

Método de colonia de hormigas aplicado a la solución del problema de asignación generalizada

Method of the ant colony applied to the solution of the generalized assignment problem

ELIANA MIRLEDY TORO OCAMPO

Ingeniera Industrial Universidad Tecnológica de Pereira, candidata a Magíster en Ingeniería Eléctrica en la línea de Investigación Operativa de la Universidad Tecnológica de Pereira. eliana@ohm.utp.edu.co

POMPILIO TABARES ESPINOSA

Ingeniero Electricista Universidad Tecnológica de Pereira, Especialista en Transmisión y Distribución de Energía Eléctrica de la Universidad de los Andes, Docente titular de la Escuela de Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira. ptabares@utp.edu.co

MAURICIO GRANADA ECHEVERRI

Ingeniero Electricista y Magíster en Ingeniería Eléctrica en la línea de planeamiento eléctrico de la Universidad Tecnológica de Pereira, Docente de la Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira. magra@utp.edu.co

Fecha de recepción: septiembre 09 de 2004

Clasificación del artículo: Investigación
Fecha de aceptación: diciembre 20 de 2004

Palabras clave: Colonia de hormigas, problema de asignación generalizada, optimización combinatoria, NP-completo

Key words: Ant colony, assignation problem, GAP, QAP, ACO, combinatorial optimization, NP-hard.

R E S U M E N

El método de optimización por colonia de hormigas es aplicado en este trabajo para dar solución al problema de asignación generalizada, el cual se considera un problema de optimización combinatoria NP-completo. Se propone una metodología, consistente en la evaluación de parámetros de sensibilidad para la conformación de la población inicial de alternativas. Para lograr que el algoritmo de solución se desplace a través de la frontera con soluciones factibles e infactibles se modificó el modelo matemático del problema a través de un procedimiento semejante a la relajación lagrangeana, usando factores de penalización. Finalmente, para

verificar la eficacia del método, se resuelven varios problemas de gran tamaño y complejidad matemática de la literatura especializada; con propósitos comparativos, se toman como referencia resultados obtenidos usando algoritmos genéticos.

A B S T R A C T

In this paper, the ant colony optimization method (ACO) is applied to provide a solution to the generalized assignment problem (GAP) which is considered an NP-hard combinatorial optimization problem. A methodology consisting on the assessment of sensitivity parameters for the conformation of the initial

population of alternatives is proposed. To facilitate that the solution algorithm displaces through the frontier considering feasible and unfeasible solutions, the mathematical model was modified through a procedure similar to the Lagrangean

relaxation (penalization factors). At the end, to verify the efficacy of the method various problems of important size and mathematical complexity of the specialized literature are resolved.

1. Introducción

El problema de asignación generalizada para sistemas de gran tamaño y complejidad matemática es de difícil solución y pertenece a los denominados problemas NP-completos. En este trabajo se aplica la metodología de colonia de hormigas para dar solución a este problema en particular.

La idea de imitar el comportamiento de las hormigas como metodología de solución a los problemas de optimización combinatoria fue iniciada por Dorigo, Maniezzo y Colorni (1996). El principio de la optimización por colonia de hormigas (acrónimo en inglés: ACO) se basa en la manera como las hormigas buscan y encuentran su alimento. Inicialmente, las hormigas exploran el área que rodea su nido de una manera aleatoria; cuando una de ellas encuentra una fuente de alimento evalúa su cantidad y calidad y lleva algo de este al nido. Durante el viaje de vuelta, la hormiga deja un rastro químico de feromona en la tierra, cuyo papel es dirigir otras hormigas hacia la misma fuente; la cantidad de feromona liberada por una hormiga depende de la cantidad de alimento encontrada. Después de un período de tiempo, la trayectoria a la fuente del alimento será indicada por un rastro fuerte de feromona; a mayor número de hormigas que localicen la fuente, más fuerte será el rastro de feromona. Dado que las fuentes cercanas al nido se visitan con mayor frecuencia que las lejanas, los rastros de feromona conducentes a las fuentes más cercanas crecen más rápidamente.

Los rastros de feromona son empleados por las hormigas como medio para encontrar el camino del nido a la fuente de alimento. La representación matemática y algorítmica de este comportamiento

se logra por analogía entre: a) el área de búsqueda de las hormigas verdaderas y el sistema de soluciones factibles al problema combinatorio; b) la cantidad de alimento en una fuente y la función objetivo; c) el rastro de feromona y una memoria adaptativa (Dorigo *et al.*, 1996).

