

## Evaluación de métodos de análisis de sensibilidad global aplicados a modelos de transferencia radiativa para cubiertas vegetales

### Evaluation of Global Sensitivity Analysis Methods Applied to Plant Radiative Transfer Models

*Juan Pablo Rivera<sup>1</sup>, Luis Gonzalo Saldarriaga<sup>2</sup>, Jochem Verrelst<sup>3</sup>, Jesús Delegido<sup>4</sup>, José Moreno<sup>5</sup>*

**Para citar este artículo:** Rivera, J.P., Saldarriaga, L.G., Verrelst, J., Delegido, J., & Moreno, J., (2014). Evaluación de métodos de análisis de sensibilidad global aplicados a modelos de transferencia radiativa para cubiertas vegetales. *UD y la Geomática* (9). Pp 29-36

**Fecha de recepción:** 30 de septiembre de 2014.

**Fecha de aceptación:** 15 de diciembre de 2014.

#### RESUMEN

Los modelos de transferencia radiativa en la vegetación simulan la propagación e interacción de la energía electromagnética con los diferentes componentes que conforman la cubierta vegetal. Se utilizan en el diseño de sensores espectrales y algoritmos para la estimación de parámetros biofísicos. Uno de los modelos más usados en teledetección es PROSAIL. En este contexto, el análisis de sensibilidad busca evaluar cómo las incertidumbres en los parámetros de entrada contribuyen a la incertidumbre de las reflectancias simuladas. En este trabajo, se han evaluado dos métodos propuestos por los investigadores Jansen y Sobol para calcular los índices de sensibilidad total que se basan en la descomposición de la varianza, junto con dos funciones de distribución de probabilidad (uniforme y normal) para generar los valores de entrada al modelo bajo tres escenarios que pretenden analizarlo y estudiar diferentes estados fenológicos de la vegetación. Los resultados muestran que el estimador de Jansen es más estable y robusto al analizar las diferentes funciones de probabilidad, mientras que el estimador propuesto por Sobol presenta grandes inestabilidades al usar una función normal. Además, existe un impacto del orden de contribución que tienen los parámetros de entrada a cada región del espectro, según el tipo de escenario.

**Palabras clave:** análisis de sensibilidad global, modelos de transferencia radiativa, parámetros biofísicos, índice de sensibilidad total

#### ABSTRACT

Plant radiative transfer models simulate the interaction of electromagnetic radiation with the different components of plant canopies. These models facilitate designing optical sensors and developing algorithms that enable estimating biophysical variables. The leaf-canopy PROSAIL model is mostly used in remote sensing applications. In this context, sensitivity analysis allows to seek for the variables that contributes most and least to the output reflectance data, which helps to an improved understanding of the functioning of the model. We have evaluated PROSAIL through global sensitivity analysis methods that provide total sensitivity index according to variance decomposition as proposed by Jansen and Sobol. Thereby, several probability density functions that define the input parameter space (i.e., uniform and normal) were analyzed for three phenological stages of vegetation (full, low and high range of chlorophyll content and LAI). Results demonstrate that Jansen's estimator performs most stable and robust to different probability density functions. Sobol's estimator showed large instabilities when using a normal distribution. Also, the range of the input parameter impacted Sobol's performance more than that of Jansen. The global sensitivity analysis method according to Jansen is preferred for gaining insight in models most influential and uninfluential parameters.

**Key words:** global sensitivity analysis, plant radiative transfer models, biophysical variables, total sensitivity index

<sup>1</sup> Laboratorio de Procesado de Imágenes, Universidad de Valencia. C/ Catedrático José Beltrán, 2. 46980 Paterna, Valencia, España– [juan.rivera@uv.es](mailto:juan.rivera@uv.es)

<sup>2</sup> Laboratorio de Procesado de Imágenes, Universidad de Valencia. C/ Catedrático José Beltrán, 2. 46980 Paterna, Valencia, España– [luisalre@alumni.uv.es](mailto:luisalre@alumni.uv.es)

<sup>3</sup> Laboratorio de Procesado de Imágenes, Universidad de Valencia. C/ Catedrático José Beltrán, 2. 46980 Paterna, Valencia, España– [jochem.verrelst@uv.es](mailto:jochem.verrelst@uv.es)

<sup>4</sup> Laboratorio de Procesado de Imágenes, Universidad de Valencia. C/ Catedrático José Beltrán, 2. 46980 Paterna, Valencia, España– [jesus.delegido@uv.es](mailto:jesus.delegido@uv.es)

<sup>5</sup> Laboratorio de Procesado de Imágenes, Universidad de Valencia. C/ Catedrático José Beltrán, 2. 46980 Paterna, Valencia, España– [jose.moreno@uv.es](mailto:jose.moreno@uv.es)

## 1. Introducción

La biosfera es uno de los principales sistemas que compone la tierra. Su estudio permite comprender el impacto en los procesos de incremento del CO<sub>2</sub> atmosférico, la fijación y deposición del nitrógeno y el cambio en los usos del suelo, factores determinantes para el cambio climático (Vitousek, 1994). Uno de los principales componentes de la biosfera es la vegetación. Para estudiarla con técnicas de teledetección, es necesario comprender la interacción de la radiación con cada uno de los elementos que la conforman.

