



## Implicaciones del agotamiento de la reserva de potencia reactiva dinámica de las unidades de generación en la red de potencia

### Implications of exhaustion of dynamic reactive power of the generating units in power network

Darío Alfonso Perdomo Fontalvo

**Fecha de recepción:** Agosto 28 de 2015

**Fecha de aceptación:** Septiembre 25 de 2015

**Como citar:** Perdomo, D. (2015). Implicaciones del agotamiento de la reserva de potencia reactiva dinámica de las unidades de generación en la red de potencia. Revista Tecnura, 19 (CITIE), 170-175. doi: <http://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.tecnura.2015.ICE.a20>

#### Resumen

Las unidades de generación son la principal fuente de potencia reactiva dinámica (PRD), la cual se requiere ante contingencias que deterioren la seguridad del sistema eléctrico de potencia. Sin embargo, dada la estructura de los mercados eléctricos, las unidades de generación son despachadas, en general, en el punto de máxima producción de potencia activa, excepto aquellas que participan en el mercado del servicio complementario de regulación secundaria de frecuencia (RSF). Bajo esta condición operativa, las reservas de PRD son escasas. En este artículo se estudia el comportamiento de las unidades de generación como elementos de red que cambian la estructura de la misma, cuando agotan sus reservas de PRD. Para tal efecto, se realiza el análisis de bifurcación de un sistema de tres barras basado en los parámetros del Western System Coordinating Council (WSCC), ante el agotamiento de la PRD de la unidad de generación. Bajo esta condición, la barra de generación pasa de ser una barra tipo PV (barra de generación) a ser una barra tipo PQ (barra de carga). De estos resultados se obtienen puntos de equilibrio que conducen a bifurcaciones de Hopf y puntos límites, que pueden llevar el sistema

de potencia a oscilaciones sostenidas o al colapso de tensión.

**Palabras claves:** Sistemas de potencia; análisis de bifurcación; potencia reactiva dinámica

#### Abstract

Generation units are the main source of dynamic reactive power (DRP), which is required to contingencies that impair the safety of the power system. However, given the structure of the electricity markets, the generation units are shipped, generally at the point of maximum production of active power, except those involved in the market for secondary regulation frequency complementary service (FCS). Under this operating condition, DRP reserves are scarce. This paper discusses the behavior of the generating units and network elements that change the structure of it, when exhaust their DRP reserves. For this purpose, the analysis of bifurcation of three-bar system parameters based on Western System Coordinating Council (WSCC), before the depletion of the DRP generation unit is performed. Under this condition, the generation bar does not behave as PV type bar (generation bar) but PQ type bar (load bar). From these results it is possible to obtain equilibrium

<sup>1</sup> Director Proyectos de Infraestructura Lineal, Empresas Públicas de Medellín, Colombia. Contact: [Dario.Perdomo@epm.com.co](mailto:Dario.Perdomo@epm.com.co)

points leading to Hopf bifurcations and limit points, which can lead to the power system to sustained oscillations or voltage collapse.

**Key words:** Power systems; bifurcation analysis; dynamic reactive power

## INTRODUCCIÓN

Con la liberalización de los mercados de electricidad, el incremento en la demanda y las restricciones ambientales, los sistemas de potencia se han visto forzados a operar cerca de sus límites de estabilidad (*Revel et al*). En estos mercados, las unidades de generación son despachadas en el punto de máxima producción de potencia activa, excepto aquellas que participan en el mercado del servicio complementario de regulación secundaria de frecuencia (RSF); bajo esta condición operativa, las reservas de PRD son escasas. Diferentes estudios se han realizado para mostrar el impacto de variación de la carga en la estabilidad del sistema de potencia (*Gao; Jinga et al; Revel et al*), incluyendo el fenómeno del colapso de tensión como una consecuencia de la variación del parámetro de carga (*Van Cutsem*). Comportamientos caóticos en sistemas de potencia inducidos por límites severos en la generación de potencia reactiva han sido extensamente estudiados (*Padiya & Bahaskar; Sapkota & Vittal; Ecchavarren et al.*). Sin embargo, no se ha analizado el comportamiento de las unidades de generación como elementos de red que cambian la estructura de la misma, cuando agotan sus reservas de PRD.

