



Competencia democrática y conocer reflexivo: un tejido de relaciones desde la educación matemática crítica

Democratic Competence and Reflective Knowing: a weaving relationships from Critical Mathematics Education

Competência Democrática e Conhecer Reflexivo:
um tecido de relações desde a Educação Matemática Crítica

Gabriel Mancera Ortiz ¹, Edna Paola Fresneda Patiño ²

*El hombre, en su constante autorreflexión, se revela como
un ser inacabado, en una búsqueda —un proceso— de realización.*
Paulo Freire (2022).

Resumen

El artículo de reflexión presentado se sustenta en una revisión de dos trabajos de posgrado en los que las consideraciones finales fueron posibles gracias a las interacciones dialógicas, en cuanto actos de lenguaje, de los estudiantes que participaron en las tesis, y tiene por objetivo comprender la posible relación entre la *competencia democrática* y el *conocer reflexivo* en el marco de la educación matemática crítica. Los argumentos teóricos de este abordaje se insertan en la perspectiva de la educación matemática crítica, mientras que la metodología adoptada se fundamenta en un estudio teórico que surge de la construcción de una red conceptual producto de los trabajos elegidos, buscando con ello la (re)construcción y el desarrollo de los conceptos e ideas de los marcos de referencia de los dos trabajos. Para ello, en cuanto tesis que sustenta el trabajo, se parte de considerar que la relación entre estos dos conceptos debe ir más allá de su asociación generada a través de la alfabetización matemática. Esta circunstancia arrojó como resultados, vínculos y complementariedades en las dos investigaciones que se realizaron con estudiantes de dos instituciones educativas colombianas. Entre las conclusiones, pudo establecerse que las características del conocer reflexivo desempeñan un papel fundamental para desarrollar la competencia democrática, que a su vez se constituyen en elementos clave para una alfabetización matemática para la ciudadanía y el cambio social.

Palabras clave: teoría de la educación, educación ciudadana, educación matemática crítica, competencias para la vida competencia democrática, conocer reflexivo.

Abstract

This reflection article is based on a review of two graduate works, whose final considerations were possible thanks to dialogic interactions, as acts of language, of the students who participated in the theses. It aims to understand the possible relationship between

- 1 Doctor en Educación de la Universidad Federal de Minas Gerais. Profesor de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Correo electrónico: gmancerao@udistrital.edu.co.
- 2 Doctoranda en Educación de la Universidad Federal de Minas Gerais. Profesora de la Secretaría de Educación de Bogotá, Colombia. Correo electrónico: epfresnedap@gmail.com.

Cómo citar: Mancera, G., y Fresneda, E. (2024). Competencia democrática y conocer reflexivo: un tejido de relaciones desde la educación matemática crítica. *Enunciación*, 29(2), 237-252. <https://doi.org/10.14483/22486798.22526>

Artículo recibido: 26 de julio de 2024; aprobado: 07 de octubre de 2024

democratic competence and reflective knowing within the framework of critical mathematics education, wherein the theoretical arguments of this approach are framed. Meanwhile, the adopted methodology is founded upon a theoretical study arising from the construction of a conceptual network based on the selected works, seeking to (re)construct and develop the concepts and ideas of the reference frameworks of the two works. To this effect, as a thesis that supports this article, the starting point involves considering that the relationship between the two aforementioned concepts must go beyond the association generated through mathematical literacy. As a result, this circumstance evidenced links and complementarities between the findings of two research studies carried out with students from two Colombian education institutions. Among the conclusions, it could be established that the characteristics of reflective knowing play a fundamental role in developing democratic competence, which in turn are key elements in mathematical literacy for citizenship and social change.

Keywords: education Theory, Citizenship Education, Critical Mathematics Education, Life Skills, Democratic Competence, Reflective Knowledge.

Resumo

O artigo de reflexão apresentado baseia-se em uma revisão de dois trabalhos de pós-graduação em que as considerações finais foram possíveis graças às interações dialógicas, como atos de linguagem, dos estudantes que participaram das teses e tem como objetivo compreender a possível relação entre competência democrática e conhecer reflexivo no âmbito da Educação Matemática Crítica. Os argumentos teóricos dessa abordagem estão inseridos na perspectiva da Educação Matemática Crítica, enquanto a metodologia adotada baseia-se em um estudo teórico que surge a partir da construção de uma rede conceitual produto dos trabalhos escolhidos, buscando, assim, a (re)construção e o desenvolvimento dos conceitos e das ideias dos quadros de referência dos dois trabalhos. Para tanto, como tese que sustenta o trabalho, o ponto de partida é considerar que a relação entre esses dois conceitos deve ir além de sua associação gerada por meio da alfabetização matemática. Essa circunstância nos permitiu tecer, como resultados, vínculos e complementaridades entre os achados das duas pesquisas realizadas com estudantes de duas instituições educacionais colombianas. Entre as conclusões, foi possível estabelecer que as características do conhecimento reflexivo desempenham um papel fundamental no desenvolvimento da competência democrática, que, por sua vez, são elementos-chave para uma alfabetização matemática para a cidadania e a mudança social.