Se han desarrollado diversos modelos de transferencia radiativa (RTM, por sus siglas en inglés) para representar estas complejas interacciones, tanto a nivel de hoja como de cubierta. Los parámetros de entrada a los RTM llevan consigo una serie de incertidumbres que provienen de muchas fuentes, desde los errores en las medidas de los datos *in situ* que se usan para la creación y la calibración del modelo hasta las simplificaciones realizadas en el momento de representar la iteración de la radiación con la cubierta vegetal (Lilburne & Tarantola, 2009).

A nivel de hoja, el RTM más usado es PROSPECT (Jacquemoud & Baret, 1990), el cual representa la hoja como múltiples láminas apiladas que se aproximan a los espacios intercelulares en la misma. A nivel de cubierta, el modelo más usado en la comunidad científica es SAIL (Scattering by Arbitrary Inclined Leaves) (Verhoef, 1984). Éste ha sido la base de diversas modificaciones y actualizaciones catalogadas como modelos de la familia SAIL, (p. ej., 4SAIL) (Verhoef, 2005).

El estudio de análisis de sensibilidad (SA, por sus siglas en inglés) permite cuantificar la contribución de las incertidumbres de los parámetros de entrada al modelo en la incertidumbre de la respuesta espectral simulada (Saltelli, Tarantola, Campolongo, & Ratto, 2004). Además, entrega información sobre la dependencia espectral de los parámetros del modelo y permite identificar regiones espectrales que entregan la mayor variabilidad de un parámetro específico (Mousivand, Menenti, Gorte, & Verhoef, 2014).

Se han desarrollado diversas técnicas para realizar el análisis de incertidumbres y de sensibilidad. Se pueden clasificar como SA local y global (Saltelli, Chan, & Scott, 2000). Los métodos de SA local emplean el principio de análisis de un factor a la vez, el cual aplica perturbaciones a un parámetro de entrada de un rango, mientras que el resto de parámetros del modelo permanecen constantes. En el SA global, todos los parámetros varían simultáneamente y las sensibilidades se calculan sobre el rango de variación completo de los factores de entrada (López-Cruz, Salazar-Moreno, Rojano-Aguilar, & Ruiz-García, 2012).

En la literatura, existe una extensa recopilación de estudios de SA en diferentes áreas de conocimiento (Saltelli, Chan, & Scott, 2000). Los estudios de teledetección que

usan RTM se han utilizado para evaluar el impacto de los modelos en el desarrollo de índices espectrales (Xiao, Zhao, Zhou, & Gong, 2014; Clevers & Verhoef, 1993) y para validar los RTM (Mousivand *et al.*, 2014; Bach & Verhoef, 2003; Mu, Yan, & Li, 2008; Farah & Kottas, 2014).

El objetivo de este estudio es evaluar el SA global para las medidas de reflectividad simuladas con los RTM a nivel de hoja PROSPECT-4 (Féret *et al.*, 2008) y de cubierta 4SAIL (Verhoef, 2005), llamado comúnmente PROSAIL, al usar dos estimadores de sensibilidad basados en la descomposición de la varianza. Se han aplicado en tres escenarios configurados por diferentes rangos en los parámetros de entrada de modelo PROSAIL. En cada uno se han utilizado dos funciones de distribución de probabilidad (PDFs, por sus siglas en inglés) para generar los valores de los parámetros de entrada.

## 2. Metodología

Los métodos de SA global consideran el rango completo de las incertidumbres de los parámetros de entrada a los modelos. Estas incertidumbres se caracterizan por las PDFs. El presente trabajo se basa en las metodologías propuestas por Lilburne & Tarantola (2009) y Saltelli *et al.*, (2010).

### 2.1 Simulación de las reflectividades a nivel de cubierta

Para la simulación de las reflectividades, se empleó el modelo PROSAIL. A fin de analizar el impacto de la parametrización de este modelo, se han configurado tres escenarios. La Tabla 1 muestra la parametrización del modelo para cada escenario y sus rangos mínimo y máximo, media y desviación estándar para generar 5,000 muestras por cada PDF uniforme y normal. A continuación, se hace una breve descripción de cada escenario.

- Escenario uno: Los parámetros de entradas a PROSAIL abarcan el rango completo determinado para este estudio. Usualmente, este tipo de configuración es la que se emplea para el diseño de algoritmos de estimación de vegetación.
- Escenario dos: Representa los rangos típicos usados para la vegetación con valores altos de índice de área foliar (LAI, por sus siglas en inglés) y contenido en clorofila (Chl) con la distribución de hojas en pleno vigor y con valores altos de contenido de agua en la hoja y valores bajos de material seco.
- Escenario tres: Representa los rangos típicos de la vegetación con valores bajos de LAI y Chl con una distribución de los ángulos de las hojas bajos, alto contenido de materia seca en la hoja y bajo contenido de humedad.