2. Problema de asignación generalizada

Dada una matriz de costos C , de dimensiones $m \times n$, en la cual C_{ij} es el costo de asignar la tarea j al agente i , m es el número de tareas y n el número de agentes, el problema de asignación generalizada (acrónimo en inglés: GAP) consiste en encontrar una asignación adecuada de las m tareas a los n agentes, de manera que se minimice el costo total de asignación (Dorigo *et al.*, 1996). Este problema combinatorial es del tipo NP-completo y es de difícil solución (Colorni *et al.*, 1994). La función objetivo puede escribirse de la siguiente manera:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} \pi_{ij} \quad (1)$$

En (1), π_{ij} corresponde a los elementos de la matriz de alternativas de dimensiones $m \times n$. Esta matriz representa una posible alternativa de asignación; los elementos π_{ij} toman el valor de 0 o 1, es decir, $\pi_{ij} \in \{0,1\}$. Por ejemplo, si la tarea k es asignada al agente l , entonces el elemento $\pi_{kl} = 1$, mientras que los demás agentes disponibles para realizar esa misma tarea tomarán un valor igual a cero ($\pi_{kl} = 0$; $i \neq l$). Lo anterior asegura que una tarea sea asignada una sola vez a un único agente, y se representa en el modelo matemático a través de las siguientes restricciones:

$$\sum_{i=1}^n \pi_{ij} = 1 \quad (2)$$

$$\pi \in \{0,1\} \quad (3)$$

Los agentes poseen recursos limitados para la realización de las tareas; algunos de los más comunes son: tiempo, materia prima, capital e infraestructura. Por tanto, se define una matriz A de consumo de recursos, en la cual el elemento A_{ij} representa los recursos consumidos por el agente i al realizar la tarea j , y un vector b , en el cual el elemento b_i representa la capacidad total de recursos del agente i . El modelo matemático debe entonces incluir una restricción adicional que represente la limitación en el consumo de recursos.

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} \pi_{ij} \leq b_i \quad (4)$$

La región factible está enmarcada dentro de las restricciones (2), (3) y (4). En este trabajo se propone una modificación del modelo matemático (similar a la relajación lagrangeana) que convierte la ecuación (4) en una restricción blanda usando factores de penalización en la función objetivo. El producto de los factores de penalización y la no factibilidad de la restricción (4) incrementan el valor de la función objetivo cuando existe una violación de esta, haciendo que la solución sea menos atractiva o de peor calidad para la metodología de solución propuesta. El modelo matemático modificado con factores de penalización es:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} \pi_{ij} + \beta \sum_{i \in \left\{ \begin{array}{l} \text{restricciones} \\ \text{violadas} \end{array} \right\}} \left(\lambda_i \underbrace{\left(\sum_{j=1}^n A_{ij} \pi_{ij} - b_i \right)}_{\text{cantidad de recursos excedidos}} \right)$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n \pi_{ij} = 1 \quad (5)$$

$$\pi \in \{0,1\}$$

β es el parámetro encargado de controlar tanto el peso o la importancia relativa de la restricción con respecto a la solución de costo actual como la influencia de la información en el proceso de búsqueda. Este parámetro es el encargado de hacer perdurar una alternativa por más o menos iteraciones, dependiendo de su valor. $\beta < 1$ hace que la penalización sea un porcentaje del costo total de los recursos excedidos. $\beta = 1$ implica que se penalice la violación de recursos con el valor exacto del costo total de los recursos excedidos. $\beta > 1$ incrementa la penalización y hace que el método elimine más rápidamente la alternativa no factible evaluada. El factor λ_i tiene una importante interpretación económica, ya que calcula el costo por unidad de recurso del agente i ; adicionalmente, garantiza la correspondencia en unidades de costo en la función objetivo y permite obtener el costo total de los recursos excedidos. Por tanto, el parámetro λ corresponde a un multiplicador de Lagrange que se calcula de la siguiente manera:

$$\lambda_i = \frac{\sum_{j=1}^m C_{ij} \pi_{ij}}{b_i} \quad (6)$$

3. Población inicial

Una elección adecuada de alternativas iniciales puede acelerar de forma significativa la convergencia y mejorar su calidad. En este trabajo se implementó un algoritmo con el fin de obtener una población inicial de alternativas de asignación basado en dos criterios; el primero tiene en cuenta el estudio de sensibilidades. La matriz de sensibilidades S relaciona elemento por elemento la matriz de costos C con la matriz de recursos A , de manera que mide qué tan aproximada es la relación costo-recurso actual del agente i para

realizar la tarea j respecto a una relación costo-recurso ideal para realizar la misma tarea j , es decir:

$$S_{ij} = \frac{C_{ij}}{A_{ij}} - CA_{IDEAL\ j} \quad (7)$$

En (7), CA_{IDEAL} es la relación entre el menor costo de asignación asociado a la tarea j y el menor consumo de recurso asociado a la misma tarea j , esto es:

$$CA_{IDEAL\ j} = \frac{\min_{i=1}^n(C_{ij})}{\min_{i=1}^n(A_{ij})} \quad (8)$$

De esta manera, los elementos de la matriz S más aproximados a cero serán los que cumplen con una mejor relación costo-recurso y los agentes asociados a dicho elemento tendrán una probabilidad mayor al momento de decidir la asignación de la tarea j , como se ilustra en el algoritmo de la figura 1 (p.73). El segundo criterio consiste en realizar una asignación de tareas de forma totalmente aleatoria.