Palavras-chave: teoria da Educação, Educação para a Cidadania, Educação Matemática Crítica, Habilidades para a Vida, Competência Democrática, Conhecer Reflexivo.

Introducción

En el presente artículo de reflexión se analizan dos trabajos académicos que se complementan, uno a nivel de maestría y otro, de mayor profundidad, en el marco de un programa de doctorado, donde los autores, teniendo en cuenta los diálogos de los estudiantes que participaron en los estudios, exploraron respectivamente los conceptos de *competencia democrática* y *conocer reflexivo* en el contexto de la educación matemática crítica (EMC). Estos estudios se llevaron a cabo en dos instituciones educativas, una en el municipio de La Vega (Cundinamarca) y otra en Bogotá (Colombia).

Al comparar los marcos teóricos, diseños de investigación y hallazgos de ambos trabajos, se

busca, como objetivos, identificar las contribuciones de cada estudio sobre *competencia democrática* y *conocer reflexivo*, y las implicaciones para futuras investigaciones en EMC, y comprender la posible relación entre estos dos aspectos.

En una exploración inicial, encontramos que, si bien la investigación de [Fresneda y Sarmiento \(2018\)](#) caracteriza el desarrollo de la competencia democrática a partir del conocimiento reflexivo y la alfabetización matemática durante el montaje de un escenario de aprendizaje en la clase de matemáticas con estudiantes de octavo grado, sus hallazgos apuntan —en atención a las interacciones dialógicas entre los estudiantes y entre los estudiantes y el profesor ([Alrø et al., 2006](#))— a que el desarrollo de la competencia democrática se ejerce gracias a la

alfabetización matemática que, a su vez, es necesaria para desarrollar el conocer reflexivo; sin embargo, no consiguieron ahondar en este último asunto. Se evidencia en [Mancera \(2020\)](#) que el conocer reflexivo, en cuanto competencia de la EMC, se conecta con la competencia democrática en general, y es caracterizado asumiendo la alfabetización matemática para el cambio social y para la ciudadanía en contextos de vulnerabilidad social. Para ello, [Mancera \(2020\)](#) se basó en los actos dialógicos de los estudiantes ([Milani, 2015](#)).

En tal sentido, este artículo tiene un carácter teórico, por cuanto se centra en la presentación, análisis e identificación de puntos de convergencia que permitan tejer y enriquecer los conceptos estudiados y que son desarrollados en los dos trabajos de grado. Además, busca, en cuanto tesis que sustenta la presente reflexión, tener en cuenta que la relación entre estos dos conceptos debe superar su asociación generada a través de la alfabetización matemática. Esta última, a su vez, se asume como un asunto que trasciende la idea de conjunto de conocimientos, habilidades y valores que excedan las limitaciones impuestas por las dificultades que surgen de las diferencias culturales y las desigualdades económicas, ya que la educación matemática, y la matemática en sí, en una idea de *alfabetización matemática para el desarrollo del capital humano*, no se consideran vinculadas a la cultura ([Jablonka, 2003](#)).

En las siguientes secciones, se abordan la tesis y los argumentos que dan vida a la reflexión presentada, además de los elementos teóricos constitutivos de las dos investigaciones analizadas (competencia democrática y conocer reflexivo). Posteriormente, se presentan los procedimientos metodológicos que orientaron la revisión de los trabajos de grado, para luego explicitar posibles conexiones, vínculos y complementariedades que se pueden tejer entre las características de la competencia democrática y del conocer reflexivo. Por último, se exponen las conclusiones, con la idea de proponer nuevos caminos investigativos que permitan abordar el vínculo entre las matemáticas, la democracia y la sociedad.

Tesis y argumentos

Los fundamentos teóricos para este artículo se enmarcan en el enfoque sociopolítico de la educación matemática, en general, y de la EMC, en particular, que ha sido influenciada por las contribuciones de diversos autores ([Skovsmose, 2023](#); [Valero, 2021](#); [Skovsmose y Valero, 2012](#); [Gutiérrez, 2013](#); [Valero et al., 2015](#); [Fresneda Patiño et al., 2023](#)).

Este enfoque se caracteriza por su énfasis en la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva crítica y política, con el propósito de posibilitar la participación de los estudiantes en cuanto ciudadanos sociales y políticos. Esta participación les permite comprender su papel en la sociedad y los empodera para participar de manera activa y reflexiva en la toma de decisiones en calidad de ciudadanos. Tal circunstancia pone de relieve la idea de democracia. Al respecto, [Skovsmose y Valero \(2012\)](#) la ubican en la esfera de las interacciones sociales, “en la que las personas cada día se relacionan unas con otras para producir sus condiciones materiales y culturales de vida” (p. 13). Para estos autores, esta idea representa una “manera de vivir”, en cuanto acción política abierta llevada a cabo por la gente en “la entremezcla compleja de relaciones y procesos locales, nacionales, regionales y globales” (Held, 1995, p. ix, citado por [Skovsmose y Valero, 2012, p. 13](#)).

