

# LA CONQUISTA DE LO REAL POR LA MATEMÁTICA

Por Harold Vacca González\*

*Las transformaciones del conocimiento matemático a través de la historia de la humanidad, reflejan, no sólo el fortalecimiento de tal conocimiento impulsados por las relaciones sociales, sino además, el impacto mediato de sus realizaciones en los descubrimientos y adelantos científico- tecnológicos del siglo XX y con seguridad del XXI. Las consideraciones entonces de su conquista de la realidad, pasan por el cierre de ciclos en tres vertientes: cotidianidad, enseñanza e investigación. Urge entonces, abordar un juicioso análisis multidisciplinario para que a la instrumentalización creciente del hombre se le integre la valoración estética y la comunicación adecuada entre hombre y máquina cuando los medios técnicos son dotados de inteligencia, como ocurre en las técnicas de nuevo estilo. Sin duda la Matemática depura la forma de razonar y hace más expedito el camino.*

En la actualidad ( Castaño, 1996, UNINCCA ), la problemática del hombre y su posición, genera una confrontación de ideas y filosofías que reflexionan en general sobre:

- a) El destino del individuo y de la humanidad, bajo un nuevo estatuto existencial.
- b) La legitimación de los valores aptos para orientar la acción humana en el contexto socio-cultural de la época actual.
- c) La posibilidad de edificar un nuevo humanismo, dentro de una sociedad

en profunda crisis; que asumió en el último siglo un progreso creciente de la Ciencia, la Técnica y la Tecnología y se comprometió con sus posibilidades en el próximo.

Tales reflexiones, parecen caracterizar la *esencia humana* como un conjunto de relaciones sociales, que no se reducen a la simple pretensión de manejar ó transferir Tecnología ó Ciencia para la producción. Se integra además, al cultivo de la interioridad con opciones que impidan instrumentalizarla.

---

\* Lic. En Matemáticas, Especializado en Ing. del Software. Profesor U.Districtal "Francisco José de Caldas", adscrito a la Facultad Tecnológica con sede en Ciudad Bolívar

¿ Existieron, existen ó existirán tales opciones ? ¿Es parte de la misión de las ciencias, como la Matemática ?.

En la segunda pregunta, se truncan dos posiciones. Una del lector, que se deriva de la afortunada ó desafortunada experiencia con las Matemáticas, haya sido esta solitaria, colectiva, independiente ó mediada. Y la otra donde conviene precisar además, procesos de interacción social. Estas interacciones se enmarcan en visiones del mundo propias de tiempos y espacios disímiles, en donde correspondientemente las Matemáticas se estratificaron en: aquellas que existen en la vida cotidiana, las que se transfieren desde el discurso pedagógico y las que surgen de las investigaciones especializadas<sup>1</sup>

Las virtuales diferencias, se pierden al transformarse la realidad; acorde con la racionalidad humana. Es nadie más que el hombre quien cierra éste ciclo permanente en la naturaleza del conocimiento matemático. Somos los que a la vez de medir ángulos, erramos en direccionar un balón jugando balompié, sumamos y restamos en el mercado semanal, enseñamos procesos matemáticos y conceptualizamos modelos que cuando los intuimos los reflexionamos repetidamente; y somos quienes investigamos sobre aquellos procesos que tienen estela de duda ó que presumimos puede facilitar el camino a la

solución de un problema. Tal vez al cerrar el ciclo, no se note inmediatamente su influencia en la realidad, pero esa interpretación Matemática "filtrada" que existe, se refleja tarde ó temprano en los logros de las Tecnologías.

### ACERCA DE LA NATURALEZA DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

**Los procedimientos de razonar no son constantes y comunes como instrumentos invariantes de conocimiento**

¿Cómo es posible entonces el conocimiento matemático? interrogante que dentro de la dinámica inmersa en los párrafos anteriores se responde, lejos del pensamiento platónico, o, aristotélico que lo considera un estado y no un proceso permanente; lejos de las ideas innatas cartesianas, o, en la armonía preestablecida de Leibniz, y en las categorías a priori de Kant.

