

# APLICACIÓN DE ONDELETAS EN DATOS DE POSICIONAMIENTO CONTINUO PARA LA REGIÓN COLOMBIANA CON FINES GEODINÁMICOS

Application of wavelets in data of continuously positioning stations for the colombian region with geodynamic purposes

Oscar Daniel Beltrán Rodríguez<sup>1\*</sup> y Claudia Liliana Colmenares Rojas<sup>2†</sup>

<sup>1</sup> Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”, <sup>2</sup> Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”

Correspondencia: \* danbelt@gmail.com † ing.colmenares@gmail.com

Recibido: 8 de septiembre de 2011 Aceptado: 26 de octubre de 2011

## Resumen

En el trabajo realizado en el proyecto de grado Aplicación de Wavelets en datos de “Estaciones continuas de posicionamiento en Colombia con fines geodinámicos” (Beltrán y Colmenares, 2011) se utilizaron, por un lado, las soluciones semanales fijas ofrecidas por el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (Sirgas)<sup>1</sup> que es una densificación regional del Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF)<sup>2</sup>, y por otro lado, la información meteorológica de la zona de las estaciones de posicionamiento global continuo suministrada por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales de Colombia (Ideam)<sup>3</sup>. Se presentan los resultados de aplicar el algoritmo de las ondeletas para detectar, medir y analizar las variaciones de la posición dadas por un conjunto de estaciones de posicionamiento global continuas a fin de evaluar su aplicabilidad como herramienta para llevar a cabo estudios con fines geodinámicos, encontrándose que el desempeño de la técnica es muy similar a las técnicas utilizadas tradicionalmente, con el valor agregado de permitir asociar temporalmente otro tipo de mediciones en la localización de las estaciones; es indispensable realizar la medición de diversos fenómenos en un mismo punto para llevar a cabo las asociaciones que permitan disminuir la incertidumbre en la asociación del fenómeno que perturba la posición.

**Palabras clave:** estaciones continuas, geodesia satelital, geodinámica, ondeletas, series temporales, sistema global de posicionamiento satelital.

## Abstract

In the work carried out in the project *wavelets application over continuously positioning stations data in Colombia with geodynamics purposes*, used for a side the fixed weekly solutions offered for the geocentric reference system for the Americas (Sirgas) that it is a regional densification of the international terrestrial reference frame (ITRF), and for other side the meteorological information of the area of the continuously positioning stations supplied for the institute of environmental hydrology, meteorology and studies of Colombia (Ideam), present the results to apply the algorism of the wavelets to detect, measure and analyze the variations of the position considered a whole of stations of global continuously positioning, to evaluate it applicability as tool to carry out studies die geodynamics, finding that the acting

<sup>1</sup> <http://www.sirgas.org>

<sup>2</sup> <http://www.igs.com>

<sup>3</sup> <http://www.ideam.gov.co>

of the technique is very similar to the techniques used traditionally, with the aggregate value of permitting temporarily associate other type of measurements in the localization of the stations, is indispensable to carry out the measurement of diverse phenomenon in a same point, in order that to the carries out the associations that permit decrease the uncertainty in the association of the phenomenon that disturbs the position.

**Key words:** Continuously positioning stations, geodynamic, global navigation satellite system, satellite geodesy, time series, wavelets.

## Introducción

Una de las temáticas de estudio de la geodinámica es la medición, la cuantificación y el monitoreo de los desplazamientos de la corteza terrestre en el transcurso del tiempo (Lutgens y Tarbuck, 2005). Para la realización de este monitoreo se deben hacer una serie de mediciones de posición obtenidas en estaciones continuas GNSS que interactúan y establecen coordenadas geodésicas de la superficie sobre la que se encuentran respecto a un sistema fijo terrestre.

Con el análisis de la información recibida es posible evidenciar los movimientos de la corteza en magnitud y dirección en un determinado intervalo de tiempo (Hofmann, 2006), cuyos resultados permiten realizar estudios específicos como:

Análisis de esfuerzos (tensión-compresión) que pudiesen sufrir las redes de servicios eléctricos, hidráulicos, de transporte y telecomunicaciones.

Determinación de la dirección y magnitud del movimiento en procesos de expansión de volcanes (Keller, 2004).

Análisis de estabilidad de terrenos para la construcción de asentamientos residenciales e industriales.

La ejecución de estos estudios lleva a un mejor desarrollo y planificación de zonas urbanas y rurales.

Actualmente, para la región de las Américas se ha planteado un modelo para analizar y relacionar la información GNSS recepcionada con la deriva continental. El modelo continental denominado VEMOS2009 (Velocity Model Sirgas-2009) es el resultado de la aplicación de mínimos cuadrados y métodos estadísticos.

El método de las ondeletas ha sido desarrollado para analizar la variación de señales y datos en el tiempo (Walnut, 2002).

Su principal aplicación en las geociencias es en el campo de la geofísica, específicamente en el área de la sísmica, cuya función principal es la de servir como herramienta para el análisis y la interpretación de las señales sísmicas recepcionadas por una serie de geófonos. Sin embargo, esta herramienta ha sido utilizada en otros campos de las ciencias en los cuales se analizan, tratan e interpretan señales eléctricas, imágenes, datos económicos y señales de audio-video (Freeden y Thorsten, 2002).

En este artículo se presentan los resultados alcanzados de aplicar la metodología *Wavelets* a series de tiempo obtenidas a partir de datos recibidos en las estaciones TUNA, BOGA y BOGT de la red de Sirgas, y las diferencias entre los valores de las velocidades del modelo VEMOS2009 y los obtenidos a través de *wavelets*.

