



“MODELO DE POISSON PARA LA OCURRENCIA Y MAGNITUD ESPACIO-TEMPORAL DE LOS SISMOS EN COLOMBIA”

“POISSON MODEL FOR THE SPACE -TIME OCCURRENCE AND MAGNITUDE OF EARTHQUAKE IN COLOMBIA”

Fecha de recepción: 25 de agosto de 2010 / Fecha de aprobación: 24 de octubre de 2010

Christian Michael Cárdenas Briceño, Yineth Daniela Garzón Prado,
Luis Fernando Santa Guzmán, Luis Eduardo Castillo Méndez

Resumen

El modelo estadístico comúnmente aceptado y empleado para determinar la ocurrencia futura de sismos es el proceso homogéneo de Poisson. En este trabajo se aplican técnicas de análisis e inferencia estadística en procesos puntuales espaciales al estudio de los epicentros. El propósito es la construcción de un modelo de Poisson para la ocurrencia y magnitud de los sismos en Colombia con base en información espacio-temporal de los eventos principales (o *mainshocks*) del catálogo de sismicidad comprendido entre 1993 y 2010, con el fin de identificar el comportamiento específico en el país, utilizando herramientas principalmente del paquete *Spatstat* del *software* R (2.10.1). Para Colombia este análisis se dificulta debido al corto período de operación de la Red Sismológica y la información heterogénea relacionada con el desarrollo de nueva instrumentación. El modelamiento del comportamiento sísmico sirve de base para la planificación y prevención, ante una catástrofe, de vidas humanas y daños en la infraestructura urbana y rural de los sitios en la zona de influencia de los eventos sísmicos.

Palabras clave: sismos, Poisson, catálogo de sismicidad, R, aleatoriedad espacial completa (CSR)

Abstract

The statistical model commonly accepted and used to determine the future occurrence of earthquakes is the homogeneous Poisson process. In this paper we apply techniques of analysis and statistical inference in spatial point processes to the study of the epicenters. The purpose is to build a Poisson model for the occurrence and magnitude of earthquakes in Colombia based on temporary space information for mainshocks of the Seismicity Catalog between 1993 and 2010 to identify specific behavior in the country using mainly tools as *spatstat* package of the R software (2.10.1). In Colombia, this analysis is difficult due to the short period of operation of the “Red Sismológica” and heterogeneous information related to the development of new instrumentation. The modeling of seismic behavior provides a basis for planning and prevention to a human lives and material catastrophe.

Keywords: earthquakes, Poisson, seismicity catalog, R, Complete Spatial Randomness (CSR)





I. Introducción

Colombia es un país con gran complejidad geológica por la confluencia de varias placas tectónicas: Nazca, Caribe, Cocos, Suramericana. En especial ha sido de interés el estudio del cinturón de fuego del Pacífico, que en Colombia se presenta en la subducción de la placa Nazca en Suramérica. Los estudios de predicción y modelamiento sismológico son indispensables en nuestro territorio.

Por su dinámica en la Tierra hay movimientos constantes e impredecibles en la litosfera, debidos en especial a la deriva continental y la tectónica de placas, es por esta razón que los fenómenos sísmicos, pueden ocurrir en cualquier momento, en cualquier lugar y con cualquier magnitud; aunque se han hecho ingentes esfuerzos por mejorar la tecnología de monitoreo y seguimiento de los eventos sísmicos en el ámbito internacional, el estado actual de la ciencia y la tecnología no permite predecir o pronosticar un sismo.

Con la predicción sísmica se esperaría la especificación anticipada de magnitud y localización epicentral de un sismo que ocurre dentro de un intervalo de tiempo. A pesar de no tener un modelo teórico que describa satisfactoriamente la recurrencia de terremotos, los científicos han adoptado distribuciones de probabilidad basados en el comportamiento histórico de éstos para determinar niveles de amenaza sísmica. El modelo estadístico más comúnmente aceptado y empleado para determinar la ocurrencia futura de sismos es el proceso de Poisson, por ser coherente con la limitada historia sismológica. Colombia, por su parte, ha adoptado ese modelo [1].

En consecuencia, el propósito de este proyecto se basa en la construcción de un modelo de Poisson de la ocurrencia y magnitud de los sismos en Colombia con base en información espacio-temporal, con el fin de identificar su comportamiento específico en el país.

Marco teórico

Sismología

Un sismo, según la US Geological Survey [2], es un término usado para describir el movimiento

brusco de una falla, el temblor resultante y la energía sísmica radiada causada por el deslizamiento, o por actividad volcánica o magmática, o cambios súbitos en la tierra. La causa de un sismo es, según el Departamento de Sismología del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada [3], la liberación súbita de energía en el interior de la tierra por un reajuste de ésta.

La disciplina de las ciencias geofísicas que tiene que ver con el estudio de los sismos y las propiedades elásticas de la tierra, según la Red Sismológica Nacional de Colombia [4] (RSNC) es la sismología, la ciencia que estudia todo lo relacionado con el origen, fuerza, duración, distribución geográfica, recurrencia, impacto, etcétera de los sismos. La Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica [5] afirma que el instrumento esencial para estudiar los sismos es el sismógrafo. Éste es un aparato que registra el movimiento del suelo causado por el paso de una onda sísmica.

Además de la actividad sísmica permanente del Pacífico colombiano, la dinámica entre las placas Nazca y Caribe es la responsable de la intensa producción sísmica en Colombia. Otra fuente importante de sismos es el nido de Bucaramanga, que según estudios de los geólogos [7], es catalogado como el segundo en actividad permanente en el mundo, pero esa regularidad sísmica contribuye a disipar energía y a prevenir una catástrofe originada por un terremoto.

Ingeominas [8] ha clasificado la sismicidad colombiana en sismicidad histórica y sismicidad instrumental. La sismicidad histórica es la crónica de los sismos que no han sido registrados por ningún instrumento. La sismicidad instrumental, en cambio, es registrada por los sismógrafos. La Red Sismológica Nacional genera entonces catálogos que contienen información instrumental de dónde y cuándo ocurrió el evento sísmico.

“El primer paso para el estudio de sismicidad consiste en la depuración del catálogo, para la eliminación de eventos dependientes” [9]. En este caso, los eventos dependientes, definidos por *Ingeominas* [10], harían referencia a los sismos *foreshock* (premonitorios), algunos temblores pequeños poco comunes con anterioridad al sismo principal; y *aftershock* (réplicas), sismos de menor tamaño al



sismo principal que se producen después un terremoto grande. Los sismos principales se usan para el tratamiento probabilístico de evaluación de amenaza sísmica.

En Colombia el modelo utilizado para evaluar la amenaza sísmica es Kiureghian y Ang, y es llamado el modelo de amenaza de línea fuente [11], el cual supone que la ocurrencia futura de sismos se rige por un proceso homogéneo de Poisson. El de Poisson es un proceso estocástico; entonces, para lograr entender el comportamiento espacio-temporal de la ocurrencia de sismos es necesario recurrir a la teoría de los procesos estocásticos.