Cada alternativa que conforma la población inicial debe ser estudiada en el espacio de soluciones y la información más importante de cada búsqueda debe ser de utilidad en todas las exploraciones que se estén realizando. Por lo tanto, el número de alternativas debe corresponder al número de exploradores (hormigas) que se designen para realizar la búsqueda. El número H de exploradores depende de la complejidad y tamaño del problema.

4. Colonia de hormigas

4.1. Rastro de feromona

El componente más importante de un sistema de colonia de hormigas es la generación de rastros de feromona. Estos se utilizan conjuntamente con la función objetivo para construir una nueva solución. Los niveles de feromona dan una medida de qué tan importante es insertar un elemento en una solución. Por ejemplo, en el problema del cartero

viajante, los acoplamientos entre ciudades consiguen una cantidad más alta de feromona si son utilizados por las hormigas que hacen viajes más cortos. En este caso los rastros de feromona se mantienen en una matriz de feromona τ , donde cada elemento τ_{ij} mide qué tan importante es para la función objetivo, en términos de distancias, viajar entre las ciudades i y j . Para el problema de asignación generalizada, los rastros de feromona se mantienen en una matriz τ de dimensiones $m \times n$. El elemento τ_{ij} mide la importancia de asignar una tarea j al agente i en una alternativa π en términos de costos de asignación; es decir $\pi_j = i$.

Hay dos formas generales de aplicar la feromona: exploración y explotación. La exploración es un proceso estocástico en el cual la opción de asignación construye una solución al problema de manera probabilística. La explotación elige la asignación que maximiza una mezcla de los valores del rastro de feromona y de la evaluación de la función objetivo.

Después de construir una nueva solución, el sistema de colonia de hormigas actualiza los rastros de feromona de la siguiente forma: primero, todos los rastros disminuyen para simular la evaporación de la feromona; entonces se refuerzan los elementos de la matriz τ correspondientes a los componentes que fueron elegidos para construir la solución, considerando la calidad de la solución.

Desde la primera puesta en práctica de un sistema basado en colonia de hormigas se ha intentado mejorar su eficiencia de muchas maneras. Los mejores sistemas de colonia de hormigas propuestos realizan la actualización de los rastros de feromona de forma muy similar a como lo hacen las hormigas verdaderas. Es decir, los rastros de feromona son modificados de forma local y global, en vista de que se debe considerar la mejor solución generada por todos los agentes en una iteración dada. En la literatura especializada (Colorni *et al.*, 1994) se sugiere que no se realicen las actualizaciones locales de los rastros de feromona, y que es suficiente con una actualización global, que hace la

búsqueda más agresiva y requiere menos esfuerzo computacional para encontrar buenas soluciones; en cambio, se propone un mecanismo de intensificación. Un inconveniente de este proceso es el riesgo de una convergencia temprana del algoritmo; por tanto, debe agregarse un mecanismo de diversificación que borra periódicamente todos los rastros de feromona. En este trabajo se implementa la actualización global y local, a fin de comparar los resultados.

4.2. Manipulación de soluciones

Generalmente, los rastros de feromona son utilizados para construir una nueva solución, como sucede en el problema del cartero viajante. En este artículo se propone utilizar estos rastros para modificar una solución existente de la población inicial, utilizando un criterio de vecindad basado en explotación y exploración. Después de que una hormiga haya modificado una solución considerando la información contenida en la matriz de feromona, se aplica una búsqueda local rápida que solo tiene en cuenta la función objetivo. La adición de la búsqueda local a los sistemas basados en colonias de hormigas ha demostrado obtener resultados de alta calidad en problemas de gran magnitud.

4.3. Intensificación y diversificación

La metodología que se propone asocia una hormiga a cada una de las soluciones o alternativas del problema (población inicial). Al comienzo cada alternativa se modifica usando los rastros de feromona; luego se la mejora usando un mecanismo de búsqueda local y finalmente se aplica un algoritmo que utiliza un criterio de vecindad basado en redistribución de tareas, para mejorar la no factibilidad. Para evitar la convergencia rápida a un óptimo local se proponen los procedimientos de intensificación y diversificación. La intensificación se utiliza para explorar la vecindad de buenas soluciones más detalladamente; ella se activa cuando la solución encontrada por la hormiga al final de la iteración es de mejor calidad que la que se tenía al principio; en el resto de los casos, simplemente la hormiga continúa

trabajando en la solución actual. La diversificación, en este caso, consiste en un reinicio parcial del algoritmo cuando las soluciones se parecen o no mejoran durante un número determinado de iteraciones. La matriz de feromonas τ y las soluciones asociadas a cada hormiga se reinician, pero se conserva la mejor solución obtenida hasta el momento (incumbente).

