

# Negociación de portafolios de acciones usando la meta-heurística Scatter Search

## Negotiation of Stock Portfolios Using the Scatter Search Metaheuristic

EDUARDO ARTURO CRUZ TREJOS

Ingeniero Industrial y Magíster en Administración Económica y Financiera. Profesor de la Facultad de Ingeniería Industrial, Universidad Tecnológica de Pereira (Colombia).  
ecruz@utp.edu.co

JORGE HERNÁN RESTREPO C.

Ingeniero Industrial y Magíster en Investigación de Operaciones y Estadística. Profesor de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Tecnológica de Pereira.  
jhrestrepoco@utp.edu.co

ALBA YANETH MORALES PÉREZ

Administradora de Empresas, candidata a Magíster en Administración Económica y Financiera, Universidad Tecnológica de Pereira

Clasificación del artículo: reflexión

Fecha de recepción: 18 de noviembre de 2005

Fecha de aceptación: 13 de octubre de 2006

**Palabras clave:** portafolios de acciones, búsqueda dispersa, valor presente neto, negociación.

**Key words:** Stock portfolios, Scatter Search, Net Present Value, negotiation.

### RESUMEN

Este documento presenta una metodología para conformar portafolios de acciones. En él se expone la técnica usada para definir precios, la dinámica de negociación (compra, venta y comisión) y la aplicación de un algoritmo de búsqueda dispersa para determinar el volumen de acciones que maximiza el Valor Presente Neto (VPN) de un portafolio de acciones seleccionado entre la oferta de la Bolsa de Valores de Colombia.

### ABSTRACT

This paper presents a methodology to shape stock portfolios. It shows the technique used to define prices, the dynamics of businesses (buying, selling and commissions), and the application of an algorithm of scatter search to determine the volume of stocks that maximize the Net Present Value of a stock portfolio selected between the Bolsa de Valores de Colombia's supply.

## 1. Introducción

El surgimiento de nuevos métodos de análisis y herramientas para la conformación y selección de portafolios de inversión han hecho que este campo se incorpore a la toma de decisiones financieras. Entre los métodos más difundidos se encuentran:

- **Análisis fundamental:** parte del análisis de los estados financieros y de los indicadores financieros y bursátiles de cada emisor.
  - **Análisis técnico:** analiza las tendencias de los precios de las acciones a corto (cinco días), mediano (veinte días) y largo plazo (más de veinte días).
  - **Análisis de osciladores:** se emplea cuando las tendencias no son claras, facilitando la toma de decisiones a partir de las advertencias y confirmaciones resultantes de la tendencia esperada de precios que el método permite definir [1].
  - **Modelo de activos de capital a precios de mercado (CAPM):** relaciona el rendimiento esperado de cada acción con el rendimiento del mercado medido a través de indicadores [2].
  - **Modelo de fijación de precios por arbitraje (APM):** en la negociación, busca aprovechar estratégicamente las diferencias de precios entre dos o más activos financieros, al cambio directo de un título valor por otro o con cambios cruzados en los que intervienen más de dos acciones.
- 6) **Modelo de Markowitz:** determina cómo un inversor puede reducir la desviación típica de las rentabilidades de un portafolio, eligiendo acciones cuyas oscilaciones no sean paralelas [3].

Ninguno de los anteriores modelos señala cómo negociar acciones para maximizar la rentabilidad de un portafolio de inversión a corto plazo. El objetivo de este artículo es proponer una metodología para la conformación de un portafolio de inversión en acciones de la Bolsa de Valores de Colombia, a través de la negociación (movimiento diario de compra y venta) a corto plazo, para que éste alcance una rentabilidad sobresaliente.

Los inversionistas enfrentan mercados altamente especulativos. En consecuencia, para la toma de decisiones de inversión en un mercado volátil como el accionario de las economías en desarrollo no es suficiente con pronosticar un solo precio esperado/acción, a partir de métodos tradicionales como el de mínimos cuadrados. Es necesario usar métodos que propongan soluciones más robustas, con varios precios posibles para cada día y cada acción preseleccionada, mediante la simulación de una función de distribución para cada título según sus precios históricos. Para evaluar todas las posibles combinaciones de portafolios que pueden formarse para cada día de negociación debe adoptarse un procedimiento que explore el conjunto de soluciones y las evalúe frente a una tasa de interés establecida a juicio del inversionista; además, que incluya dentro de las combinaciones las soluciones más pesimistas, esto es, los precios estimados más altos para comprar y más bajos para vender.

Para validar los resultados obtenidos con el uso del modelo que aquí se presenta éstos se comparan con los datos de cotización de las acciones en el mercado bursátil colombiano registrados entre el 21 y 25 de febrero de 2005 [4].

## 2. Técnicas de análisis bursátil

### 2.1. Análisis fundamental

Es el estudio de la literatura disponible en el mercado acerca del emisor del instrumento financiero y su entorno empresarial, financiero y económico, con la finalidad de obtener su verdadero valor y así hacer una recomendación de inversión. El método recopila y analiza la información histórica pretendiendo estimar el comportamiento futuro de un título que se cotiza y negocia en bolsa, a partir de la valoración de los factores internos como indicadores financieros de rentabilidad, liquidez, actividad y endeudamiento; además, de los indicadores de comportamiento de la acción en el mercado, como el índice de bursatilidad accionaria (IBA), el coeficiente Q de Tobin<sup>1</sup>, la relación precio de la acción/utilidad por acción, la política de

dividendos e inversión, entre otros. El resultado de la valoración de estos factores se compara con su valor de mercado para determinar su estado de sobrevaluación o subvaluación; en general, se recomienda comprar acciones subvaluadas y vender acciones sobrevaluadas.

## 2.2 Análisis técnico

Pretende pronosticar las variaciones futuras de un instrumento bursátil basándose exclusivamente en la evolución de las cotizaciones a lo largo de un periodo de tiempo. Este estudio se realiza mediante el manejo de indicadores y gráficos que reflejan el precio de una acción y su volumen a través del tiempo, con el fin de determinar las tendencias futuras de los precios, mediante el análisis de los siguientes factores claves: precio, tiempo y volumen de acciones negociadas. A partir de la información histórica de las variables precio y volumen de acciones transadas pueden aplicarse diferentes técnicas matemáticas y heurísticas para simular el comportamiento futuro de los títulos en el mercado y complementar el análisis fundamental y técnico básico [1].