Hoy debe considerarse que la naturaleza de los "entes" matemáticos son permeables a la revisión y organización. La Lógica es inacabada y no omnipotente. La Física, con la Revolución Relativista, hizo revisar el carácter absoluto de muchos de los principios en las conquistas de Newton, conduciéndonos a pensar que los procedimientos de razonar no son constantes y comunes como instrumentos invariantes de conocimiento.

La percepción del mundo y de su realidad, se concibe en consonancia con estos procesos de reconsideración que en la Matemática cobran su mayor valor.

<sup>1</sup> Vasco, Carlos "Educacion Matematica: una disciplina en formacion". Universidad Pedagógica. 1994. p 45.

Veamos: el alcance de verdad en la Matemática reconoce un elemento fundamental, como es la realidad del mundo exterior. Esa natural práctica cotidiana del ser humano, que se basa en la percepción de objetos. Lo interesante, es que no se indaga sobre ellos en sí mismos; se construyen particularmente (objetos, espacios y sus propiedades); bajo una racionalidad basada en alguna normatividad lógica, que como se dijo, no formaliza gratuitamente, todo lo que encuentra a su paso. Por ejemplo, la evolución del problema de las "rectas" paralelas a partir de la "anormalidad" del sentido propuesto en el quinto postulado<sup>2</sup> por el *Alejandrino* Euclides (su evidencia no fue tan manifiesta como la de los demás postulados), desemboca en la creación de las Geometrías no euclídeas que soportan la teoría de la relatividad; y que explican de mejor manera el mundo observable y sus fenómenos.

Este ciclo, (el de las geometrías no euclídeas), se cierra con una revolución que ilustra contundentemente y de manera hermosa lo realmente existente en Matemáticas bajo la dialéctica de la triada no ordenada mencionada (cotidianidad-enseñanza-investigación).

Para el caso; refiero al geómetra ruso Lobatchefski; quien después de tomar un rumbo conocido por otros hombres

<sup>2</sup> Dos rectas son paralelas si al ser prolongadas hasta el infinito, no se encuentran, ó lo que es análogo, por un punto exterior a una "recta" pasa una y sólo una paralela a ella.

**El alcance de verdad en la Matemática reconoce un elemento fundamental, como es la realidad del mundo exterior.**

"demostradores" del quinto postulado a partir de los demás elementos mínimos de la teoría geométrica de Euclides (la que todos aprendimos y aún enseñamos a nuestros estudiantes y ahora lectores), se dio cuenta que ese supuesto no conducía, salvo resultados esporádicos que son interesantes; a cerrar el ciclo que hoy todavía sentimos en la carrera colonizadora del espacio exterior.

Bonola en su libro "Geometrías No Euclidianas" relata de una carta del geómetra ruso, en 1826... "La infructuosidad de las tentativas, hechas desde la época de Euclides por espacio de dos milenios, despertó en mí la sospecha de que en los mismos datos no estuviese contenida la verdad que se quería demostrar, y que para su confirmación pudieran servir, como en el caso de otras leyes naturales, las experiencias, a ejemplo de las observaciones astronómicas".

Dicha actitud, rompe violentamente con la concepción filosófica del espacio Kantiano, que lo consideraba como una intuición subjetiva anterior a toda experiencia. La descrita por Nikolay Lobatschefski, se enlaza con el sensualismo y la corriente empirista, haciendo entrar la geometría en el campo de las Ciencias Experimentales.

Disfrutemos de un caso práctico donde Lobatschefski coordina las proposiciones lógico-matemáticas con las verdades concretas de carácter físico de manera que ya no se trabaja con el concepto de paralelismo tradicional euclídeo, y se

reconocen hechos como que la suma de los tres ángulos de todo triángulo rectilíneo es menor a dos ángulos rectos.

