

Simulación estadística de la galaxia espiral NGC 1309, aplicando el algoritmo de *bootstrapping*

Statistical simulation of the spiral Galaxy NGC 1309, applying the bootstrapping algorithm

Erika Xiomara Duarte Nuñez¹, Nelson Leonardo Huerfano Barbosa², & Edgar David Mendez Medellín³

Para citar este artículo: Duarte-Nuñez, E.X, Huerfano-Barbosa, N.L. & Mendez-Medellín, D.E. (2018). Simulación estadística de la galaxia espiral NGC 1309, aplicando el algoritmo de *bootstrapping*. Revista de Topografía Azimut, (9), 17-25.

Fecha de Recepción: 19 de septiembre de 2017

Fecha de Aceptación: 23 de enero de 2018

Resumen

En este artículo se presenta la simulación de una galaxia mediante *bootstrapping*, y a partir de información del Centro de Datos Astro estadísticos de la universidad de PennState y el *software R*. Dicha galaxia tiene forma de espiral, y con la ayuda del algoritmo de espirales dado por coordenadas polares se generará un código óptimo para la representación y el modelamiento del conjunto de estrellas que conforman la galaxia en cuestión, teniendo en cuenta las características especiales de la galaxia, como los brazos de la espiral y cómo las estrellas se extienden por estos desde el centro.

Palabras clave: galaxia, simulación, *bootstrapping*.

Abstract

The article presents the simulation of a galaxy using Bootstrapping using data from the Center For Astrostatistics of PennState University and the software R. This galaxy is shaped like a spiral, and with the help of the spiral algorithm given by polar coordinates will generate an optimal code for the representation and modeling of the set of stars that make up the galaxy in question, taking into account the special characteristics of the galaxy, as are the arms of the spiral and how the stars extend through these from the center.

Keywords: galaxy, simulation, bootstrapping.

¹exduarten@correo.udistrital.edu.co; Universidad Distrital Francisco José de Caldas Ingeniería Catastral y Geodesia

²nlhuerfanob@correo.udistrital.edu.co; Universidad Distrital Francisco José de Caldas Ingeniería Catastral y Geodesia

³edmendezm@correo.udistrital.edu.co; Universidad Distrital Francisco José de Caldas Ingeniería Catastral y Geodesia

Introducción

Hoy en día es muy importante para el ser humano descubrir lo que lo rodea. Por tanto, a pesar de que nuestros ojos no lo perciben, en nuestro universo contamos con una serie de cuerpos celestes, de materia y demás que solo se puede conocer con investigación y con los debidos implementos.

Sin embargo, en este documento se muestra cómo mediante el programa *R* y un algoritmo de simulación, se modela un conjunto de estrellas que forman espirales, denominado *galaxia*. Para el presente estudio, la galaxia que se estudiará es la NGC 1309, escogida porque cumple con el propósito que se quiere simular, teniendo en cuenta que para realizar la simulación es necesario contar con los parámetros que tiene detrás el tratamiento matemático (el algoritmo de espirales) y el dar con precisión los parámetros que exige el modelo de *bootstrapping*, luego de esto último depende la cercanía del modelamiento con la realidad.

Materiales y métodos

Método de *bootstrapping*

Permite inferir la distribución de una variable estadística a partir de un conjunto de muestras de una población cuya distribución no se conoce. En estadística, el término *bootstrapping* se refiere a cualquier método que recurre al muestreo con reposición.

Un proceso de muestreo con reposición es aquel en el que cada muestra tomada de la población de manera aleatoria es devuelta a dicha población, por lo que tendrá las mismas posibilidades de volver a ser elegida que el resto de muestras.

La principal ventaja que presenta esta técnica con respecto a tomar la variable estadística deseada directamente a partir de las muestras es que disminuye en gran medida la desviación

típica, lo cual facilita mejores intervalos de confianza (Ceballos, 2015).

Se tiene un conjunto de N muestras [$M = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}$], tomadas de una población cuya distribución se desconoce, y se desea calcular el valor de una variable estadística asociada a dicha población. La forma de proceder es la siguiente:

Se toman N muestras de M con reposición:

$$X^{(1)} = \{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_2^{(1)}\}$$

Y se calcula la variable estadística deseada de ese conjunto de muestras, $S_1(X^{(1)})$, que es una estimación de la variable estadística de la población muestreada.