El análisis técnico considera que el conjunto de causas que afectan el mercado bursátil tienen como consecuencia un movimiento o producen un efecto que queda reflejado en los gráficos de precios y volúmenes. Aunque muchos fenómenos considerados aleatorios, como el clima, o un eventual suceso político, tienen efecto en el mercado, en los movimientos aparentemente caóticos de los precios hay un orden que puede definirse. Los gráficos reflejan todos los factores que operan en el mercado; entonces, a partir del registro gráfico de los precios y volúmenes operados de cada acción y de los principales índices del mercado de valores puede inferirse el sentimiento del mercado<sup>2</sup>, que es el vector resultante de los factores fundamentales que operan en cada momento [5].

<sup>1</sup> El coeficiente Q de Tobin relaciona el precio patrimonial de la acción con el precio de cotización en el mercado.

## 2.3. Teoría de portafolio

En términos formales, un portafolio es una colección de activos financieros (dinero, bonos, acciones, etc.) y reales (tierras, metales preciosos, edificaciones, obras de arte, recursos energéticos) con características propias de plazo, rentabilidad y riesgo.

### Modelo de Markowitz

Es un modelo de programación cuadrática que tiene como condiciones de primer orden el aumento marginal en la varianza, cuando se incrementa la inversión en cierto activo, en forma proporcional al retorno obtenido; la variación depende de la varianza del retorno del activo y de la covarianza del retorno de los demás activos del portafolio. El modelo consiste en buscar la composición de la cartera que maximice la rentabilidad con determinado nivel de riesgo, o que determine el nivel mínimo de riesgo para obtener una rentabilidad dada [6].

El procedimiento consiste en:

- tomar los precios diarios promediados en cada ronda de negociación y ponderar el número de acciones negociadas, así:

$$\text{Precio Promedio Ponderado (PPP)} = \frac{\sum_{I=1}^N V_I P_I}{N \sum_{I=1}^N V_I} \quad (1)$$

En (1),  $V_I$  es el volumen de acciones negociadas en la ronda  $I$ ;  $P_I$  es el precio de la acción en la ronda  $I$ ;  $N$  es el número de rondas diarias de negociación de una acción.

- Calcula la variación diaria del precio de cada acción durante el lapso de tiempo considerado, así:

$$\text{Variación diaria} = \frac{PPP_T}{PPP_{T-1}} - 1 \quad \text{Rendimiento} \quad \text{Diario} \quad (2)$$

<sup>2</sup> En este caso el mercado está constituido por un conjunto de los inversionistas que compran y venden acciones en un momento determinado.

## re-creaciones

En (2):  $PPP_T$  es el precio promedio ponderado en el día  $T$ ;  $PPP_{T-1}$  es el precio promedio ponderado en el día  $T-1$ .

- Calcular la media ( $M$ ) y la desviación estándar ( $S$ ) de los rendimientos diarios, así:

$$M = \frac{\sum_{i=1}^N \text{Var\_dia}}{N} \quad (3) \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\text{Var\_dia}_i - M)^2}{N-1}} \quad (4)$$

En (3) y (4),  $n$  es el número de variaciones de precios diarios considerados.

- Calcular la covarianza ( $S_{XY}$ ) de los rendimientos entre cada par de las acciones que conforman el portafolio, con respecto a la media. La compensación de variaciones entre las acciones permite disminuir el riesgo del portafolio [6].

$$S_{XY} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - M) * (Y_i - M)}{N-1}} \quad (5)$$

En (5):  $X_i$  es el precio de la acción  $X$  en el momento  $i$ ;  $Y_i$  es el precio de la acción  $Y$  en el momento  $i$ ;  $M$  es la media de cada acción obtenida a partir de los precios promedio ponderados históricos.

- Establecer la varianza del portafolio ( $S_p^2$ ):

$$S_p^2 = \sum_{i=1}^N S_i^2 + 2 * \sum_{j=1}^K S_{XY} \quad (6)$$

En (6),  $N$  es el número de acciones que participan en el portafolio;  $S_i^2$  es la varianza del rendimiento esperado de cada acción;  $K$  es la combinación de cada par de acciones;  $S_{XY}$  es la covarianza de los rendimientos esperados entre las acciones  $X$  y  $Y$ .

El objetivo es conformar un portafolio bien diversificado (acciones de diferentes sectores económicos) con un nivel de riesgo ( $s_p$ ) menor

que la suma de los riesgos individuales de las acciones que lo conforman, como estrategia para disminuir el riesgo [7], así:

$$S_p < \sum_{I=1}^N S_I \quad (7)$$

En (7),  $I$  es la acción  $I$ , desde 1 hasta  $N$ ;  $N$  es el número de acciones del portafolio;  $S_I$  es el riesgo (desviación estándar) de la acción  $I$ .

- *Modelo de mercado de Sharpe (CAPM)*

Creado en 1963, también es denominado modelo diagonal, dado que la matriz de varianzas y covarianzas sólo presenta valores diferentes de cero en la diagonal principal, esto es, en los lugares correspondientes a las varianzas de las rentabilidades de cada título.

El modelo asume que el retorno sobre cada título está relacionado linealmente con un exponente único, que usualmente es asumido como el retorno sobre algunos exponentes de mercados. Este propone una medida de riesgo de un valor individual, con respecto al mercado de valores, permite estimar el riesgo no diversificable (riesgo del mercado) de un activo financiero y compararlo con el riesgo de un portafolio. La ecuación desarrollada por Sharpe, Treymor, Mossin y Linter suele escribirse así:

$$E(R_J) = R_F + [E(R_M) - R_F] \beta_J \quad (8)$$

En (8):  $E(R_J)$  es el rendimiento esperado sobre el  $J$ -ésimo activo riesgoso;  $R_F$  es la tasa de rendimiento sobre un activo libre de riesgo;  $E(R_M)$  es el rendimiento esperado sobre la cartera del mercado;  $\beta_J$  es el coeficiente Beta del  $J$ -ésimo título y mide la sensibilidad de la acción  $J$ -ésima, con respecto a las variaciones del indicador del mercado bursátil referenciado. Este último se determina así:

$$\beta_J = \frac{COV(R_J, R_M)}{VAR(R_M)} \quad (9)$$

En (9): COV es la covarianza de la rentabilidad del J-ésimo título y el rendimiento del mercado; VAR es la varianza del rendimiento esperado del mercado bursátil [8].

#### 2.4. Técnicas meta-heurísticas

La palabra *heurística* se deriva del verbo griego *heurskein*, que significa encontrar o descubrir. El término ha adoptado diversas connotaciones:

- Se aplicó al estudio de métodos para descubrir e inventar técnicas para la resolución de problemas, en especial los relacionados con demostraciones matemáticas.
- Algunas personas lo utilizan como opuesto de algorítmico; por ejemplo, cuando un proceso afirma resolver un problema, pero no ofrece ninguna garantía de ello, se dice que éste es la heurística del problema.