El ejemplo es ilustrado en la obra citada de Bonola, Lobatschewski se sirve de un triángulo rectángulo A B C, (ver figura N° 1), en el cual el lado BC = a es el diámetro de la órbita terrestre ( 299 millones de Kilómetros ) y A una estrella fija en dirección perpendicular a BC. 2 α es la paralaje<sup>3</sup> máxima de la estrella A.

Notamos, luego de una simple observación que:

$$\varphi(a) \rightarrow \widehat{ACB} = \frac{\pi}{2} - 2\alpha; \text{ de donde}$$

multiplicando por  $\frac{1}{2}$  y tomando tangente (tag) a ambos lados de la desigualdad:

$$\text{tag} \frac{1}{2} \varphi(a) > \text{tag} \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \frac{1 - \text{tag} \alpha}{1 + \text{tag} \alpha}$$

identidad trigonométrica muy conocida entre nuestros estudiantes !!!

$$\text{Pero, } \text{tag} \frac{1}{2} \varphi(a) = e^{-\frac{a}{k}}$$

famosa (pero un tanto abandonada) relación de la Trigonometría no euclídea que liga el ángulo de paralelismo  $\varphi(a)$  con el segmento a.

<sup>3</sup> Utilizando esta larga base a y midiendo ángulos muy pequeños, se puede determinar el desplazamiento curvilíneo aparente de la estrella con respecto a las distantes estrellas del fondo; este desplazamiento se conoce como paralaje, del griego "variación".

$$\text{Así: } e^{-\frac{a}{k}} < \frac{1 + \text{tag} \alpha}{1 - \text{tag} \alpha} \quad ???$$

como se supuso que  $\alpha < \frac{\pi}{4}$  se tiene:

$$\frac{a}{k} < \log \frac{1 + \text{tag} \alpha}{1 - \text{tag} \alpha} = 2(\text{tag} \alpha + \frac{1}{3} \text{tag}^3 \alpha + \frac{1}{5} \text{tag}^5 \alpha + \dots)$$

$$\text{como } \text{tag} 2\alpha = 2(\text{tag} \alpha + \text{tag}^3 \alpha + \text{tag}^5 \alpha + \dots)$$

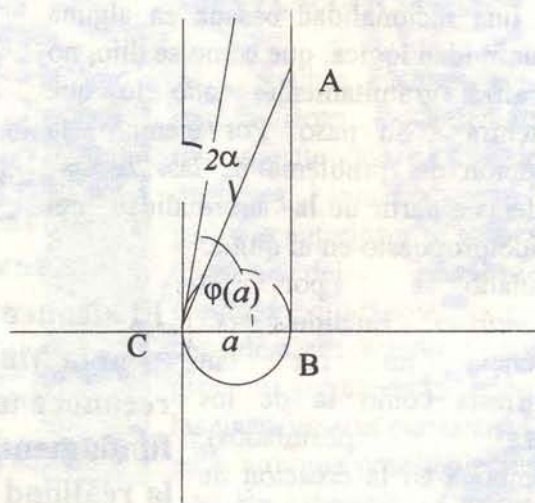


FIGURA 1

$$\text{comparando se tiene } \frac{a}{k} < \text{tag} 2\alpha$$

substituyendo, con Lobatschewski, 2 α por la paralaje de Sirio ( una de las estrellas más brillantes de color blanco, a una distancia de 9 años luz ), que es 1", 24 se tiene:

$$\frac{a}{k} < 0,000006012$$

lo que indica que k es muy grande con respecto al diámetro terrestre.