2.2 Índices de sensibilidad total ( $S_{Ti}$ )

Para evaluar la contribución de las incertidumbres de los parámetros de entrada a la incertidumbre de la reflectividad simulada con PROSAIL, se calcularon dos índices de sensibilidad total ( $S_{Ti}$ ) propuestos por Sobol (2007) y Jansen (1999). Una explicación extensa sobre el desarrollo matemático para el cálculo de  $S_{Ti}$  puede encontrarse en Saltelli, *et al.*, (2010).

La metodología consiste en generar dos muestras independientes de matrices ( $N \times k$ ), donde  $N$  es el número de muestras generadas (en nuestro caso, son 5,000) y  $k$  es el número de parámetros del modelo PROSPECT, donde los parámetros analizados son siete (ver Tabla 1). Estas matrices se denotan con las letras  $A$  y  $B$ . Además, es necesario construir dos nuevas matrices: en  $A_B^{(i)}$ , el parámetro  $i$  de la matriz  $A$  se reemplaza con el parámetro  $i$  de la matriz  $B$ ; y en  $B_A^{(i)}$  el parámetro  $i$  de la matriz  $B$  se reemplaza con el parámetro  $i$  de la matriz  $A$ . Para esta metodología, se requieren  $N * (2k + 1)$  simulaciones.

Dado un modelo genérico  $Y=f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ , el índice de sensibilidad del efecto total ( $S_{Ti}$ ) que aporta en la incertidumbre de  $Y$  debido al parámetro  $X_i$  viene dado por:

$$S_{Ti} = \frac{E_{X_{\sim i}}(V_{X_i}(Y|X_{\sim i}))}{V(Y)} = 1 - \frac{V_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i}))}{V(Y)} \quad (1)$$

Donde  $V(Y)$  es la varianza de la función  $Y$ ; y  $E_{X_{\sim i}}(V_{X_i}(Y|X_{\sim i}))$  es la varianza esperada, si varían todos los parámetros en la función  $Y$ . Sin embargo, se deja fijo el parámetro  $X_i$ , y  $V_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i}))$  es la reducción esperada de la varianza que se debe obtener con todos los parámetros de la función  $Y$  al dejar fijo  $X_i$ .

Sobol (2007) propuso el siguiente estimador para el cálculo del  $S_{Ti}$ :

$$V_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i})) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(A)_j (f(A)_j - f(A_B^{(i)})_j) \quad (2)$$

Por su parte, Jansen (1999) propuso:

$$V_{X_{\sim i}}(E_{X_i}(Y|X_{\sim i})) = \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^N (f(A)_j - f(A_B^{(i)})_j)^2 \quad (3)$$

El cálculo del índice de sensibilidad total ( $S_{Ti}$ ) se realizó siguiendo el método propuesto por Saltelli *et al.*, (2010).

2.3 Generación de muestras para el modelo PROSAIL

El método utilizado para generar muestras fue el Aleatorio simple (o SRS, por sus siglas en inglés). Se generaron 5,000 muestras independientes por cada parámetro de entrada del modelo PROSAIL.

Tabla 1. Parametrización de PROSAIL y de las PDFs uniforme y normal

ID	Parámetro	Unidades	Escenario	Min	Max	Media	Std.
1	Índice área foliar	m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup>	1	0.05	6	3.025	0.303
			2	3	6	4.5	0.45
			3	0.05	2	1.025	0.103
2	Angulo de inclinación hoja	grados	1	10	60	35	3.5
			2	45	60	52.5	5.25
			3	10	40	25	2.5
3	Coeficiente humedad suelo	n.a.	1	0.5	0.8	0.65	0.065
			2	0.5	0.8	0.65	0.065
			3	0.5	0.8	0.65	0.065
4	Estructura de hoja	n.a.	1	2.5	3.5	3	0.3
			2	2.5	3.5	3	0.3
			3	2.5	3.5	3	0.3
5	Contenido de clorofila	µg/cm <sup>2</sup>	1	0.05	60	30.025	3.003
			2	25	60	42.5	4.25
			3	0.05	30	15.025	1.503
6	Contenido humedad hoja	g/cm <sup>2</sup>	1	0.005	0.05	0.0275	0.003
			2	0.03	0.05	0.04	0.004
			3	0.005	0.02	0.0125	1E-03
7	Contenido materia seca hoja	g/cm <sup>2</sup>	1	0.005	0.04	0.0175	0.002
			2	0.005	0.015	0.01	1E-03
			3	0.02	0.04	0.03	0.003

## 2.4 Análisis del Índice de sensibilidad total ( $ST_i$ )

Para evaluar el impacto sobre las incertidumbres de la reflectividad simulada con PROSAIL y saber cuál es la contribución de las incertidumbres de los parámetros de entrada, según cada escenario propuesto (de cada PDF y estimador), el espectro de reflectividad se agrupó en siete rangos espectrales, según las zonas de absorción de la clorofila y el contenido de agua de la hoja. La Tabla 2 muestra cada región en detalle. Se calculó la media de los  $S_{Ti}$  por los rangos de cada zona analizada.