Conviene notar que en un algoritmo de búsqueda heurística no hay nada aleatorio, pues éste ejecuta pasos algorítmicos hasta llegar al resultado. Lo que sí es cierto es que en algunos casos no puede saberse el número de pasos que tendrá la búsqueda; en otros tampoco puede garantizarse la calidad de la solución obtenida. En el primer laboratorio de sistemas expertos de la Universidad de Stanford se consideraba que las heurísticas eran reglas prácticas utilizadas por expertos para generar buenas soluciones sin recurrir a búsquedas exhaustivas [9].

- En Inteligencia Artificial (IA) el término se emplea en forma muy genérica e indica todos aquellos aspectos relacionados con el empleo de conocimiento en la realización dinámica de tareas. La heurística se refiere a técnicas, métodos o procedimientos inteligentes para realizar una tarea que no son el resultado de un análisis formal riguroso, sino de conocimiento experto sobre ella. En especial se usa para referirse a procedimientos que tratan de aportar soluciones a un problema, con buen rendimiento en términos de calidad de las soluciones y de los recursos empleados. En resolución de problemas específicos

han surgido procedimientos heurísticos exitosos; de estos se pretende extraer la esencia del éxito para aplicarla a otros problemas o contextos más extensos; esto ha sucedido en diversos campos de la IA, en especial en sistemas expertos, lo que contribuye al desarrollo del concepto y a la extensión de sus aplicaciones. Así han sido obtenidos técnicas y recursos computacionales específicos, por ejemplo estrategias generales de diseño para la resolución de problemas.

En síntesis, en IA un procedimiento heurístico emplea conocimiento acerca de un problema y de las técnicas aplicables, y tratan de aportar soluciones (o acercarse a ellas) usando una cantidad de recursos razonables (generalmente tiempo). En problemas de optimización, además de satisfacer las condiciones de factibilidad del problema, se busca la solución óptima, de acuerdo con el criterio de comparación entre ellas.

- En Investigación Operativa (IO) el término se aplica a procedimientos de resolución de problemas de optimización, con una concepción diferente. Un procedimiento es heurístico cuando se tiene un alto grado de confianza en que encontrará soluciones de alta calidad con un costo computacional razonable, aunque no se garantice su optimalidad o su factibilidad; incluso, en algunos casos, no se llegue a establecer la cercanía a este estado. De esta manera, *heurístico* es contrario a *exacto*<sup>3</sup>.
- También es usual utilizar el término cuando utilizando el conocimiento acerca de un problema, se realizan modificaciones en el procedimiento de solución que mejoran su rendimiento en la práctica sin afectar su complejidad. Los métodos heurísticos de resolución de problemas de optimización pueden ser *generales* o *específicos*; estos últimos deben ser diseñados a la medida de cada problema y utilizar toda la información disponible y el análisis teórico del modelo; en consecuencia, su rendimiento es significativa-

<sup>3</sup> Un procedimiento es exacto cuando la solución que aporta es óptima o factible.

mente más alto. Las heurísticas generales, por su parte, presentan otro tipo de ventajas: sencillez, adaptabilidad y robustez de los procedimientos; las emanadas de las metaheurísticas pueden mejorar su rendimiento utilizando recursos computacionales y estrategias inteligentes.

El término *metaheurística* se obtiene de anteponer al término analizado el sufijo *meta*, que significa más allá o a un nivel superior. Los conceptos vigentes se basan en las diferentes interpretaciones existentes acerca de la forma inteligente de resolver un problema. Las metaheurísticas son estrategias inteligentes para diseñar o mejorar procedimientos heurísticos muy generales con un alto rendimiento; el término apareció por primera vez en el artículo seminal sobre búsqueda *tabú* de Fred Glover en 1986 y, a partir de entonces, han surgido diversas propuestas de pautas para diseñar buenos procedimientos para resolver ciertos problemas que, al ampliar su campo de aplicación, han adoptado esta denominación.

Las metaheurísticas pueden ser de relajación, constructivas, de búsqueda, evolutivas, de descomposición y memoria de largo plazo. Las de *relajación* son procedimientos de resolución de problemas que utilizan relajaciones del modelo original, esto es, modificaciones del modelo que hacen que el problema sea más fácil de resolver. Las *constructivas* son procedimientos para obtener una solución a partir del análisis y selección paulatina de las componentes que la forman. Las *de búsqueda* guían los procedimientos que usan transformaciones o movimientos para recorrer el espacio de soluciones alternativas y explotar las estructuras de entorno asociadas. Las *evolutivas* hacen referencia a los procedimientos basados en conjuntos de soluciones que evolucionan sobre el espacio de soluciones; su característica fundamental es la interacción entre los miembros de la población. Las de *descomposición* establecen pautas para resolver un problema determinando subproblemas; a partir de ellos se construye una solución al problema original. Las de *memoria a largo plazo* usan la

información sobre las características y propiedades comunes a soluciones de alta calidad o sobre las decisiones de mejora adaptadas durante el proceso de solución [10].

### 3. El método de búsqueda dispersa

*Scatter Search* (SS) es un método meta-heurístico basado en formulaciones y estrategias introducidas en la década del sesenta; también es conocido como *búsqueda dispersa*. Se fundamenta en combinar reglas de decisión (especialmente en problemas de secuenciación) y restricciones entre sí. El método opera sobre un conjunto de soluciones llamado *conjunto de referencia* y combina éstas, para crear nuevas soluciones mejores que las que las originaron; por tanto, se considera que es un método evolutivo, que a diferencia de otros no está fundamentado en la aleatorización sobre un conjunto relativamente grande de soluciones, sino en elecciones sistemáticas y estratégicas sobre un conjunto pequeño, normalmente de diez soluciones. El principio básico es que la calidad o el atractivo de un conjunto de reglas, restricciones o soluciones pueden ser obtenidos mediante la combinación de éstas, en lugar de su valoración aislada.

El método se basa en combinar las soluciones que aparecen en el conjunto de referencia. Este conjunto almacena las *buenas* soluciones que se van encontrando durante el proceso de búsqueda. En este caso, una buena solución no solo hace referencia a su calidad, sino también se considera la diversidad que ésta aporta al conjunto de referencia.

SS consta básicamente de cinco métodos:

- *Generación de diversificación*: generar un conjunto P de soluciones diversas (alrededor de 100), del que se extraen uno pequeño (alrededor de 10), que se denomina conjunto de referencia.
- *Mejoramiento*. Es un método de búsqueda local para mejorar las soluciones originales del conjunto P y las combinadas, antes de decidir su inclusión en el conjunto de referencia.