## Ecuaciones matemáticas del método de las ondeletas

Las *wavelets* u ondeletas son funciones que permiten realizar transformaciones y análisis de una serie de datos en el espacio-tiempo al dominio espectral (frecuencia-energía) o en el temporal; asimismo, son utilizadas como herramientas de tratamiento de señales, filtrado, predicción, estimación y compresión de datos (Nguyen y Strang, 1996). Aunque se considera que las ondeletas aplican el mismo principio de Fourier donde se busca representar una función  $X(t)$  en términos de tiempo-espacio, como una función  $X(w)$  cuyas características sean del dominio espectral, es decir, sean dadas por la amplitud y la longitud de onda por medio de operaciones como la convolución, las características de las ondeletas ofrecen ciertas ventajas para el tratamiento de la información, a continuación enunciaremos algunas de ellas:

- Las ondeletas deben presentar oscilaciones que permitan identificar cambios a diversas escalas.

- Deben poseer un soporte compacto, es decir, que la cantidad de información o energía de entrada debe ser la misma de la transformada sin modificar a alguno de sus componentes.
- Las ondeletas permiten la transformación de información no estacionaria.
- El algoritmo de cálculo es igual o más eficiente que la transformada rápida de Fourier.
- El tratamiento de los datos a diversas escalas es más eficiente que la transformada rápida de Fourier la cual debe aplicarse cada vez que se ajusta el ancho de la ventana de transformación.
- Las ondeletas permiten reconstruir la información transformada sin modificar su contenido.
- Es posible obtener versiones reducidas por niveles de la información transformada.
- Con las ondeletas se pueden identificar cambios en la información dando la posibilidad de ubicarlos en el dominio temporal.
- Las ondeletas permiten realizar procesos de suavizado de información a diversas escalas, sin ocasionar pérdidas de la información inicial.
- Las ondeletas permiten trabajar sobre información continua y discreta, de carácter real o complejo, en n-ésimas dimensiones.

Informalmente se puede decir que los coeficientes *wavelet* obtenidos son el 'monto' de la onda contenido en la función  $f(x)$ .

Suponga que se posee una función  $f(x)$  sobre la que se desea obtener una versión suavizada y una versión compuesta por las variaciones o diferencias en su comportamiento a través del traslado en el tiempo, que al unir las pueda reconstruir la función original.

$$f(x) = \text{Suavizada} + \text{Variaciones} \quad (1)$$

La versión suavizada será obtenida mediante la técnica conocida en la teoría de Fourier como filtrado, donde a partir de la operación de convolución es posible obtener una función libre de ruido o suavizada. Siguiendo el mismo procedimiento, debe ser posible obtener la función de ruido o de las diferencias. Esto ha sido abordado desde la técnica conocida como filtrado, donde ha sido posible obtener básicamente dos tipos de filtros: de *paso bajo*  $H$  (suavizado), y de *paso alto*  $G$  (diferencias).

Filtro de suavizado de la función  $f(x)$ :

$$f * H = H_1 f(X_i) + h_2 f(X_{i+1}) \quad (2)$$

Filtro de detalle o diferencias de la función  $f(x)$ :

$$f * G = h_1 f(X_i) - h_2 f(X_{i+1}) \quad (3)$$

Donde  $h_1$  y  $h_2$  son los coeficientes de la función filtro.

Cabe aclarar que el número y los valores de los coeficientes por utilizar en el filtro está dado por la cantidad y el tipo de información que se desea tratar y obtener. Generalmente, los valores de los coeficientes son asignados de manera tal que obedezcan a un indicador estadístico.

A partir del desarrollo de la técnica del filtrado ha sido posible plantear clasificaciones de filtros y técnicas derivadas para analizar el comportamiento de una serie o secuencia de datos de carácter discreto y continuo. Entre las técnicas vale la pena mencionar los bancos de filtros que como definición general e informal se pueden asumir como el conjunto de filtros aplicados a la información para realizar análisis y operaciones a diversas escalas, diversas épocas (polifase), desarrollando de esta manera la base para el método de compresión de información.

### Relación entre los filtros y las ondeletas

Como se señaló, una función puede ser expresada en versiones suavizadas y versiones de diferencias o detalle, generadas de la aplicación de filtros sobre los datos originales. Ahora piénsese en una función en forma de onda base a la que al aplicar la técnica de filtrado se le modifican sus características de forma tal que se generan dos funciones, una de paso alto y otra de paso bajo.

Entonces, en notación *wavelet* los coeficientes de los filtros se pueden asumir como:

$$H = \begin{cases} h_1 \\ h_2 \end{cases} \quad \text{Filtro Paso Bajo} \quad H = (h_1, h_2)$$

Coficiente filtro de ondeleta padre (4)

$$G = \begin{cases} h_1 \\ h_2 \end{cases} \quad \text{Filtro Paso Alto} \quad G = (g_1, g_2)$$

Coficiente filtro de ondeleta madre (5)

Generando las ondeletas

$$\phi(\chi) = H\theta(\chi) \quad \phi(\chi): \quad \text{Ondeleta padre} \quad (6)$$

$$\varphi(\chi) = G\theta(\chi) \quad \varphi(\chi): \quad \text{Ondeleta madre} \quad (7)$$

Donde la función  $\theta(\chi)$  es la función u onda base que se va a modificar por medio de la técnica de filtrado.