Los sistemas de potencia son sistemas dinámicos no lineales complejos, que exhiben fenómenos asociados con la estructura de la red y con los elementos que la conforman, tales como generadores, transformadores y líneas. Los sistemas de potencia se consideran “redes complejas”, en las cuales la estructura afecta la función, y en los que la topología de la red afecta la robustez y la estabilidad de la transmisión de potencia (*Strogatz*). En este artículo demostraremos la existencia de bifurcaciones de Hopf y puntos límites resultantes

del cambio de condición de la barra de generación que pasa de ser una barra tipo PV a ser una barra tipo PQ, causando oscilaciones en el sistema de potencia o llevándolo a un colapso de tensión, cuando se agota la reserva de PRD.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta una breve revisión conceptual de la teoría de bifurcación y de las características de la bifurcación de Hopf. La sección 3 describe el modelo del sistema de potencia, mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias y algebraicas (DAE). En la Sección 4 se estudia el comportamiento dinámico del sistema ante el cambio de una barra PV a una barra PQ, utilizando la teoría de bifurcación para el análisis de repuesta en el tiempo y la estabilidad de los puntos de equilibrio. En la Sección 5 se presentan las principales conclusiones del estudio.

## BREVE REVISIÓN CONCEPTUAL DE LA TEORÍA DE BIFURCACIÓN

### General

Los sistemas dinámicos pueden modelarse por ecuaciones diferenciales de la forma (*Arrowsmith & Place; Wiggins; Guckenheimer & Holmes*):

$$\dot{x} = f(x, y, \lambda); 0 = g(x, y, \lambda); x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m \quad (1)$$

Donde  $x(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$  es un vector de variables de estado,  $t$  es el tiempo,  $v(x) = (v_1(x), \dots, v_n(x))$  es un vector de funciones que representan la dinámica del sistema y  $\lambda$  es un vector de parámetros. Las ecuaciones diferenciales normalmente incluyen funciones no lineales.

Tales ecuaciones no lineales típicamente son imposibles de resolver analíticamente, pero puede

tenerse una visión cualitativa considerando un espacio de estado  $n$ -dimensional, con ejes  $x_1, \dots, x_n$ . Cuando el sistema evoluciona,  $x(t)$  fluye a través del espacio de estado, guiado por el campo de "velocidad"  $dx/dt = v(x, \lambda)$ .

Si  $x(t)$  alcanza un estado de reposo en algún punto  $x^*$  la velocidad debe ser cero, por lo que,  $x^*$  es un punto fijo que corresponde a un estado de equilibrio del sistema físico que se está modelando. Si toda pequeña perturbación del punto de equilibrio es amortiguada,  $x^*$  es un punto fijo estable (actúa como un "atractor" para estados en su vecindad).

Otra posibilidad de largo plazo es que  $x(t)$  fluya hacia un lazo cerrado y que eventualmente circule alrededor de él permanentemente. Este lazo constituye un ciclo límite y representa una oscilación auto sostenida del sistema físico. Una tercera posibilidad es que  $x(t)$  podría ubicarse en un "atractor" extraño, un conjunto de estados en los cuales vaga indefinidamente. Tal movimiento errático, aperiódico, se considera caótico si dos estados próximos se alejan uno del otro exponencialmente.

## Bifurcaciones

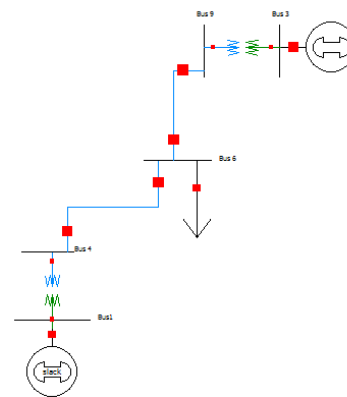
El comportamiento de un sistema dinámico siempre se halla bajo la influencia de sus parámetros; el concepto de estabilidad está relacionado con las variaciones a que están sometidos estos parámetros, por una razón u otra. Como consecuencia de estos cambios paramétricos, se alcanza una etapa crítica en la cual las variables de estado exhiben un comportamiento que es cualitativamente diferente de los comportamientos previos. Lo anterior es esencialmente conocido como una bifurcación de los estados de equilibrio.