- *Creación y actualización del conjunto de referencia.* A partir del conjunto de soluciones diversas  $P$  se extrae el conjunto de referencia con base en los siguientes criterios: calidad de las soluciones contenidas y diversidad de las mismas:
  - Creación: el conjunto de referencia  $b$  se inicia con las  $b/2$  mejores soluciones de  $P$ ; las soluciones restantes se extraen de  $P$  para maximizar la mínima distancia (diversidad), con respecto a las ya incluidas en el conjunto de referencia.
  - Actualización: las soluciones fruto de las combinaciones pueden entrar en el conjunto de referencia y reemplazar alguna de las allí incluidas, si las mejoran; así, el conjunto de referencia mantiene un valor constante  $b$ , pero el valor de sus soluciones va mejorando a lo largo de la búsqueda.
- *Generación de subconjuntos:* SS se basa en examinar en forma exhaustiva todas las combinaciones del conjunto de referencia.
- *Combinación de soluciones.* SS se basa en combinar todas las soluciones del conjunto de referencia; para ello se consideran los subconjuntos formados en el método 4), y aplicarles el método de combinación. La solución o soluciones así obtenidas pueden ser introducidas de inmediato en el conjunto de referencia (actualización dinámica), o almacenadas temporalmente en una lista hasta realizar todas las combinaciones y luego determinar las soluciones que entran en el conjunto (actualización estática) [11].

El algoritmo de búsqueda dispersa puede representarse de la siguiente forma:

- (1) Inicie con  $P = \emptyset$ . Use el método de generación de diversificación para construir una solución  $x$ . Si  $x \notin P$ , entonces añadir  $x$  a  $P$ ; de lo contrario, descartar  $x$ . Repita este paso hasta  $|P| = P\_tamaño$ . Construya un *conjuntodereferencia* =  $\{x^1, \dots, x^b\}$  con  $b$  soluciones diversas en  $P$ .
- (2) Evalúe las soluciones del conjunto de referencia de acuerdo con el valor de la función objetivo tal que  $x^1$  sea la mejor solución y  $x^b$  la peor. Hacer *Nuevasolución* = Verdadero.

Mientras (*Nuevasolución*) Hacer

- (3) Generar *NuevoSubconjuntos*, que consiste en todos los pares de soluciones que están en el conjunto de referencia que incluye por lo menos una solución nueva. Hacer *Nuevasolución* = Falso.

Mientras (*NuevoSubconjuntos*  $\neq \emptyset$ ) Hacer

- (4) Seleccione el siguiente subconjunto  $s$  de *NuevoSubconjuntos*
- (5) Aplique el método de combinación de soluciones a  $s$  para obtener nuevas soluciones  $x$ .

Si ( $x$  no esta en el *conjunto de referencia* y  $f(x) < f(x^b)$ ) entonces

- (6) Hacer  $x^b = x$  y reordene *conjuntodereferencia*.
- (7) Hacer *Nuevasolución* = Verdadera.

Fin del Si

- (8) Borrar  $s$  del *NuevoSubconjuntos*.

Fin del mientras

Fin del mientras

El procedimiento inicia con la creación de un *conjunto de referencia*. Usando el método de generación de diversificación se construye un gran conjunto P de soluciones, cuyo tamaño es típicamente diez veces el tamaño de *conjuntodereferencia*. Inicialmente, *conjuntodereferencia* tiene *b* soluciones distintas y muy diversas de P; tales soluciones son ordenadas de acuerdo con la calidad; la mejor solución es la primera de la lista. La búsqueda se inicia asignando el valor *Trae* a la variable *Bolean Nuevasolución*.

En el paso (3) el *Nuevosubconjunto* es construido y *Nuevasolución* es cambiada a *False*. Los pares de *Nuevosubconjunto* son seleccionados uno a la vez en orden lexicográfico, y luego se aplica el método de combinación de soluciones para generar una o más en el paso (5). Si se generan mejores soluciones que las peores de *conjuntodereferencia*, las nuevas soluciones reemplazan a las peores, y se reordenan en el paso (6). La *Nuevasolución* es cambiada a *trae* y el subconjunto S que fue combinado se borra de *Nuevosubconjunto* en los pasos (7) y (8) respectivamente [12].

El reencadenamiento de rutas (*path relinking*) es la característica que ha sido añadida al SS, extendiendo su filosofía básica. Con un tratamiento espacial, la generación de combinaciones lineales de un conjunto de soluciones de referencia puede ser enriquecida con una característica de generación de rutas entre y más allá de estas soluciones; en cada ruta, las soluciones también sirven como recursos para generar nuevas rutas. Generalmente, una ruta entre soluciones en un espacio vecino producirá nuevas soluciones que comparten un subconjunto significativo de atributos contenidos en las soluciones padres, con variaciones de mezclas, de acuerdo con la ruta seleccionada y la localización que la solución seleccionada determina sobre la ruta.

El carácter de cada ruta es especificado con facilidad, por la referencia a atributos de soluciones que son añadidos o modificados por movimientos ejecutados en el espacio vecino; por ejemplo, atributos incluidos en los bodes y nodos de un grafo,

posiciones de secuencia en un programa, o el vector que en la programación lineal contiene las soluciones básicas y valores de variables. Comenzando con una solución inicial, el movimiento debe introducir progresivamente atributos que contribuyan a guiar la solución. El papel de iniciación y guía de una solución es intercambiable; cada una puede ser inducida a moverse simultáneamente hacia otra, para generar combinaciones.

Los atributos de padres (soluciones) importantes son introducidos por SS de manera parcial o completa en la construcción de una solución, a través asignación de valores preferentes a subconjuntos de variables que aparecen con fuerza y consistencia. El propósito es aislar asignaciones que suceden con frecuencia o que tienen influencia en soluciones de alta calidad, para luego introducir subconjuntos compatibles con ellas en otras soluciones generadas o corregidas por procedimientos heurísticos<sup>4</sup>.

La posibilidad de generación de rutas multipadres surge de la posibilidad de combinar atributos suministrados por un conjunto de soluciones guías; los pesos de tales atributos determinan los movimientos que se deben preferir. La generación de estas rutas en el espacio vecino es producida por el reeslabonamiento de puntos previos no explorados en búsquedas anteriores; de ahí el nombre del método. Para el reeslabonamiento, primero debe considerarse la creación de una ruta que una dos soluciones  $x'$  y  $x''$ , y se preste atención al fragmento entre soluciones; así se producirá una secuencia de soluciones  $x' = x(1), x(2), \dots, x(r) = x''$ , y se reducirá el número de opciones. La solución  $x(i+1)$  puede ser creada en cada paso, desde  $x(i)$ , seleccionando un movimiento que permita una reducción del número de movimientos restantes para alcanzar  $x$  (o más agresivamente, en muy pocos movimientos).