Procesos estocásticos

Un proceso estocástico es un conjunto de variables sometidas a influencias, impactos o fenómenos aleatorios que evolucionan en función de un índice, que puede ser el tiempo o el espacio. De manera formal, según Medhi [12] un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias indexadas.

El conjunto de posibles valores de un proceso estocástico $\{X(n), \epsilon m \in I\}$ que asume una variable aleatoria $X(n)$ se conoce como espacio de estados y $n \in I$ es el espacio de parámetros o dominio de definición del proceso.

Los procesos estocásticos pueden clasificarse, en general, en los siguientes cuatro tipos de procesos:

Tabla I. Clasificación de los procesos estocásticos

$n \setminus X$	Discreto	Continuo
Discreto	Cadenas de Markov con espacio de estados discreto	Cadenas de Markov con espacio de estados continuo
Continuo	Procesos de Markov con espacio de estados discreto	Procesos de Markov con espacio de estados continuo

En caso de parámetro discreto, la familia está representada por $\{X(n), n=0, 1, \dots, n; \epsilon n \in I\}$. En caso

de parámetro continuo, se representa $\{X(n), n \in I\}$ donde I es un intervalo.

Momentos de los procesos estocásticos

- **Función de media.** Es una medida de tendencia central que representa el valor hacia el cual tienden a agregarse los datos. De manera formal:

$$\mu_n = E(X(n))$$

- **Función de varianza.** Es una medida de variabilidad o dispersión de los valores que asume la variable respecto de la media del proceso:

$$\delta_n^2 = Var(X(n))$$

- **Función de autocovarianza.** Es una medida de asociación lineal:

$$Cov(n, m) = cov(m, n) = Cov((X(n), (X(m)))$$

- **Función de autocorrelación.** Es una medida de asociación lineal:

$$\rho_{nm} = \frac{Cov(n, m)}{\sigma_n \sigma_m}$$

- **Función de semivarianza.** Es una medida de variabilidad espacial, que determina la relación espacial entre los datos:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E(X(n) - X(m))^2, \text{ donde } n, m \in R^d$$

Características de los procesos estocásticos

- **Estacionariedad.** Un proceso es estacionario si es invariante por traslación:

$$E(X(n)) = \mu, \forall n \in I, \mu \in R \text{ constante}$$

- **Isotropía.** Es una característica espacial. Un proceso es isotrópico si es invariante por rotación.

A un proceso que es a la vez estacionario e isotrópico se le conoce como proceso homogéneo.

Procesos de Poisson

Uno de los procesos estocásticos con conjunto de valores discreto y parámetro continuo es el llamado proceso de Poisson. Se considerará $X(n)$ el número total de ocurrencias del evento E (número de sismos) en un intervalo de longitud $[0, n)$ o en una región de área $|A|$

En el caso temporal

La tasa media λ , es conocida como el parámetro del proceso de Poisson. La media y la varianza de $X(t)$ son funciones de t . Como tal, el proceso de $\{X(t), t \geq 0\}$ no es estacionario, es evolutivo.

En el caso espacial

El proceso de Poisson está estudiado dentro de la teoría de los patrones puntuales espaciales. Un patrón puntual espacial es, según Peter Diggle [13], un conjunto de lugares, irregularmente distribuidos dentro de una región en el espacio. Se refieren a los lugares como eventos. Los patrones se clasifican como regulares, aleatorios o agregados.

- Momentos de los patrones puntuales espaciales

El primer momento o media del proceso es descrito por la función de intensidad, que representa el número de eventos por unidad de área.

$$\lambda(\mathbf{s}) = \lim_{|d\mathbf{s}| \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[X(d\mathbf{s})]}{|d\mathbf{s}|} \right\}, \quad \text{donde } \mathbf{s} = (x, y)$$

El segundo momento es descrito por la función de intensidad de segundo orden,

$$\lambda_2(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = \lim_{|d\mathbf{s}_i|, |d\mathbf{s}_j| \rightarrow 0} \left\{ \frac{E[X(d\mathbf{s}_i)X(d\mathbf{s}_j)]}{|d\mathbf{s}_i||d\mathbf{s}_j|} \right\}$$

Una caracterización alternativa a este momento es la función $K(r)$, siendo $r = ||\mathbf{s}_j - \mathbf{s}_i||$ que representa la distancia del vector entre i y j , y permite captar la dependencia espacial entre los eventos.

$$K(r) = \frac{2\pi}{\lambda^2} \int_0^r \lambda_2(\mathbf{s}) s ds$$

- Aleatoriedad espacial completa (CSR)

La hipótesis de CSR para un patrón puntual espacial afirma que (i) el número de eventos en cualquier región plana A con área $|A|$ sigue una distribución de Poisson con media $\lambda|A|$; (ii) dados n eventos s_i en una región A , los s_i son una muestra aleatoria independiente de la distribución uniforme en A .

Análisis estadístico

- En el caso temporal

Para un valor dado de k , λ puede estimarse por el método de máxima verosimilitud, según Bhat[14], como:

$$\hat{\lambda}_k = \frac{\text{Número de transiciones } k \rightarrow k + 1}{\text{Suma de los tiempos de transición}}$$

Ahora, definiendo $t_0=0, t_1, t_2, \dots$ como las épocas en que los eventos ocurren en un proceso de Poisson y $Z_k = t_k - t_{k-1}$ donde $k= 1, 2, 3, \dots$; entonces son variables aleatorias que representan los intervalos de tiempo entre dos ocurrencias sucesivas de eventos de Poisson. Éstas tienen una distribución exponencial negativa.

- En el caso espacial

La mayoría de los análisis espaciales comienzan con una prueba de aleatoriedad espacial completa (CSR), porque el rechazo de la CSR es un requisito mínimo para cualquier intento serio para modelar un patrón observado, y si la hipótesis es rechazada sirve para distinguir entre los patrones que están clasificados como “regulares” o “agregados”. Las pruebas de CSR se pueden evaluar por medio del conteo de cuadrantes y mediante distancias.