5. Metodología propuesta

5.1. Inicio del camino de feromonas

En principio, a todos los elementos de la matriz de feromona π_{ij} se les asigna el mismo valor de feromona inicial τ_0 . Los rastros de feromona deben ser actualizados teniendo en cuenta la calidad de la solución obtenida y sabiendo que, por tratarse de un problema de minimización, los rastros de feromona asociados a la mejor solución conocida hasta el momento deben ser reforzados con una cantidad mayor. Por tanto, la expresión que se propone debe ser inversamente proporcional al valor de la función objetivo de la mejor solución conocida:

$$\tau_0 = \frac{1}{Q \cdot f_{OBJ}(\pi^*)} \quad (9)$$

En (9), π^* corresponde a la alternativa de asignación cuya evaluación de costos proporciona el mejor valor de la función objetivo hasta el momento y Q es un parámetro de calibración obtenido de la experiencia. Cuando se activa la diversificación, los rastros de feromona se actualizan usando la misma expresión; generalmente la función objetivo debe haber mejorado, por lo cual el factor τ_0 debe cambiar y ser recalculado cada vez que se mejore la incumbente actual; asimismo, deben actualizarse los rastros de feromona.

5.2. Manipulación de la población inicial: criterios de vecindad

La manipulación de soluciones factibles y no factibles que conforman la población inicial se realiza con el propósito de encontrar una mejor

solución (Gambardella, 1997). El proceso se realiza en dos etapas; la primera es una modificación de alternativas para disminuir o asegurar la factibilidad y la segunda, una modificación para buscar la solución óptima con base en los rastros de feromona y búsqueda local.

5.2.1. Modificación de alternativas para factibilidad: reasignación.

Este tipo de modificación se aplica para disminuir la no factibilidad de la alternativa evaluada y consiste en realizar una redistribución de tareas entre los agentes con mayor capacidad y poca asignación de tareas y los agentes con sobrecarga o infactibles. La metodología que se propone en este trabajo tolera un porcentaje P de no factibilidad con respecto al máximo recurso disponible b_i , de manera que las alternativas que superen este porcentaje son eliminadas. El propósito de trabajar con un margen de no factibilidad es establecer una restricción blanda que permita visitar regiones momentáneamente no factibles. La metodología consiste en aplicar una redistribución de tareas a una solución que supere el límite de no factibilidad, denominada $\pi_{Infactible}^k$, de la siguiente forma:

- a) Ordenar los agentes (para la alternativa en estudio, $\pi_{Infactible}^k$) por cantidad de recursos excedidos, en forma descendente. La cantidad de recursos excedidos se obtiene de la expresión (4) de la siguiente forma:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} X_{ij} - b_i \quad (10)$$

La expresión (10) representa los recursos excedidos solo si el resultado es positivo (>0). El ordenamiento de los agentes conforma el vector columna de agentes ordenados por no factibilidad $[AOI]_{1 \times 1}$. Los agentes que posean factibilidad no se tienen en cuenta como elementos de este vector; en otras palabras, se tienen en cuenta solo los l agentes que violen la factibilidad.

- b) En un segundo vector, ordenar los agentes por cantidad de recursos no excedidos de forma ascendente. Para ello se toman los valores negativos resultantes de la evaluación de la expresión (10) y se ordenan desde el más negativo hasta el menos negativo. Los agentes ordenados por factibilidad se almacenan en el vector columna $[AOF]_{k \times 1}$, considerando solo los k agentes que son factibles.
- c) Intercambiar las tareas del agente AOI_1 con las del agente AOF_k , de forma que se minimice la no factibilidad total de la alternativa. Esta minimización corresponde a un problema combinatorio de pequeña escala que puede ser resuelto con rapidez y facilidad, efectuando todas las combinaciones posibles.

5.2.2. Modificación de alternativas basada en rastros de feromona para hallar la solución óptima

Este tipo de modificación es aplicado por cada hormiga asociada a cada una de las alternativas de la población inicial para obtener una nueva solución $\hat{\pi}^k$. El procedimiento consiste en aplicar veces los siguientes pasos a la alternativa π^k :

