

Modelamiento de la marcha humana por medio de gráficos de unión

Modeling of human walking by means of bondgraphs method

LEONARDO EMIRO CONTRERAS BRAVO

Ingeniero Mecánico, Universidad Francisco de Paula Santander, (Cúcuta), Magíster en Materiales y Procesos de Manufactura, Universidad Nacional de Colombia. Docente catedrático, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y docente de tiempo completo en la Escuela Colombiana de Carreras Industriales.

leoing77@hotmail.com; lecontrerasb@udistrital.edu.co.

MÁXIMO ALEJANDRO ROA GARZÓN

Ingeniero Mecánico y Magíster en Automatización Industrial, Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá. Docente Universidad Nacional de Colombia, categoría asistente, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica.

maximoroa@gmail.com

Fecha de recepción: abril 12 de 2005

Clasificación del artículo: investigación

Fecha de aceptación: junio 27 de 2005

Palabras clave: caminata bípeda, dinámica de marcha, análisis de marcha, gráficos de unión.

Key words: biped walking, gait dynamics, gait analysis, bondgraphs.

RESUMEN

Muchos investigadores estudiosos del modelamiento y simulación de la marcha humana combinan la kinesiología con la dinámica de un cuerpo rígido. En este artículo se usa el método de gráficos de unión como alternativa al modelamiento clásico con ecuaciones diferenciales. El desarrollo se basa en el intercambio de energía entre los componentes de un sistema y las uniones representan el intercambio de energía. Un modelo de gráficos de unión de siete segmentos con 20 grados de libertad es desarrollado para estimar los torques, fuerzas intersegmentales y potencia en articulaciones. El modelo se simula empleando datos experimentales del pasillo de marcha; después se valida comparando los resultados de torques, fuerzas intersegmentales y potencia con los datos experimentales.

ABSTRACT

Many researchers who have studied human walking models and human walking simulation combine kinesiology with the dynamics of rigid bodies. This paper uses the bondgraph method as an alternative to the classical modelling techniques with differential equations. This approach is based on the energy exchanged between the components of a system; the bonds connecting components represent the energy exchanged. A seven segment bondgraph model with twenty degree of freedom is developed and used to estimate torques, intersegmental forces and potency in articulations. The model is simulated using treadmill walking experimental data, and it is validated comparing the results of torques, intersegmental forces and potency in articulations with the experimental data.

1. Introducción

Uno de los mayores problemas en el campo de la ingeniería biomédica es la creación de un modelo matemático que represente el cuerpo humano, de tal forma que permita recrear, simular o analizar movimientos como caminar, correr o subir obstáculos.

Con el fin de lograr una ampliación del conocimiento teórico de la caminata humana que permita desarrollar mejores elementos como prótesis y órtesis, este trabajo tiene el objetivo de hacer una exploración del uso de los gráficos de unión, como herramienta para modelar los movimientos humanos, y crear un modelo del proceso de locomoción de la marcha por medio de esta técnica; el modelo final será el resultado del trabajo por medio de modelos dinámicos sencillos que ayudarán a entender la dinámica de la marcha humana en el plano sagital. Los modelos planteados fueron realizados con la técnica de Karnopp y Rosemberg (1975) y algunos otros, empleando una metodología basada en el análisis cinético¹.

2. Técnica experimental

Para obtener los resultados experimentales de este trabajo, se partió de una prueba de análisis de marcha piloto realizada en el Centro Integral de Rehabilitación de Colombia (CIREC). El laboratorio de marcha es un sistema de evaluación de tecnología avanzada, orientado al estudio analítico del movimiento y sus efectos durante la acción de caminar. El sistema permite la recolección simultánea de datos e imágenes en las tres dimensiones y en tiempo real. Después de un adecuado procesamiento, se presenta la información en videos clínicos y gráficos comparados, que traducen los rangos de los movimientos y sus desviaciones del ideal para cada función. Para recolectar los datos reales que permitieran simular los modelos planteados, empleando la técnica de gráficos de unión y utilizando el software 20-SIMTM, se recurrió a diferentes herramientas de software

diseñadas por el Instituto Biomecánico de Valencia (IBV) y ejecutadas en el laboratorio de movimiento del CIREC; dentro de ellos se encuentran Kinescan/IBVTM y Dinascan/IBVTM.

Los resultados de esta prueba son las curvas de posición (ángulo) relativa para cada una de las articulaciones de la extremidad inferior, las fuerzas de reacción del piso y las curvas de momentos en las articulaciones durante un ciclo de marcha. Para ejemplificar tales resultados se muestran la curva de posición de la cadera vs. tiempo del ciclo de marcha para la pierna derecha (línea clara) e izquierda (línea oscura) (figura 1a), las curvas de momento para ellas (figura 1b) y las curvas de fuerzas de reacción del piso durante el ciclo de marcha (figura 1c).

Figura 1. (a) Posición de la cadera

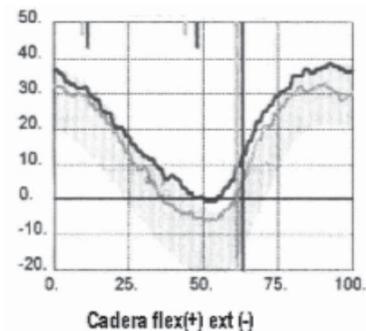
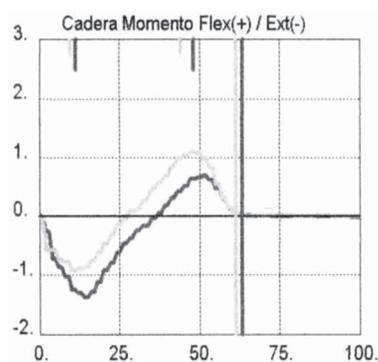
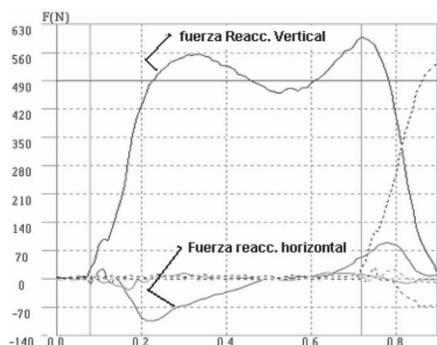


Figura 1. (b) momento en la articulación de la cadera vs. porcentaje del ciclo de marcha



¹ En este artículo, los modelos no se muestran en su totalidad.

Figura 1. (c) gráfica de las fuerzas de reacción del suelo en las tres direcciones vs. tiempo



3. Modelos por gráficos de unión y resultados

En este documento se presentan la metodología y resultados de algunos de los modelos realizados por medio de gráficos de unión, según la técnica de modelos multipuertos (Karnoop y Rosemberg, 1975) y la metodología basada en el análisis cinético de los miembros inferiores ideada durante el desarrollo del trabajo.

3.1 Modelos multipuertos

Para iniciar un modelamiento se llevan a cabo los pasos siguientes:

1) Obtener una definición de cantidades geométricas clave: q_k (vector de coordenadas generalizadas), q_c (vector de energía potencial C), V_i (representa las velocidades), q_i (vector de desplazamiento de inercia).