Prueba de CSR basado en el conteo de cuadrantes

Consiste en dividir A en m subregiones o cuadrantes y usar el conteo del número de eventos en los cuadrantes. Una estadística para probar la salida de la distribución uniforme en A implícito en CSR es el criterio de Pearson.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(n_i - \bar{n})^2}{\bar{n}}$$

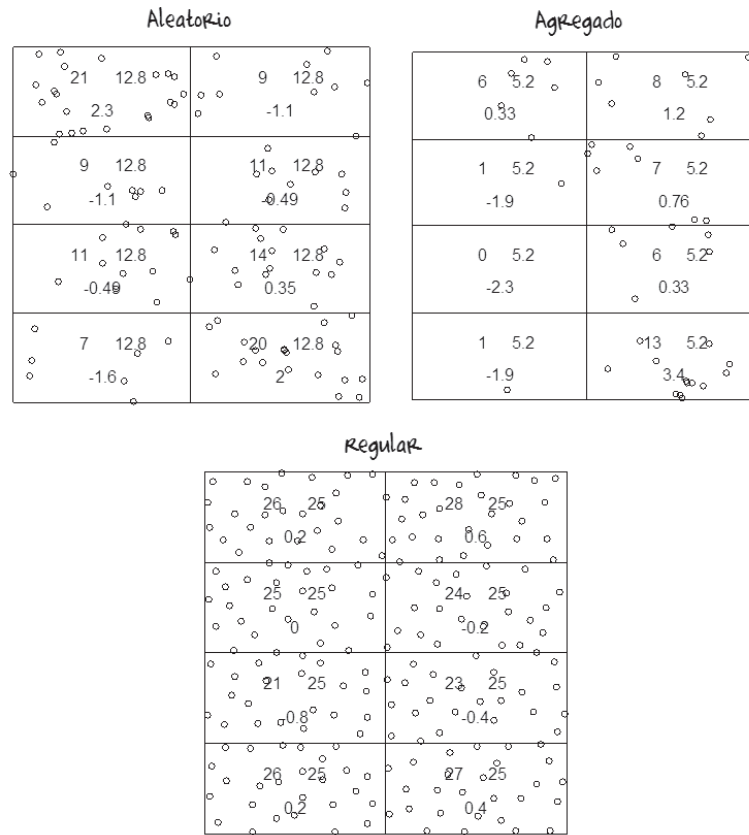


Figura 1. Conteo de cuadrantes

Prueba de CSR basado en distancias

Las pruebas basadas en distancias se analizan gráficamente comparando con límites de simulación superior e inferior.

Distancia al vecino más cercano

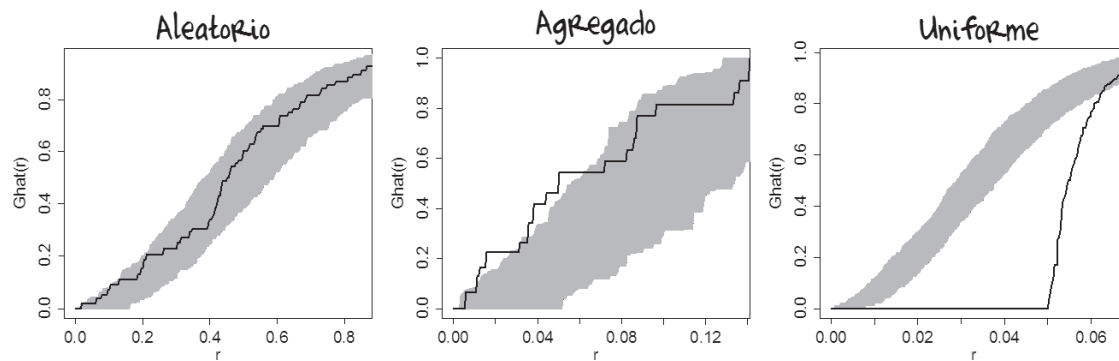


Figura 2. Función de distribución G G

Se representa por la función de distribución teórica $G(r)$. Si los eventos se encuentran entre los límites superior e inferior, el gráfico sugeriría aceptar CSR. Si se encuentran encima de los límites, mostraría un exceso de pequeñas distancias al

vecino más cercano, lo cual es una característica de patrones agregados. Si los datos se encuentran bajos los límites, mostraría una deficiencia de pequeñas distancias al vecino más cercano, lo cual es típico de patrones regulares.

Punto a la distancia del evento más cercano

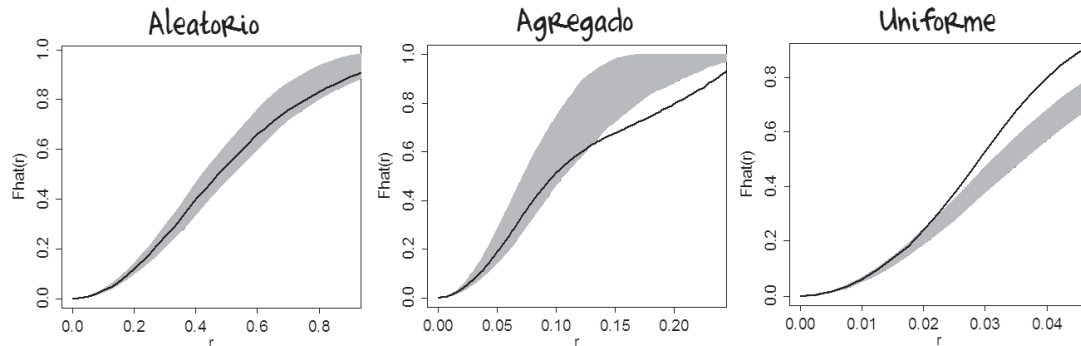


Figura 3. Función de distribución F

Se representa por la función de distribución teórica. Si los eventos se encuentran entre los límites superior e inferior, el gráfico aceptaría CSR. Cuando los datos se encuentran bajos los límites,

es un comportamiento típico de un patrón agregado. Si se encuentran encima de los límites de simulación, se comporta como un patrón regular.

Función K de Ripley

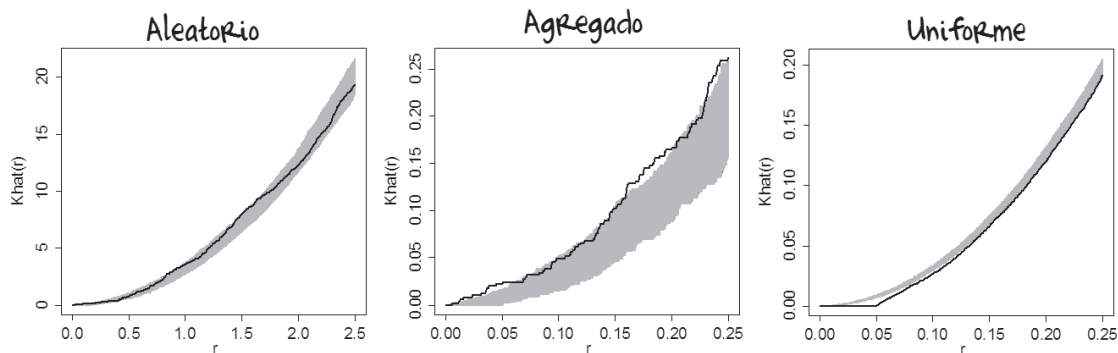


Figura 4. Función de distribución K

Cuando los datos se encuentran entre los límites superior e inferior, el gráfico aceptaría CSR. Cuando los eventos se encuentran bajo los límites, es un comportamiento de un patrón regular. Si se encuentran encima de los límites de simulación, se comporta como un patrón agregado.