Para la creación de rutas es relevante emplear criterios adicionales. Las soluciones en SS pueden ser

<sup>4</sup> Esto asemeja un proceso que implícitamente cuenta con una memoria basada en la frecuencia, para identificar y explotar las variables calificadas como consistentes.



unidas por métodos heurísticos o metaheurísticos, que generan trayectorias más directas entre soluciones. También puede presentarse el caso que las soluciones no hayan sido unidas previamente por una ruta, sino generadas por diferentes rutas eventualmente producidas por heurísticas o procesos de reencadenamiento; en este caso, la ruta entre  $x'$  y  $x''$  desempeña una función de reencadenamiento, aunque cambiando la conexión que originalmente generó a  $x'$  y  $x''$  [13].

#### 4. Metodología propuesta

El problema de negociación de acciones está sometido a las prácticas comunes de la bolsa de valores; pueden entonces presentarse los siguientes casos:

- El volumen de instrumentos financieros que se está dispuesto a comprar no es ofertado en el mercado.
- El lote de acciones que se pretende vender sólo es demandado parcialmente por el mercado.
- El precio del activo a adquirir es más alto que el proyectado.
- El precio de venta de las acciones incluidas en el portafolio es más bajo que el proyectado.

En situaciones reales no se conoce la evolución del valor futuro del precio de la acción; por tanto, se debe contar con diferentes escenarios de precios, y la situación se convierte en un problema de optimización en condiciones de incertidumbre, cuya

función objetivo es calcular el Valor Presente Neto (VPN) esperado del portafolio de inversión. La característica principal de la solución por obtener es la definición de una posición robusta para el inversionista, es decir, que el portafolio seleccionado represente una buena inversión para la mayoría de precios que pueden tomar las acciones consideradas.

El método propuesto en este trabajo busca estructurar un proceso de decisión para la selección de portafolios a corto plazo (cinco días de negociación). Para ello se realiza una combinación de simulación y técnica heurística que maximiza la rentabilidad de la inversión en condiciones de bajo nivel de riesgo.

La metodología propuesta consta de las siguientes etapas:

- Selección de los instrumentos financieros que conformaran el portafolio.
- Desarrollo del pronóstico de comportamiento de los precios de las acciones y simulación de Montecarlo de los precios esperados.
- Optimización del portafolio a negociar (compra-venta de acciones) con el método de búsqueda dispersa
- Realización de la negociación sugerida para cada día y evaluación de la calidad de la decisión a partir del cálculo del VPN.

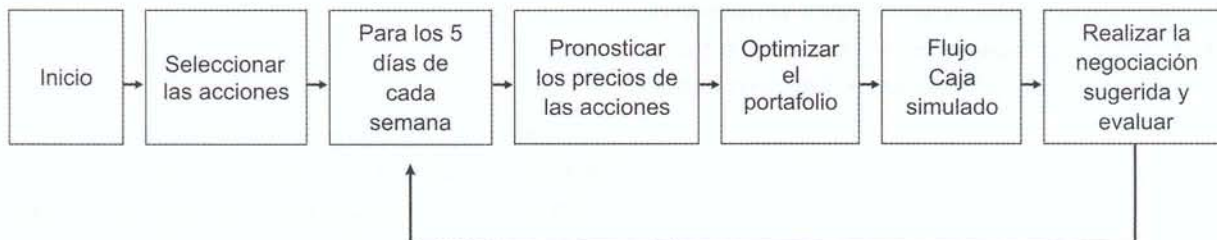


Diagrama1. Diagrama de bloques metodología propuesta

A continuación, se muestra la aplicación de la metodología propuesta.

#### 4.1 Selección de instrumentos financieros

Inicialmente, para la selección de los instrumentos financieros se escogieron las acciones negociadas

en la Bolsa de Valores de Colombia que mostraron los indicadores bursátiles más favorables (rentabilidad, liquidez y riesgo), considerando los precios promedios ponderados diarios (ver ecuación 1), registrados entre el 2 de enero de 2003 y el 18 de febrero de 2004 (tabla 1) [14].

| Indicadores            | Suramericana | Bancolombia | Corfinsura | Coltabaco | Banco Bogotá |
|------------------------|--------------|-------------|------------|-----------|--------------|
| RPG                    | 44,89        | 16,11       | 10,56      | 41,35     | 47,86        |
| Q de Tobin             | 1,23         | 2,89        | 1,37       | 3,54      | 3,34         |
| Valor patrimonial      | 6.523,47     | 3.088,00    | 7.182,00   | 3.088,21  | 4.753,00     |
| IBA                    | 10           | 9,599       | 9,463      | 8,69      | 8,4          |
| Rentabilidad esperada  | 0,2911%      | 0,3046%     | 0,4136%    | 0,3771%   | 0,2244%      |
| Varianza               | 0,0450%      | 0,0368%     | 0,0576%    | 0,0568%   | 0,0178%      |
| Desviación estándar    | 2,1216%      | 1,9196%     | 2,4006%    | 2,3840%   | 1,3333%      |
| Posibilidad de pérdida | 44,54%       | 43,70%      | 43,16%     | 43,72%    | 43,32%       |

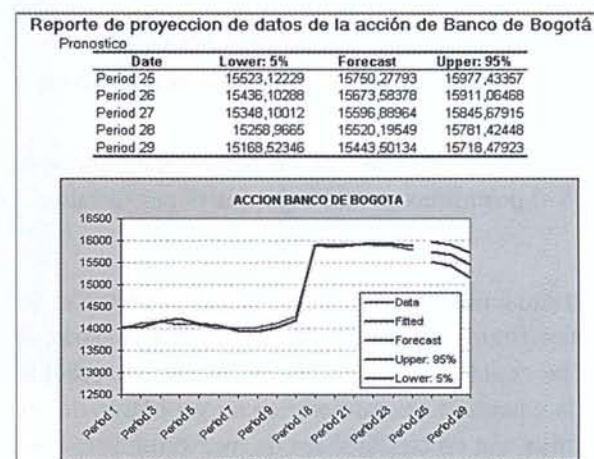
Tabla 1. Indicadores bursátiles Bolsa de Valores de Colombia y algunos cálculos de los autores

#### 4.2 Determinación de los precios esperados de las acciones seleccionadas

El proceso de conformación del portafolio de inversiones se basa en las expectativas del inversionista acerca de la evolución de precios de las alternativas de inversión que atraen su interés; por tanto, es fundamental realizar un pronóstico que refleje todas las posibles evoluciones del precio de una acción a partir de su último valor conocido.