2) Obtener la matriz de transformación de velocidades:

$$\dot{q}_c = \frac{\partial \phi_{ck}(q_k)}{\partial q_k} q_k = T_{ck}(q_k) q_k \quad (1)$$

3) Obtener la matriz de transformación entre los vectores q_k y V_i .

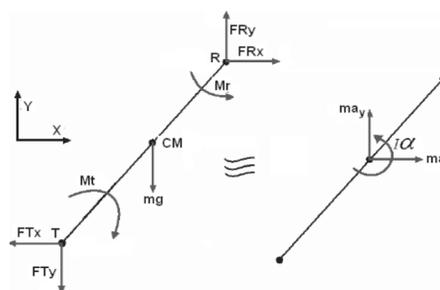
$$V_i = T_{ik}(q_k) \dot{q}_k \quad (2)$$

4) Establecer la estructura de juntas: las transformaciones encontradas en los ítems anteriores $T_{ck}(q_k)$ y $T_{ik}(q_k)$ pueden ser representadas por juntas tipo O y elementos transformadores modulados (MTF).

3.2 Método para gráficos de unión basado en el análisis cinético

Está basado en la dinámica newtoniana y en algunos conceptos propios de la técnica de gráficos de unión. El análisis general de partida para realizar un gráfico de unión, comprende llevar a cabo el diagrama de cuerpo libre de un eslabón o fragmento de miembro inferior, al cual se le hace un análisis cinético; es decir, se analizan todas las fuerzas y momentos externos que pueden actuar sobre él (figura 2).

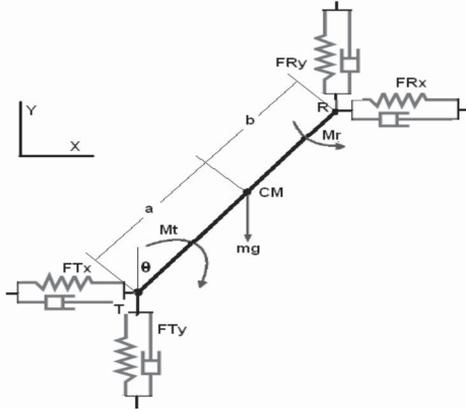
Figura 2. Diagrama de cuerpo libre y cinético de un eslabón



En este modelo general, las fuerzas en los extremos del eslabón (FT_x, FT_y, FR_x, FR_y) son las reacciones de las articulaciones en contacto en el plano sagital (x, y). Ellas fueron reemplazadas por un par de elementos capacitivos y resistivos, respectivamente (figura 3); tales elementos son agregados porque permiten eliminar las causalidades diferenciales en los elementos de inercia (inductivos); es decir, existen variables dependientes que no permiten que el programa 20-SIM™ desarrolle los modelos planteados. De acuerdo con Vera y Felez (1994), todas las variables se desacoplan y a cada puerto de inercia corresponde una variable independiente; estos autores manifiestan que existen programas de simulación dinámica en los cuales es más fácil

realizar el análisis de señales a partir de integraciones en el tiempo (causalidad integral), que mediante el proceso de derivación de las señales de entrada a un elemento cualquiera, aunque otros pueden hacer simulaciones a partir de la integración o derivación de señales.

Figura 3. Fuerzas de reacción reemplazadas por mecanismo resorte-amortiguador



En el software 20-SIM™, los resortes son modelados por elementos capacitivos de un puerto (C), los amortiguadores con elementos resistivos de un puerto (R), las masas e inercias del eslabón se modelan como elementos inductivos de un puerto (I) y los momentos Mt y Mr como elementos transformadores modulados (MTF), ya que dependen del ángulo del eslabón o barra con respecto a la vertical y de los respectivos brazos (*a* o *b*) para producir momento respecto al punto CM (centro de masa).

Primero se plantea una sumatoria de fuerzas en la dirección X, a partir del modelo general mostrado en la figura 4:

$$\sum F = m * a_x \quad (3)$$

$$-FT_x + FR_x = m * a_x \quad (4)$$

Después se plantea la sumatoria de fuerzas en la dirección Y:

$$\sum F = m * a_y \quad (5)$$

$$-FT_y + FR_y - mg = ma_y \quad (6)$$

Por último, la sumatoria de momentos respecto al punto CM:

$$\sum M_{CM} = J\alpha \quad (7)$$

$$(FT_y * a \sin\theta) - (FT_x * a \cos\theta) - (FR_x * b \cos\theta) + (FR_y * b \sin\theta) - M_t + M_r = J\alpha \quad (8)$$

La sumatoria de los esfuerzos en el resorte y el amortiguador en cada extremo del eslabón se debe realizar en una junta 1 (unión de esfuerzo); esta sumatoria genera una fuerza resultante o reacciones que pueden observarse en la figura 5; en su respectiva dirección, serán FT_x o FR_x o FT_y o FR_y .

En la figura 4, igualmente, la sumatoria de la ecuación (4) está representada por el recuadro en la parte inferior; obsérvese que la suma de las fuerzas resultantes de los elementos capacitivos y resistivos que se lleva a cabo en la junta 1 (reacciones) y que representan las reacciones FT_x y FR_x , se hace respecto a una junta 1 (flujo común), en la cual se encuentra anclado el elemento inductivo que representa la masa del eslabón en la dirección *x*. En el programa 20-SIM™ es necesario introducir elementos inductivos (masas e inercias) para cada grado de libertad del modelo; de este tipo de elemento es posible obtener la posición, velocidad o aceleración en cualquier instante de tiempo.

La ecuación (6) se representa por medio del recuadro en la parte superior de la figura 4; allí, las fuerzas FT_y y FR_y que representan las componentes verticales de las reacciones, son sumadas al elemento inductivo (I), el cual está sometido al efecto de la gravedad, razón por la cual se incluye el elemento fuente de esfuerzo (Se).

En gráficos de unión, la ecuación (8) o sumatoria de momentos se representa de la siguiente manera:

– La fuerza FT_y entra a la junta 0 (de esfuerzo común) en la parte superior izquierda y proporciona un momento positivo respecto al punto CM (*centro de masa del eslabón*), al multiplicarla por el brazo ($a * \sin$).

- La fuerza FR_y entra a la junta 0 en la parte superior derecha y genera un momento positivo respecto al punto CM (centro de masa del eslabón), al multiplicarla por el brazo ($b \cdot \text{sen}$).
- La fuerza FT_x entra a la junta 0 en la parte inferior izquierda y genera un momento negativo respecto al punto CM (centro de masa del eslabón) al multiplicarla por el brazo ($-a \cdot \text{cos}$).
- La fuerza FR_x entra a la junta 0 en la parte inferior derecha y genera un momento negativo respecto al punto CM (centro de masa del eslabón) al multiplicarla por el brazo ($-b \cdot \text{cos}$).
- Los momentos M_t y M_r producen su efecto alrededor del punto CM y se incorporan en 20-SIM™ por medio de elementos de fuente de esfuerzo con sus respectivos signos.

Todos los elementos son unidos mediante el tipo de conexión sencilla de elementos. Los elementos MTF (transformadores modulados) requieren una señal adicional de entrada; se usa una señal sencilla por medio de la cual la señal que lo hará variable se introduce al elemento transformador; por ejemplo, una señal de desplazamiento respecto al tiempo. Hay que tener especial cuidado en el momento de asignar la dirección de potencia por medio de las flechas mostradas en la figura 5.