Estimación de la intensidad por Kernel

Es una herramienta exploratoria para examinar las propiedades de primer orden de un proceso puntual. Realiza un conteo de los eventos por unidad de área dentro de un cuadrado en movimiento

o “ventana”, de tamaño fijo y con un centro imaginario; esto en varios lugares a la vez, que están dispuestos en una grilla superpuesta al área de interés A . Así se obtienen estimaciones de la intensidad en cada punto de la cuadrícula. Sin embargo, no se tiene en cuenta la ubicación relativa de los acontecimientos dentro de la ventana.

Modelos para patrones puntuales espaciales

Una vez determinado si el patrón puntual es “aleatorio”, “agregado” o “regular”, se debe tratar de ajustar de acuerdo a las propiedades y a la información disponible, a alguno de los posibles modelos presentados a continuación.

- Proceso homogéneo de Poisson

Representa el mecanismo estocástico más simple posible para la generación de patrones de puntuales espaciales y se utiliza como patrón idealizado de aleatoriedad espacial completa que proporciona una descripción útil aproximada de un patrón observado, ya que constituye el punto de partida para emprender el análisis y posterior modelamiento.

- Proceso agregado de Poisson

Este proceso sirve para modelar agrupaciones individuales de eventos. Está compuesto por eventos principales o “padres” que se ubican aleatoriamente, y sus respectivos descendientes o “hijos”.

- Proceso no homogéneo de Poisson

Este proceso permite que la intensidad del proceso varíe en función de la localización geográfica. Además, esa “no estacionariedad” permite la incorporación de covariables asociadas a las ubicaciones. Las covariables son variables explicativas, como por ejemplo, la altitud.

- Proceso de Cox

Es un proceso “doblemente estocástico” formado como un proceso de Poisson no homogéneo en el cual tanto la ubicación como la función de intensidad son aleatorias.

- Proceso de inhibición simple

Este proceso modela patrones regulares. Los patrones regulares surgen más naturalmente por la imposición de una distancia mínima consentida δ , entre dos eventos.

- Procesos puntuales de Markov

Afirma que la intensidad condicional en el punto s_i , sólo depende de la configuración en el entorno de s_i , dada la configuración de los acontecimientos en el resto de A .

Materiales y métodos

Obtención del catálogo de sismicidad instrumental

El catálogo de sismicidad instrumental del proyecto es una base de datos que contiene todos los eventos registrados por los sismógrafos, publicado en la página *web* (de dominio público) de la Red Sismológica Nacional de Colombia. Es necesario definir los parámetros de consulta, que corresponden a los valores mínimos y máximos: rango de tiempo: 1° de junio de 1993 a 28 de febrero de 2010; rango de coordenadas geográficas límite en el espacio: latitud -82 a -66 y longitud -5 a 15; rango de magnitud: 1 a 7, y rango de profundidad: 0 a 300 km.

Por medio de la consulta se obtuvieron los sismos principales (*mainshock*), premonitorios (*after-shock*) y las réplicas (*foreshock*). Debido a que para el proyecto son de interés sólo los sismos principales, se procede a la eliminación de los eventos premonitorios y réplicas. Para ello se utiliza *Zmap* (versión 6), que, según la Universidad Nacional Autónoma de México [15], es un paquete escrito en la plataforma Matlab, que permite la eliminación de eventos dependientes (depuración) por medio del algoritmo de Gardner & Knopoff, que consiste en la detección de aglomeraciones analizadas de acuerdo al momento de ocurrencia y ubicación, por medio de una ventana móvil de 40 días, la cual busca en ese tiempo identificar el evento principal o de mayor magnitud. Al determinar el evento principal, vuelve a iniciar hasta finalizar toda la secuencia temporal. Aunque el algoritmo comúnmente utilizado es el de *Reasenberg*, no se utiliza debido a que no eliminan réplicas muy lejanas en tiempo y espacio del evento principal.

Finalmente, se guardan los datos depurados, que corresponden a los eventos principales, sin premonitorios ni réplicas. Se realiza una revisión final del catálogo en *Zmap* por medio de histogramas ya que, según Wyss, Wiemer y Zuñiga [16],

es necesario para inspeccionar que no haya datos erróneos que se hayan filtrado después de la consulta.

Catálogo resultante

El catálogo de sismicidad instrumental obtenido contiene un total de 68.231 eventos registrados

por los sismógrafos, de acuerdo a los parámetros de consulta especificados anteriormente. El resultado de la depuración fue un total de 10926 eventos independientes que corresponden a los sismos principales, de los cuales se dedujo que no existen datos erróneos.

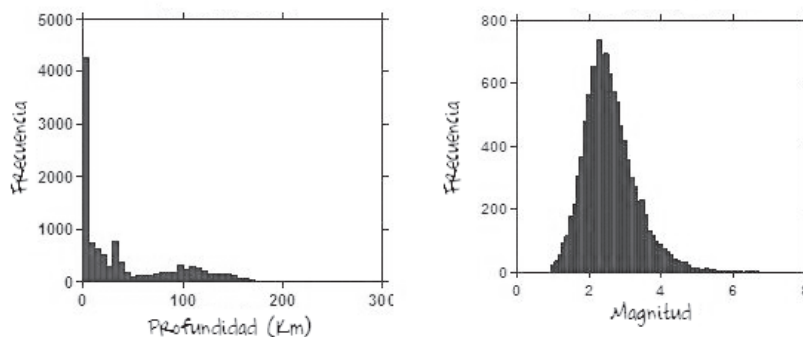


Figura 5. Revisión del catálogo

La profundidad no supera los 300 km, la magnitud no tiene valores menores o iguales que 0 y la magnitud con mayor frecuencia es cercana a 2. Esto se debe a que las magnitudes muy pequeñas son difícilmente registradas por los sismógrafos y las magnitudes grandes son poco frecuentes.

Se determina como ventana el territorio continental colombiano, por lo tanto, se eliminan 1.500 eventos que quedan fuera de éste. Finalmente, el catálogo queda conformado por 9.426 eventos. Además se construyó un subcatálogo con eventos con magnitud mayor o igual que 4, ya que son sismos que pueden representar algún tipo de amenaza, incluso para la vida humana. Éste último está conformado por 340 eventos.

Ubicación de las herramientas para el análisis de los modelos de Poisson

Para el análisis espacial y temporal del catálogo de sismicidad se utiliza el *software* R (2.10.1).

- Paquete *Spatstat* (versión 1.18-1)
- Paquete *Maptools* (versión 0.7-34)

Caso temporal

Para el análisis temporal de los datos, se estima la intensidad por el método de máxima verosimilitud y se calculan las diferencias de tiempo entre los eventos sucesivos en MS Excel 2007. Inicialmente, se realiza el contraste χ^2 de bondad del ajuste de Pearson, se agruparon los datos mensualmente y se conformó una tabla de frecuencia con clases, cubriendo todo el rango posible de valores:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

siendo O_i el número de datos observados en la clase i y $E_i = nP_i$. Mediante el modelo de Poisson se calcula la probabilidad P_i asignada a cada clase para una muestra de n datos. Además, se calcula el p -valor de los datos. Luego en R se llevó a cabo la prueba de bondad del ajuste Kolmogorov – Smirnov, la cual evalúa la hipótesis nula que afirma que los datos provienen de una distribución exponencial de parámetro λ frente a la hipótesis alternativa que la niega. Los datos corresponden a los intervalos de tiempo.