- a) Escoger de manera aleatoria una tarea r (entre 1 y n) de la alternativa k , es decir, π_r^k .
- b) Escoger una segunda tarea s , con $s \neq r$, es decir π_s^k . Esta se escoge utilizando dos criterios: el de explotación para una probabilidad q , o el de exploración para una probabilidad $1-q$. La obtención de la segunda tarea s usando explotación de los rastros de feromona se logra maximizando:

$$\tau_{\pi_{s,r}^k} + \tau_{\pi_{r,s}^k} \quad (11)$$

El segundo criterio (también conocido como el método de la ruleta) consiste en la exploración del espacio de solución escogiendo la segunda tarea s con una probabilidad proporcional a los valores contenidos en los rastros de feromona. Es decir, s es escogido con una probabilidad:

$$\frac{\tau_{\pi_{s,r}}^k + \tau_{\pi_{r,s}}^k}{\sum_{j \neq r} \tau_{\pi_{j,r}}^k + \tau_{\pi_{r,j}}^k} \quad (12)$$

c) Intercambiar los elementos π_r^k y π_s^k

5.2.3. Modificación de alternativas basada en búsqueda local para hallar la solución óptima.

La búsqueda local realiza un completo examen de la vecindad T veces, partiendo de la solución actual $\hat{\pi}^k$ para obtener una solución $\tilde{\pi}^k$. El procedimiento consiste en evaluar la función objetivo cuando se intercambian los elementos $\hat{\pi}_i^k$ y $\hat{\pi}_j^k$. El objetivo es evaluar todos los posibles intercambios y localizar el que impacte en forma más favorable la función objetivo; el orden en el cual se realizan los intercambios puede ser aleatorio. Un examen posterior de la vecindad es inútil si en el anterior no se encontró un intercambio que mejorara la función objetivo.

5.2.3.1. Intensificación.

Esta función consiste en explorar con mayor detalle los alrededores de las mejores soluciones. Se activa cuando la mejor solución producida por la búsqueda hasta el momento es mejorada. Cuando esto sucede, cada hormiga comienza la siguiente iteración con el mejor intercambio entre π^k y $\tilde{\pi}^k$; cuando la intensificación no se activa, el intercambio es $\tilde{\pi}^k$. La intensificación sigue estando activa si por lo menos una hormiga tiene éxito en mejorar su solución durante una iteración; así, esta función refuerza la búsqueda en la vecindad de la mejor solución encontrada.

Como la actualización de los rastros de feromona se realiza en función de la solución π^* en una iteración dada, la distribución del rastro de feromona es determinada por las soluciones π^* anteriores. Cuando se encuentra una nueva solución π^{k*} tal que, en el caso de minimización, $f_{OBJ}(\pi^{k*}) < f_{OBJ}(\pi^*)$, entonces π^{k*} se convierte en el nuevo π^* . Generalmente, este proceso tomará algunas iteraciones antes que la influencia del nuevo π^* en la

distribución de la feromona tenga todo su efecto. La intensificación se centra en la búsqueda alrededor del nuevo punto π^* , mientras que la información sobre él crece en la matriz de rastros de feromona τ .

5.2.3.2. Actualización de los rastros de feromona.

La forma de actualización que aquí se propone solo considera la mejor solución obtenida por la búsqueda hasta el momento, lo cual acelera la convergencia del método. Primero, todos los rastros de feromona son debilitados haciendo $\tau_{ij} = (1 - \alpha_1) \cdot \tau_{ij}$, donde α_1 es un parámetro entre 0 y 1 que controla el grado de evaporación de los rastros de feromona. Los parámetros α_1 y Q deben ser calibrados con cuidado, teniendo en cuenta que ambos corresponden a pesos asociados a la cantidad de feromona evaporada y a la cantidad adicionada, respectivamente. Un valor $\alpha_1 = 0$ implica que los rastros de feromona permanecen activos largo tiempo, mientras que $\alpha_1 = 1$ implica un alto grado de evaporación y una corta memoria del sistema. Luego, los rastros de feromona son reforzados considerando solamente la solución π^* , que es la mejor solución encontrada hasta el momento, a través de la expresión:

$$\tau_{\pi_{j,j}^*} = \tau_{\pi_{j,j}^*} + \frac{\alpha_2}{f_{OBJ}(\pi^*)} \quad \text{Para todo } j \quad (13)$$

Generalmente $\alpha_2 = \alpha_1$. Se proponen dos formas de actualizar los rastros de feromona; la primera consiste en que cada hormiga tenga asociada una matriz de feromona particular conocida como memoria a corto plazo, la cual le permitirá realizar una búsqueda en la región próxima a su nido (alternativa); posteriormente, con la mejor solución encontrada por todas las hormigas se actualiza la matriz global de feromona, conocida como memoria a largo plazo, que permite explorar áreas mayores. De esta forma se evita que el procedimiento converja rápidamente a un óptimo local, ya que cada hormiga tiene la posibilidad de realizar una búsqueda local durante un número B de iteraciones.