La dinámica de la ecuación (1) puede conducir a cambios locales o globales cuando se producen cambios en alguno de los parámetros  $\lambda$ . Los puntos de bifurcación se clasifican de acuerdo con estos cambios cualitativos en el flujo del sistema (*Arrowsmith & Place; Wiggins*). La bifurcación "saddlenode" es la más común en los sistemas de potencia, siendo la causa directa del colapso de tensión (*Van*

*Cutsem & Vournas; Kundur*). La bifurcación de Hopf, donde un punto fijo estable llega a ser inestable, conduce a oscilaciones sostenidas en el sistema de potencia, dado que el punto fijo es reemplazado por un conjunto de puntos estables. Esto representa el reemplazo de un solo punto de equilibrio, por una órbita que es conocida como ciclo límite. Todos los puntos sobre el ciclo límite tienen la propiedad de que  $x(t) = x(t + T)$ , para un período  $T$  específico. La bifurcación de Hopf describe fenómenos oscilatorios que se originan con una pequeña amplitud para determinados valores de algún parámetro  $\lambda$ , al conectar soluciones estacionarias con soluciones periódicas; en otras palabras, garantiza la existencia de una órbita periódica emanando de un punto de bifurcación de Hopf. La bifurcación de Hopf es un ejemplo típico de una bifurcación dinámica local (*Guckenheimer & Holmes*).

## MODELACIÓN DEL SISTEMA DE POTENCIA

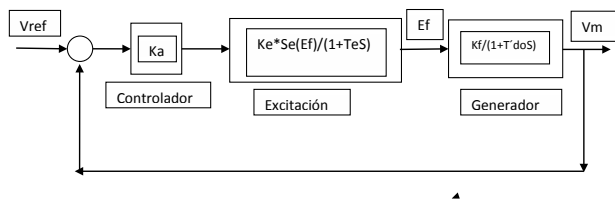
La figura 1 muestra el sistema de tres barras, en el cual se emplean parámetros del Western System Coordinating Council (WSCC) para su modelación y análisis. El sistema consiste de dos generadores, con sus respectivos transformadores de potencia, dos líneas y una carga no lineal.



**Figura 1.** Representación esquemática de un sistema de tres barras.

**Fuente:** WSCC.

El modelo incluye el sistema de excitación, cuyo diagrama en bloque se muestra en la Figura No. 2, donde la saturación de la excitación se representa mediante la función  $Se(E_f)=A_{exc} \cdot \exp(-B_{exc} \cdot E_f)$ ,  $K_a$  es la ganancia del control de la excitación y  $K_f$  la ganancia del generador.



**Figura 2.** Diagrama en bloques del sistema de excitación.

**Fuente:** Elaboración propia.

El conjunto de ecuaciones DAE que describe el comportamiento dinámico del sistema incluye la ecuación “swing” del generador sincrónico, la ecuación diferencial de la excitación y las ecuaciones diferenciales para la tensión y el ángulo de la carga.

$$\dot{\delta}m = Wm - 1 \quad (2)$$

$$\dot{W}m = \frac{-D*(Wm-1)+Pm-Pe}{M} \quad (3)$$

$$E_f = \frac{(V_{ref}-V_m)*K_a*K_e*A_{exc}*\exp(B_{exc}*E_f)-E_f}{T_e} \quad (4)$$

$$\dot{V}m = \frac{K_f*E_f-V_m}{T} \quad (5)$$

$$\dot{\delta} = \frac{-K_{qv}*V-K_{qvb}*V^2+Q_d-Q_o}{K_{qw}} \quad (6)$$

$$\dot{V} = \frac{K_{pw}*K_{qvb}*V^2+(K_{pw}*K_{qv}-K_{qw}*K_{pv})*V+K_{pw}*(Q_o-Q_d)-K_{qw}*(P_o-P_d)}{T*K_{qw}*K_{pv}} \quad (7)$$

El suministro de potencia en la barra de generación y el consumo de potencias activa y reactiva en la barra de carga, se obtienen del balance de

flujo de carga en las barras de generación y carga, y están dados por las siguientes ecuaciones algebraicas:

$$P_e = [V_m]^2 * G_{39} + V_m * V_9 * (G_{39} * \cos(\theta_9 - \delta_m) + B_{39} * \sin(\theta_9 - \delta_m)) \quad (8)$$

$$Q_d = V^2 * (B_{s46} + B_{s96} + B_{46} + B_{96}) + V * V_4 * (G_{46} * \sin(\delta - \theta_4) - B_{46} * \cos(\delta - \theta_4)) + V * V_9 * (G_{96} * \sin(\delta - \theta_9) - B_{96} * \sin(\delta - \theta_9)) \quad (9)$$

$$P_d = -V^2 * (G_{46} + G_{96}) + V * V_4 * (G_{46} * \cos(\delta - \theta_4) + B_{46} * \sin(\delta - \theta_4)) + V * V_9 * (G_{96} * \cos(\delta - \theta_9) + B_{96} * \sin(\delta - \theta_9)) \quad (10)$$