3.3 Modelo del péndulo invertido

El modelo más simple de caminata es un péndulo invertido que oscila (cae y se eleva); si éste se coloca sobre un carro que pueda moverse en dirección horizontal, se obtiene una primera analogía sencilla de la caminata. El centro de masas del cuerpo será análogo a la masa del péndulo, y el centro de presiones del pie será análogo al pivote del péndulo (figura 5).

Figura 4. Gráfico de unión general

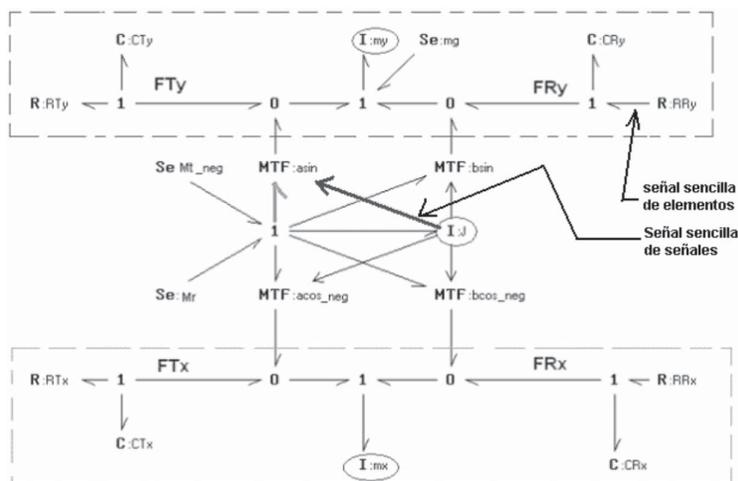
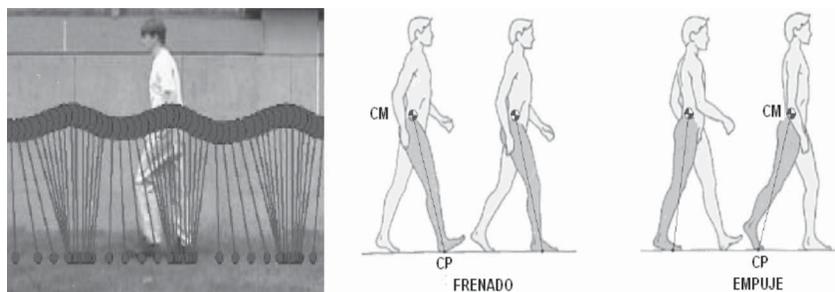
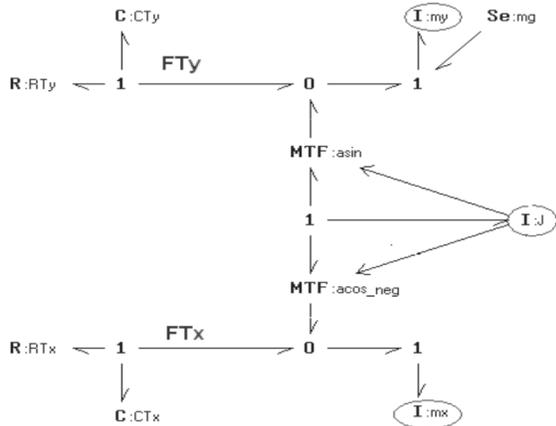


Figura 5. Analogía de la caminata con el modelo del péndulo invertido [Adaptado de Pratt, 2000]



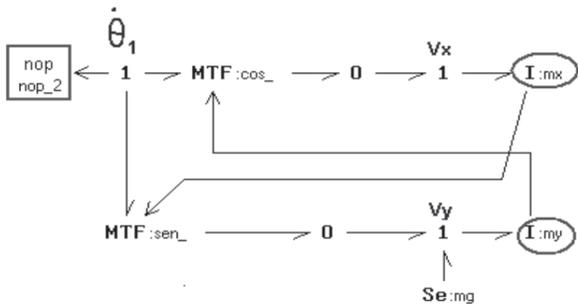
A partir de la metodología de análisis cinético, el modelo a simular se muestra en la figura 6.

Figura 6. Modelo de péndulo invertido en 20-SIM según metodología cinética



Empleando la metodología de modelos multipuertos, se obtiene el modelo a simular mostrado en la figura 7.

Figura 7. Modelo de péndulo invertido en 20-SIM™ por modelos multipuertos

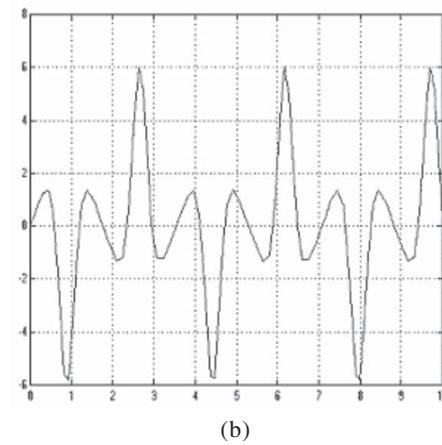
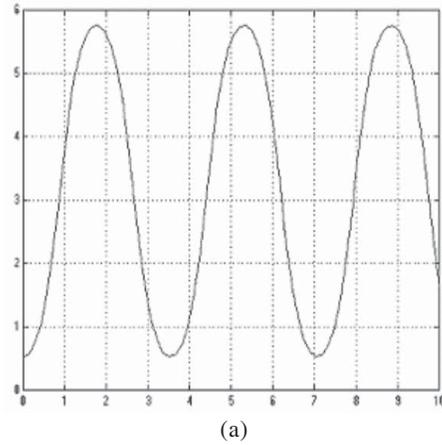


Los resultados obtenidos por los diferentes métodos a través de diferentes herramientas de software fueron muy parecidos y se muestran en la figura 8.

3.4 Modelo del doble péndulo invertido

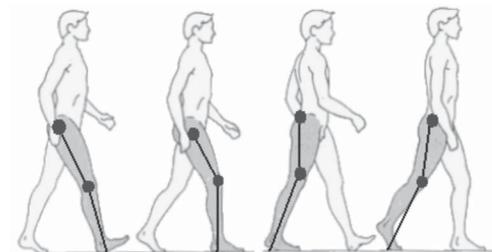
Durante la fase inicial de apoyo o de respuesta a la carga, la masa corporal se desacelera controlando la flexión de la rodilla y el tobillo realiza una flexión plantar; se continúa después con la fase media de apoyo, en la cual ambos péndulos se encuentran en

Figura 8. (a) Gráfica teta vs. T; (b) velocidad Vx vs. T. Ambas para modelo de péndulo invertido - MATLAB® V5.3.



posición vertical (extensión de rodilla y cadera); se culmina con la fase final de apoyo, en la cual se produce una nueva flexión de la rodilla; en esta última fase, la función principal del miembro es prepararse para la oscilación o balanceo (figura 9).

Figura 9. Aplicación del modelo de doble péndulo durante la marcha [Adaptada de Roa, 2004]



Los modelos desarrollados por los métodos de modelo multipuerto y análisis cinético se muestran en las figuras 10 y 11, respectivamente. Los resultados

obtenidos por diferentes métodos y empleando diferentes herramientas de software fueron muy parecidos, éstas se muestran en la figura 12.