Figura 1. Generación de la población inicial

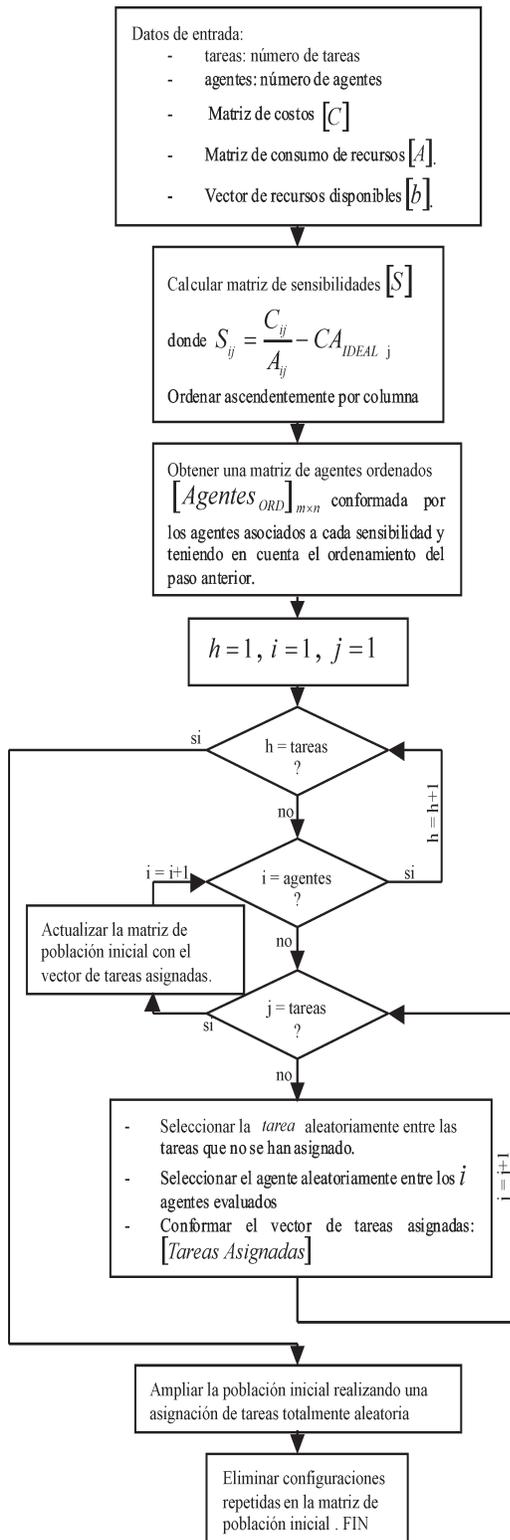
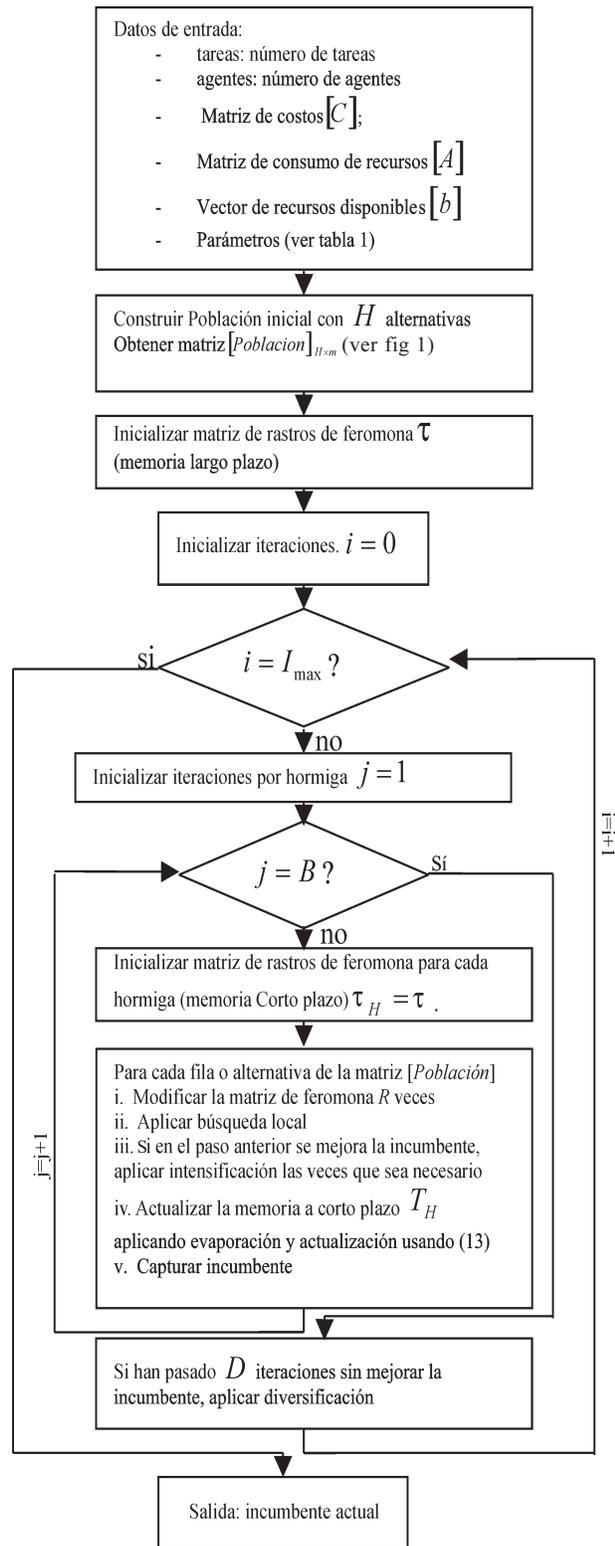