## COMPORTAMIENTO DINÁMICO DEL SISTEMA

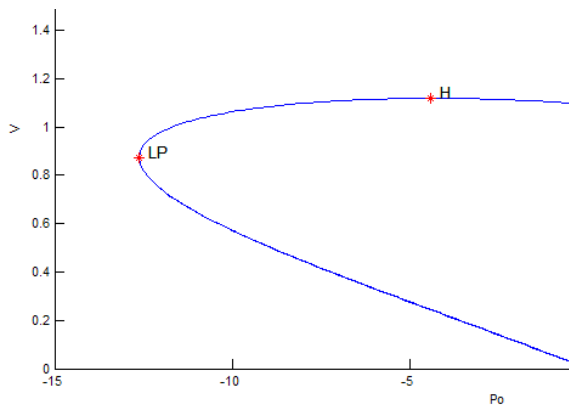
A continuación se presenta el estudio del comportamiento dinámico del sistema de potencia propuesto, variando la condición de la barra de generación PV a una barra de carga PQ. Las condiciones iniciales para el análisis del sistema se obtienen de un flujo de carga, empleando la herramienta PowerWorld Simulator v15, y son las siguientes:  $V_m=1.0250$ ;  $\delta_m=0.17752$ ;  $V_9=1.0362$ ;  $\theta_9=0.13061$ ;  $V_4=1.0330$ ;  $\theta_4=-0.00403$ ;  $V_1=1.0400$ ;  $\theta_1=0.0000$ ;  $V=1.0181$ ;  $\delta=-0.00785$ .

Los valores de las tensiones se dan por unidad y los valores de los ángulos se dan en Radianes.

Cuando una unidad de generación alcanza su límite de producción/absorción de potencia reactiva, la barra de generación pasa de ser una barra tipo PV a ser una barra tipo PQ; esta nueva condición se interpreta como una barra de carga negativa. Bajo esta nueva condición, la tensión en la barra de generación (o barra de carga negativa) no puede considerarse constante, dado que la potencia reactiva de la unidad de generación permanece en un valor fijo al llegar al límite de su curva operativa. La potencia activa de la unidad puede

continuar variando según requerimiento del sistema de potencia. En este caso, para el análisis de la estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema bajo estudio, *la potencia activa suministrada por la unidad de generación debe considerarse como un parámetro de carga negativa*.

La figura 3 muestra las implicaciones que se obtienen cuando una unidad de generación alcanza su límite de absorción/producción de potencia reactiva.

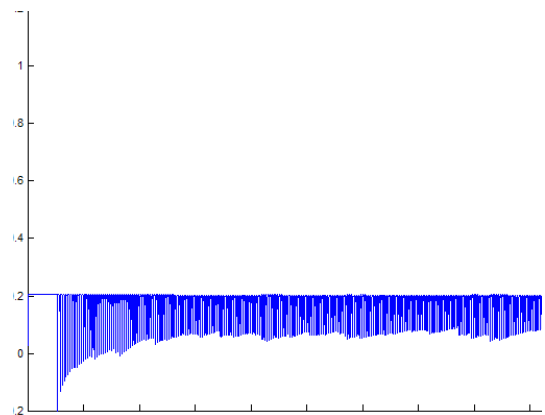


**Figura 3.** Variación de tensión en la barra de generación.

**Fuente:** Elaboración propia.

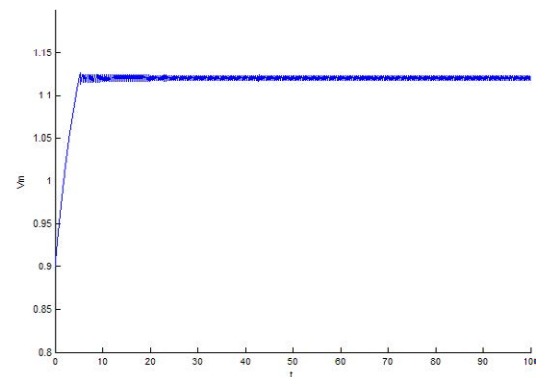
Al permanecer constante el suministro/absorción de potencia reactiva y aumentar la producción de potencia activa de la unidad, se alcanza un valor de carga negativa (potencia entregada por la unidad) que lleva el sistema a un punto de oscilación de baja frecuencia, a causa de una bifurcación de Hopf (punto H en la Figura 3). Esta es la posible causa de las oscilaciones lentas de potencia que se vienen presentando en algunos sistemas de energía eléctrica. En los mercados eléctricos competitivos se viene operando cada vez más en límites del sistema, agotándose el suministro/absorción de potencia reactiva de algunos agentes generadores que no tienen incentivos para ampliar sus límites operativos, conduciendo el sistema a condiciones de inestabilidad. Obsérvese que una condición límite local tal como la descrita, incide en la estabilidad global del sistema de potencia.