Caso espacial

Para el análisis estadístico de los datos se utilizaron diferentes escenarios de tiempo desde 1993 hasta 2010. Además, se debe definir una “ventana” o área de interés, que en nuestro caso corresponde al territorio continental colombiano, sin la isla de San Andrés y Providencia.

Para importar los datos en R como coordenadas (x, y) se transformaron los datos con el *software* Magna Sirgas 2.0. Se descarga el *shapefile* “COL_adm0.shp” de DIVA-GIS [17], el cual junto con los datos se georreferencia al sistema de coordenadas Magna Colombia Bogotá con la proyección transversa de Mercator en el *software* ArcGIS 9.2.

Con el paquete *Maptools* de R, el *shapefile* se importa como clase *owin*. Se importan los datos en R desde MS Excel 2007 con el paquete RCM-DR y se convierten en patrones puntuales planos en metros dentro de la ventana establecida, con el atributo (o marca) magnitud.

Prueba de CSR basado en el conteo de cuadrantes

En esta prueba se contrasta la hipótesis nula que afirma que éste es un proceso homogéneo de Poisson, frente a la alternativa que la niega. Se divide la región en ocho zonas.

Prueba de CSR basado en distancias

Se realiza la simulación de CSR para las funciones de distribución F, G y K , además de sus respectivos límites (superior e inferior), con el valor observado de la función para el patrón puntual, con la finalidad de posteriormente ser comparados gráficamente y analizados determinando si son “aleatorios”, “agregados” o “uniformes”. Además, se repite el análisis con el “subcatálogo”.

Estimación de los modelos

Se utiliza la estimación por Kernel para la intensidad del número de eventos y para la magnitud de los sismos.

Resultados

El tiempo

Para el análisis temporal, la estimación de la intensidad fue:

$$\lambda = \frac{9425}{48574401822} = 0.00000019405282713601$$

Con esta intensidad se realizan las pruebas de χ^2 de Pearson y Kolmogorov – Smirnov. Para la prueba χ^2 se conformó la tabla de frecuencias:

i	O _i	E _i	χ_i^2
11-30	41	0.90	1785.12
31-50	89	140.92	19.13
51-70	52	57.99	0.62
71-90	8	0.03	2511.17
91-110	6	0.00	33606723.29
111-130	4	0.00	53827062984142700.00
131-150	1	0.00	17139084104431100000000000.00
	χ_c^2		17139084158258200000000000.00

Figura 6. Tabla de frecuencias χ^2

Con la χ^2 calculada χ_c^2 , se obtiene un ρ -valor igual a 0, lo que significa que el proceso no es un proceso homogéneo de Poisson en el tiempo. De la prueba de Kolmogorov – Smirnov se obtiene un ρ -valor menor que $2.2e-16$, lo cual indica que los

intervalos de tiempo entre ocurrencias sucesivas de eventos no tiene una distribución exponencial. En consecuencia, los eventos sísmicos no siguen una distribución de Poisson, en el tiempo.

El espacio

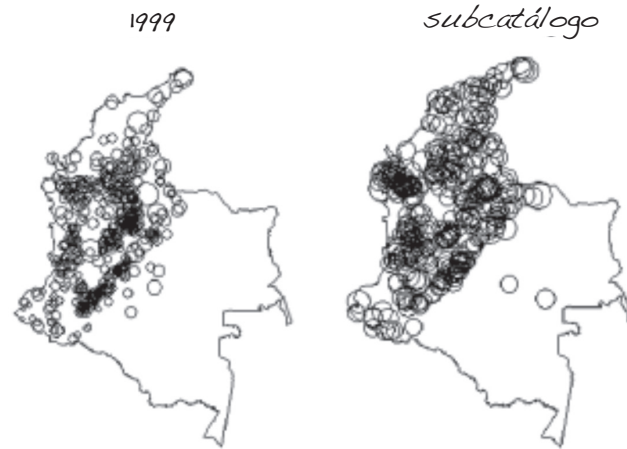


Figura 7. Ubicación de eventos sísmicos, 1999 y subcatálogo

Para el catálogo se realiza un análisis multitemporal desde 1993 hasta 2010, en el cual no se evidencian cambios significativos en los años revisados. Debido a esto, se presentan los resultados de los análisis del año 1999, como generalización de todos los años. Como el subcatálogo tiene pocos eventos, se analiza en conjunto para todos los años.

Prueba de CSR basado en el conteo de cuadrantes

Como se mencionó, una prueba clásica para la hipótesis nula de CSR es la χ^2 basada en el conteo de cuadrantes. El resultado de la prueba arroja un

$p\text{-valor} < 2.2e-16$, lo que indica que se rechaza la hipótesis nula, es decir, que el proceso no es un proceso homogéneo de Poisson. La prueba se puede ver gráficamente en la figura 8: cada cuadrante tiene el valor observado (arriba a la izquierda), el valor esperado (arriba a la derecha) y los residuales de Pearson (abajo en el centro).

Prueba de CSR basado en distancias

Las pruebas basadas en distancias son las funciones F , G y K que son interpretadas a partir de las gráficas que generan.