Figura 10. Modelo de doble péndulo invertido por modelos multipuestos

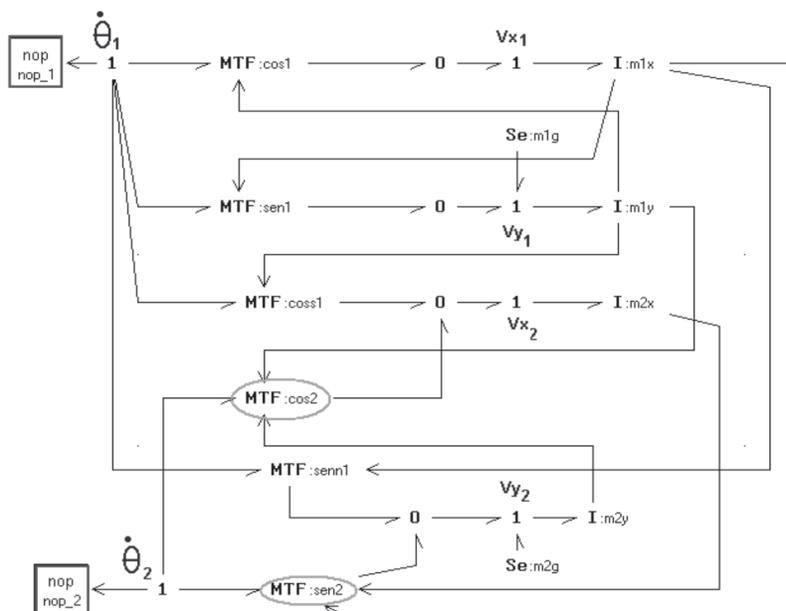


Figura 11. Modelo de doble péndulo invertido en 20-SIM según metodología cinética

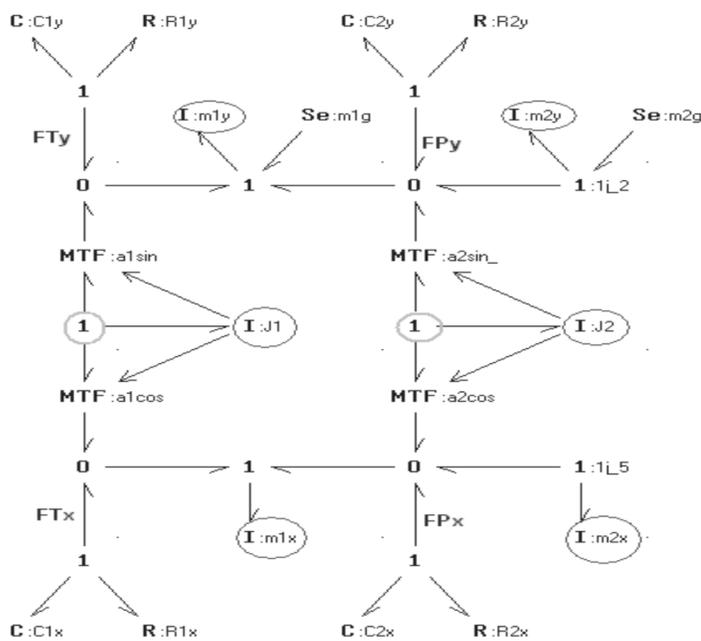
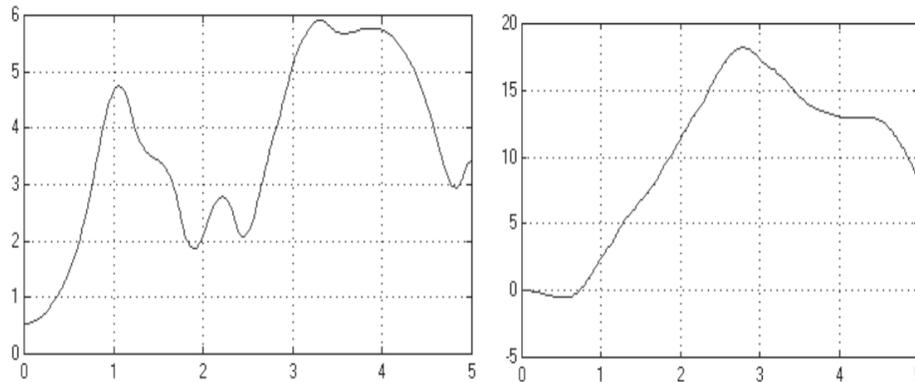


Figura 12. (a) Gráfica teta 1 vs. T; (b) teta 2 vs. T. Ambas para modelo de doble péndulo invertido



3.5 Modelo de doble eslabón

En este modelo cada eslabón representa independientemente muslo y pierna, articulados en el tobillo (fijo), como se muestra en la figura 13(a). El modelo permitirá apreciar el movimiento de flexión y extensión de rodilla y extensión y flexión de cadera durante la fase de apoyo de la marcha humana. Cuando este modelo se considera en posición de un péndulo normal, se entiende el verdadero movimiento de la extremidad inferior durante la fase de balanceo como se muestra en la figura 13(b).

Los modelos desarrollados empleando los métodos de análisis cinético y multipuertos se muestran en las figuras 14a y 14b, respectivamente. Aunque no se muestran, los resultados (posiciones angulares de ambos eslabones) fueron muy similares.

3.6 Modelo de una pierna considerando extremos distal y proximal

En el modelo anterior cada eslabón se consideraba como un elemento con centro de masa ubicado en su centro geométrico. Esto es sólo una aproximación, dado que en los eslabones de extremidad inferior (muslo, pierna y pie), la distancia entre las articulaciones de los extremos y el centro de masa son diferentes (véase figura 15).

El modelo de gráficos de unión por el método multipuertos se muestra en la figura 16; el resultado de su simulación, son las curvas de posición de las articulaciones (cadera, rodilla y tobillo) que se muestran en las figuras 17 y 18, respectivamente.

Figura 13. (a) Aplicación del modelo de doble eslabón invertido durante la marcha; (b) aplicación del modelo de doble eslabón normal durante la marcha [Adaptado de Pratt, 2000]

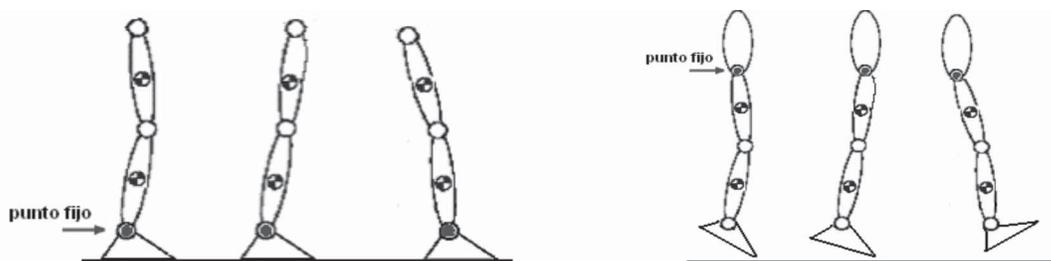


Figura 14. (a) Modelo de doble eslabón en 20-SIM, según metodología cinética; (b) Modelo de doble eslabón por modelos multipuertos -20 SIM