Ahora supóngase que los filtros que se desea o se deben aplicar son funciones que representan ondas con diversa longitud, frecuencia y amplitud. La diferencia de este tipo de filtros radica en su capacidad de mantener la cantidad de energía o información de entrada u origen aun después de realizar su transformación. Es decir, que para obtener los valores de detalle y suavizado usted debe realizar la convolución de la señal con las funciones en forma de onda:

$$d = (f, \varphi) \quad (8)$$

$$c = (f, \Phi) \quad (9)$$

Donde:

d: coeficientes de detalle (*wavelet*) que representan el monto de la onda j contenido en la función f.

c: coeficientes de suavizado (filtrado) que representan el monto de la onda f contenido en la función f.

A partir de lo anterior, la reconstrucción  $f(x)$  o señal original se expresaría en términos de ondeletas:

$$f(\chi) = c\phi + d\varphi \quad (10)$$

Los coeficientes d o *wavelet* son la herramienta adecuada para determinar discontinuidades en la información, además son la representación aproximada del tiempo en el dominio de las frecuencias, es decir, altos coeficientes representan altas frecuencias, mientras que si estos coeficientes se acercan a cero o son muy pequeños estos se relacionan con las frecuencias bajas.

### Transformación directa Wavelet (análisis Wavelet)

Permite obtener información adicional a partir de la descomposición de la señal en términos de coeficientes que representan versiones suavizadas y de diferencias de la

señal original a diversas escalas. La transformación directa *wavelet* (figura 1) permite llevar a cabo procesos de análisis multitemporal de la información, detección y filtrado de ruido (Mallat, 1999).

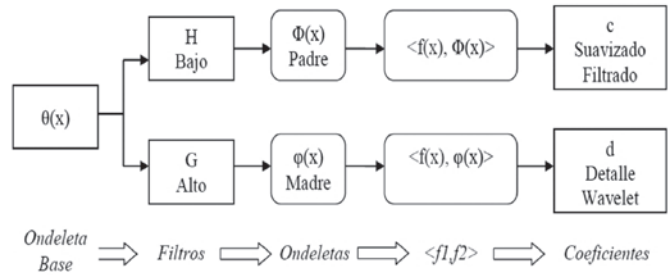


Figura 1. Esquema transformación directa con ondeletas

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

### Transformación inversa Wavelet (síntesis Wavelet)

Permite obtener la señal original a partir de la composición de la misma en términos de coeficientes que representan versiones suavizadas y de diferencias de la señal original, a diversas escalas. Esta transformación (figura 2) permite llevar a cabo procesos de mejoramiento y realce de la información original o de alguna de sus versiones simplificadas (Mallat, 1999).

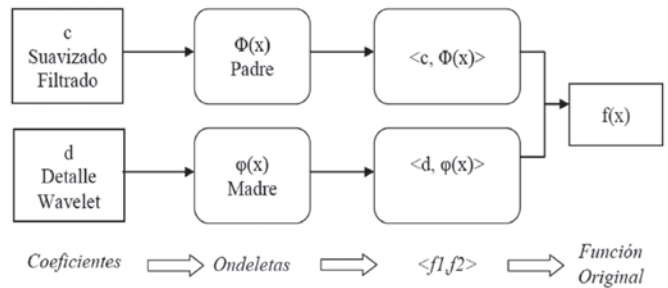


Figura 2. Esquema transformación inversa con ondeletas

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

### Observables GNSS y procesamiento de datos

El principio funcional del Global Navigation Satellite System (GNSS) se basa en medir el tiempo empleado por la señal transmitida por los satélites en llegar al receptor del usuario, este intervalo de tiempo es multiplicado por

la velocidad de la luz para obtener la distancia satélite receptor (Huerta, Mangiaterra y Noguera, 2005). Para ello se puede utilizar cualquiera de los tres tipos de observables GNSS: pseudodistancia, fase de portadora (diferencias de fases portadoras), Doppler.

En el primero, el tiempo de propagación de la señal se mide correlacionando la secuencia PRN generada localmente en el receptor con la recibida del satélite. Se denomina pseudodistancia por los errores presentes en la medida. La fase de portadora es un método más preciso de obtener la pseudodistancia, con errores más pequeños que el método anterior. Este observable es la diferencia de la fase de portadora que le llega al receptor con la generada internamente, existiendo un número ambiguo de ciclos que hay que resolver para poder utilizar este método.

Las medidas Doppler representan la velocidad de cambio de la frecuencia observada de la señal de los satélites, producto del movimiento relativo satélite-receptor. Las medidas Doppler se utilizan generalmente para derivar la velocidad del receptor.

Matemáticamente, los tres observables se representan como:

$$\begin{aligned}
 P_r^s &= \rho_r^s + c(\delta\tau^s - \delta\tau_r) + I_r^s + T_r^s + M_r^s + \varepsilon_p \\
 \phi_r^s &= \rho_r^s + c(\delta\tau^s - \delta\tau_r) + \lambda N_r^s + I_r^s + T_r^s + M_r^s + \varepsilon_\phi \\
 \dot{\phi}_r^s &= \dot{\rho}_r^s + c(\delta\dot{\tau}^s - \delta\dot{\tau}_r) - \dot{I}_r^s + \dot{T}_r^s + \dot{M}_r^s + \varepsilon_\dot{\phi}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Donde:

- $\rho$ : pseudodistancia entre satélite y receptor.
- $\phi$ : fase.
- $c$ : velocidad de la luz.
- $I$ : componente por ionosfera.
- $T$ : componente por troposfera.
- $M$ : componente de mareas.
- $N$ : ambigüedad.
- $\varepsilon$ : error asociado.
- $(\delta\tau^s - \delta\tau_r)$ : diferencia de relojes.