- *Pronósticos de precios*

Para determinar el método de atenuación que mejor describe la tendencia de precios de cada una de las acciones se empleó el software *Crystal Ball*<sup>5</sup>, en este caso y a manera de ejemplo, el método de suavización exponencial es el mejor para proyectar el comportamiento de la acción de Banco de Bogotá (gráfica 1).



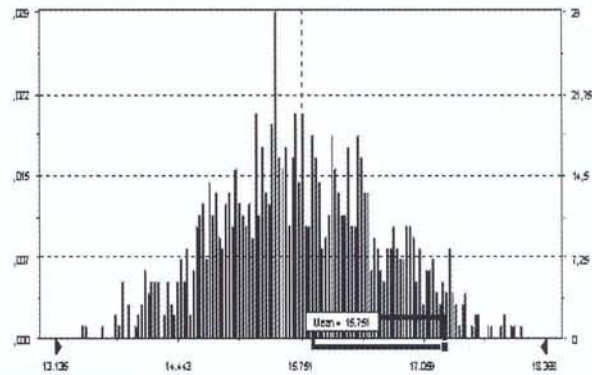
Gráfica 1. Pronóstico para cinco días de la acción del Banco de Bogotá

Con base en el último precio, la varianza de la rentabilidad esperada, la desviación estándar y los últimos precios reales de cada una de las acciones que pueden conformar el portafolio fueron establecidos los precios posibles de cada acción en cada día. Cada valor esperado fue simulado con 1.000 ensayos, empleando el software citado (gráfica 2).

<sup>5</sup> Software especializado para simulación y análisis de riesgo desarrollado por la empresa Decisioneering Inc.

| Estadísticas               | Valores |
|----------------------------|---------|
| Trials                     | 1000    |
| Mean                       | 15.751  |
| Median                     | 15.707  |
| Desviación estándar        | 872     |
| Varianza                   | 760.566 |
| Coficiente de Kurtosis     | 2,70    |
| Coficiente de Variabilidad | 0,06    |
| Rango mínimo               | 13.089  |
| Rango Máximo               | 18.444  |

Gráfica 2. Simulación de precios esperados



Las proyecciones son las posibles evoluciones del precio de cada acción en el futuro, realizadas porque se hace necesario alimentar el modelo con una muestra representativa de las posibles evoluciones de

precios obtenidos; en este caso, ello se hizo usando los cuartiles de datos obtenidos mediante simulación (tabla 2).

| Acción                       | Banco de Bogotá | Coltabaco | Suramericana | Bancolombia | Corfinsura |
|------------------------------|-----------------|-----------|--------------|-------------|------------|
| Rentabilidad esperada diaria | 0,2032%         | 0,3888%   | 0,2788%      | 0,2900%     | 0,3995%    |
| Varianza                     | 0,0178%         | 0,0583%   | 0,0458%      | 0,0359%     | 0,0573%    |
| Riesgo                       | 1,3329%         | 2,4155%   | 2,1396%      | 1,8951%     | 2,3944%    |
| Precio 18 feb 2005           | 15.806,75       | 10.540,00 | 9.090,92     | 8.992,61    | 9.921,65   |
| Pronóstico día 1             |                 |           |              |             |            |
| Cuartil 25%                  | 15.790,00       | 10.526,26 | 9.064,96     | 8.975,18    | 9.903,08   |
| Cuartil 50%                  | 15.837,00       | 10.585,40 | 9.115,36     | 9.018,38    | 9.965,68   |
| Cuartil 75%                  | 15.889,00       | 10.648,46 | 9.165,41     | 9.062,44    | 10.020,03  |
| Cuartil 100%                 | 15.944,00       | 10.709,29 | 9.214,24     | 9.104,47    | 10.081,27  |

Tabla 2. Pronóstico de precios para el primer día de negociación

### 4.3. Optimización del portafolio

Empleando la matriz de precios conformada con las posibles evoluciones de precios de acciones para cada uno de los próximos cinco días se pretende encontrar una solución rentable para la mayoría de las posibles evoluciones del mercado, asumiendo que cada una es equiprobable. La solución óptima buscada es el vector de volumen de cada acción para cada día del horizonte del portafolio, que multiplicada por uno de los posibles precios maximice el valor para el inversionista.

La evaluación final se realiza calculando el VPN, sujeto a una tasa de oportunidad, empleando el modelo matemático que se presenta a continuación:

$$Max : \frac{(1 - C)}{(1 + K)^T} * \sum_{L=1}^T \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N A_{iL} P_{jL}$$

sujeto a:

$$\sum_{L=1}^T \sum_{i=1}^M A_{iL} * P_{iL} \leq D_L$$

$$A_i \leq V_i$$

$$A_i \geq 0$$

En el modelo anterior:

$P_{jL}$ : precio de la J-ésima acción en el L-ésimo día;

N: cuarto precio pronosticado de la J-ésima acción en cada día;

$A_{iL}$ : volumen de la I-ésima acción por negociar en el L-ésimo día;

M: corresponde a la quinta acción;

L: L-ésimo día de la negociación;

T: quinto día de negociación;

K: tasa de oportunidad del inversionista.

C: comisión del intermediario financiero.

$D_L$ : capital disponible para invertir en el L-ésimo día

$V_i$ : volumen de la I-ésima acción considerado como tope máximo.

#### 4.4 Parámetros del método de búsqueda dispersa

El modelo se programó en Visual Basic para Excel de Microsoft® con los siguientes parámetros:

- Simulación con un paquete de cinco acciones, con cuatro precios para cada acción para cada día.
- Negociación durante un periodo simulado de seis días, teniendo en cuenta que en el ultimo día se venden las acciones que se posean al mínimo precio.
- El volumen máximo de acciones fue definido de acuerdo con la disponibilidad (tabla 3), y como mínimo cero, en caso de no negociar la acción:

| Acción          | Límite superior | Límite inferior |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| Banco de Bogotá | 6.608           | 0               |
| Coltabaco       | 9.604           | 0               |
| Suramericana    | 11.369          | 0               |
| Bancolombia     | 13.162          | 0               |
| Corfinsura      | 10.575          | 0               |

**Tabla 3.** Definición de límites para el volumen de acciones por negociar

- Para el recorrido del modelo se tomaron los siguientes parámetros:
  - Población (P) = 100.
  - Conjunto de referencia (RefSet) = 10.
  - Distancia mínima entre acciones (volumen) = 10; distancia mínima total = 50.
  - Método de combinación: eslabonamiento de rutas en un solo sentido.