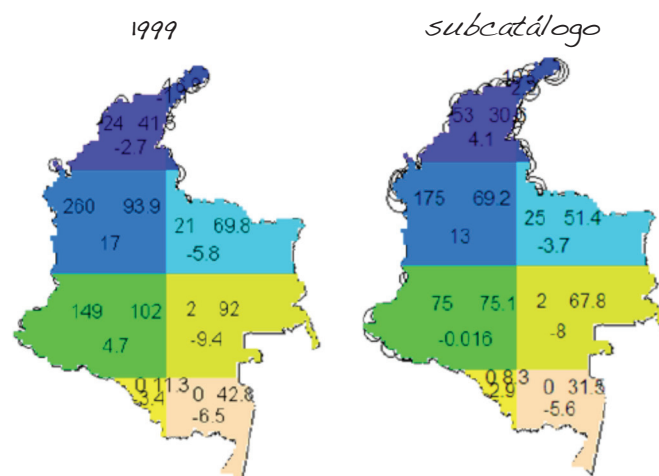


Figura 8. χ^2 basada en el conteo de cuadrantes, 1999 y subcatálogo

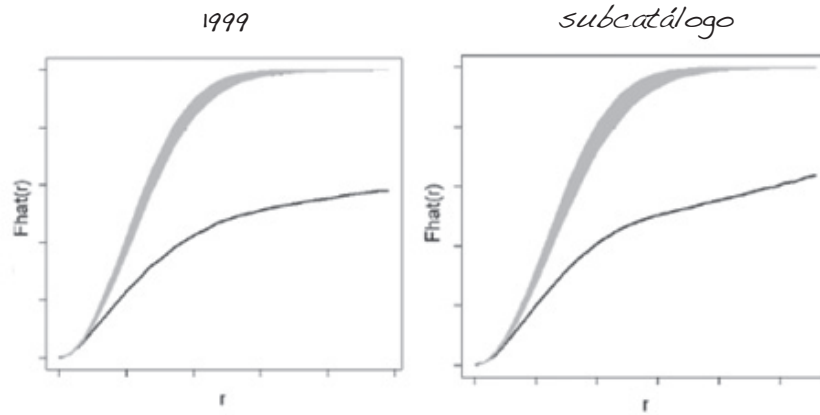


Figura 9. Función F

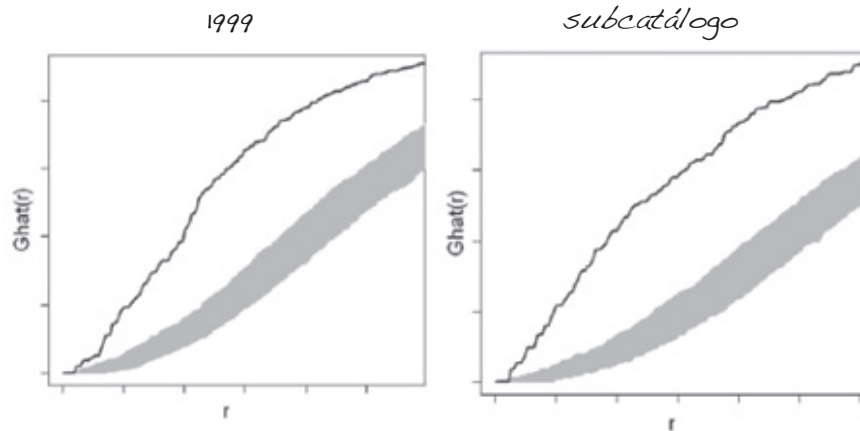


Figura 10. Función G

Dado que la curva G cae por encima de la simulación (figura 10), esto indica agrupación en los sismos, debido a que las distancias son más pe-

queñas. Para la curva F (figura 9), un exceso de pequeñas distancias indica agrupación, por lo tanto la curva cae por debajo de la simulación.

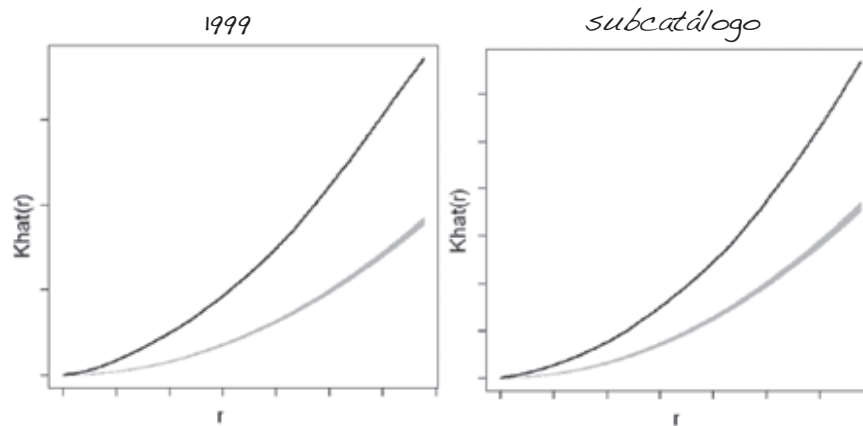


Figura 11. Función K

Debido a que la función K (Figura 11) está por encima de la curva de CSR, indica que hay agrupaciones en las ubicaciones de los sismos.

Finalmente, se puede concluir que los eventos sísmológicos ocurridos en el territorio continental colombiano entre 1993 y 2010 y los eventos con magnitudes mayores o iguales que 4, no cumplen la hipótesis de aleatoriedad espacial completa y se comportan como un proceso agregado y no como un proceso homogéneo de Poisson.

La intensidad espacial

El paso a seguir fue una inspección general de los datos, en particular, la intensidad. La intensidad promedio λ de los datos de 1999 fue de $4.03e^{-10}$ por metro cuadrado, y de los datos del subcatálogo fue de $2.98e^{-10}$ por metro cuadrado. Para obtener una impresión de la variación espacial local, se grafica una estimación de la intensidad por kernel.

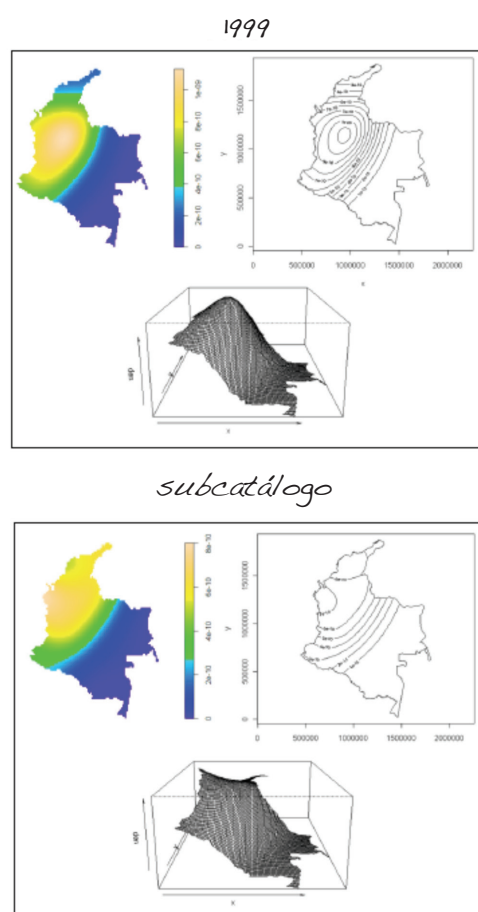


Figura 12. Densidad de sismos y mapa de contorno

El resultado inicial al analizar las gráficas indica que la intensidad puede no ser constante.

El modelo

Como se mencionó, las pruebas de aleatoriedad espacial completa indican que el proceso se comporta de manera agregada, por lo cual la estructura de los datos debe ajustarse a un modelo que cumpla con esta característica, como el proceso no homogéneo de Poisson, el proceso agregado de Poisson y el proceso de Cox. No serán objeto de análisis los procesos homogéneos de Poisson, de inhibición simple y de Markov, porque corresponden a procesos aleatorios o uniformes.

El proceso de Cox se identifica de los demás porque la función de intensidad es la realización de un proceso estocástico. La intensidad espacial sísmica se comporta de acuerdo a un proceso tectónico, no aleatorio [18]. Por lo tanto, no tiene sentido tratar de considerara el modelo como un proceso de Cox.