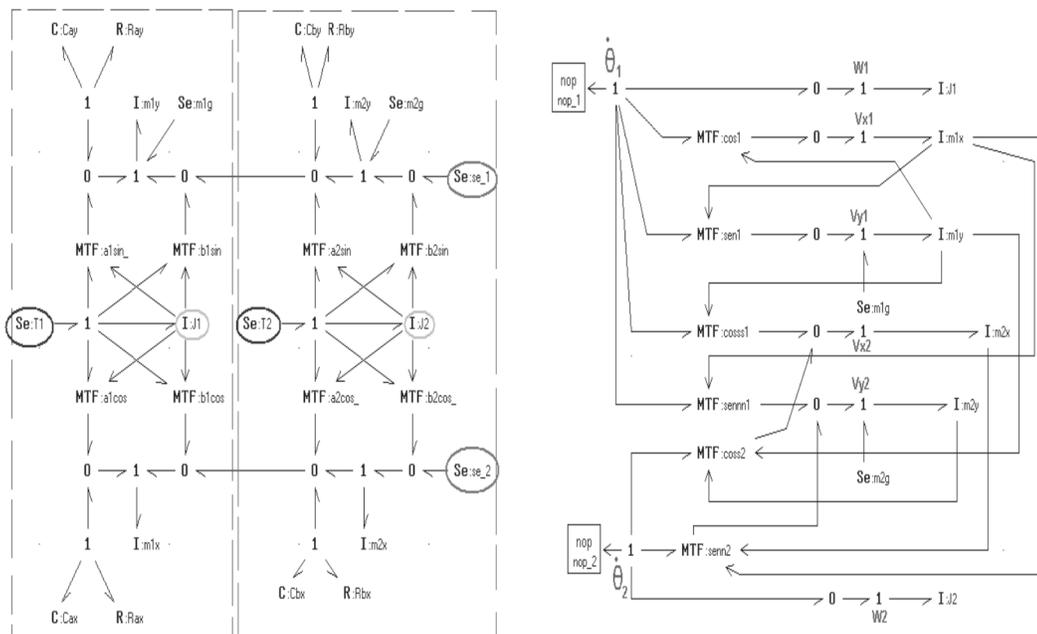
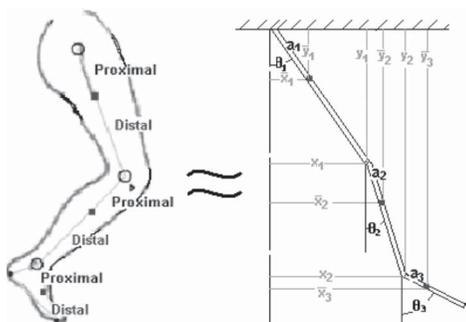


Figura 15. Modelo de una pierna considerando extremos distal y proximal



3.7 Modelo de siete eslabones por gráficos de unión

Existen dos aproximaciones para la solución del modelo de siete eslabones (véase figura 19a) denominadas modelos dinámicos directo e inverso (véase figura 19b). Barrientos (1997) los define así, un modelo dinámico directo es aquel que expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares en función de las fuerzas y pares que intervienen, y

un modelo dinámico inverso es aquel que expresa las fuerzas y pares que intervienen en función de la evolución de las coordenadas articulares y sus derivadas. Esta fue la vía a seguir.

Las suposiciones usadas en el modelo son las siguientes: el movimiento de caminata está contenido en el sagital (lateral). Sin embargo, la amplitud de movimiento de las articulaciones es pequeña en los planos frontal y transversal, por lo que esta aproximación no se encuentra lejos de la realidad y cada segmento tiene una masa fija localizada en su centro de gravedad, que permanece constante al igual que el momento de inercia durante el movimiento.

Los factores que violan las suposiciones son: a) el pie posee una estructura mucho más compleja que la de un eslabón; b) la marcha humana ocurre en tres dimensiones y no en dos; c) en el cuerpo humano, el tobillo tiene una articulación deslizante y no una articulación de pasador como la del modelo; d) la fuerza de reacción vertical se distribuye en todo el pie y no es una fuerza puntual como se considera en el modelo.

Figura 16. Modelo de una pierna por modelos multipuertos considerando extremo distal y proximal - 20 SIM

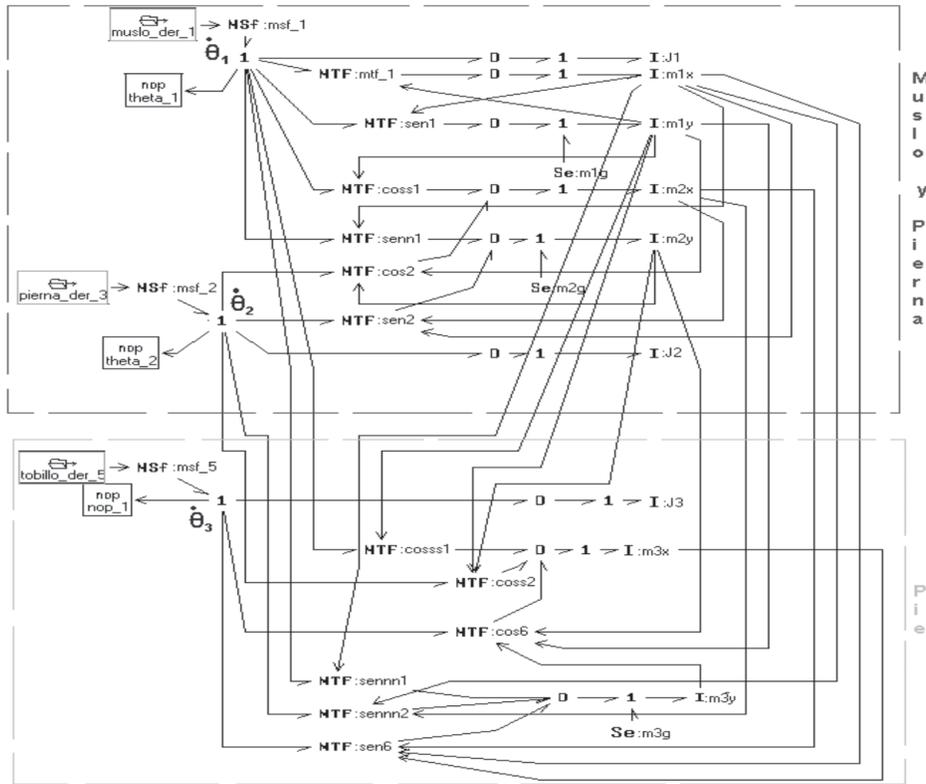


Figura 17. Posición angular de la cadera respecto a la vertical

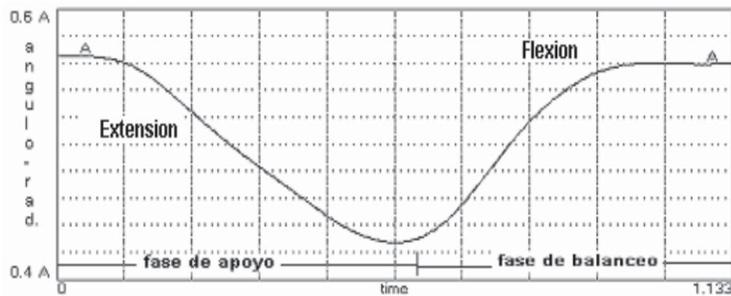


Figura 18. Posición angular de la rodilla y el tobillo (relativo)