Y concluye Lobatschewski: Para que en el espacio físico fuese válida la Geometría Euclídea, y por consiguiente el quinto (V)

postulado, debería ser  $k$  infinito, es decir, deberían existir estrellas con paralajes tan pequeñas como se quiera, lo que indica que no podría aplicarse el método anterior para estrellas que se encuentren infinitamente lejanas ( a más de 350 años luz, por ejemplo), pues los ángulos llegan a ser infinitamente pequeños. Y como las observaciones astronómicas serán siempre limitadas, esto supone válida en el campo experimental (terrestre) la hipótesis euclidiana.

La Virtud de la revolución científica, en su momento, producida por las nuevas Geometrías no euclídeas, es que le imprime desde la investigación especializada, un modelo de geometría diferente, a la cotidianidad. Mientras podemos emplear la geometría elemental para medir las distancias en línea recta y considerar las órbitas como curvas, pero si preguntamos ¿ Hacia dónde se expanden ? la idea corriente de geometría ya no es lo suficientemente buena para explicarla, debiéndose abandonar la intuición de línea recta y pensar en líneas curvas.

Es útil tal simplicidad, ya que lo observable, puede ser diferente a lo no observable en el universo, y con herramientas diferentes a las tradicionales se pueden deducir hechos que no son directamente demostrables.

Desde el punto de vista de la abstracción (que no solamente fue de Lobatschefski, sino de K. F. Gauss, J. Bolyai, Taurinus, quienes lo descubrieron en forma independiente y casi simultánea ); ella no

provino de las "sensaciones", ni el saber racional se liberó de la sensación; sino que las conquistó. El punto de partida del conocimiento Matemático no hay que buscarlo en las sensaciones ni en las percepciones sino en las acciones !!, manifestaciones esenciales de la actividad del hombre en la realidad.

## MATEMATICA Y MODELOS DE REALIDAD

Ahora, en otro plano de la identificación de objetos, algunos como: el río, la nube, el sol, el animal son naturales y otros como: el computador, la pica; en general artefactos, productos del arte ó la industria, son artificiales.

**El punto de partida del conocimiento matemático no hay que buscarlo en las sensaciones ni en las percepciones sino en las acciones!!.**

Es claro que en el plano de lo real hay una serie de factores que depuran la identificación:

- a) Por un lado, las invarianzas de los objetos imaginados.
- b) Por otro, la reproducción de características invariantes de objetos a partir de otros.
- c) Y finalmente, la diferencia entre la proyección de objetos y la invarianza de los mismos.

Nos interesa aclarar el último aspecto: la intención de los artefactos. Sabemos que ella se orienta a la búsqueda de fines específicos ó que obedecen a una

necesidad que justifica su utilización. Mientras los objetos naturales, en tanto, han sido configurados por el juego gratuito de fuerzas y procesos físicos de índole ajena a la influencia humana.

En el sentido propuesto, existen objetos con "proyecto" y otros sin él. La orientación a fines parece diferenciarlos, pero si por ejemplo, se compara la estructura y fines del ojo en los vertebrados, con la estructura y fines de una cámara fotográfica, no es evidente que el "proyecto" que explica el aparato es el mismo que explica al ojo su estructura?, irremediablemente la respuesta es afirmativa.

Pero la dificultad en la distinción radicó en que el examen de los objetos se hizo a la luz de sus funciones si se prescinde de ellas, para distinguir unos de otros, debe echarse mano de las formas y de lo que podríamos denominar la *constancia*.

En las formas interviene la Geometría, en el segundo interviene la reproducción renovada de la intención racional del constructor de artefactos.

Los objetos naturales, carecen en general, de estructuras geométricas como superficies planas, fronteras rectilíneas, ángulos rectos, simetrías precisas; mientras que los artefactos si las poseen. En cuanto a la constancia, sólo se aplicaría a artefactos, pues en los naturales se entretajan unos procesos

complejos fisico-químicos que aún la ciencia esta dilucidando.

Si nos detenemos a todo lo referido anteriormente, vemos en común la realización de procesos fundamentales para una construcción ideológica, de corte filosófico y científico de una teoría, que se refiere a la vida, al universo a lo real.