En este sentido, resulta fundamental para los educadores matemáticos contemplar que una educación matemática comprometida con la democracia no puede basarse simplemente en las cualidades intrínsecas de las matemáticas o en los constructos conceptuales de la disciplina misma, sino que debería tener presente, además, que muchos factores sociales, políticos, económicos y culturales dirigen y redirigen su desarrollo ([Skovsmose y Valero, 2012](#); [Fresneda y Sarmiento, 2018](#)).

Al respecto, es posible identificar un vínculo entre la competencia democrática y el conocer reflexivo por medio de la alfabetización matemática, la cual va más allá del simple conocimiento de

las matemáticas (Niss y Jablonka, 2020; Gomes y Bernardi, 2022). Se trata de una perspectiva que implica la capacidad de comprender y evaluar diversas aplicaciones prácticas de las matemáticas. Siguiendo las ideas de Niss y Jablonka (2020), esta concepción de la alfabetización matemática está orientada hacia la ciudadanía, al mismo tiempo que reconoce la posibilidad de utilizar las matemáticas como una herramienta crítica para abordar cuestiones de relevancia social o política. Asumida de esta manera, la alfabetización matemática se convierte en un medio para el cambio social. Al respecto, Jablonka (2003) señala que una *alfabetización matemática para el cambio social* es concebida como un intento por trascender el dominio de las matemáticas académicas en el plan de estudios, a través de la idea de utilizar a las matemáticas como una herramienta crítica para abordar los problemas que son de relevancia social o política. Mientras que la *alfabetización matemática centrada en la ciudadanía*, al hacer referencia a la evaluación crítica de aspectos de la cultura de los estudiantes, es considerada como la capacidad de comprender y evaluar las diferentes prácticas que involucran las matemáticas, lo que permite distinguir las aplicaciones de las matemáticas en términos de coherencia, conectividad, complejidad, comprensión, integración en una teoría y vinculación a la realidad observada o construida.

Por otra parte, Skovsmose (1994) señala que la discusión sobre la alfabetización es central, particularmente como resultado del trabajo de Paulo Freire, quien desarrolló la dimensión política de la educación a partir de este término:

The work of Freire is important because it starts with the basic assumption that education has to relate to critical structures of society, and because it shows how to interpret this assumption with respect to an educational practice which also teaches people how to read and write. [El trabajo de Freire es importante porque parte del supuesto básico de que la educación tiene que relacionarse con las estructuras críticas de la sociedad y porque muestra cómo

interpretar dicho supuesto con respecto a una práctica educativa que también le enseña a la gente cómo leer y escribir]. (p. 24)

En tal sentido, pensar la escuela desde otras perspectivas implica entenderla como “un centro social, político y educativo en donde los actores permitan el diálogo intersubjetivo, constructivo y participativo, y las decisiones se tomen en consenso, dentro de condiciones de igualdad y democracia creciente” (Basabe de Quintale y Vivanco, 2008, p. 270).

Un paso inicial en el camino de comprender la posible relación entre la competencia democrática y el conocer reflexivo es presentado en Fresneda y Mancera (2023) en el que se concluye que

la competencia democrática y el conocer reflexivo se complementan a través de la alfabetización matemática, aunque esta no debe entenderse únicamente como la capacidad de usar los números y las operaciones. Va más allá de reconocer que esas matemáticas permiten a los estudiantes constituirse como sujetos políticos capaces de usar sus contextos de vulnerabilidad social como escenarios de discusión y análisis colectivo para pensar alternativas que permitan hacer frente a esas situaciones de desigualdad e inequidad que permean la vida en sus comunidades. (p. 12)

Sin embargo, resulta clave indicar qué se entiende por estas dos ideas conceptuales desde la mirada de la EMC. Skovsmose (1997) señala que la competencia democrática: (i) es necesaria para que los sujetos desarrollen el conocer reflexivo y se ejerce gracias a la alfabetización matemática, situación que es interpretada por Fresneda y Sarmiento (2018) como una competencia que busca que se reconozca las matemáticas como una herramienta que empodera a los sujetos y los anima a tomar una postura frente a las situaciones sociales del contexto; y (ii) les permite a los sujetos, en cuanto constructo radical enraizado en un espíritu de crítica y proyecto de posibilidad, participar

en la comprensión y transformación de la sociedad, de forma que propicie una emancipación social y cultural. Es decir, da vía al uso de elementos de carácter matemático para interpretar, analizar y tomar decisiones frente a situaciones del contexto.

Según [Fresneda y Sarmiento \(2018\)](#), el desarrollo de la competencia democrática es un proceso que va evolucionando y se va complejizando en la medida en que los estudiantes avanzan en el estudio de la situación social. Esto se debe a la complejidad de los elementos teóricos que caracterizan esa competencia.