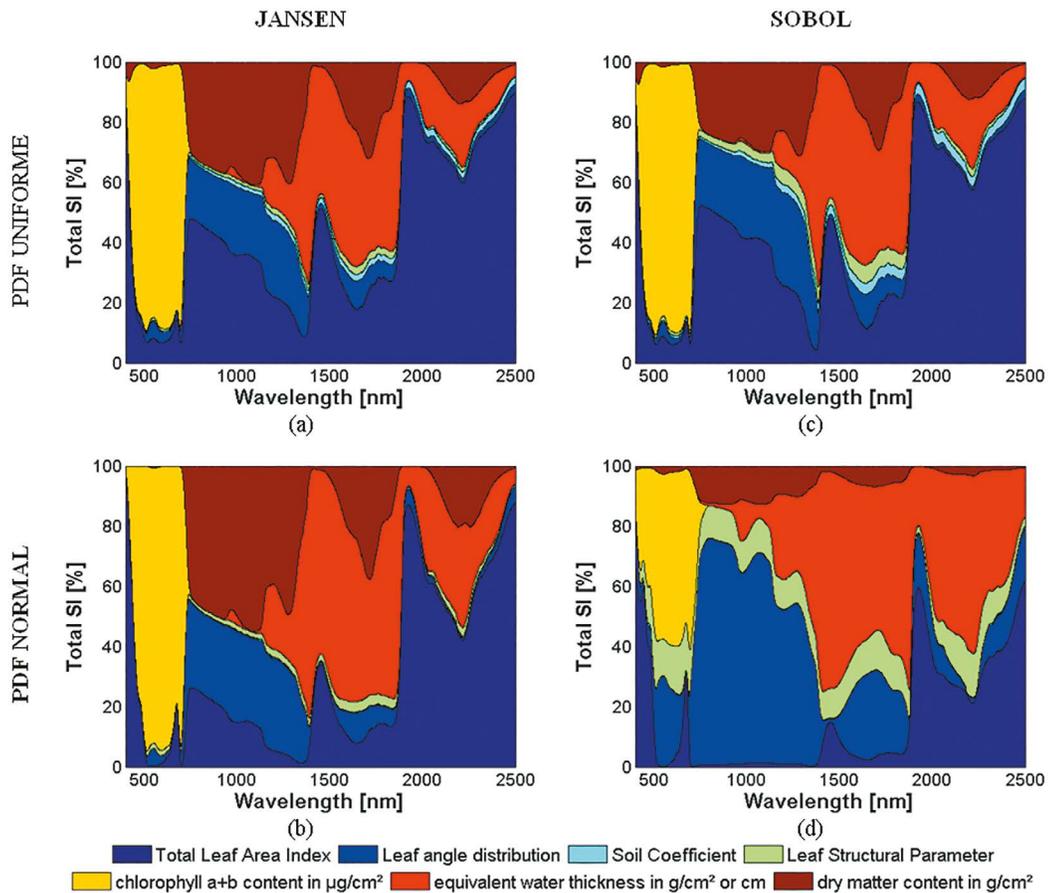
## 3. Resultados y discusión

### 3.1 Índices de sensibilidad total ( $ST_i$ )

A continuación, se presenta la contribución de las incertidumbres de los parámetros de entrada a la incertidumbre de la reflectividad simulada con el modelo PROSAIL para cada escenario evaluado. Cada figura se ha agrupado en cada uno de los escenarios propuestos en este trabajo y están conformadas por cuatro gráficos distribuidos en dos filas y columnas, respectivamente. La primera fila muestra

**Tabla 2.** Zonas del espectro de vegetación para el estudio del índice sensibilidad del efecto total

Rango	Descripción	Min.(nm)	Max.(nm)
1	Zona de absorción de la clorofila a	400	500
2	Zona del pico del verde	500	600
3	Zona de absorción de la clorofila b	600	680
4	Zona del red-edge	680	750
5	Plató del infrarrojo cercano	750	1400
6	Zona entre los 1400 nm y 1900 nm	1400	1900
7	Zona entre los 1900 nm y 2700 nm	1900 <td 2700	



**Figura 1** Conjunto de índices  $ST_i$  para el escenario uno

los resultados obtenidos con el estimador propuesto por Jansen (1999); la segunda muestra los resultados obtenidos con el estimador propuesto por Sobol (2007). La primera columna muestra los resultados para los datos generados con una PDF uniforme; la segunda, con la PDF normal.