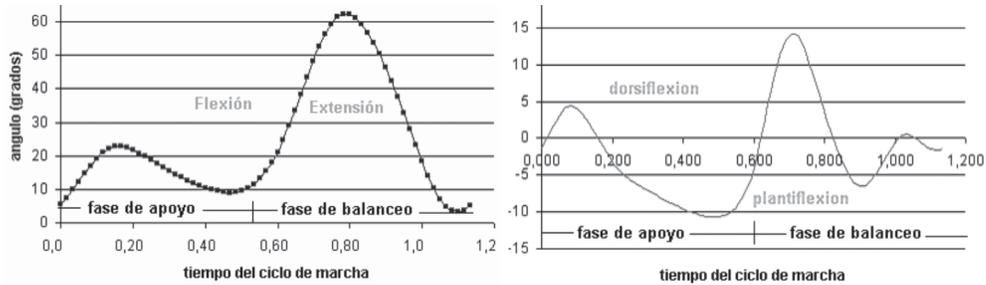
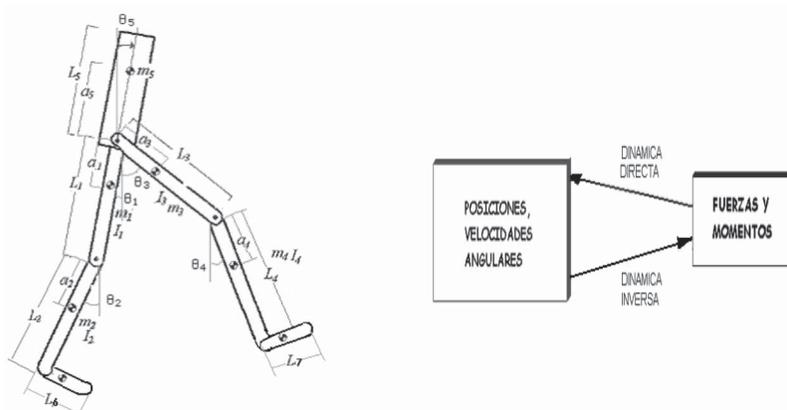


Figura 19. (a) Modelo de siete eslabones considerando extremos distal y proximal; (b) relación entre modelos dinámicos directo e inverso

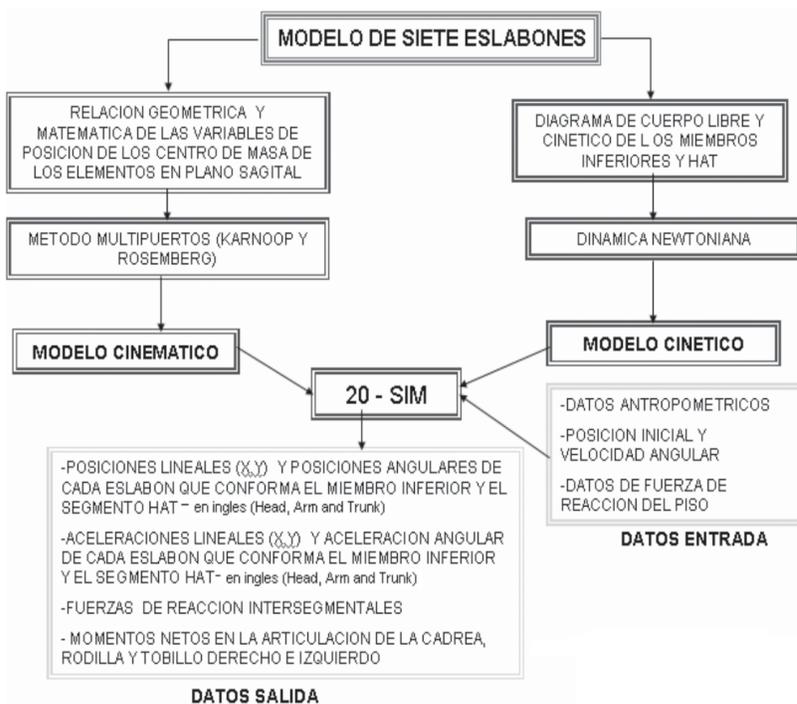


La secuencia llevada a cabo para el desarrollo de este modelo se ilustra en la figura 20. En ella se pueden apreciar tres grupos de datos:

1) Datos antropométricos: información acerca de los eslabones considerados como longitud, ubicación del centro de gravedad y momentos de inercia respecto al centro de gravedad.

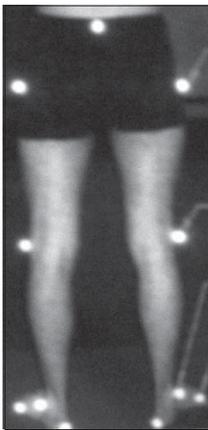
2) Datos cinemáticos: son los datos que se extraen del software Kinescan/IBV™; son las posiciones iniciales de cada segmento (ángulos) que fueron filtrados digitalmente. Posteriormente, mediante diferencias finitas a partir de los datos, se obtienen los datos de velocidad angular de cada segmento.

Figura 20. Secuencia para la elaboración del modelo de siete eslabones



El software Kinescan/IBV™ es un sistema completo de análisis de movimientos basado en el uso de técnicas de registro digital de imágenes; su configuración típica consta de una serie de marcadores (pequeños objetos de forma esférica recubiertos de un material reflectante y con un sistema de sujeción al cuerpo) que permiten determinar la ubicación de cada parte del cuerpo (articulaciones); tal ubicación en el plano sagital se ilustra en la figura 21. El proceso inicia con la digitalización de los marcadores (obtención de coordenadas planas de posición que ocupa cada marcador en cada imagen y para cada cámara). Luego un ordenador, mediante un algoritmo de transformación lineal directa², se encarga de la visualización de los resultados.

Figura 21. Ubicación de los marcadores en el plano sagital



3) Datos de fuerzas externas: son obtenidos mediante la plataforma de fuerzas Dinascan/IBV™ y corresponden a la fuerza de reacción del piso en la dirección vertical y la fuerza en dirección antero-posterior (horizontal) vs. el porcentaje del ciclo de marcha³.