En cuanto al conocer reflexivo, [Skovsmose \(1994\)](#) se refiere a este como la capacidad de analizar y evaluar el uso de las matemáticas, para lo cual se requiere entrar en relación con el conocer matemático y el conocer tecnológico. Señala, además, que no debe asumirse una jerarquía entre tales conoceres; por ejemplo, no deben adoptarse estructuras como: “primero necesitamos elaborar una competencia matemática para ser capaces [los sujetos] de aplicarla en el logro de objetivos tecnológicos y, por último, evaluar lo que se ha hecho”. [Skovsmose \(2013\)](#) define estos conoceres de la siguiente manera:

Conhecer matemático, que se refere à competência normalmente entendida como habilidades matemáticas, incluindo-se as competências na reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos - essa competência está enfocada na educação matemática tradicional e sua importância tem sido especificamente enfatizada pelo movimento estruturalista ou pelo “nova matemática”.

Conhecer tecnológico, que se refere às habilidades em aplicar a matemática e às competências na criação de modelos. A importância do conhecer tecnológico tem sido enfatizada pela tendência dirigida para aplicações na educação matemática, que afirma que, até mesmo se os estudantes aprendem matemática, nenhuma garantia existe de que a competência desenvolvida é suficiente quando se trata

de situações de aplicação. [...] Essa competência extra chamarei de competência tecnológica ...

Conhecer reflexivo, que se refere à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo. Reflexões têm a ver com avaliações das consequências do empreendimento tecnológico.

[El conocer matemático se refiere a la competencia normalmente entendida como habilidades matemáticas, incluyéndose las competencias en la reproducción de teoremas y pruebas, bien como al dominio de una variedad de algoritmos —esa competencia está enfocada en la educación matemática tradicional, y su importancia ha sido específicamente enfatizada por el movimiento estructuralista y por el movimiento de la matemática moderna—.

El conocer tecnológico, que se refiere a las habilidades en aplicar la matemática y a las competencias en la construcción de modelos. La importancia del conocer tecnológico ha sido enfatizada por la tendencia dirigida para aplicaciones en educación matemática, que afirma que, incluso si los estudiantes aprenden matemática, ninguna garantía existe de que la competencia desarrollada es suficiente cuando se trate de situaciones de aplicación. [...] Esa competencia extra, es llamada competencia tecnológica...

El conocer reflexivo, que se refiere a la competencia de reflexionar sobre el uso de la matemática y evaluarlo. Las reflexiones tienen que ver con evaluaciones de las consecuencias del emprendimiento tecnológico]. (pp. 115-116)

Según este autor, la distinción entre estos tipos de conocer es de carácter analítico. En este sentido, es claro que no se trata de identificar tres tipos de actividades que conduzcan a tres tipos de conocimiento, toda vez que dichos tipos de conocer se mezclan y no son distinguibles.

A partir de reconocer que las categorías conceptuales *competencia democrática* y *conocer reflexivo* deben seguir siendo objeto de exploración, en esta reflexión —fundamentada en los hallazgos derivados de los trabajos mencionados—, se

asume que el vínculo entre estos dos conceptos debe ir más allá de su asociación generada a través de la alfabetización matemática. A la luz del epígrafe (“El hombre, en su constante autorreflexión, se revela como un ser inacabado, en una búsqueda —un proceso— de realización”: Paulo Freire, 2022), se percibe que esa relación conceptual no se constituye como una que puede determinar, describir y abarcar al hombre (como si nos preestableciera o nos configurara de antemano), sino que le permite al hombre entenderse como un sujeto en proceso de crecimiento y realización (le posibilita irse constituyendo a sí mismo a través de sus acciones y experiencias).

En la siguiente sección, se abordan los procedimientos metodológicos que orientaron la reflexión. Desde allí, se explicitan las conexiones, vínculos y complementariedades que se tejieron entre la competencia democrática y el conocer reflexivo desde la revisión de los dos trabajos.

Perspectiva metodológica

Este artículo de carácter reflexivo tiene su origen en la revisión de los elementos conceptuales que sustentan los dos trabajos de grado. En tal sentido, metodológicamente, el documento se caracteriza por ser un estudio o ensayo teórico que busca la (re)construcción o desarrollo de “teorías, conceptos o ideas” con la intención de profundizar o desarrollar marcos de referencia (Demo, 2000). Los investigadores de esta clase de estudio no utilizan datos y hechos empíricos para validar una tesis o un punto de vista, pero sí la construcción de una red de conceptos y argumentos desarrollados con rigor y coherencia (Fiorentini y Lorenzato, 2012).

Bajo esta mirada y teniendo en cuenta que este artículo nace del interés de evidenciar que el vínculo entre la competencia democrática y el conocer reflexivo debe ir más allá de su asociación generada a través de la alfabetización matemática, se ha construido una red conceptual —entendida como una herramienta visual que permite encontrar conexiones entre los conceptos y de las ideas

subordinadas comprender de lo complejo a lo específico (Rivera, 2018, p. 2)—, con el interés de identificar tejidos y complementariedades entre los elementos teóricos expresados en el desarrollo de las dos investigaciones. De esta manera, se busca aportar al surgimiento de nuevas ideas, tendencias y relaciones entre los elementos teóricos investigados en el enfoque sociopolítico de la educación matemática y específicamente en la perspectiva de la EMC.