Se repite el proceso B veces:

$$X^{(2)} = \{x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_2^{(2)}\} \rightarrow S_2(X^{(2)})$$

$$X^{(3)} = \{x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, \dots, x_2^{(3)}\} \rightarrow S_3(X^{(3)})$$

⋮

$$X^{(B)} = \{x_1^{(B)}, x_2^{(B)}, \dots, x_2^{(B)}\} \rightarrow S_B(X^{(B)})$$

Se calcula ahora la distribución de la variable aleatoria estimada $\hat{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_B\}$, siendo su media la estimación final de la variable aleatoria.

En otras palabras: se utilizan las muestras tomadas de una población para construir una distribución de esa población, y posteriormente es utilizada para calcular la distribución de la variable estadística de interés.

Al muestrear el conjunto de datos M , esto es lo mismo que muestrear directamente la población, al menos en la medida en que M aproxima a dicha población. Así, al muestrear B veces es en cierto modo como si se muestreara la población ese número de

veces. (Ceballos, 2015)

Hacen falta dos condiciones para que todo lo anterior sea cierto:

1. Todas las muestras de *bootstrapping*, $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(B)}$, deben tomarse del mismo conjunto de muestras, M .
2. Todas las muestras tomadas de la población $\{m_1, m_1, \dots, m_N\}$ deben ser independientes entre sí.

Algoritmo Hut-Barnes

Un método popular para medir la evolución con el tiempo es el algoritmo Hut-Barnes. Como menciona Walter Dehnen (2002), en las simulaciones de N - cuerpos de la dinámica estelar, el cálculo, en cada paso del tiempo, de las fuerzas gravitacionales entre los N cuerpos de interacción mutua se ve dominado por un esfuerzo operativo. En muchas situaciones, como estudios de sistemas estelares sin colisión, el error de estas simulaciones está dominado por el *ruido* en la distribución de los cuerpos, cuyo número no es solo un parámetro numérico.

Por tanto, en lugar de compilar las fuerzas exactamente por suma directa sobre todos los pares de *cuerpos*, se puede utilizar métodos aproximados, pero mucho más rápidos, permitiendo N sustancialmente mayor y, por consiguiente, el ruido significativamente reducido, y esa allí donde entra la manera en que realizaremos nuestra simulación.

Con esto, al tener la simulación por *bootstrapping* y utilizar el algoritmo de Hut-Barnes se disminuyó el ruido y se lograron buenos resultados aun manteniendo pocos datos en la simulación.

Dentro del código generado para realizar la simulación, se tuvo la siguiente formula como la más relevante:

$$x = x + 0,01 * vx$$

$$y = y + 0,01 * vy$$

Donde las velocidades son dadas por:

$$vx = vx + 0,01 * ax$$

$$vy = vy + 0,01 * ay$$

Y a su vez, los valores de ax y ay están dados por:

$$ax = apply(dx * force, 2, sum)$$

$$ay = apply(dy * force, 2, sum)$$

Donde, la función *apply* en el *software R* retorna una lista de valores luego de aplicar la función *force*, dada por:

$$dx = outer(x, x, f)$$

$$dy = outer(y, y, f)$$

$$force = (dx * dx + dy * dy + 10)^{-0,5}$$

Como ya se mencionó, gran parte del código empleado ha sido tomado del Centro de Datos Astro estadísticos de la universidad de PennState y el *software R*, sin embargo, el código original se presentaba para datos conformes a una distribución normal, y al finalizar la simulación no se tenía una imagen muy clara de algún tipo de galaxia, ya que lo único que se tenía eran puntos que seguían una distribución normal, sin mayor enfoque astronómico real aparte de la función de simulación y el algoritmo de Hut-Barnes.

Las galaxias espirales

Son colecciones enormes de miles de millones de estrellas, de las que muchas de ellas se agrupan en forma de disco, con un abultamiento esférico central con estrellas en su interior. En el disco existen brazos más luminosos donde se concentran las estrellas más jóvenes y brillantes. Estos brazos se despliegan desde el centro en forma de espiral. De ahí el nombre de estas galaxias.