### Errores presupuestados y correcciones

Existen diversas fuentes de errores que alteran la precisión de los receptores GNSS, las cuales es posible compensar de diversas maneras. Los principales errores que pueden degradar el rendimiento de los datos GNSS son aquellos

atribuidos a los errores atmosféricos, la geometría de los satélites, múltiple direccionamiento de la señal, el calendario y los errores de órbita de los satélites (Seeber, 2003).

### Geometría del satélite

El efecto de la geometría de los satélites en el error de posición (figura 3) se denomina dilución de la precisión, comúnmente conocida como DOP. Un receptor GNSS calcula un valor constante DOP basado en los satélites que se utilizan para el cálculo de la posición. La mejor geometría (disposición adecuada de los satélites) será la que arroje menor DOP. Con todos los satélites confinados en una parte del cielo o bloqueados por los edificios, montañas, etc., la geometría será pobre y el valor calculado DOP será alto.

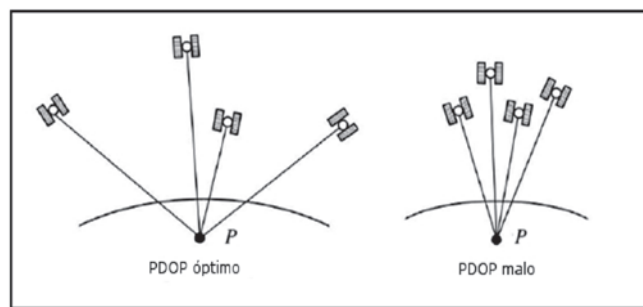


Figura 3. Geometría del satélite y PDOP

Fuente: Seeber (2003).

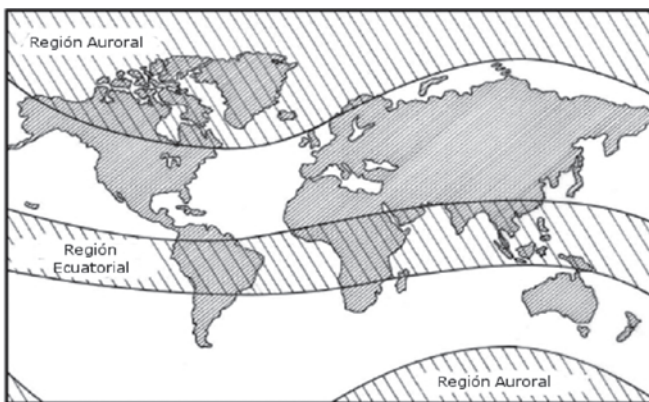
Sabiendo que el valor de DOP ideal es de 1, diversas aplicaciones requieren diferentes precisiones y correcciones de DOP. Por lo general, de 1 a 2 es excelente, de 3 a 4 es bueno, de 5 a 7 es justo y 8 o por encima es pobre.

### Efemérides y relojes

Las discrepancias entre la órbita real y la estimada del satélite pueden corromper la determinación de la distancia y con ello la posición del usuario, por ello es indispensable corregir la órbita estimada, así como el arco orbital observado. Respecto a las diferencias en los relojes de los satélites y los receptores, estos pueden perturbar las cantidades temporales de viaje y con ello la determinación de la distancia, por ello es necesario hacer la calibración de los relojes mediante relojes atómicos ubicados en las estaciones de control que estabilicen la escala temporal de aquellos de los satélites.

## Refracción ionosférica

La ionosfera es aquella región de la atmósfera comprendida entre 100 y 1000 km de altitud, donde las radiaciones solares y otras radiaciones ionizan una porción de las moléculas gaseosas liberando electrones que interfieren en la propagación de ondas de radio (figura 4). La ionosfera es un medio disperso para ondas de radio, por tanto su índice de refracción es función de la frecuencia de la onda. También es función de la densidad de electrones y, en menor grado, de la intensidad del campo magnético de la tierra.



**Figura 4.** Regiones del mundo con alta actividad ionosférica

Fuente: Seeber (2003).

Si solo se registran medidas en una sola frecuencia, tanto en pseudodistancias como en medida de fase, entonces se tiene que emplear un procedimiento alternativo para eliminar el efecto ionosférico. Normalmente se usan modelos empíricos para corregir el efecto, en los que se modela el TEC en función del tiempo, lugar de observación y dirección de la señal. En el mensaje de navegación se incluyen unos parámetros para tal modelo; usándolo se pueden llegar a reducir en un 50% los efectos de la ionosfera.

Actualmente estamos saliendo de un mínimo en la actividad de las manchas solares (once años de ciclo), por lo que las condiciones ionosféricas son ahora más idóneas. Pero dentro de unos cuatro años estaremos cerca del máximo, y entonces los efectos de la ionosfera en las señales serán mucho peores. El retardo ionosférico depende del ángulo de elevación del satélite, siendo menor en el cenit, y mayor cuando disminuye el ángulo de elevación. En observaciones nocturnas los niveles de TEC son menores que durante el

día, lo que implica un menor error en la pseudodistancia. Pero después de la aplicación del modelo empírico transmitido puede quedar algún error ionosférico residual que afectará principalmente al componente altimétrico del punto y a la estimación del error del reloj del receptor. Este error contribuye poco a la posición planimétrica cuando la concentración de electrones encima del receptor es uniforme.