La Figura 1 presenta los resultados de la evaluación para el escenario uno. Los gráficos *a*, *b* y *c* muestran curvas similares que representan las contribuciones a la reflectividad simulada de los parámetros de entrada. El gráfico *d* muestra los resultados obtenidos con el estimador de Sobol + PDF normal, en el que se observa una contribución mayor del ángulo de distribución de las hojas y la estructura de la hoja, en comparación con el resto de gráficos. En cuanto a la clorofila y al contenido de materia seca en la hoja, se observa una contribución menor respecto a los otros gráficos. El orden de contribución de los parámetros de entrada a la reflectividad simulada es el mismo para todas las PDF y los estimadores evaluados.

La Figura 2 presenta los resultados para el escenario dos, el cual representa vegetación con valores altos de LAI y Chl. Los gráficos corroboran la saturación que presenta el LAI en la meseta del infrarrojo cercano, en el que la mayor contribución a la variabilidad de la reflectividad se da por los parámetros de contenido de materia seca y el ángulo de distribución de las hojas. El orden de contribución a las incertidumbres de la salida del modelo es el mismo para todos los estimadores y PDFs.

La Figura 3 presenta los resultados para el escenario tres. Simula las cubiertas vegetales con LAI menores a 2 m<sup>2</sup>/m<sup>2</sup> y Chl menores a 30 µg/cm<sup>2</sup>. Los gráficos *a*, *b* y *c* presentan una forma similar, en la que la mayor contribución a la meseta del infrarrojo se atribuye al LAI. Sin embargo, éste no tiene impacto en el gráfico *d*. Esto muestra la poca robustez del estimador propuesto por Sobol al calcular los índices de sensibilidad total con valores de entrada generados con la PDF normal.