#### 4.5 Simulación de la negociación de acciones y flujo de caja

La simulación de la negociación de acciones es la siguiente:

- Definir días de negociación.
- Aplicar el algoritmo de búsqueda dispersa, para buscar la relación volumen-precio que maximiza el VPN.
- Determinar el tipo de negociación (compra o venta)
  - Si hay ventas, hacerlas primero para generar recursos (disponible). Calcular el disponible restando la comisión a la cuantía de la venta.
  - Si hay compra, calcular el valor de la compra y la comisión y comparar con el disponible. Si el disponible cubre la compra y la comisión, comprar; de lo contrario, determinar el número de acciones por comprar, de manera que la negociación no supere el disponible
- Si los días de negociación no se han agotado repetir los pasos 2) y 3); de lo contrario pasar a 5.
- Vender todo, calcular el disponible y determinar el VPN.

#### 4.6 Resultados

Para obtener el plan de negociación para los próximos cinco días se elaboró un programa en Visual Basic para Excel; en total se realizaron ocho co-

rridas, variando los parámetros del algoritmo de búsqueda dispersa. En la tabla 4 se exponen los resultados obtenidos para cinco días futuros en uno de los ensayos.

| <b>Día 1</b>    |                      | <b>Volúmenes de acciones</b> |                    |                        |
|-----------------|----------------------|------------------------------|--------------------|------------------------|
| <b>Acción</b>   | <b>Saldo inicial</b> | <b>Compra o venta</b>        | <b>Saldo final</b> | <b>Precio simulado</b> |
| Suramericana    | 0                    | 2.443                        | 2.443              | 15.707                 |
| Bancolombia     | 0                    | 127                          | 127                | 10.637                 |
| Corfinsura      | 0                    | 3.961                        | 3.961              | 9.105                  |
| Coltabaco       | 0                    | 1.017                        | 1.017              | 7.597                  |
| Banco de Bogotá | 0                    | 1.651                        | 1.621              | 9.983                  |

| <b>Día 2</b>    |                      | <b>Volúmenes de acciones</b> |                    |                        |
|-----------------|----------------------|------------------------------|--------------------|------------------------|
| <b>Acción</b>   | <b>Saldo inicial</b> | <b>Compra o venta</b>        | <b>Saldo final</b> | <b>Precio simulado</b> |
| Suramericana    | 2.443                | 1.203                        | 3.646              | 15.704                 |
| Bancolombia     | 127                  | 1.415                        | 1.542              | 10.962                 |
| Corfinsura      | 3.961                | -3.183                       | 778                | 8.799                  |
| Coltabaco       | 1.017                | 24                           | 1.041              | 9.002                  |
| Banco de Bogotá | 1.621                | -1.123                       | 498                | 7.606                  |

| <b>Día 3</b>    |                      | <b>Volúmenes de acciones</b> |                    |                        |
|-----------------|----------------------|------------------------------|--------------------|------------------------|
| <b>Acción</b>   | <b>Saldo inicial</b> | <b>Compra o venta</b>        | <b>Saldo final</b> | <b>Precio simulado</b> |
| Suramericana    | 3.646                | -3387                        | 259                | 18.072                 |
| Bancolombia     | 1.542                | -729                         | 813                | 10.466                 |
| Corfinsura      | 778                  | 4.678                        | 5.456              | 11.032                 |
| Coltabaco       | 1.041                | -664                         | 377                | 9.280                  |
| Banco de Bogotá | 498                  | 736                          | 1.234              | 13.324                 |

| <b>Día 4</b>    |                      | <b>Volúmenes de acciones</b> |                    |                        |
|-----------------|----------------------|------------------------------|--------------------|------------------------|
| <b>Acción</b>   | <b>Saldo inicial</b> | <b>Compra o venta</b>        | <b>Saldo final</b> | <b>Precio simulado</b> |
| Suramericana    | 259                  | 67                           | 326                | 16.079                 |
| Bancolombia     | 813                  | -237                         | 576                | 10.324                 |
| Corfinsura      | 5.456                | -5.138                       | 318                | 10.706                 |
| Coltabaco       | 377                  | 1.256                        | 1.633              | 9.309                  |
| Banco de Bogotá | 1.234                | 4.795                        | 6.029              | 10.150                 |

| <b>Día 5</b>    |                      | <b>Volúmenes de acciones</b> |                    |                        |
|-----------------|----------------------|------------------------------|--------------------|------------------------|
| <b>Acción</b>   | <b>Saldo inicial</b> | <b>Compra o venta</b>        | <b>Saldo final</b> | <b>Precio simulado</b> |
| Suramericana    | 326                  | -79                          | 247                | 18.015                 |
| Bancolombia     | 576                  | 218                          | 794                | 10.957                 |
| Corfinsura      | 318                  | 5.116                        | 5.434              | 10.869                 |
| Coltabaco       | 1.633                | -1.281                       | 352                | 10.443                 |
| Banco de Bogotá | 6.029                | -4.816                       | 1.213              | 12.558                 |

**Tabla 4.** Resultados de negociación con búsqueda dispersa en Excel

### 7.7 Evaluación de la solución propuesta

Para evaluar la propuesta de negociación determinada por el modelo se tomaron los precios reales de las acciones en el mercado bursátil y los volúmenes de compra-venta y asumir un costo por comisión del 0,3% para cada operación. En la tabla 5 se muestran los resultados obtenidos para una de las corridas del programa; el capital inicial seleccionado fue de \$110 millones, disponibles para ser invertidos en cualquiera de las acciones preseleccionadas; al final se termina con un capital de \$125.501.258.

| Día 1            |        | Inversión inicial   |                      | 110.000.000 |
|------------------|--------|---------------------|----------------------|-------------|
| Acción           | Precio | Venta núm. acciones | Compra núm. acciones |             |
| Suramericana     | 15.995 | 0                   | 2.443                |             |
| Bancolombia      | 10.540 | 0                   | 127                  |             |
| Corfinsura       | 9.541  | 0                   | 3.961                |             |
| Coltabaco        | 9.222  | 0                   | 1.017                |             |
| Banco de Bogotá  | 10.974 | 0                   | 1.651                |             |
| Valor a negociar |        | 0                   | 105.703.114          |             |
| Comisión         |        | 0                   | 317.109              |             |
| Disponible       |        | 3.979.777           |                      |             |

| Día 2            |        | Disponible inicial  |                      | 3.979.777 |
|------------------|--------|---------------------|----------------------|-----------|
| Acción           | Precio | Venta núm. acciones | Compra núm. acciones |           |
| Suramericana     | 16.032 | 0                   | 1.415                |           |
| Bancolombia      | 10.742 | 3.183               | 0                    |           |
| Corfinsura       | 9.939  | 0                   | 24                   |           |
| Coltabaco        | 9.393  | 1.123               | 0                    |           |
| Banco de Bogotá  | 11.146 | 0                   | 0                    |           |
| Valor a negociar |        | 44.740.125          | 105.7022.923.816     |           |
| Comisión         |        | 134.220             | 68.771               |           |
| Disponible       |        | 25.593.094          |                      |           |