Dado el carácter reflexivo, consideramos la pregunta “¿Cómo proceder en la revisión de los trabajos de grado?”. Metodológicamente, la revisión se orientó a través de las etapas de selección, estructuración y análisis propuestas por Planas y Valero (2016). En tal sentido, se buscó identificar líneas de preocupación, conexiones entre esas líneas y perspectivas expresadas en el desarrollo de las dos investigaciones.

Las etapas de selección, estructuración y análisis mantienen un espíritu inductivo ya que —aunque intuimos, por lo presentado en Fresneda y Mancera (2023), que es posible tejer redes conceptuales entre las características de la competencia democrática y el conocer reflexivo— no establecemos categorías *a priori*. Como investigadores y educadores matemáticos, nos interesa aportar al surgimiento de nuevos nexos entre los elementos teóricos que hemos investigado particularmente en la EMC.

De acuerdo con Valero y Planas (2016), la etapa de selección consiste en elegir los documentos que serán revisados. La elección de la disertación de Fresneda y Sarmiento (2018) y de la tesis de Mancera (2020) se basó en su relevancia para la exploración de la relación conceptual entre las competencias objeto de estudio. Para este artículo, se realizó una exploración de tesis cuyos datos fueron producidos en el contexto colombiano en los últimos seis años que fueran abordadas desde la EMC, además que se centraran en el desarrollo de la competencia democrática o el conocer reflexivo con estudiantes de Educación Básica y Media. Se seleccionaron ocho tesis (Fresneda y Sarmiento, 2018;

Amaya y Espinosa, 2020; Mancera, 2020; Pardo y Poveda, 2021; Quintero y Rueda, 2021; Arévalo, 2023; Agredo y Chaves, 2024; Leal y Manrique, 2024) que cumplieran con los siguientes criterios: metodología cualitativa y diseño de campo; participantes pertenecientes a poblaciones vulnerables del sistema educativo colombiano; y enfoque en las características de las competencias en cuestión. Entre estas tesis, la de [Fresneda y Sarmiento \(2018\)](#) profundizó en la competencia democrática en estudiantes de secundaria y su metodología se apoyó en las ideas de la investigación crítica. Asimismo, se identificó el trabajo de [Mancera \(2020\)](#) como referente principal para el estudio del conocer reflexivo en contextos similares y cuya metodología también se basó en la investigación crítica.

Una vez definido el interés de estudiar los dos documentos, realizamos su lectura con la intención de estudiar los marcos teóricos, los diseños de investigación y los hallazgos de ambos trabajos, lo que dio paso a la segunda etapa. En la estructuración, se buscaron líneas de conexión en las dos investigaciones, con énfasis en el reconocimiento de sus elementos conceptuales constitutivos.

En la etapa de análisis, se presentan puntos de encuentro y complementariedades entre los elementos conceptuales de los dos trabajos estudiados. Así, desde la red conceptual construida por [Fresneda y Sarmiento \(2018\)](#), tejimos complementariedades y profundizaciones con las categorías teóricas propuestas por [Mancera \(2020\)](#).

En aras de una mejor comprensión, en el siguiente apartado se presentan los elementos fundamentales que constituyen cada trabajo, y se retoman y tejen redes y complementariedades entre sus principales hallazgos teóricos, para dar cuenta del propósito trazado.

Dos experiencias investigativas: la competencia democrática y el conocer reflexivo

El objetivo de [Fresneda y Sarmiento \(2018\)](#) fue caracterizar el desarrollo de la competencia democrática a partir del conocimiento reflexivo y la

alfabetización matemática durante el montaje de un escenario de aprendizaje en la clase de matemáticas con estudiantes de octavo grado. Los investigadores propusieron el estudio de una situación socialmente relevante que convocara los intereses e intenciones de la mayoría de los estudiantes, no solo para cambiar la rutina habitual de la clase, sino para invitarlos a participar en la construcción de su propio aprendizaje desde una mirada sociopolítica.

Para ello, se apoyaron en las ideas de [García et al. \(2013\)](#) sobre el montaje de un escenario de aprendizaje, toda vez que en este se reconocen dimensiones relevantes en la investigación para una mejor comprensión de la complejidad social y política que constituyen las aulas de matemáticas. Una de estas dimensiones es la interacción dialógica, la cual se propicia entre estudiantes y entre estudiantes y profesor. En consecuencia, [Fresneda y Sarmiento \(2018\)](#) propusieron el estudio del cuidado de sí, en particular, el uso de la motocicleta, ya que debido a las características del contexto cultural y geográfico¹, este medio de transporte era muy común, incluso en los mismos estudiantes del colegio.