Figura 2. Procedimiento general



5.2.3.3. Diversificación.

Su objetivo es obligar al algoritmo a trabajar en soluciones con diferentes estructuras; la función se activa si durante D iteraciones no se detecta una mejora sobre la incumbente. La función consiste en borrar toda la información de los rastros de feromona contenida en la matriz τ , y generar una nueva población inicial asignando cada nueva alternativa a una hormiga, pero conservando una hormiga con la mejor solución encontrada hasta el momento.

5.3. Algoritmos

La figura 1 corresponde al algoritmo que genera la matriz de población inicial π ; la columna k corresponde a la k -ésima alternativa de asignación propuesta y la fila l corresponde a la tarea; de esta forma, el elemento π_l^k indica el agente asignado para realizar la tarea l en la alternativa de solución k . La figura 2 corresponde al algoritmo completo de la metodología propuesta para resolver el problema de optimización combinatoria de asignación generalizada usando colonia de hormigas.

6. Resultados obtenidos

La metodología se probó con problemas de diferentes dimensiones y complejidad matemática, clasificados en cuatro categorías: A, B, C y D; las clasificaciones A y D son las de menor y mayor complejidad, respectivamente.

Estos problemas corresponden a sistemas de prueba establecidos en la literatura especializada y son objeto de constantes estudios que buscan encontrar metodologías que superen la mejor solución conocida hasta el momento para cada uno de ellos.

Para el caso tipo A, correspondiente a 100 tareas y cinco agentes y representado como A_5_100, se encontró la mejor solución conocida en 18 iteraciones, usando una población escogida de manera aleatoria. Aplicando criterios de sensibilidad para la creación de la población inicial, se encontró que el método convergió en 14 iteraciones; este comportamiento

se presentó en todos los casos probados con mejoras de la convergencia en aproximadamente un 30%. En la figura 3 se muestra en línea punteada el comportamiento de la convergencia del caso A_5_100, con población inicial aleatoria y en línea continua cuando la población inicial es construida a partir de sensibilidades.

Figura 3. Comparación de convergencias del método

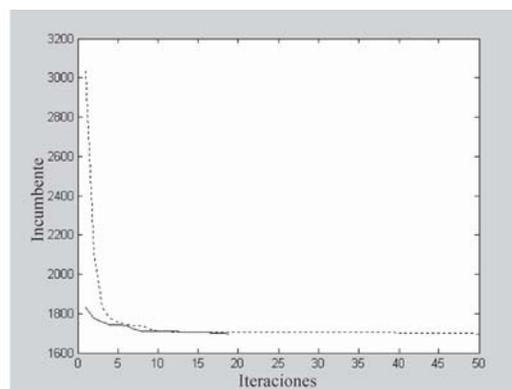


Figura 3. Comparación de convergencias del método

En los algoritmos combinatorios se establece que la solución óptima final es independiente de la solución inicial. Esta afirmación podrá ser válida para problemas pequeños y medianos, pero para problemas de gran tamaño y complejidad matemática las condiciones iniciales influyen en la solución final.

En la tabla 1 se comparan los resultados obtenidos para cada problema estudiado con los mejores resultados conocidos en la literatura especializada.

Tabla 1. Comparación de resultados

Caso	Mejor respuesta conocida	ACO	Iteraciones
A_5_100	1.698	1.698	18
B_10_200	2.831	2.831	62
C_10_200	2.814	2.814	141
D_10_200	12.601	12.634	521

6.1. Ajuste de parámetros

La obtención de valores típicos para los parámetros usados en la metodología dependen en forma directa de la complejidad y tamaño del problema; en la tabla

2 se relacionan los valores de los parámetros que permitieron obtener resultados eficientes para cada caso estudiado, los cuales son:

β	: Peso de la penalización.
Q	: Parámetro de calibración para el cálculo inicial de la feromona.
$\alpha_1=\alpha_2$: Parámetros asociados a la evaporación y actualización de los rastros de feromona.
p	: Porcentaje tolerado de no factibilidad.
R	: Número de modificaciones de los rastros de feromona.
q	: Probabilidad de realizar explotación o exploración.
D	: Número de iteraciones sin mejorar la incumbente para diversificación.
H	: Número de hormigas (alternativas).
B	: Número de iteraciones que utiliza cada hormiga para realizar la búsqueda local.
I_{max}	: Número máximo de iteraciones del proceso general.