Las galaxias se clasifican usando la Secuencia de Hubble, la galaxia GC 1309 corresponde la una galaxia espiral regular, las cuales consisten en un disco aplanado con una estructura en espiral (normalmente con dos brazos), y una concentración de estrellas conocida como el bulbo.

Aproximadamente la mitad de las galaxias espirales tienen una estructura barrada que se extiende desde el bulbo, con el brazo en espiral empezando al final de la barra. En la Secuencia de Hubble, las *espirales regulares* están representadas por la letra *S*, mientras que las *espirales barradas* usan las letras *SB* (es aquella donde el abultamiento central se estrecha en forma de línea, de modo que aparece como si tuviese una *barra* de estrellas en su interior). Ambos tipos de espirales se dividen a su vez de acuerdo a la apariencia detallada de sus estructuras espirales.

La pertenencia a una de estas subdivisiones se indica añadiendo una letra minúscula al tipo morfológico. Así, por ejemplo, las galaxias *Sa* (*SBa*) se caracterizan por poseer un bulbo central brillante y grande y unos brazos espirales muy arremolinados y pocos definidos. Por el contrario, las galaxias *Sc* (*SBc*) muestran un bulbo mucho más pequeño y débil mientras que los brazos espirales se encuentran mucho mejor definidos. La subdivisión *Sb* (*SBb*) representa un estadio intermedio (INAF -Astronomical Observatory of Trieste, 2010).

Descripción de la estructura de galaxias espirales

La forma de una galaxia espiral está descrita por una espiral logarítmica, espiral equiangular o espiral de crecimiento es una curva en espiral autosimilar que a menudo aparece en la naturaleza. La espiral logarítmica fue descrita por primera vez por Descartes y posteriormente investigada

extensamente por Jacob Bernoulli, que la llamó *Spira mirabilis* (*espiral maravillosa*), la ecuación de espiral logarítmica en coordenadas polares (r, θ) puede ser escrita como:

$$\theta = \frac{1}{b} \ln(r/a)$$

Siendo a el radio inicial, θ el ángulo en radianes, r la distancia al centro de giro y b la tasa de crecimiento de la galaxia con respecto al centro (si $b > 1$ la espiral se expande y si $b < 1$ la espiral se contrae). (Ringermacher)

El uso de esta fórmula supone que todas las galaxias espirales tienen "barras" aunque ocultas dentro de una protuberancia consistente interna. Aproximadamente, un mayor radio resulta en un enrollamiento más estricto. La tasa de crecimiento mayor da como resultado un resultado una galaxia espiral más pequeña y abombada, mientras que una tasa de crecimiento más pequeño se ajusta a una protuberancia más grande con una unión de brazo más nítida.

Así, la tasa de crecimiento (b), controla el tamaño de "bulto a brazo", mientras que el radio (a) controla la estanqueidad muy parecida a la Hubble. La figura 1 muestra dos ejemplos de estas espirales, los cuales se dividen según a -valor. El brazo opuesto se añade por simetría. (Ringermacher)

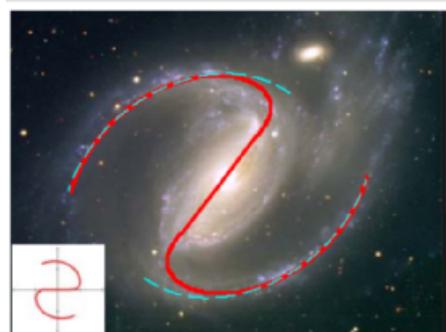
Características de la galaxia espiral NGC 1309

Este trabajo se basa en una galaxia en forma de espiral denominada NGC 1309, la cual se muestra en la figura 2 y presenta las siguientes características tomadas de un blog astronómico (Astrociencia.com) donde se tienen datos de diferentes galaxias en espiral, como los siguientes para la NGC 1309:

Distancia: 100 millones de años luz.
Diámetro: 30.000 años luz.
Radio (a): 15.000 años luz.



Galaxia NGC 1365
 $a=16$ millones de años luz
 $b=0.4$



Galaxia NGC 1097
 $a=4$ millones de años luz
 $b=0,08$

Figura 1: Descripción de la espiral logarítmica de algunas galaxias NGC

Fuente: (Ringermacher)

Por otro lado tenemos una Tasa de crecimiento $(b)=0,01$. Si bien esta no es la de la galaxia a trabajar, permitió en la simulación tener una mejor vista de los cambios que se da en la galaxia.