Una vez reconocida esta situación social, los autores dieron paso al montaje del escenario de aprendizaje ([Alrø et al., 2006](#); [García et al., 2013](#)) para propiciar el desarrollo de la competencia democrática y, en consecuencia, generar cambios en la cultura habitual de la clase. Proponer un escenario de aprendizaje que contribuya a modificar el ambiente de la clase (rutina, roles de los participantes, dinámica, materiales para el aprendizaje, posibilidad de leer e interpretar el mundo con las matemáticas...) implicó generar unas condiciones que propiciaran la caracterización de la competencia democrática. Allí se involucraron, entre otros aspectos, las características de la democracia

¹ La investigación se desarrolló en una institución educativa de La Vega (Cundinamarca) que se caracteriza por ser un municipio muy turístico, de clima cálido, cerca de la capital del país, donde cotidianamente se observan caravanas de motos de distintos cilindrajes que llaman la atención de propios y visitantes. Sumado a este hecho, se presentaba una creciente cultura de competencias ilegales en la que se habían visto involucrados jóvenes y adultos del municipio.

—colectividad, transformación, deliberación y co-flexión (Skovsmose y Valero, 2012)—:

- *La colectividad*, pues la democracia es responsabilidad de un grupo de personas, y la acción humana es social y requiere que esas personas compartan la conciencia de la necesidad de cooperar para tomar decisiones y generar condiciones de vida apropiadas para todos (Skovsmose y Valero, 2012, p. 14).
- *La transformación*, puesto que el cambio es el propósito de la acción política y se entiende como la capacidad de propiciar acciones colectivas para modificar y mejorar las condiciones de vida de quienes están involucrados (Skovsmose y Valero, 2012, p. 14).
- *La deliberación*, que refiere a un proceso comunicativo para discutir y tomar decisiones, emitir juicios, reconocer ventajas y desventajas frente a diversas acciones antes de comprometerse en ellas (Skovsmose y Valero, 2012, p. 15).
- *La co-flexión*, que se entiende como un proceso de pensamiento en el que las personas consideran de manera colectiva las ideas, acciones y experiencias vividas como parte de un esfuerzo común, de forma que toman una posición crítica hacia la situación específica (Skovsmose y Valero, 2012, p. 16).

Estos elementos se conciben como componentes de un proceso y están intrínsecamente relacionados con el análisis de situaciones sociales que involucran las intencionalidades y las intenciones de los estudiantes. En el desarrollo de la investigación, a través de las interacciones dialógicas suscitadas en el montaje del escenario de aprendizaje, los autores buscaron evidencias (declaraciones y posiciones justificadas con argumentos matemáticos) del uso que los estudiantes hacían de las matemáticas para la interpretación de la situación social; hecho que abre una posibilidad de tejido más fino entre el conocer reflexivo y la

competencia democrática con los posteriores hallazgos de Mancera (2020).

El propósito de la tesis doctoral de Mancera (2020) se concentró en “caracterizar el conocer reflexivo que desarrollan estudiantes, que viven en condiciones de vulnerabilidad social en ambientes de modelación matemática desde una perspectiva sociocrítica” (p. 33). Para iniciar la investigación se tomó como referencia el contexto de los estudiantes de undécimo grado de un colegio público de Bogotá. Este panorama implicó reconocer la complejidad del papel de la educación de los niños, niñas y jóvenes, que debe partir de la realidad social, cultural y política, y no de una homogenizada y estandarizada por los patrones de poder de nuestra sociedad.

Una alternativa a esta necesidad implicó para Mancera (2020) el diseño de ambientes de modelación matemática desde una perspectiva sociocrítica. Barbosa (2006) propone interpretar la modelación matemática como un terreno fértil para la construcción de prácticas que tengan en cuenta el papel no neutral de las matemáticas en la sociedad, a través del desarrollo del pensamiento crítico. La modelación matemática desde esta óptica reconoce la naturaleza crítica de los modelos matemáticos en la sociedad (Araújo, 2009).

En tal sentido, el ambiente de modelación matemática diseñado y desarrollado permitió producir datos, desde la participación de los estudiantes en el estudio con las matemáticas, de situaciones sociales que ellos mismos propusieron, lo cual habilitó la construcción de conocimientos en el marco de un enfoque sociopolítico. Esta información fue analizada asumiendo que el diálogo se define como una forma de comunicación con condiciones específicas: está asociado a un proceso de indagación, incluye toma de riesgos y mantiene la igualdad (Alrø et al., 2002).

Para ello, desde la perspectiva de Alrø et al., (2002) resulta determinante la noción de *acto dialógico*, del cual se derivan ocho tipos: entrar en contacto, localizar, identificar, defender, pensar

en voz alta, reformular, controvertir y evaluar. Asumir estas ideas permitió la percepción de cuatro rasgos distintivos como características del conocer reflexivo: pensar en el otro, lectura crítica y matemática, prácticas con las matemáticas y colectividad (Mancera, 2020).