Tabla 2. Ajuste de parámetros

Caso	β	Q	α_1	p [%]	R	q	D	H	B
A_5_100	1	100	0,1	100	m/3	0,8	20	3	10
B_10_200	2	100	0,05	100	m/3	0,8	20	3	10
C_10_200	3	100	0,05	100	m/3	0,8	25	4	15
D_10_200	6	1.000	0,001	50	m	0,8	40	6	30

Se debe notar que cuando aumenta la complejidad del problema tratado, algunos parámetros deben ser ajustados teniendo en cuenta las siguientes tendencias (tabla 2):

- La penalización debe ser mayor, con el fin de forzar al método a encontrar la región factible, que para el caso de problemas complejos es más reducida, y de esta manera contrarrestar la alta sensibilidad de este tipo de problema a la modificación de cualquiera de sus asignaciones. Esto se evidencia estudiando la tabla 1; para los casos tipo D , la penalización debe incrementarse hasta seis veces ($\beta = 6$). De igual forma, el porcentaje tolerado de no factibilidad p debe disminuir.
- La cantidad adicionada y evaporada de feromona debe disminuir, con el fin de que las variaciones sean más sutiles. Esto repercute directamente en la elección de un mejor vecino y se evidencia en la tabla 1: para el caso D_10_200, se tiene $Q = 1.000$ y $\alpha_i = 0,001$.
- El número de modificaciones realizadas para mejorar la incumbente R debe aumentar; a su vez, esto incrementa el tiempo de cómputo empleado en el proceso y garantiza una exploración más detallada. En los problemas de menor complejidad, es suficiente con evaluar una tercera parte de las posibles modificaciones.
- Es necesario proporcionar al método la posibilidad de explorar las alternativas con

mayor intensidad, debido a que las mejores soluciones son mucho más difíciles de encontrar; para ello, se debe diversificar con menos frecuencia. Es por esto que, para el caso más complejo, $D = 40$. De igual forma, el número de hormigas y el número de iteraciones para búsqueda local B deben aumentar.

7. Conclusiones

La actualización local de los rastros de feromona incrementa el tiempo de convergencia. Sin embargo, la mayoría de veces mejora la calidad de la solución encontrada con respecto a la obtenida usando almacenamiento global.

Aplicando criterios de sensibilidad para la creación de la población inicial, se encontró que el método convergió, aproximadamente, un 30% más rápidamente. Lo anterior indica que la metodología

propuesta es un apropiada para iniciar, fácil de implementar y de bajo consumo computacional.

En los algoritmos combinatoriales se establece que la solución óptima final es independiente de la solución inicial. Esta afirmación podrá ser válida en problemas pequeños y medianos, pero para problemas de gran tamaño y complejidad matemática la selección de condiciones iniciales influye en la solución final.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan su agradecimiento a la Universidad Distrital Francisco José de Caldas por facilitar los medios para esta publicación, y a la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP) por el apoyo prestado al grupo de investigación en planeamiento de sistemas eléctricos de la UTP.



Referencias bibliográficas

- [1] COLORNI, A. *et al.* (1994). "Heuristics from nature for hard combinatorial optimization problems". *International Transactions in Operational Research* 3(1): 1-21.
- [2] DORIGO, M.; V. MANIEZZO y A. COLORNI (1996). "The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents". *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B*, 26 (1): 1-13.
- [3] GAMBARDELLA, L.; É. TAILLARD y M. DORIGO (2003). *Ant Colonies for the Quadratic Assignment Problem*. Extraído de la red mundial: <http://iridia.ulb.ac.be/dorigo/dorigo.html>
- [4] GAMBARDELLA, L. y M. DORIGO (1997). *Ant colonies for the traveling salesman problem*. BioSystems, Université libre de Bruxelles, Belgium.
- [5] GRANADA, E. M. y M. E. TORO (2004). "Solución al problema de la designación generalizada usando el método de búsqueda tabú". *Scientia et Technica*, mayo, 24: 61-67.
- [6] STÜTZLE, T. y H. HOOS (1997). "The max-min ant system and local search for the Traveling Salesman Problem". En *IEEE 4th International Conference on Evolutionary Computation*, Indianapolis, IEEE Press, pp. 308-313.
- [7] STÜTZLE, T. y M. DORIGO (1999). "ACO algorithms for the Quadratic Assignment Problem". En D. Corne, M. Dorigo y F. Glover, eds., *New Ideas in Optimization*. Nueva York, McGraw-Hill.