La NGC 1309 es una galaxia espiral situada aproximadamente a 120 millones de años luz de distancia, que aparece en la constelación de Eridanus. Su forma se clasifica como Sa (dentro de la secuencia de Hubble), lo que significa que tiene brazos espirales moderadamente enrollados y sin anillo.

Se trata de unos 75.000 años luz de ancho, por lo que tiene aproximadamente un tercio del tamaño de la Vía Láctea. Los cúmulos azulados de estrellas jóvenes y las bandas de polvo dibujan los brazos espirales de NGC 1309 a medida que se enrollan alrededor de la población de estrellas amarillentas más antiguas que hay en el núcleo



Figura 2: Galaxia espiral NGC 1309

Fuente: (NASA National Aeronautics and Space Administration, 2006)

Se cree que la supernova SN 2012Z en la galaxia NGC 1309 es del tipo Iax, este descubrimiento es un paso importante en décadas de larga investigación astronómica; la observación del SN 2012Z fue la primera vez que los científicos fueron capaces de identificar un sistema de estrellas que se convirtió en supernova.

Los astrónomos identificaron una estrella compañera azul que alimenta de energía a una enana blanca, un proceso que provocó una reacción nuclear y lanzó esta débil explosión de supernova. Fue descubierto por el Observatorio Lick Supernova Search en enero de 2013.

La Cámara Avanzada para Inspecciones del Hubble también observaron a NGC 1309 durante varios años antes de la explosión de la supernova, lo que permitió a los científicos comparar el antes y el después de

las imágenes.

Después de estudiar los colores del objeto y la comparación con simulaciones por ordenador de los tipos posibles de sistemas progenitoras IAX, el equipo concluyó que estaban viendo la luz de una estrella que había perdido su envoltura de hidrógeno exterior, revelando su núcleo de helio, dando tiempo a que la luz de la supernova se atenúe lo suficiente y revele una posible estrella compañera zombie y así confirmar su hipótesis.



Figura 3: Supernova 2012Z en la galaxia espiral NGC 1309

Fuente:(NASA National Aeronautics and Space Administration, 2014)

Una estrella zombie es un resultado hipotético de un tipo de supernova (Iax), la cual deja atrás una estrella residual, en vez de una masa estelar dispersa. El tipo de supernova Iax es similar al tipo Ia, pero tiene una velocidad de eyección más baja y menos luminosidad. Se piensa que un tipo de supernova Iax en un sistema binario consiste de una enana blanca con una estrella acompañante. La enana blanca absorbe el material de su acompañante. Normalmente, la enana blanca alcanzaría eventualmente una masa crítica, y las reacciones de fusión causarían una explosión y disipación completa, pero en la supernova del tipo Iax, sólo se pierde la mitad de la masa de la enana blanca. (Espacio Infinito, 2015)

Metodología

La simulación fue realizada en el *software* estadístico *R*, con las características ya mencionadas de la galaxia espiral NGC 1309, basándose en gran medida del código presente en el Center for Astrostatistics, de Penn State.

Al empezar con la simulación se decidió trabajar con las ecuaciones paramétricas de la espiral logarítmica, teniendo en cuenta que la galaxia de estudio está clasificada como una espiral.

Entonces, en principio se tiene que la ecuación que indica la ubicación de las estrellas es la ecuación de espiral logarítmica, de la cual se describen los componentes x y y a continuación:

$$x(t) = ae^{bt} \text{Cos}(t)$$

$$y(t) = ae^{bt} \text{Sin}(t)$$

De donde los parámetros (a, b) corresponden características de la galaxia, y t es la variable que permitió generar t número de *estrellas* dentro de la galaxia para la simulación.

Se realizaron diferentes simulaciones para ver el comportamiento respecto a t , pero las imágenes presentadas están realizadas al trabajar t como una secuencia de números de 0 a 500 (figura 3) dado que se observó una buena distribución de las estrellas, además dada la capacidad del *hardware* en el cual se trabajó, el cual presentó limitaciones a la hora de correr simulaciones con una gran cantidad de datos, sin embargo, con tan solo estos 500 datos se pudo apreciar que *R* hizo una buena simulación.