El proceso agregado de Poisson es un modelo que incorpora explícitamente la formación de grupos. Una vista general de las ubicaciones de los sismos indica que éstos también presentan agrupaciones. El proceso además supone que la ubicación de los eventos principales, o padres, se comportan de manera aleatoria. En cambio, las agrupaciones sísmicas entre sí siguen un comportamiento particular de acuerdo a la tectónica de placas. Por lo tanto, parece no tener sentido considerar el modelo como un proceso agregado de Poisson.

El proceso no homogéneo de Poisson supone que la intensidad varía en función de la localización geográfica, es decir, el proceso no es estacionario. Los sismos tienden a agruparse en la zona norte y noroeste de país. En cambio, en las regiones amazónica y oriental, la probabilidad de que ocurra un evento sísmico es casi nula. Por lo tanto, la función de intensidad está relacionada con la incorporación de una covariable asociada a la ubicación, que para el objeto del proyecto corresponde a las fallas geológicas de Colombia (figura 13) y al nido de Bucaramanga.

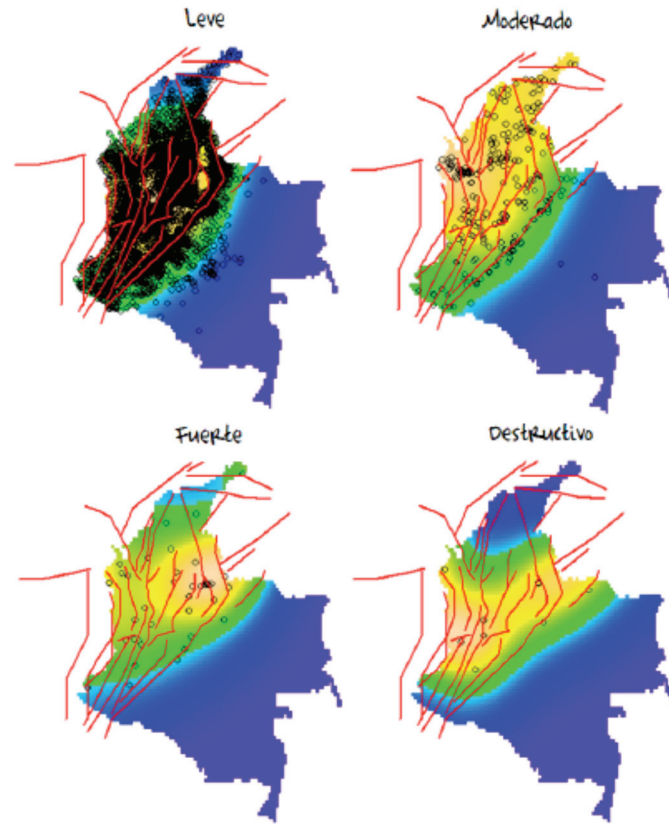


Figura 13. Densidad de sismos con respecto a las fallas geológicas

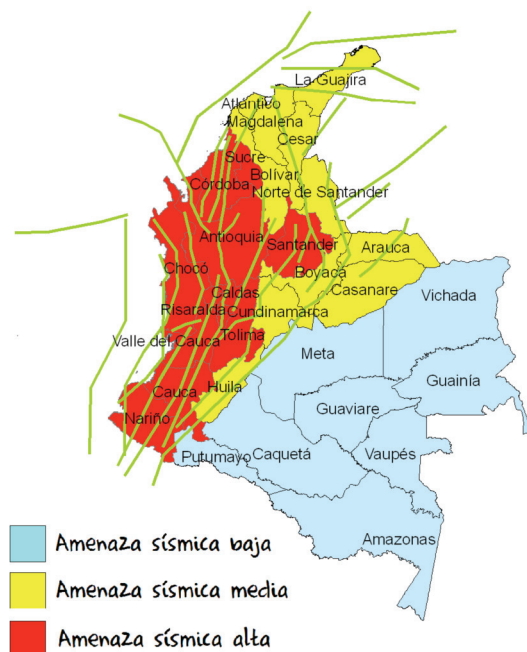


Figura 14. Mapa de amenaza sísmica propuesto

Las magnitudes de la escala de Richter se clasificaron como leves ($M < 4$), moderadas ($4 < M < 5$), fuertes ($5 < M < 6$) y destructivas ($M > 6$). Con base en esto, se puede observar la intensidad alta sobre o cerca de las fallas, formando conglomeraciones en torno a ellas.

De acuerdo a las características es válido suponer que el proceso no homogéneo de Poisson es un modelo para la ocurrencia y magnitud de sismos en Colombia. Finalmente, se propone un mapa de amenaza sísmica, de acuerdo a los resultados obtenidos (figura 14).

Conclusiones

Los estudios realizados para entender el comportamiento de un evento sísmico pueden emprenderse de dos maneras. El primero, en el que estudian el mecanismo físico del evento, con el objetivo de identificar todas y cada una de las variables involu-

cradas en él, para conocer el fenómeno y poder determinar la ocurrencia futura. El segundo se basa en la probabilidad de ocurrencia de un evento y en su comportamiento estadístico, tratando al fenómeno como una serie de sismos en el tiempo y en el espacio, con una distribución probabilística a determinar. En el proyecto se realizó el tratamiento estadístico y relacionando los resultados sobre bases teóricas y físicas.

El tiempo de observación de los eventos sísmicos en el proyecto fue de 18 años, que corresponde al período de operación de la Red Sismológica Nacional de Colombia (RSNC). Como los eventos de gran magnitud no son frecuentes entonces se requiere un mayor tiempo de análisis para poder determinar con mayor exactitud el modelo más apropiado para estos eventos. Sin embargo, se construyó el catálogo inicial sobre esta base, con el fin de detectar los sismos principales por medio de la depuración.

El algoritmo que detecta réplicas más lejanas en tiempo y espacio del evento principal es el de Gardner & Knopoff que corresponde al utilizado, pero este método no fue diseñado de acuerdo a las características geológicas de Colombia, es decir, que tenga en cuenta los movimientos y orientación de las fallas y además que la ventana temporal en la detección de réplicas y premonitorios sea mayor a 40 días.

La mayoría de modelos de evaluación de amenaza utilizados hasta la fecha en todo el mundo emplean el proceso de Poisson, que se caracteriza, entre otras cosas, por la pérdida de memoria o *memoryless*, es decir, que la ocurrencia de sismos en el pasado no afecta la ocurrencia futura. De acuerdo a las pruebas estadísticas realizadas, se comprobó que los sismos en Colombia no siguen un proceso de Poisson en el tiempo. Esto se sustenta con la teoría del rebote elástico, la cual que se necesita un tiempo mínimo para que la falla acumule suficiente energía elástica como para generar un nuevo terremoto, es decir, que el momento en el que ocurre un gran terremoto depende de cuando ocurrió el previo, en general, la sismología apoya modelos de ciclo de terremoto.