| Día 3            |        | Disponible inicial  |                      | 25.593.094 |
|------------------|--------|---------------------|----------------------|------------|
| Acción           | Precio | Venta núm. acciones | Compra núm. acciones |            |
| Suramericana     | 16.039 | 3.387               | 0                    |            |
| Bancolombia      | 10.718 | 729                 | 0                    |            |
| Corfinsura       | 10.186 | 0                   | 4.678                |            |
| Coltabaco        | 9.346  | 664                 | 0                    |            |
| Banco de Bogotá  | 11.574 | 0                   | 736                  |            |
| Valor a negociar |        | 68.343.259          | 56.168.572           |            |
| Comisión         |        | 205.030             | 168.506              |            |
| Disponible       |        | 37.394.245          |                      |            |

| Día 4            |        | Disponible inicial  |                      | 37.394.245 |
|------------------|--------|---------------------|----------------------|------------|
| Acción           | Precio | Venta núm. acciones | Compra núm. acciones |            |
| Suramericana     | 16.152 | 0                   | 67                   |            |
| Bancolombia      | 11.019 | 237                 | 0                    |            |
| Corfinsura       | 10.910 | 5.138               | 0                    |            |
| Coltabaco        | 9.451  | 0                   | 1.256                |            |
| Banco de Bogotá  | 11.957 | 0                   | 4.795                |            |
| Valor a negociar |        | 58.667.083          | 70.286.455           |            |
| Comisión         |        | 176.001             | 210.859              |            |
| Disponible       |        | 25.388.013          |                      |            |

| Día 5            |        | Disponible inicial  |                      | 25.388.013 |
|------------------|--------|---------------------|----------------------|------------|
| Acción           | Precio | Venta núm. acciones | Compra núm. acciones |            |
| Suramericana     | 15.980 | 79                  | 0                    |            |
| Bancolombia      | 10.806 | 0                   | 218                  |            |
| Corfinsura       | 10.365 | 0                   | 5.116                |            |
| Coltabaco        | 9.295  | 1.281               | 0                    |            |
| Banco de Bogotá  | 11.802 | 4.816               | 0                    |            |
| Valor a negociar |        | 70.007.747          | 55.383.048           |            |
| Comisión         |        | 210.023             | 166.149              |            |
| Disponible       |        | 39.636.539          |                      |            |

| Día 6               |        | Disponible inicial= |  | 39.636.539 |
|---------------------|--------|---------------------|--|------------|
| Acción              | Precio | Venta núm. acciones |  |            |
| Suramericana        | 15.980 | 247                 |  |            |
| Bancolombia         | 10.806 | 794                 |  |            |
| Corfinsura          | 10.365 | 5.434               |  |            |
| Coltabaco           | 9.295  | 352                 |  |            |
| Banco de Bogotá     | 11.802 | 1.213               |  |            |
| Valor a negociar    |        | 86.438.100          |  |            |
| Comisión            |        | 259.314             |  |            |
| Disponible          |        | 125.815.325         |  |            |
| Valor presente neto |        | 125.501.258         |  |            |

Tabla 5. Evaluación de la solución con precios reales

## 5. Conclusiones y recomendaciones

- El algoritmo de búsqueda dispersa adaptado para resolver el problema de negociación de acciones recomienda un plan de inversiones que, evaluado con precios reales, resulta de la obtención de un VPN = \$125,5 millones, a una tasa de oportunidad diaria del 0,005%. Los resultados son bas-

tante favorables, si considera la inversión de un capital inicial de \$110 millones y el poco tiempo transcurrido.

- El modelo desarrollado es una primera aproximación a una metodología que considere otros factores que inciden en el mercado, como la

tasa de interés libre de riesgo y el mercado de divisas, entre otros.

- Para la evaluación de resultados es recomendable comparar el algoritmo de búsqueda dispersa utilizado con otras técnicas heurísticas.

---

## Referencias bibliográficas

---

- |   |   |
|---|---|
| <p>[1] Rodríguez M. (2002). <i>ABC de acciones y bonos con Excel</i>. 1ª ed., Grupo Omicron System.</p> <p>[2] Hull J.C. (2002). <i>Introducción a los mercados de futuros y opciones</i>. 4a. ed., Ed. Prentice Hall, 560 p.</p> <p>[3] Brealey R., Myers S. (1993). <i>Principios de finanzas corporativas</i>. 4a. ed. Ed. Mc Graw Hill.</p> <p>[4] <a href="http://supervalores.gov.co">http://supervalores.gov.co</a>.</p> <p>[5] Sánchez L. (2000). <i>Invierta con éxito en la bolsa de valores</i>. 1a. Ed. Ed. Pearson, p. 4.</p> <p>[6] Markowitz H. (1952). "Portfolio selection". <i>The Journal of Finance</i>, Vol. 1, pp. 77-91.</p> <p>[7] Zapata B. (1999). "Diversificación del portafolio como estrategia para disminuir el riesgo". <i>Revista El Pregón</i> (159), Ed. Bolsa de Valores de Medellín, pp. 2-6.</p> <p>[8] Sharpe W. (1964) <i>Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk</i>. Vol. XIX (3), pp. 425-442.</p> | <p>[9] Russell S., Norvig M. (1996). <i>Inteligencia artificial un enfoque moderno</i>. 1a ed, 979 p, Ed. Prentice hall., p. 101</p> <p>[10] Melian B., Moreno J.A., Moreno J.M. (2003). "Metaheuristics: a Global View". <i>Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial</i>. (19), pp. 7-28. Disponible en: <a href="http://www.aepia.org/revista">www.aepia.org/revista</a></p> <p>[11] Martí R., Laguna M. (2003). "Scatter Search: Basic Design and Advanced Strategies". <i>Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial</i>. (19), pp. 123-130. Disponible en: <a href="http://www.aepia.org/revista">www.aepia.org/revista</a></p> <p>[12] Glover f., Laguna M. (2003). <i>Scatter Search and Path Relinking: Advances and Applications</i>. HandBook of Metaheuristics, 1a. ed., Ed. Kluwer Academic Publishers, p. 1.</p> <p>[13] Glover F., Laguna M. (2000). <i>Fundamentals Scatter Search and Path Relinking, Control and Cybernetics</i>, Vol. 29 (3), p. 663.</p> <p>[14] <a href="http://superbancaria.gov.co">http://superbancaria.gov.co</a></p> |
|---|---|