Ahora, para observar lo que sucedía en el tiempo, se le dio movimiento a la galaxia, considerando la velocidad de las estrellas como:

$$v_x = -0,5y$$

$$v_y = 0,5x$$

Estas velocidades se toman del código original del CDS y son las encargadas de dar movimiento a la simulación en cada uno de los momentos.

Para ver cómo este movimiento afectaba la galaxia en el tiempo, se procedió a la simulación con un total de 1000 pasos de tiempo, lo que quiere decir que se aplica 1000 veces las ecuaciones de velocidad arriba mencionadas, y la actualización de la imagen fue cada 10 pasos, es decir, se capturaron 100 imágenes puesto que el software muestra una imagen de simulación cada 10 aplicaciones de las formulas, sin olvidar que se tuvieron 500 puntos, y a pesar de no ser demasiados por las características de la galaxia escogida se apreció un gran cambio en los diferentes momentos.

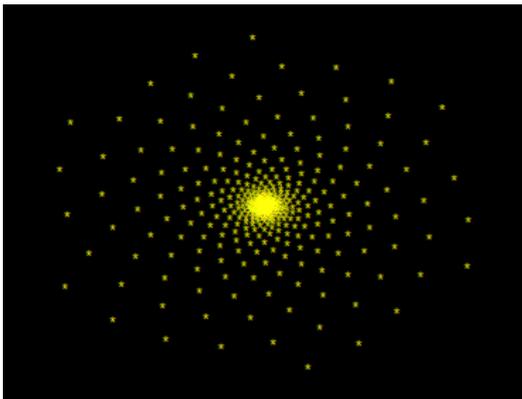


Figura 4: Simulación con $t=500$
Fuente: Elaboración propia

Resultados

La figura 5 muestra la simulación de la galaxia NGS 1309 en 10 momentos diferentes con el fin de percibir cómo fue la dinámica y el movimiento de la representación. De esta manera se visualizó que el movimiento es en sentido antihorario y cuenta con una serie de brazos conformados por las estrellas destinadas para el presente ejercicio.

Luego, a medida que pasaban los momentos, en el centro se formaba otra serie de

estrellas que seguían el rastro de la anterior representación, por ende se cumplió con la condición de que al estar la galaxia conformada por cuerpos celestes, ésta trata de ser constante en su forma y en su movimiento.

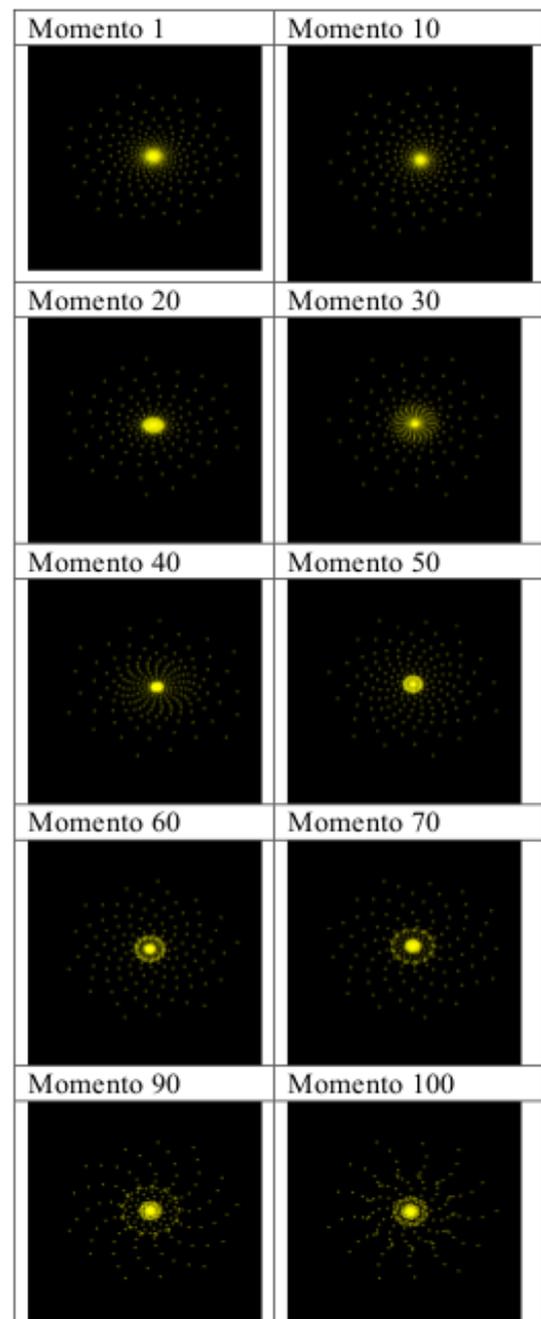


Figura 5: Diferentes momentos de la simulación.