Podemos decir que los elementos expuestos permiten heredar del conocimiento matemático, en la percepción de lo real mediante intensivos grados de abstracción, un mejor acercamiento al arte que cualquier Ciencia Natural ó Fáctica.

**Las formas y la constancia en la percepción de objetos permiten heredar, del conocimiento matemático, un mejor acercamiento al arte que cualquier otra ciencia**

Lejos de pensar, a propósito de Facultades de Tecnología, que la frialdad la imponen las ciencias formales, ellas en su sentido estético desligan su significado riguroso y de *adusta complejidad*, para dar paso a su lado elegante y ciertamente bello. Aseverando con el profesor Carlos E. Vasco que: ... en las ciencias formales y en las matemáticas, sí se dan en forma muy notable los rasgos más propios del arte: la libertad de creación de mundos y la búsqueda de coherencia interna, con un alto grado de independencia de la realidad.<sup>4</sup>

<sup>4</sup> Carlos E. Vasco. En: Innovación y Ciencia. Santafé de Bogotá. 1995 p. 18.

## DE LA ESTETICA Y LA REALIDAD

Se va clarificando ( que es nuestra intención fundamental ) que la matematización de la naturaleza contiene, un componente subjetivo fundamental. En eso la teoría de la Relatividad tuvo gran responsabilidad, pues nos indicó que la realidad depende del punto de vista de cada cual y el habernos liberado de la " tiranía " de un puñado de leyes, Según Pearce Williams en la introducción del clásico "La teoría de La relatividad " por Albert Einstein y otros.

Mientras Einstein elaboraba una imagen del mundo físico sin referirse a ningún experimento y, sin embargo, concediendo a la Geometría una importancia capital

(esa Geometría "extraterrestre" mencionada ); explicaba el comportamiento de los cuerpos que se mueven a velocidades cercanas a la de la luz, de modo que las leyes de los fenómenos naturales no se formulan con absoluta precisión a menos que se

supriman las coordenadas viejas con respecto a un punto perteneciente a un cuerpo rígido de referencia y se diseñe un nuevo sistema en el cual los cuerpos de referencia ya no sean fijos, sino que se hallen en movimiento relativo.



Esa ruptura, la muerte del sentido común y agregamos ... la comunión eterna entre Arte y Ciencia; se presentó en forma análoga entre los artistas y las tradiciones clásicas.

El artista de hoy, creemos, no busca lo imposible : la destrucción del pasado; lo que pide es "que se reconozca la relatividad de las verdades individuales" ( Thomas Craven, "Arte y Relatividad" de la obra citada anteriormente ).

Notamos también que el humano siente el predominio de ciertas formas; algunos objetos le atraen y estimulan profundamente su imaginación, evidentemente. La concepción que tiene de la verdad real y viviente no admite

plasmarla conforme a las leyes de la apariencia real; sino que es aprehendida de manera distinta, un medio de expresión más plástico del mundo.

En tal caso, la reducción de la imagen de la realidad a signos

geométricos, o, a la geometrización como una guía en "las construcciones de visiones del mundo externo como complemento del mundo interno (Habermas, Teoría de la acción comunicativa I, Interludio 1º) es una premisa de los artistas contemporáneos.

CON  
C  
I  
E  
N  
C  
I  
A  
S

Aquí en Colombia en una presentación de la "Exposición Itinerante" del Banco de la República en la Biblioteca Luis Ángel Arango en 1996, José Ignacio Roca lo mencionaba. En ella, artistas como Jaime Iregui, retoman el desarrollo de la abstracción, como estrategia artística, respondiendo a un interés de espacios y contextos para crear obras abiertas, altamente significantes.

Reafirmando con esto, que la Geometría es fundamental pues "...los modelos geométricos pueden ser contemplados como instantes congelados que revelan una continua acción universal, generalmente imperceptible a los sentidos.