## Refracción troposférica

La troposfera es la última zona o capa de la atmósfera (hasta unos 80 km, pero solo en los últimos 40 se producen retardos significativos) donde se produce retardo y donde las temperaturas decrecen con el incremento de altura. El espesor de la troposfera no es el mismo en todas las zonas. La presencia de átomos y moléculas neutras en la troposfera afecta a las señales de propagación electromagnética. El índice de refracción para un área parcial es función de su temperatura, de la presión de los gases secos y del vapor de agua. Esta atmósfera neutra es un medio no disperso con respecto a las ondas de radio de frecuencias superiores a 15 GHz, por tanto, la propagación es independiente de la frecuencia. Consecuentemente, no es necesario distinguir entre medidas de código y fase sobre las portadoras L1 y L2. La desventaja está en que no es posible eliminar la refracción troposférica con medidas en las dos frecuencias.

Se puede mejorar el cálculo del retardo troposférico tomando datos meteorológicos en el lugar de observación. A diferencia de la componente seca, la componente húmeda varía espacialmente y temporalmente. La componente seca es la causante de un 90% del total del retardo y puede ser obtenida con precisión de algunos milímetros a partir de medidas de presión en superficie. La componente húmeda es función del vapor de agua a lo largo del camino de la señal. El gradiente térmico admite modelación con precisión aceptable, pero el principal problema está en la forma de modelar el vapor de agua, que tiene una distribución irregular. El uso de mediciones meteorológicas en superficie no puede dar la precisión alcanzable con los radiómetros de vapor de agua. Estos instrumentos miden la radiación basal que se recibe desde el espacio en la dirección de la observación, y son capaces de calcular el contenido de vapor de agua en la atmósfera.

El retardo se puede evaluar en 1,9-2,5 m en la dirección cenital y se incrementa aproximadamente con la cosecante del ángulo de elevación, llegando a ser de 20-28 m a unos 5°.

El efecto del retardo ionosférico y troposférico debido al vapor de agua sobre las emisiones de la banda radioeléctrica es menor cuanto mayor sea la frecuencia, o cuanto menor sea la longitud de la onda. Las refracciones ionosférica y troposférica pueden ser eliminadas trabajando en modo diferencial, pero esto es solo cierto para líneas base pequeñas, donde las medidas de distancia satélite-receptor se ven afectadas de igual forma por la refracción. De otro modo, ya vimos que la refracción ionosférica puede ser eliminada utilizando una adecuada combinación de datos en doble frecuencia.

### Efecto multicamino

El efecto multirruta o multicamino es causado principalmente por múltiples reflexiones de la señal emitida por el satélite en superficies cercanas al receptor (figura 5). Estas señales reflejadas que se superponen a la señal directa son siempre más largas, ya que tienen un tiempo de propagación más largo y pueden distorsionar significativamente la amplitud y forma de la onda. Este efecto puede ser considerablemente reducido eligiendo puntos de estación protegidos de reflexiones (edificios, vehículos, árboles, etc.), es decir, evitando las superficies reflectantes en las proximidades del receptor, y por un apropiado diseño de la antena, como es la utilización de planos de tierra que reducen las interferencias de señales con baja elevación o incluso con elevación negativa, que son las que provocan el *multipath*, en otras palabras, se intenta reducir la intensidad de las señales secundarias y aislar a la señal directa. El efecto *multipath* depende de la frecuencia de la portadora. Por tanto, las medidas de fase se verán menos afectadas que las medidas de código, donde el efecto *multipath* puede alcanzar hasta el nivel de metro.

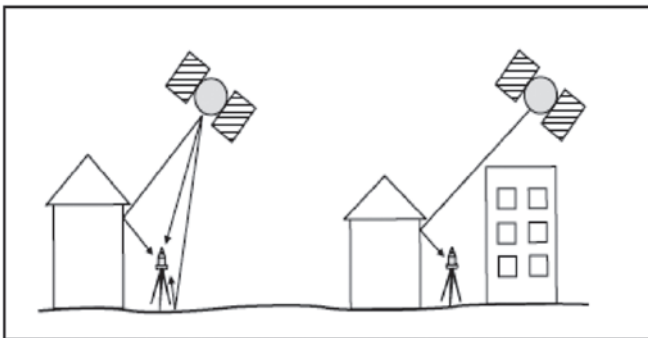


Figura 5. Efecto multirruta o multicamino

Fuente: Seeber (2003).

### Error en el estacionamiento de la antena

Los errores en el estacionamiento de la antena tienen menos influencia y las exigencias de estacionamiento son muy inferiores a las de los instrumentos de observación clásica. No necesitan una altísima estabilidad, ya que pequeños desplazamientos, vibraciones o torsiones en nada afectan a la observación de las señales de los satélites.

### Errores en la manipulación de los equipos

Los errores de manipulación se producen cuando no se siguen las instrucciones del fabricante del instrumento o cuando estas suelen descuidarse cuando se trabaja rutinariamente. Por ejemplo, es importante no comenzar una observación hasta que no se hayan sincronizado perfectamente todos los satélites, ya que lo único que estaremos haciendo es introducir ruido a la observación.