Fuente: Elaboración Propia, mediante el Software

Conclusiones

El desarrollo del presente artículo permite concluir que el método de *bootstrapping* y, en general, las técnicas de remuestreo se vienen desarrollando desde hace pocos años para calcular estadísticas, a partir de técnicas computacionales intensivas que evitan los cálculos complejos de la teoría estadística tradicional. Aunque las técnicas de remuestreo implican el uso de conceptos tradicionales de inferencia estadística, cambia radicalmente su implementación.

Adicionalmente, mediante la computación intensiva se aplica las técnicas de manera flexible y fácil, lo cual permite aplicar los métodos estadísticos a grandes cantidades de datos, por ende es posible simular la galaxia NGC 1309 por el algoritmo *bootstrapping*.

Luego, así se evidencia que el movimiento de la galaxia es concéntrico y va en sentido antihorario. Por último, el uso del algoritmo de Hut-Barnes facilita por el ajuste que brinda, una simulación más limpia, aun teniendo pocos datos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Astrociencia.com.* (s.f.). Obtenido de La variedad de galaxias espirales: <http://www.astrociencia.com/2012/05/11/la-variedad-de-galaxias-espirales/>
- CDS. (s.f.). *Centre de Données astronomiques de Strasbourg*. Obtenido de Portal CDS: <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-id?Ident=NGC+1309>
- Ceballos, G. F. (2015). *Escuela Técnica Superior de Ingeniería*. Obtenido de <http://bibing.us.es/proyectos/abroy/90247/fichero/GonzaloFrancoCeballos+-+TFG.pdf>
- Choatie, M. (s.f.). *Galaxias espirales*. Obtenido de <https://docs.kde.org/trunk5/es/kdeedu/kstars/ai-spiralgal.html>
- Dehnen, W. (2002). A Hierarchical O(N) Force Calculation Algorithm. *Journal of Computational Physics* 179, 27-42.
- Espacio Infinito. (29 de Mayo de 2015). *Galaxia espiral NGC 1309*. Obtenido de <https://nuestroespacioinfinito.blogspot.com.co/2015/05/galaxia-espiral-ngc-1309.html>
- INAF -Astronomical Observatory of Trieste. (Marzo de 2010). *La Secuencia de Hubble*. Obtenido de http://svn.ari.uni-heidelberg.de/svn/edu/trunk/aida_03_galaxies/es/es_aida_03_galaxies.pdf
- Manuel, J. (s.f.). *astro y ciencia.com*. Obtenido de [astro y ciencia.com: http://www.astrociencia.com/2012/05/11/la-variedad-de-galaxias-espirales/](http://www.astrociencia.com/2012/05/11/la-variedad-de-galaxias-espirales/)
- NASA National Aeronautics and Space Administration. (7 de Febrero de 2006). *Hubblesite*. Obtenido de <http://hubblesite.org/image/3901/p rintshop>
- NASA National Aeronautics and Space Administration. (6 de Agosto de 2014). *NASA's Hubble Finds Supernova Star System Linked to Potential "Zombie Star"*. Obtenido de <https://www.nasa.gov/press/2014/august/nasa-s-hubble-finds-superno-va-star-system-linked-to-potential-zombie-star/>
- PennState, C. f. (s.f.). *Simulación y Bootstrapping*. Obtenido de <http://astrostatistics.psu.edu/su09/lecturenotes/simul.html>
- Ringermacher, H. I. (s.f.). *A New Formula Describing the Scaffold Structure of Spiral Galaxies*. Obtenido de <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0908/0908.0892.pdf>

Solanas, A. (1992). *Bootstrap: fundamentos e introducción*. Obtenido de Universidad de Barcelona: <http://www.raco.cat/index.php>

</anuariopsicologia/article/viewFile/61175/88740>