El primero, pensar en el otro, requiere la acción de centrarnos en el rostro y no en la cara (el color de la piel, el género, los rasgos físicos...) que a su vez se constituye en una ética que se basa en

la sensibilidad al mal, al dolor y al sufrimiento (de la no indiferencia hacia el dolor del otro, reevaluando la idea ontológica del yo soy yo y tú eres tú). Así, la alternativa ante la diferencia entre el yo y el tú basado en la in-diferencia es no pensarnos como caras sino como rostros. (Mancera, 2020, p. 208)

Por su parte, la lectura crítica y matemática va más allá de utilizar las matemáticas; implica comprenderlas, evaluarlas y analizarlas. De acuerdo con Gutstein (2003), leer y escribir el mundo con las matemáticas significa

(i) comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales; (ii) entender la discriminación explícita basada en raza, clase social, género, lengua y otras diferencias; y (iii) deconstruir los medios y otras formas de representación y usar las matemáticas para examinar. (Mancera, 2020, p. 208)

El tercero, prácticas con las matemáticas, reconoce que los conocimientos disciplinares son una herramienta esencial en la vida cotidiana, ya que propician el hecho de comprender y afrontar las problemáticas que allí tienen lugar:

las matemáticas escolares presentadas por los presupuestos de la modelación matemática (MM) deben permitirles utilizar aquellas matemáticas ya establecidas –inventadas por otros– para dar sentido y comprender situaciones de su propia realidad, de

forma que den oportunidad para que ellos interpreten posibles significados que la matemática pueda tener. (Mancera, 2020, p. 209)

En cuanto a la colectividad, esta tiene el propósito de “pensar y actuar siendo conscientes de que [los sujetos] son parte de una sociedad, en la que cada uno es ‘un ser- entre-los-otros’. En términos de Hannah Arendt, no debemos perder nuestra condición humana de ser una subjetividad diferente entre la pluralidad” (Mancera, 2020, p. 209).

En consecuencia, al revisar los trabajos de Fresneda y Sarmiento (2018), y Mancera (2020), se vislumbran complementariedades y puntos de encuentro entre las características de la competencia democrática y el conocer reflexivo, como se describe en el siguiente apartado. También se presentan construcciones y reflexiones teóricas que dejan ver relaciones entre estas dos competencias fundamentales en el campo de la EMC, pues habilitan el uso de las matemáticas como una herramienta que impacta la vida de los ciudadanos, y que propende por el cambio social en el contexto de nuestra sociedad contemporánea (Skovsmose, 2023).

Un tejido entre las características de la competencia democrática y del conocer reflexivo: puntos de encuentro o complementariedades

Afirmar, en el contexto de la EMC, que la competencia democrática no sería posible sin la alfabetización matemática, y que a su vez, esta “es necesaria para que los sujetos desarrollen el conocer reflexivo (Skovsmose, 1997), que busca que se reconozcan las matemáticas como una herramienta que empodera a los sujetos y que permite tomar una postura frente a las situaciones sociales del contexto” (Fresneda y Sarmiento, 2018, pp. 69-70), tiene dos implicaciones sobre la alfabetización matemática.

La primera es el medio a través del cual la competencia democrática se puede ejercer. Ello supone que la alfabetización matemática resulta determinante para que las personas no se vean

limitadas en su capacidad para comprender los problemas sociales y políticos. La segunda contribuye al desarrollo del conocer reflexivo. Es decir, la alfabetización matemática nos permite comprender los problemas sociales y políticos, y tomar decisiones informadas sobre ellos; cuestionar las verdades establecidas, y tomar una postura frente a estos problemas. Pero este vínculo entre la competencia democrática y el conocer reflexivo con la alfabetización matemática ya ha sido señalado (véase [Fresneda y Mancera, 2023](#)).

Para [Valero \(1999\)](#), la EMC debe propiciar una alfabetización matemática que posibilite ejercer una competencia democrática, considerando al conocer reflexivo como la competencia de la EMC que se conecta con la competencia democrática. De lo anterior, puede señalarse que la EMC tiene implicaciones sobre un tipo de alfabetización matemática (por ejemplo, una que propenda por la ciudadanía y por el cambio social) y que, a su vez, esta trae implicaciones sobre la competencia democrática. Además, la autora señala que es el conocer reflexivo la competencia específica que se enlaza con la competencia democrática.

Bajo este contexto, la pregunta que surge es “¿Qué hay detrás de esta relación entre la competencia democrática y el conocer reflexivo que va más allá de la alfabetización matemática?”.

Para responder este interrogante, nos centramos en observar y reflexionar, como punto de partida, sobre las características de la competencia democrática (colectividad; transformación; deliberación y colexión) y el conocer reflexivo (pensando en el otro; lectura crítica y matemática; prácticas con las matemáticas y colectividad), presentadas en los dos trabajos de grado, para vislumbrar conexiones teóricas entre estas dos competencias.

Enfocarse en la característica de *la colectividad* de la competencia democrática implica considerar el hecho de que “la acción humana es social y que la democracia requiere que las personas compartan la conciencia de la necesidad de cooperar para tomar decisiones y generar condiciones de vida apropiadas para todos” ([Skovsmose y](#)

[Valero, 2012, p. 14](#)). En este contexto, se resaltan dos ideas: la colectividad refiere a la necesidad de cooperación y a la posibilidad de la acción social conjunta. Estas ideas se relacionan con las características *pensar en el otro* y *colectividad* del conocer reflexivo. En particular:

- Partir de acciones como *compartir una conciencia de la necesidad de cooperación*, desde la experiencia de [Mancera \(2020\)](#), *promovió pensamientos sobre una ética hacia el otro que sufre* (pensar en el otro). En este sentido, [Levinas \(2016\)](#) hace un llamado a no ser indiferentes frente al dolor del otro.
- Tener en cuenta la *posibilidad de la acción social conjunta* supone aceptar que, en las reflexiones colectivas, desde el conocer reflexivo, *se pueden apreciar pensamientos que recaen en la forma en que funcionamos, en cuanto estructura humana*. Al respecto, [Arendt \(2023\)](#) señala que los individuos debemos tener la precaución y la astucia de pensar y actuar con consciencia de que somos parte de una sociedad, en la que cada uno es “un ser-entre-los-otros”. Por tanto, resulta crucial que no perdamos nuestra singularidad y unicidad.