### Variación del centro radioeléctrico de la antena

La variación y el desfase del centro de la antena se debe a la falta de coincidencia entre el centro radioeléctrico o punto que realmente se posiciona —ya que es al que llega la señal—, y el centro mecánico o físico, generando un error residual por excentricidad que puede ser de unos milímetros. Para evitar este error en posicionamiento relativo se recomienda una orientación aproximada común para todas las antenas, ya que el fabricante monta en el interior de todas las carcasas el elemento físico receptor en la misma posición respecto a alguna referencia exterior del conjunto; trabajando en modo diferencial este error se eliminará en ambas estaciones.

### Materiales y métodos

Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (Sirgas) Sirgas es el Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas. Su definición corresponde con el Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS: International Terrestrial Reference System) y su realización es una densificación regional del Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF: International Terrestrial Reference Frame). Además del sistema de referencia geométrico, Sirgas se ocupa de la definición y realización de un sistema vertical de referencia basado en alturas elipsoidales como componente geométrico y en números geopotenciales (referidos a un valor  $W_0$  global convencional) como componente físico.

### Características de Sirgas

Las coordenadas Sirgas están asociadas a una época específica de referencia y su variación con el tiempo es tomada en cuenta ya sea por las velocidades individuales de las estaciones Sirgas o mediante un modelo continuo de velocidades que cubre todo el continente. Las realizaciones o densificaciones de Sirgas asociadas a diferentes épocas y referidas a distintas soluciones del ITRF materializan el mismo sistema de referencia y sus coordenadas, reducidas a la misma época y al mismo marco de referencia (ITRF), son compatibles en el nivel milimétrico.

El datum geodésico Sirgas está definido por el origen, la orientación y la escala del sistema Sirgas (ITRS). La conversión de coordenadas geocéntricas a coordenadas geográficas se adelanta utilizando los parámetros del elipsoide GRS80. La extensión del marco de referencia Sirgas está dada a través de densificaciones nacionales, las cuales a su vez sirven de marcos de referencia local.

### Características generales de procesamiento

Los productos ofrecidos por Sirgas son procesados mediante el aplicativo Bernese v. 5<sup>1</sup> siguiendo una estrategia aprobada a nivel internacional (figura 6).

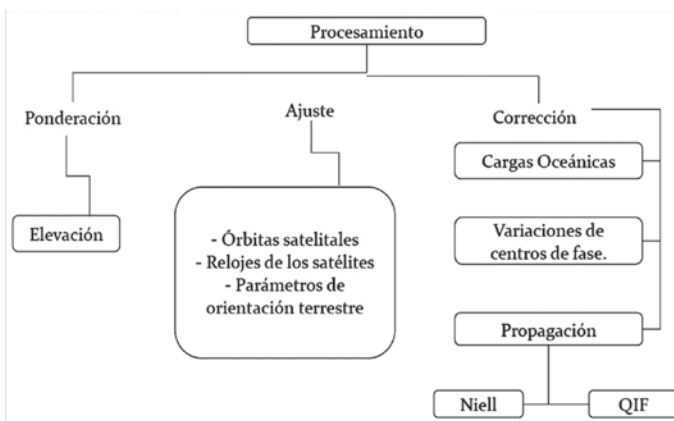


Figura 6. Estrategia de procesamiento utilizada en Sirgas

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011)

### Aplicativos empleados

Para la aplicación de la propuesta metodológica se utilizaron programas libres y se crearon rutinas que permitieran descargar, calcular y generar archivos, de manera tal que el desarrollo de la metodología fuese llevado a cabo rápidamente. Entre los aplicativos se utilizaron ejecutables generados durante el desarrollo de esta propuesta metodológica diseñados para la descarga de los datos desde el servidor de Sirgas, la depuración de las estaciones y la generación de archivos de comandos interpretables por el programa de cálculo empleado. Los ejecutables fueron desarrollados en el lenguaje *python*, la aplicación para realizar los cálculos y el análisis *wavelet* es R (Nason, 2008).

### Metodología

Para desarrollar del trabajo es necesario definir una secuencia de procedimientos (figura 7) que permitan replicar los resultados obtenidos, o bien obtener resultados en otras regiones de estudio a partir del modelo propuesto.

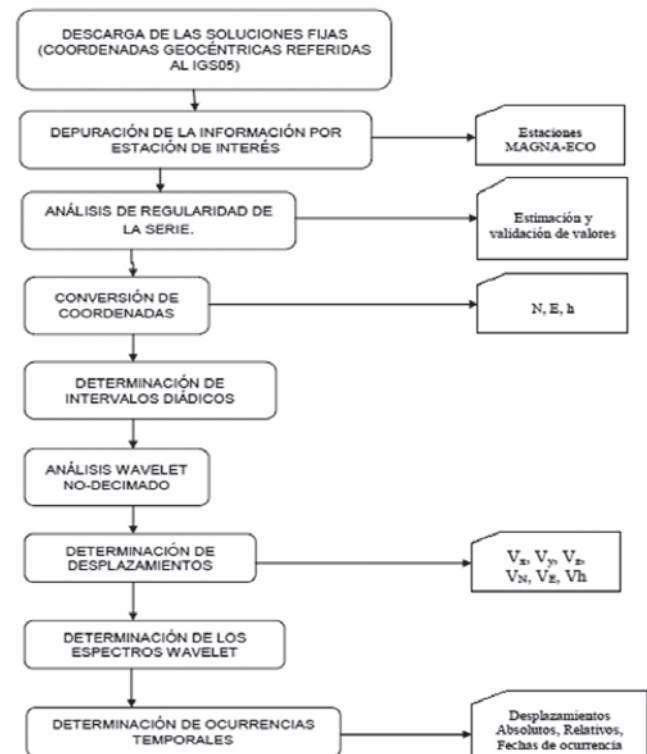


Figura 7. Metodología de trabajo

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

<sup>1</sup> <http://www.gmat.unsw.edu.au/currentstudents/ug/projects/Haasdyk/bernese.html>



### Área de investigación

El área de investigación del proyecto estuvo localizada en la zona noroccidental suramericana, correspondiente a Colombia, comprendida entre las coordenadas de latitud 4°00'00" S y 12°0'0" N y entre 78°00'00" W 67°00'00" W de longitud (figura 8).