Figura 22. Análisis cinético del pie

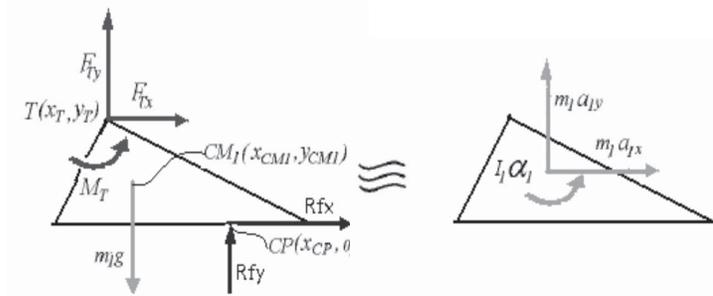
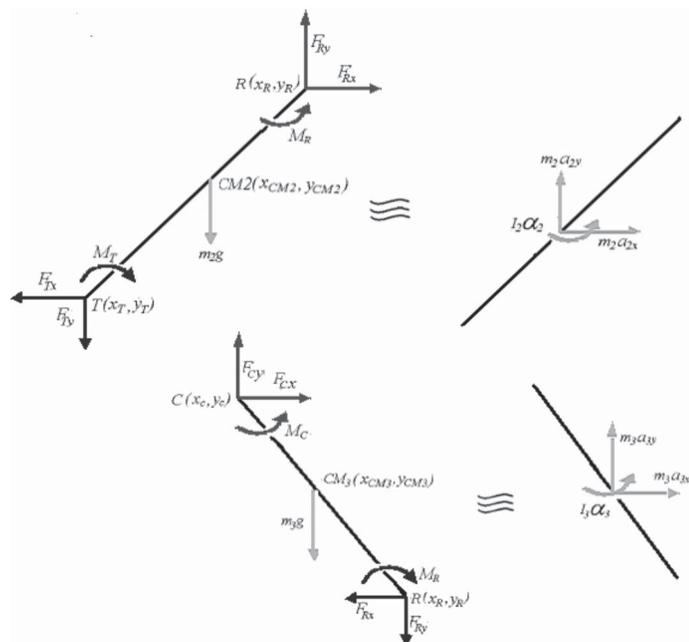


Figura 23. Análisis cinético de la pierna y el muslo



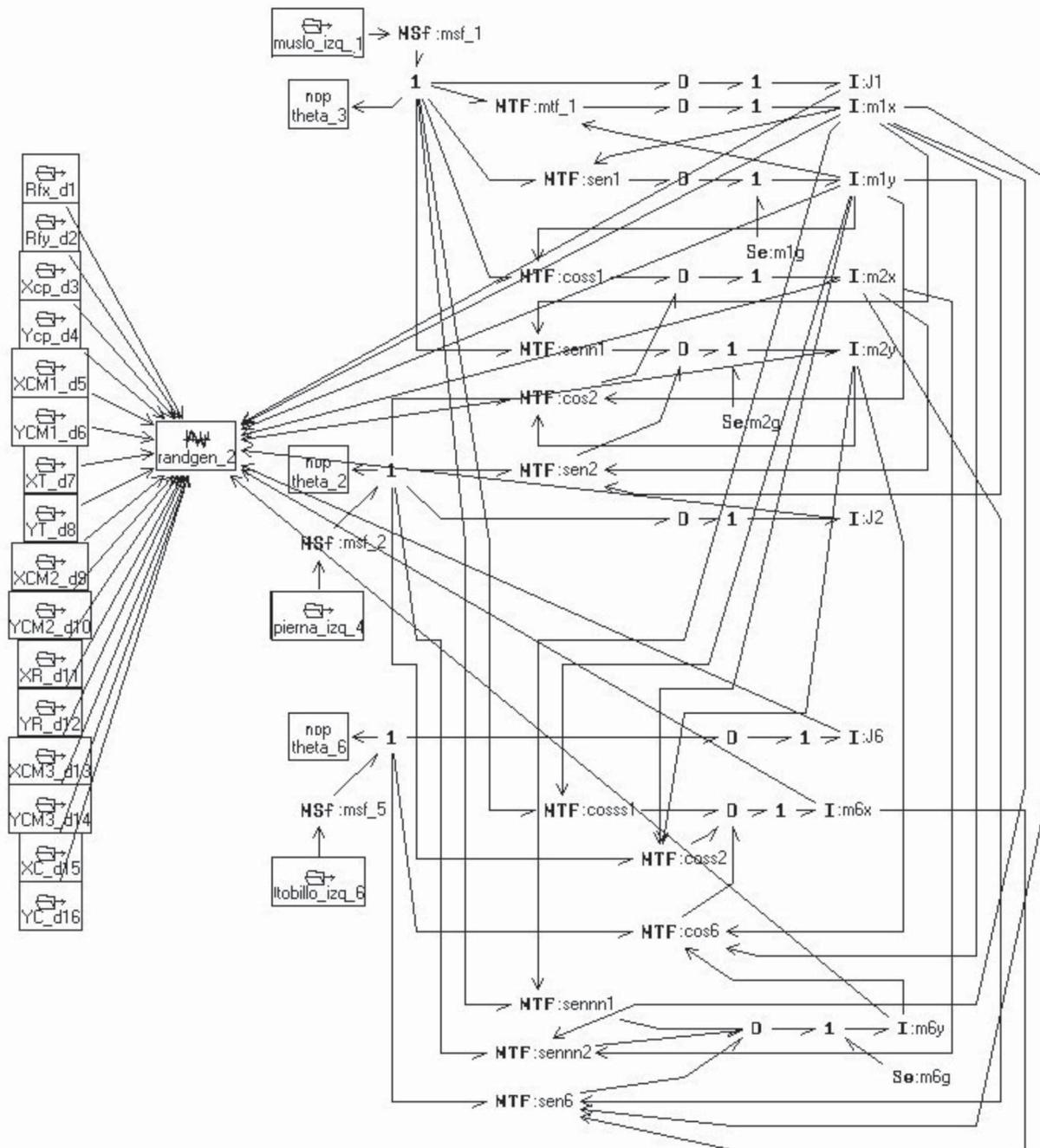
Para diseñar el modelo cinético se parte del análisis de cada segmento de la extremidad inferior; en la figura 22 se muestra para el pie y en la figura 23 para el muslo y la pierna, respectivamente.

Las figuras 24 y 25 ilustran el modelo de siete eslabones desarrollado mediante el método multipuertos en gráficos de unión para la extremidad inferior derecha –segmento HAT– y la extremidad inferior izquierda, respectivamente.

² DLT en inglés.

³ Para la prueba piloto, el 100% del ciclo de marcha corresponde a 1,13 s.

Figura 25. Modelo de siete eslabones en gráficos de unión para extremidad inferior izquierda



A partir de la simulación pueden obtenerse las curvas de momentos en las articulaciones derecha (figura 26) e izquierda⁴; su interpretación puede realizarse por medio de las fases del ciclo de marcha humana: a) inicial del apoyo (AL); b) media del apoyo (AM); c) final de apoyo (AF); d) previa a la oscilación (OP). Además, es posible obtener las

potencias articulares, como se muestra en la figura 27. Generalmente en estas gráficas, tales potencias se confrontan con el porcentaje del ciclo de marcha; no obstante, en este caso se compararon contra el tiempo, con el fin de facilitar la equiparación de los datos experimentales.