Si se continúa aumentando la potencia activa generada (aumento de carga negativa), se supera la condición de oscilación lenta del sistema, pero se puede llegar al colapso de tensión en la barra de generación (barra de carga negativa), a causa de una bifurcación “saddle” (punto LP en la Figura 3), para un determinado valor de potencia suministrada por la unidad de generación que agotó su suministro/absorción de potencia reactiva. En las figuras 4 y 5 se muestran las oscilaciones en la tensión Ef de salida de la excitación, y en la barra de generación Vm, para el punto de bifurcación de Hopf.



**Figura 4.** Oscilación de la tensión Ef de salida de la excitación.

**Fuente:** Elaboración propia.



**Figura 5.** Oscilación de la Tensión Vm de la barra de generación.

**Fuente:** Elaboración propia.

## CONCLUSIONES

En este artículo se ha presentado el estudio de bifurcación de un sistema de tres barras, basado en parámetros del (WSCC), analizando su comportamiento ante el cambio de condición de la barra de generación que pasa de ser una barra tipo PV a ser una barra tipo PQ, demostrándose la existencia de bifurcaciones de Hopf y puntos límites, causantes de oscilaciones de baja frecuencia en sistemas de potencia, o de un eventual colapso de tensión, cuando se agota la reserva de PRD.

## FINANCIAMIENTO

Empresas Públicas de Medellín EPM

## REFERENCIAS

- Arrowsmith&Place 1992.* D. K. Arrowsmith and C. M. Place. "Dynamical Systems. Differential equations, maps and chaotic behavior". Chapman & Hall, 1992.
- Dobson&Lu 1992.* Ian Dobson and Liming Lu. "Voltage Collapse Precipitated by the Immediate Change in Stability When Generator Reactive Power Limits are Encountered". *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS-I: FUNDAMENTAL THEORY AND APPLICATIONS VOL. 39, NO. 9, SEPTEMBER 1992.*
- Ecchavarren et al. 2009.* F.M. Echavarren, E. Lobato and L. Rouco. "Steady-state analysis of the effect of reactive generation limits in voltage stability". *Electric Power Systems Research*, 79, 1292–1299, 2009.
- Gao 2004.* Ying-hui Gao. "Bifurcations and Stability Boundary of a Power System". *Acta Mathematicae-Applicatae Sinica, English Series*, Vol. 20, No. 3, 513–532, 2004
- Guckenheimer&Holmes 1983.* John Guckenheimer and Philip Holmes. "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields". Springer – Verlag New York Inc., 1983.
- Jinga et al 2003.* ZhujunJinga, DashunXub, Yu Changc and LuonanChend. "Bifurcations, chaos, and system collapse in a three node power system". *Electrical Power and Energy Systems*, 25, 443–46, 2003.
- Kundur 1994* PrabhaKundur. "Power Stability and Control". EPRI Power System Engineering Series, McGraw-Hill, Inc, 1994.
- Padiya & Bahaskar 2005.* K.R. Padiyar and KalyaniBhaskar. "Analysis of small signal voltage stability in multimachine systems using detailed and reduced formulations". *Electrical Power and Energy Systems*, 27, 301–317, 2005
- Revel et al 2010.* Gustavo Revel, Andrés E. León, Diego M. Alonso and Jorge M. Moiola. "Bifurcation Analysis on a Multimachine Power System Model". *IEEE Trans. On Circuits and System*, vol 57, No. 4, pp. 937-949, April 2010.
- Sapkota & Vittal 2009.* BishnuSapkota and Vijay Vittal. "Study of Voltage Collapse Cases of a Large Power System Using Static and Dynamic Approaches". *IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition*, 2009.
- Strogatz 2001.* Steven H. Strogatz. "Exploring Complex Networks". *Nature*, Vol 410, No. 8, MARCH 2001.
- Van Cutsem 2000.* Thierry Van Cutsem. "Voltage Instability: Phenomena, Countermeasures, and Analysis Methods". *PROCEEDINGS OF THE IEEE*, VOL. 88, NO. 2, FEBRUARY 2000.
- Van Cutsem&Vournas 1998.* Thierry Van Cutsem and Costas Vournas. "Voltage Stability of Electric Power Systems". Kluwer Academic Publisher, 1998.
- Wiggins 2003.* Stephen Wiggins. "Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos". Springer Science+Business Media, Inc, 2nd ed., 2003.