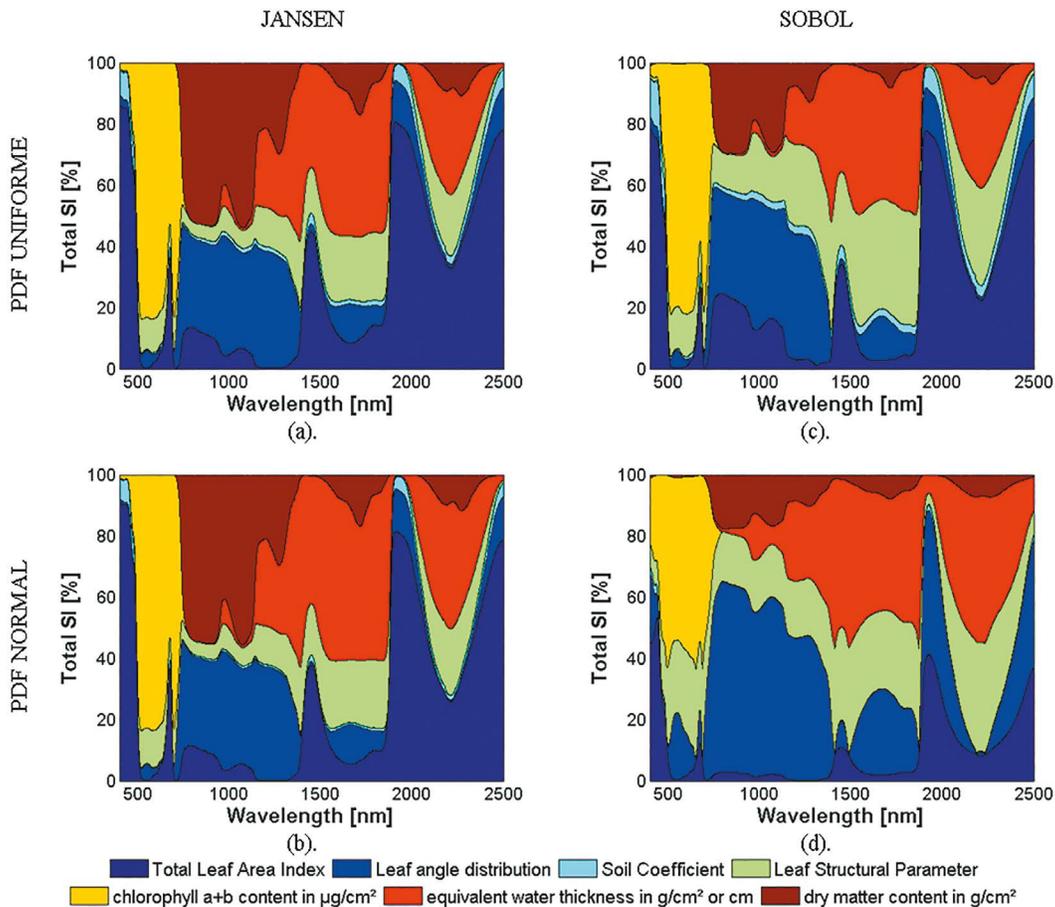


Figura 2. Conjunto de índices  $ST_i$  para el escenario dos

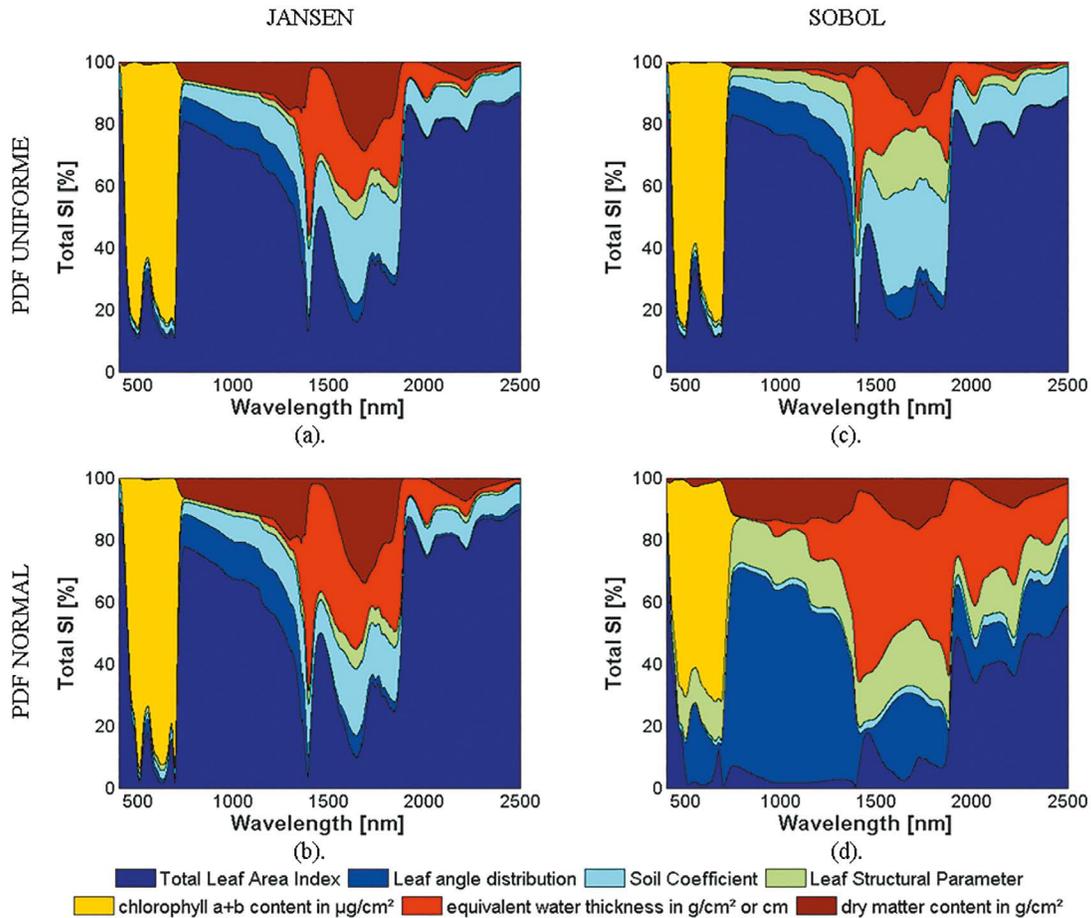


Figura 3. Conjunto de índices  $ST_i$  para el escenario tres

### 3.2 Análisis de las contribuciones por región del espectro

La Tabla 3 muestra el porcentaje que cada parámetro de entrada aporta a la incertidumbre de la reflectividad simulada con PROSAIL. La definición de las regiones se puede ver en la Tabla 2. Se ha seleccionado el escenario uno, que representa todo el rango analizado de los parámetros de entrada del modelo PROSAIL.

Se analizaron los índices de sensibilidad total propuestos por Jansen (1999) y Sobol (2007) para los parámetros de LAI y Chl en los escenarios uno y dos, con las PDFs uniforme y normal. La Figura 4 muestra los resultados obtenidos para LAI y Chl. Confirma la estabilidad del estimador de Jansen para las PDFs uniforme y normal, más evidencia que el estimador de Sobol muestra mucha variabilidad, sobre todo en las entradas al modelo generadas por la PDF normal.

Para la Chl, la región de contribución principal es la visible (verde-rojo) y la del red-edge. En el escenario dos, la contribución principal está en la zona de absorción de la clorofila-a (azul) y en el infrarrojo cercano entre los 1,900 nm y 2,500 nm para el LAI. En el escenario tres, se destacan

las zonas del red-edge, la meseta de infrarrojo cercano y la zona del infrarrojo entre los 1,900 nm y 2,500 nm.

