR-98.

Se advierte mas agilidad en la solución mediante *pórticos unidos con elementos axiales articulados* que con el *método matricial aproximado*. Por esto se puede afirmar que es conveniente trabajar con el primero cuando las fuerzas sísmicas son evaluadas mediante el *método de la fuerza horizontal equivalente (estipulado en la NSR-98)*. Con el segundo método es apropiado trabajar cuando se realiza *análisis modal*, pues

en este caso se tiene ensamblada la matriz de rigidez del edificio; también cuando los pórticos no son ortogonales, empleando una matriz de transformación de ejes.

Cuando se analizan las estructuras en el plano es conveniente realizar una revisión previa de la deriva teniendo en cuenta únicamente los efectos traslacionales y previendo un margen para el incremento por torsión. Para esto se observa que en los dos métodos tratados, en especial el primero, pueden ajustarse (a conveniencia) iterativamente las secciones de vigas y columnas obteniendo rápidamente la deriva de piso.

Una estructura con bajas excentricidades (distancias entre centros de rigidez y de masas en cada nivel) no presentará problemas de cortante en las columnas por torsión global excesiva. Teniendo en cuenta la poca cantidad de resultados que arrojan los métodos ilustrados, es sencillo realizar un ajuste en la ubicación de los pórticos o en sus rigideces para reducir tales excentricidades.

En el caso en que se evalúen los cortantes de piso *mediante elementos axiales articulados*, realizando el análisis con un programa matricial y usando áreas ficticias para contrarrestar las deformaciones axiales, el análisis posterior de pórticos independientes se puede agilizar eliminando los elementos axiales que los interconectan, remplazando las áreas ficticias por las reales y aplicando las fuerzas laterales correspondientes a cada pórtico, incluyendo en ellas el incremento por torsión global que deberá ser evaluado previamente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- NSR-98. Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente. Decreto 33 de 1998.
- MELI, Roberto & BAZÁN, Enrique. Diseño Sísmico de Edificios. Ed. Limusa
- VALLECILLA, Carlos Ramiro. Cálculo de Fuerza Sísmicas. Ed. Kimpres, Bogotá, 2001
- ASOCIACIÓN DE INGENIERÍA SÍSMICA. Manuales de Ejemplos y Ayudas de Diseño del Código de Construcciones Sismo Resistentes CCCSR-84. Bogotá, 1988