Figura 26. (a) Momento en la articulación del tobillo (b) Momento en la rodilla (c) Momento en la cadera

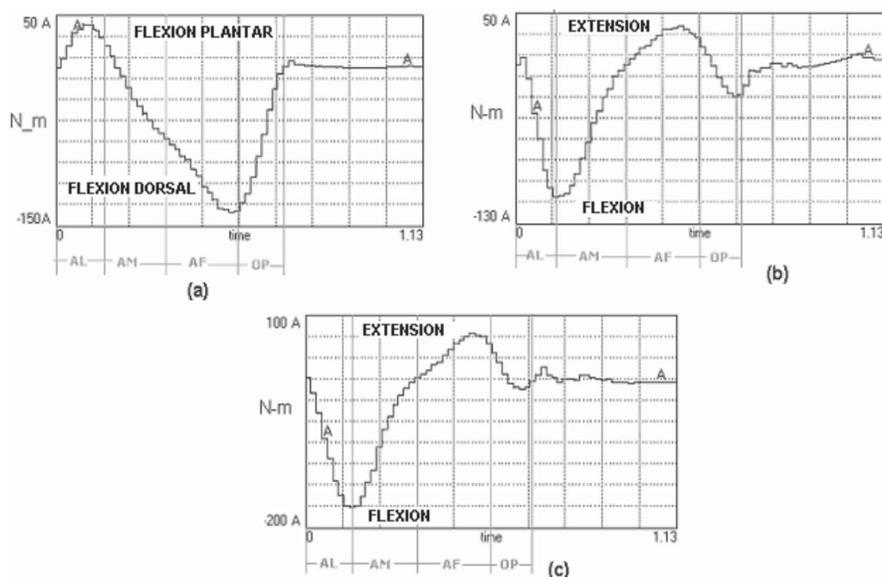
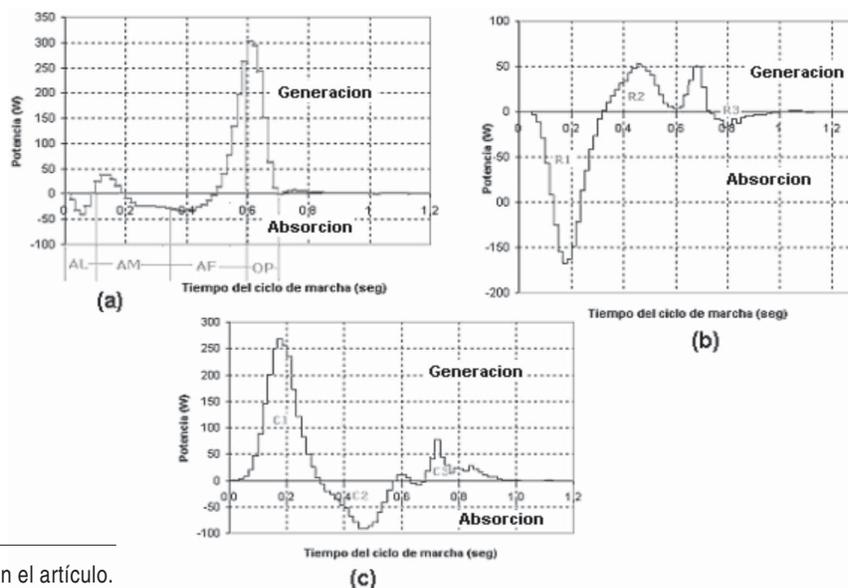


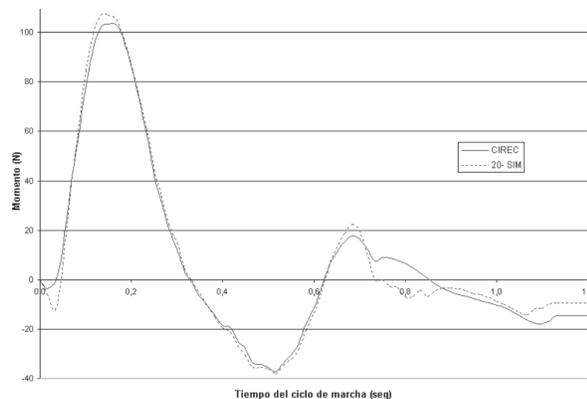
Figura 27. (a) Potencia en la articulación del tobillo; (b) Potencia en la articulación de la rodilla; (c) Potencia en la articulación de la cadera



⁴ No se muestra en el artículo.

Los resultados obtenidos mediante la simulación de este modelo en 20-SIM™, fueron comparados con los obtenidos experimentalmente en el análisis de movimiento del CIREC para cada una de las articulaciones (tobillo, rodilla y cadera). Como puede apreciarse en la figura 28, en el caso del momento en la cadera, existe poca variación en relación con los resultados obtenidos a partir del modelo de siete eslabones; esto aumenta la validez del modelo propuesto.

Figura 28. Momento en la cadera resultados prueba experimental (CIREC) y 20- SIM™



4. Conclusiones

- Los resultados obtenidos empleando las técnicas de Karnoop y la planteada en este artículo son muy similares; se comprueba que esta metodología pueden ser usada para realizar gráficos de unión. Los modelos ilustran la aplicabilidad de los gráficos de unión en el análisis de un sistema biomecánico; de manera didáctica, de lo simple a lo complejo, cada modelo se construye a partir de una secuencia lógica que permite entender los aspectos más importantes del ciclo de marcha humana.
- Los momentos que actúan sobre las articulaciones se deben a fuerzas producidas por músculos con diferentes puntos de inserción; sin embargo, en los modelos representativos de la pierna con cinco y siete eslabones, se supone

que el momento neto (resultante) de todos los músculos que actúan sobre una articulación actúan de forma puntual sobre ella; las gráficas representan el efecto neto de la actividad muscular sobre la articulación.

- En el campo de la medicina, los resultados del modelo de siete eslabones por gráficos de unión, tienen posibles aplicaciones en la concepción de nuevas formas de diagnosticar, guiar y diseñar estrategias de rehabilitación de personal discapacitado con prótesis y órtesis; contribuir con curvas de comparación de resultados de adaptación de prótesis de personas amputadas; e incluso diseñar robots caminadores bípedos o exoesqueletos y dispositivos ortopédicos auxiliares que generen patrones de caminata para personas con problemas musculares en su extremidad inferior.

5. Trabajo futuro

- Ampliar el modelo de siete eslabones para considerar más grados de libertad. Una extensión natural resulta de la consideración de las extremidades superiores como eslabones, aumentando así el modelo a 11 grados de libertad o tal vez 13 (mano derecha e izquierda) y plantear el análisis de las fuerzas musculares en las articulaciones mediante el empleo de sistemas resorte-amortiguador, con el fin de obtener mayor conocimiento del efecto de los músculos en la locomoción humana.
- Extender el modelo de marcha humana al campo tridimensional mediante el uso de los gráficos de unión y diagramas de bloque; con la versión gratuita empleada en este estudio, V2.3⁵, es imposible realizar simulaciones tridimensionales para enriquecer así el espectro de las herramientas disponibles para el análisis de marcha.

⁵ Descargada del world wide web: www.download.com.ph/20sim-Viewer.htm.

Referencias bibliográficas

- [1] KARNOPP, D.C., MARGOLIS, D.L., y ROSENBERG, R.C. (1975) *System Dynamics: a Unified Approach*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, NY.
- [2] POP, C. *Bondgraphs Modelling and Model Evaluation of Human Locomotion Using Experimental Data*. University Of Waterloo. Extraído del world wide web: <http://www.me.uwaterloo.ca/~jph/pubs/bondgraph.pdf>.
- [3] PRATT, J. E. (2000). *Exploiting Inherent Robustness and Natural Dynamics in the Control of Bipedal Walking Robots*. Ph.D. Thesis, MIT.
- [4] ROA, M.A. (2004). *Modelamiento y simulación de la caminata bípeda*. Tesis de maestría en automatización industrial, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, p. 250.
- [5] VERA, C. y FELEZ J. *Dinámica vehicular basada en la teoría de Bond-Graph*. Madrid, Universidad Politécnica de Madrid, 1994, p. 446.