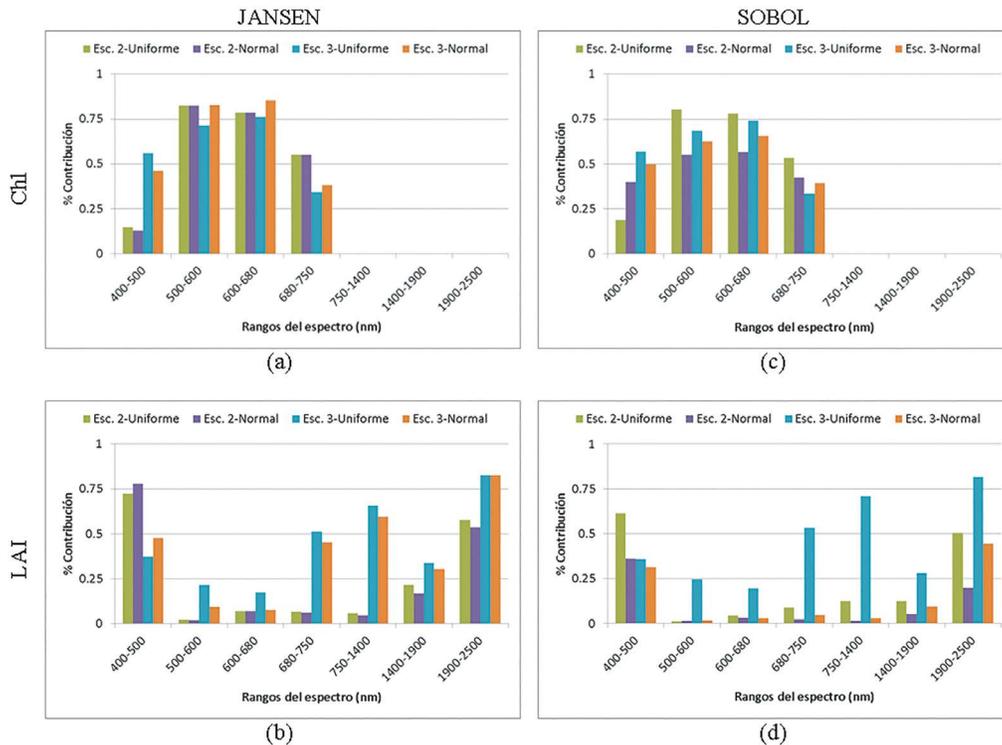
## 4. Conclusiones

En el presente trabajo, se evaluaron las contribuciones que la incertidumbre de la reflectividad simulada con PROSAIL recibe de las incertidumbres de los parámetros de entrada al modelo. Para ello, se realizó el análisis de sensibilidad (SA) mediante la descomposición de la varianza con los estimadores propuestos por Jansen (1999) y Sobol (2007) con tres escenarios diferentes y dos PDFs (uniforme y normal).

Para una distribución uniforme, ambos estimadores presentan porcentajes de contribución similares. En caso de realizar un estudio donde nos interesara conocer el parámetro que más contribuyera a las incertidumbres de las reflectividades, ambos estimadores entregarían la misma información. El estimador propuesto por Jansen (1999) presenta un comportamiento más estable en todos los escenarios evaluados y en las PDF uniforme y normal. Por

**Tabla 3.** Contribución en porcentaje de las incertidumbres de los parámetros de entrada a la reflectividad simulada por PROSPECT para el escenario uno

Región	PDFs	Estimador	Parámetros de entrada						
			ID1	ID2	ID3	ID4	ID5	ID6	ID7
1	Uniforme	Jansen	32	2	1	0	62	0	3
		Sobol	31	1	2	1	62	0	3
	Normal	Jansen	47	1	1	0	52	0	0
		Sobol	49	7	1	8	34	0	1
2	Uniforme	Jansen	7	4	0	1	85	0	2
		Sobol	7	3	1	1	86	0	1
	Normal	Jansen	1	4	0	2	93	0	0
		Sobol	2	26	0	14	56	0	2
3	Uniforme	Jansen	8	4	0	1	86	0	1
		Sobol	8	2	1	1	87	0	1
	Normal	Jansen	4	2	0	2	91	0	0
		Sobol	6	21	0	15	56	0	2
4	Uniforme	Jansen	25	13	1	1	48	0	12
		Sobol	27	13	1	2	48	0	9
	Normal	Jansen	13	17	0	2	53	0	15
		Sobol	4	39	0	11	40	0	6
5	Uniforme	Jansen	31	21	2	1	0	11	34
		Sobol	35	25	2	4	0	9	25
	Normal	Jansen	13	27	0	2	0	13	45
		Sobol	1	60	0	11	0	17	11
6	Uniforme	Jansen	32	5	2	2	0	44	14
		Sobol	27	6	4	4	0	47	12
	Normal	Jansen	19	5	0	3	0	57	16
		Sobol	7	18	0	11	0	59	5
7	Uniforme	Jansen	76	2	2	1	0	13	6
		Sobol	74	2	4	1	0	15	5
	Normal	Jansen	65	2	1	2	0	22	9
		Sobol	38	10	1	9	0	41	2



**Figura 4.** Comparativa de aporte de la incertidumbre de la clorofila y LAI a la incertidumbre de la reflectividad al usar los estimadores propuestos por Jansen (1999) y Sobol (2007)

su parte, el estimador propuesto por Sobol (2007) presenta incongruencias en las medidas al generar los valores de entrada a modelos con una PDF normal. El SA global en los modelos de transferencia radiativos en el estudio de la vegetación contribuye a la correcta selección de bandas utilizadas en los diferentes métodos de estimación. Los resultados muestran que es necesario crear modelos de estimación específicos para cada estado vegetativo.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias al Proyecto AYA2010-21432-C02-01 del Ministerio de Economía y Competitividad de España.