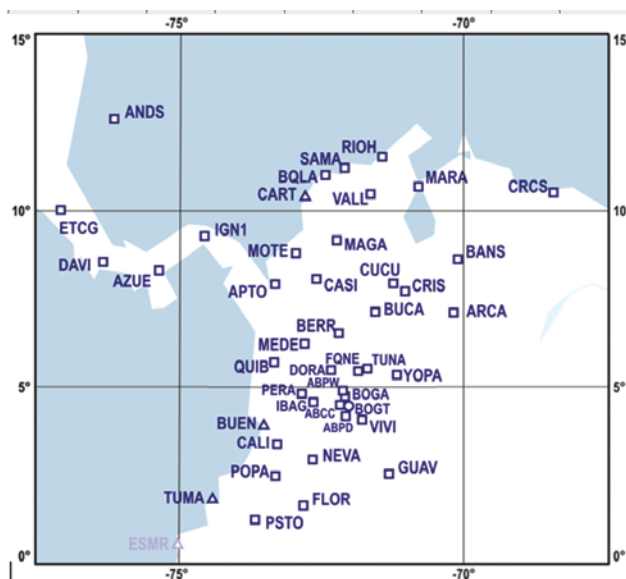


Figura 8. Área de trabajo, red Magna-ECO

Fuente: <http://www.sirgas.org>

### Resultados y conclusiones

Durante el desarrollo del trabajo fue necesario depurar la información obtenida del servidor de Sirgas, solo incluyendo como información relevante aquellas estaciones que pertenecieran a la red de estaciones geodésicas continuas de Colombia (Magna-ECO), cuyas series temporales fuesen lo más robustas, es decir, que sus periodos de captura fuesen superiores a dos años y que en caso de tener que realizar estimaciones estas no superasen un umbral del 13% de la totalidad de la serie. Además, las estaciones deberían poseer un modelo de velocidades asociado y validado como el VEMOS09, para llevar a cabo una comparación de los desplazamientos obtenidos mediante la utilización de las ondeletas. Otra condición que debería cumplir la región donde se ubica la estación de posicionamiento es la de poseer información meteorológica en por lo menos el mismo intervalo de tiempo de recepción de datos GNSS, para llevar a cabo los procesos de asociaciones temporales obtenidas mediante la técnica de las ondeletas.

Una vez hecha esta depuración se procede a realizar el procedimiento de análisis *wavelet* o transformación directa para luego reescalar los desplazamientos obtenidos mediante los coeficientes de detalle, y poderlos expresar en las mismas unidades para llevar a cabo la comparación (tabla 1) con la determinación de desplazamientos mediante la técnica convencional.

Tabla 1. Información de desplazamientos, estación BOGA, intervalo GNSS 1470-1597

Método Determinación	Vx (m/y)	Vy(m/y)	Vz (m/y)	VN(m/y)	VE(m/y)	Vh(m/y)
VEMOS09	-0.0221	0.0590	0.0176	-	-	-
Wavelet	-0.01827161	0.05326071	0.01449497	0.05554626	-0.0007191	-0.01702726
Δ	0.00382839	0.00573929	0.00310503	-	-	-

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

Luego se determinaron los espectros wavelet para magnificar las diferencias representativas y de esta manera detectar las correspondencias temporales a las magnitudes significativas (figuras 9 y 10).

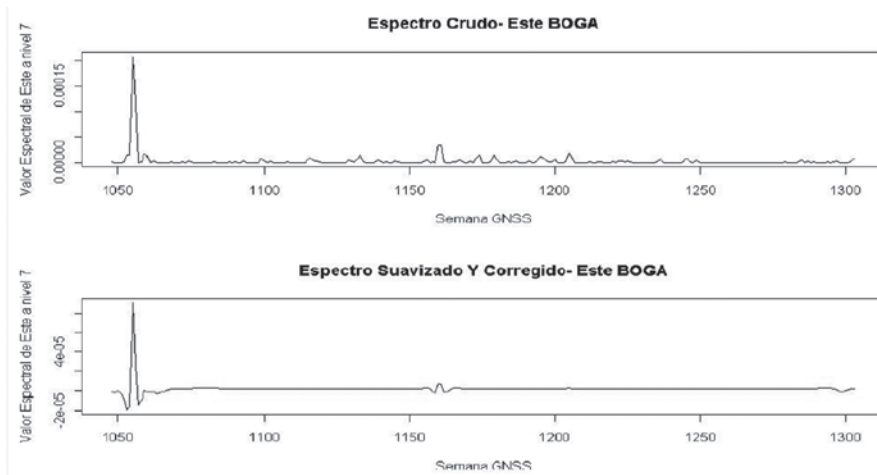


Figura 9. Espectro *Wavelet* estación BOGA, semana GNSS 1048-1312

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

Este		
Semana GNSS	Amplitud Espectral	Posición En Intervalo
1074	2.921316e-06	27
1093	4.092132e-06	46
1099	7.846249e-06	52
1116	9.104730e-06	69
1133	1.345789e-05	86
1139	4.803196e-06	92
1145	3.345425e-06	98
1156	4.641054e-06	109
1161	3.468424e-05	114
1167	4.709840e-06	120
1174	1.312448e-05	127
1179	1.341361e-05	132
1195	1.028963e-05	148
1200	6.065616e-06	153
1205	1.828749e-05	158
1236	6.862428e-06	189
1245	7.401770e-06	198
1248	1.776601e-06	201
1255	4.606088e-06	238
1267	4.210781e-06	240
1287	4.214276e-06	250