De manera general, la ubicación de los sismos de todas las magnitudes corresponde con la ubicación de las fallas, como es de suponerse. Por lo tan-

to, la cantidad de eventos por unidad de área no es constante. De acuerdo a las pruebas de aleatoriedad espacial completa, el comportamiento espacial de los sismos no corresponde a un proceso homogéneo de Poisson, sino a un proceso agregado.

La intensidad de los sismos en el nido de Bucaramanga es alta, aunque los de grandes magnitudes son poco frecuentes. El nido de Bucaramanga es la segunda fuente sísmica activa más importante en el mundo que, según la RSNC [19], genera más de 120 sismos en el mes originados con una profundidad intermedia de 150 km, esto significa que libera energía constantemente y que los sismos que ocurren generalmente tienen magnitudes bajas; eso hace que se libere la presión de las placas, ayudando a evitar que se acumule y se convierta en un gran sismo con consecuencias catastróficas como el pasado 27 de febrero en Chile, que liberó el estrés almacenado durante cientos de años en el límite de las placas tectónicas donde ocurrió el terremoto y donde no había sucedido ningún sacudimiento fuerte desde 1935. Por lo tanto, la intensidad alta de magnitudes bajas, indica una alta actividad sísmica, pero no necesariamente una amenaza.

Los departamentos Amazonas, Putumayo, Caquetá, Vaupés, Guaviare, Guanía, Vichada y Meta tienen una intensidad casi nula, lo cual indica que la amenaza sísmica en estas zonas es baja. Esto debido a que en la ubicación geográfica de estos departamentos no existen fallas geológicas. Por lo tanto se reitera que la función de intensidad no es constante.

Huila, Cundinamarca, Boyacá, Casanare, Arauca, La Guajira, Atlántico, Magdalena, Bolívar, Norte de Santander y Cesar tienen una intensidad media, debido a la falla frontal de la cordillera Oriental (o borde llanero) y la fallas de Cuiza, Oca y la compresión sur del Caribe este; además de la sección sur de la falla de Bucaramanga – Santa Marta.

Santander, Nariño, Cauca, Valle del Cauca, Tolima, Caldas, Risaralda, Chocó, Antioquia, Córdoba y Sucre tienen una intensidad alta, debido al complejo de fallas geológicas que se encuentran en esta zona, como Bahía Solano, Benioff – Intermedia, Benioff–, Profunda, Sinú, Junín

–Sambiambi, Murindó– Atrato, Cauca, Puerto Rondón, Romedal y Romedal Norte, además de la zona de subducción de la placa Nazca con la placa Suramérica.

En consecuencia, con las bases teóricas y estadísticas expuestas, se sugiere un proceso no homogéneo de Poisson para el modelamiento de la ocurrencia y magnitud espacial de los sismos en Colombia.

Agradecimientos

A Luis Eduardo Castillo por su participación en el desarrollo del artículo, especialmente en el tema de procesos estocásticos.

A Héctor Javier Fuentes y Luis Fernando Gómez, por su interés en el tema del artículo.

Bibliografía

- [1] AIS, Ingeominas y Universidad de los Andes. *Estudio general de amenaza sísmica de Colombia*, Bogotá D.C., 1996.
- [2] USGS, “*Earthquake Glossary*” [en línea] Disponible en: (<http://earthquake.usgs.gov/learn/glossary/?term=earthquake>) [visitado el 7 de febrero de 2010].
- [3] Cicese, Departamento de Sismología del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada [en línea] Disponible en: (<http://sismologia.cicese.mx>) [visitado el 27 de febrero de 2010].
- [4] Red Sismológica Nacional de Colombia – Instituto Colombiano de Geología y Minería, Conceptos Básicos [en línea] Disponible en: (http://seisan.ingegominas.gov.co/RSNC/index.php?option=com_content&view=article&id=49&Itemid=61) [visitado el 12 de febrero de 2010].
- [5] Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, “Sismógrafos y sismogramas” [en línea] Disponible en: (<http://www.smis.org.mx/htm/sm8.htm>) [visitado el 12 de febrero de 2010].
- [6] AIS, Ingeominas y Universidad de los Andes, Óp.cit.
- [7] Vargas, Carlos Alberto. Propagación de ondas sísmicas en el territorio colombiano. Tesis para optar al grado de doctor en ingeniería. Barcelona, Universidad Politécnica de Cataluña, Departamento de Ingeniería del Terreno, Cartográfica y Geofísica, 2003.
- [8] AIS, Ingeominas y Universidad de los Andes, Óp.cit., p. 25.
- [9] Rivero, Pedro, Bendito, América y Lobo Quintero, William. “Análisis de posibles actividades precursoras en el occidente venezolano”. IMME, vol.43, núm. 1, marzo de 2005.
- [10] Red Sismológica Nacional de Colombia – Instituto Colombiano de Geología y Minería, Óp.cit.
- [11] AIS, Ingeominas y Universidad de los Andes. Óp.cit. p. 7.
- [12] MEDHI, *Stochastic Processes*, tercera edición,
- [13] DIGGLE, Peter. *Statistical analysis of spatial point patterns*. Londres, Academic, 1983.
- [14] Bhat, U Narayan. *Elements of Applied Stochastic Processes*. New Jersey: Wiley, 2002.
- [15] Universidad Nacional Autónoma de México, Centro de Geociencias [en línea] Disponible en: <http://www.geociencias.unam.mx/bole/eboletin/introZMAP.html>. [visitado el 5 de mayo de 2010].
- [16] WYSS, Max; Wiemer, Stefan y Zúñiga, Ramón. *ZMAP, a tool for analysis of seismicity*. 2001
- [17] DIVA-GIS, “*Spatial Data Download*” [en línea] disponible en: <http://www.diva-gis.org/datadown>. [visitado el 1º de mayo de 2010].



[18] Ingeominas, Mapa de Sismicidad en Colombia, 2000 [en línea] Disponible en: <http://www.ingehominas.gov.co>. [visitado el 6 de agosto de 2010].

[18] Los Santos _ Santander, Esquema de Ordenamiento territorial [en línea]. Disponible en: <http://lossantos-santander.gov.co/> [visitado el 5 de agosto de 2010].

CHRISTIAN MICHAEL CÁRDENAS BRICEÑO

Ingeniero catastral y geodesta., Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Correo electrónico: christianicg@ingenieros.com

YINETH DANIELA GARZÓN PRADO

Ingeniera catastral y geodesta., Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
Correo electrónico: danielaicg@ingenieros.com

LUIS FERNANDO SANTA GUZMÁN

Ingeniero catastral y geodesta., Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Estadístico Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: fernando.santa@gmail.com

LUIS EDUARDO CASTILLO MÉNDEZ

Estadístico, Universidad Nacional de Colombia, magíster en Estadística, Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: lecastil@gmail.com