## Referencias

- Bach, H., & Verhoef, W. (2003). Sensitivity Studies on the Effect of Surface Soil Moisture on Canopy Reflectance using the Radiative Transfer Model GeoSAIL. *Geoscience and Remote Sensing Symposium. IGARSS '03*. (págs. 1679-1681). IEEE International.
- Clevers, J., & Verhoef, W. (1993). LAI Estimation by means of the WDVl: A Sensitivity Analysis with a Combined PROSPECT-SAIL Model. *Remote Sensing Reviews*, 7(1), 43-64. doi: 10.1080/02757259309532165
- Farah, M., & Kottas, A. (2014). Bayesian Inference for Sensitivity Analysis of Computer Simulators with an Application to Radiative Transfer Models Technometrics. *Technometrics*, 56(2), 159-173. doi: 10.1080/00401706.2013.824925
- Féret, B., François, C., Asner, G. P., Gitelson, A. A., Martin R., Bidel, L. P. R.,... Jacquemoudet, S. (2008). PROSPECT-4 and 5: Advances in the leaf optical properties model separating photosynthetic pigments. *Remote Sensing of Environment*, 112(6), 3030-3043. doi: 10.1016 / j.rse.2008.02.012
- Jacquemoud, S., & Baret, F. (1990). PROSPECT: A Model of Leaf Optical Properties Spectra. *Remote Sensing of Environment*, 34(2), 75-91. doi: 10.1016 / 0034-4257 (90) 90100-Z
- Jansen, M. (1999). Analysis of Variance Designs for Model Output. *Computer Physics Communications*, 117(1), 35-43. doi:10.1016/S0010-4655(98)00154-4
- Lilburne, L., & Tarantola, S. (2009). Sensitivity Analysis of Spatial Models. *International Journal of Geographical Information Science*(23), 151-168.
- López-Cruz, I., Salazar-Moreno, R., Rojano-Aguilar, A., & Ruiz-García, A. (2012). Análisis de sensibilidad global de un modelo de lechugas (*Lactuca sativa* L.) cultivadas en invernadero. *Agrociencia*, 46(4), 1405-3195.
- Mousivand, A., Menenti, M., Gorte, B., & Verhoef, W. (2014). Global Sensitivity Analysis of the Spectral Radiance of a Soil-Vegetation System. *Remote Sensing of Environment*, 145(5), 131-144. doi:10.1016/j.rse.2014.01.023
- Mu, X., Yan, G., & Li, Z. (2008). Uncertainty and Sensitivity Ratio of Parameters in Estimating and Promoting Retrieval Accuracy. *International Journal of Remote Sensing*, 29, 4891-4905. doi: 10.1080/01431160802036342
- Saltelli, A., Annoni, P., Azzini, I., Campolongo, F., Ratto, M., & Tarantola, S. (2010). Variance Based Sensitivity Analysis of Model Output. Design and Estimator for the Total Sensitivity Index. *Computer Physics Communications*(181), 259-270.
- Saltelli, A., Chan, K., & Scott, M. (2000). *Sensitivity Analysis*. Chichester: Wiley.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Campolongo, F., & Ratto, M. (2004). *Sensitivity Analysis in Practice. A Guide to Assessing Scientific Models*. Chichester: Wiley.
- Sobol, I. (2007). Global Sensitivity Analysis Indices for the Investigation of Nonlinear Mathematical Models. *Matematičeskoe Modelirovanie*, 11, 23-24.
- Verhoef, W. (1984). Light Scattering by Leaf Layers with Application to Canopy Reflectance Modeling: The SAIL Model. *Remote Sensing of Environment*(16), 125-141.
- Verhoef, W. (2005). Earth Observation Model Sensitivity Analysis to Assess Mission Performances in terms of Geo-Biophysical Variable Retrieval Accuracies. *Proceedings of the 9th International Symposium on Physical Measurements & Signatures in Remote Sensing*, (págs. 324-327). Beijing (China).
- Vitousek, P. (1994). Beyond Global Warming: Ecology and Global Change. *Ecology*, 75, 1862-1876.
- Xiao, Y., Zhao, W., Zhou, D., & Gong, H. (2014). Sensitivity Analysis of Vegetation Reflectance to Biochemical and Biophysical Variables at Leaf, Canopy, and Regional Scales Geoscience and Remote Sensing. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*(52), 4014-4024.