Este	
Semana GNSS	Fecha Correspondiente
1074	09/08/00
1093	20/12/00
1116	30/05/01
1133	26/09/01
1139	07/11/01
1145	19/12/01
1156	06/03/02
1161	10/04/02
1167	22/05/02
1174	10/07/02
1179	14/08/02
1195	04/12/02
1205	12/02/03
1236	17/09/03

ALTURA	
BOGA	
INTERVALO GNSS 1048-1312	
Semana GNSS	Fecha Correspondiente
1064	31/05/00
1072	26/07/00
1112	02/05/01
1120	27/06/01
1126	08/08/01
1145	19/12/01
1161	10/04/02
1169	05/06/02
1173	03/07/02
1180	21/08/02
1189	23/10/02
1206	19/02/03
1219	21/05/03
1226	09/07/03
1250	23/12/03
1269	05/05/04

BOGT	
INTERVALO GNSS 1167-1430	
Semana GNSS	Fecha Correspondiente
1174	2002-07-10
1179	2002-08-14
1200	2003-01-08
1205	2003-02-12
1218	2003-05-11
1221	2003-06-04
1226	2003-07-09
1258	2004-02-15
1275	2004-06-16
1302	2004-12-21
1317	2005-04-06
1327	2005-06-15
1329	2005-06-29
1332	2005-07-18
1334	2005-08-03

Figura 10. Ocurrencia temporal del espectro *Wavelet*, estación BOGA, Semana GNSS 1048-1312

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

Figura 11. Ocurrencia temporal del espectro *Wavelet* entre diversas estaciones cercanas

Fuente: Beltrán y Colmenares (2011).

Con estos resultados es posible realizar análisis de fenómenos entre estaciones cuya línea base es muy corta (figura 11), o de desplazamientos en la componente vertical a partir de información de precipitación.

## Conclusiones

El valor de desplazamiento obtenido mediante la transformación *wavelet* depende de las características de la ondeleta utilizada como momentos de desvanecimiento y grado de asimetría.

La transformación *Wavelet* permite obtener desplazamientos escalados a diversas resoluciones temporales.

El espectro *Wavelet* permite resaltar las diferencias más relevantes en la serie de tiempo sobre el nivel más fino o sobre otros niveles.

La aplicación de ondeletas a series temporales de posicionamiento GNSS permite obtener productos relacionados con el desplazamiento de la estación y su correspondencia en un intervalo de tiempo. Estos productos obtenidos, asociados a otro tipo de mediciones temporales, pueden ser de utilidad para otras disciplinas relacionadas con temas geoespaciales y ambientales, como la geodinámica, la geofísica, la meteorología, etc.

### Agradecimientos

Al Instituto Geográfico Agustín Codazzi y a la colaboración del ingeniero William Martínez; al ingeniero Luis Gómez, docente de la Universidad Distrital por su aporte en la actividad académica en ramas relacionadas con las geociencias. Al grupo Geored del Instituto Colombiano de Geología y Minería (Ingeominas) en cabeza del ingeniero Héctor Mora por su apoyo en las diversas temáticas relacionadas con la geodinámica. Al Instituto Colombiano de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (Ideam) y Sirgas por su aporte de información de uso libre, así como a la formación académica proporcionada por la Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”.

### Referencias bibliográficas

- Beltrán, O. y Colmenares, C. (2011). Aplicación de wavelets en datos de estaciones continuas de posicionamiento en Colombia con fines geodinámicos (Tesis Ingeniería Catastral y Geodesia). Bogotá: Universidad Distrital “Francisco José de Caldas”.
- Freeden, W. y Thorsten, M. (2002). *A survey on wavelets methods for geo applications*. Alemania: University of Kaiserslautern.
- Hofmann, B. (2006). *Physical Geodesy*. 2 ed. Vöslau: Institut Für Navigation Und Satellitengeodäsie.
- Huerta, E., Mangiaterra, A. y Noguera, G. (2005). *GPS: Posicionamiento Satelital*. Rosario: UNR Editora, Universidad Nacional de Rosario.
- Keller, W. (2004). *Wavelets in Geodesy And Geodynamics*. Berlín: Geodätisches Institut, Universität Stuttgart.
- Lutgens, F. K. y Tarbuck, E. J. (2005). *Ciencias de la Tierra. Una introducción a la geología física*. Madrid: Prentice Hall.
- Mallat, S. (1999). *A wavelet tour of signal processing*. 2 ed. Paris: École Polytechnique.
- Nason, G. (2008). *Wavelet methods with R*. Bristol: University of Bristol.
- Nguyen, T. y Strang, G. (1996). *Wavelets and Filter Banks*. Wisconsin: University of Wisconsin.
- Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy*. 2 ed. Berlin: Institut für Erdmessung, Universität Hannover.
- Walnut, D. F. (2002). *An Introduction to Wavelet Analysis*. Boston: University of Maryland.