En este contexto, comprender quiere decir ante todo, geometrizar; dar forma a la experiencia que tenemos del mundo, relacionar imágenes e ideas, develar conexiones ocultas".<sup>5</sup>

Como en un proceso pedagógico, se busca desplazar al observador de la periferia al centro del proceso creativo, en donde más que interpretar se participa construyendo experiencias, significados y realidades; en medio de una sobreabundancia de información que debe reconocer, seleccionar y procesar para articular lo comprendido con su entorno.

<sup>5</sup> Iregui Jaime, "La realidad: Un modelo para armar". En: "Modelos de Realidad". Banco de la República. Santafé de Bogotá. 1996. p. 5.

## DE REALIDAD Y TECNOLOGIA EN MEDIO DEL CONOCIMIENTO MATEMATICO

Para concluir, digamos que en un mundo, como lo indica André Lichnerowicz, que es enteramente matemático, era de esperarse que lo explosivo y acelerado de su desarrollo, fuese a la par con el progreso vertiginoso científico-tecnológico y aún más con el grado oportuno por demás - de perfeccionamiento en sus manifestaciones estéticas. Sin sorpresa, vemos que hechos como que las teorías científicas, producto del juego de la imaginación matemática, *son susceptibles de perturbar rápida y profundamente ciertos aspectos de lo real que ellas ambicionan asumir.*

Esto podría explicarse, en aras del consenso, pues clásicamente se consideraron los objetos matemáticos diferenciados de la realidad física a la cual podían adaptarse con ayuda del recurso humano bajo diferentes grados de precisión.

La Matemática vista desde el lado opuesto, no sólo explica la realidad, sino, como vimos, supera con creces los datos experimentales. Tal esfuerzo se logra, abordando el problema ó situación matemática en dos planos:

- a) en un primer acercamiento, calculando adecuadamente (implica operar simplemente).



b) en un segundo acercamiento, si se requiere desembocar en una "iluminación" que posibilite una solución ó explicación.

Esto último no surge de manera espontánea, se sigue después de efectuar una **preparación** que supone inconscientemente identificar verdades que se rechazan porque concuerdan en demasía con el sentido común. De una **verificación** que supone bosquejar anotaciones, definiciones, razonamientos y cálculos que manipulan lo supuesto en la preparación, y por último de una **normalización**

que elimina la redundancia de la información, de manera que se pueda escribir un *documento* para enriquecer un prototipo de solución y darse cuenta que él debe irremediablemente renovarse.

Es una relación dialéctica entre esta terna, la que posibilita que el humano haga uso culto del conocimiento científico-tecnológico. Es un modelo que se aplica en todos y cada uno de los actos diarios del hombre, esencialmente matemático,

**Clásicamente se consideraron los objetos matemáticos diferenciados de la realidad física, pero hoy, al contrario, explican la realidad y superan a la experiencia**



luego entonces, que se nos volvió casi universal.

Por esa simple razón, la técnica de nuevo estilo fundamentada sólidamente en múltiples modelos matemáticos (la que imita no sólo los órganos ejecutores del hombre - mano, pie - junto con sus órganos de los sentidos - ojo - oído - sino también su órgano de control, el cerebro) mejora la *inteligencia* de los medios técnicos, sin desplazar al hombre.

El hacer cooperar ordenadamente las actividades de la máquina con las reacciones del hombre, en el desarrollo de los sistemas hombre-máquina, permite que la máquina ayude al hombre a asociar los símbolos lógicos, pero el hombre mantendrá siempre a su cargo el planteamiento de los problemas y la comprensión de las respuestas. *El hombre extrae de su imperfección dos cualidades (reacciones) de las que carece*

*la máquina y son las de orientarse y elegir,* fortalecidas desde La Matemática, para dinamizar y recrear permanentemente, su entorno.

C  
O  
N  
C  
I  
E  
N  
C  
I  
A  
S