Por otra parte, según [Valero y Skovsmose \(2012\)](#), enfocarse en la característica de *la transformación* supone “la capacidad de acciones colectivas democráticas para modificar y mejorar las condiciones de vida de quienes están involucrados y de la sociedad en general” (p. 14). Además, para estos autores, la transformación se asocia, adoptando ideas de [Freire \(2023\)](#), con la percepción de vida en la que la gente pueda trascenderse tomando consciencia, y llevando a cabo lo que le falta. Con esta característica presente, dos hechos llaman la atención: (i) el impacto que pueden tener, en términos de cambio social, las acciones colectivas democráticas; (ii) que tal acción requiere un compromiso activo de los ciudadanos. Estos dos hechos se vinculan con las características del conocer reflexivo: *colectividad* y *prácticas con las matemáticas*:

- El impacto que pueden tener en términos de cambio social las acciones colectivas implica, como se señala en [Mancera \(2020\)](#), que *las reflexiones y posturas adquieren fuerza en el contexto de las relaciones con los otros*, ya que su aparición es provocada por el trabajo colaborativo activado por la interacción y la necesidad de resolver un problema en conjunto ([Blasco, 2014](#)), sin desconocer su experiencia interna y personal.
- El hecho de que las acciones deben partir del compromiso activo de las personas supone que las prácticas con las matemáticas deben ser realizadas dando sentido y permitiendo comprender situaciones de su propia realidad, de forma que den oportunidad para que ellas interpreten posibles significados de la matemática.

Tener en cuenta la característica de la *deliberación*, de la competencia democrática, involucra un diálogo en el que se contemplan tres aspectos: las razones (o falta de ellas) para analizar las opiniones preliminares de las personas, además de los juicios previos a la afirmación final verdadera; los pros y contras de las posibles decisiones antes de realizarlas; y los beneficios y pérdidas de posibles cursos de acción antes de comprometerse en ellos ([Skovsmose y Valero, 2012](#)). En concordancia con esta forma de concebir la deliberación, se destacan dos aspectos: las razones para analizar las opiniones preliminares de las personas, y las ventajas y desventajas de las decisiones y acciones antes de realizarlas. Estos aspectos se asocian con las características del conocer reflexivo: *pensar en el otro; lectura crítica y matemática y prácticas con las matemáticas*:

- Las razones para analizar las opiniones preliminares de las personas ponen en consideración el no ser indiferentes ante los argumentos de los otros (incluso si son diferentes al propio). Como se señaló en [Mancera \(2020\)](#), apoyado en las ideas de

[Levinas \(2016\)](#), es fundamental en el reconocimiento del otro distinguir entre el rostro y la cara (el color de la piel; el género; si son ciudadanos, extranjeros, padres, hijos...). “El rostro no se ve, no es una persona; el rostro nos demanda que no seamos indiferentes frente al dolor del otro” (p. 212).

- Tener en cuenta las ventajas y desventajas de las decisiones y acciones antes de realizarlas implica apoyarse y reflexionar críticamente alrededor de la información para asumir decisiones y acciones informadas. Lo anterior significa, por una parte, leer el mundo a partir de recursos matemáticos. Para ello, en [Mancera \(2020\)](#), siguiendo las ideas de [Gutstein \(2003\)](#), se valoran aspectos como usar las matemáticas para comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales; para deconstruir los medios y otras formas de representación, y para examinarlos.

Por otra parte, supone pensar las prácticas con las matemáticas como culturalmente dependientes, e histórica y socialmente construidas, y no como dadas y acabadas. En este sentido, [Mancera \(2020\)](#), siguiendo las ideas de [Caldeira \(2009\)](#), pondera por lo menos tres implicaciones: (i) la democratización del conocimiento matemático; (ii) una formación crítica de la ciudadanía; y (iii) una solidaridad de clase social.

Al tener en cuenta la característica de la *coflexión*, de la competencia democrática, hace referencia al proceso epistémico en el que los participantes “consideran los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo, y adoptan también una posición crítica hacia su actividad” ([Skovsmose y Valero, 2012, p. 16](#)). De esta característica, se subrayan dos elementos: los participantes contemplan los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo y adoptan una posición crítica hacia su actividad. Estos dos elementos, se relacionan con

las características del conocer reflexivo: *colectividad; lectura crítica y matemática y prácticas con las matemáticas*. Particularmente:

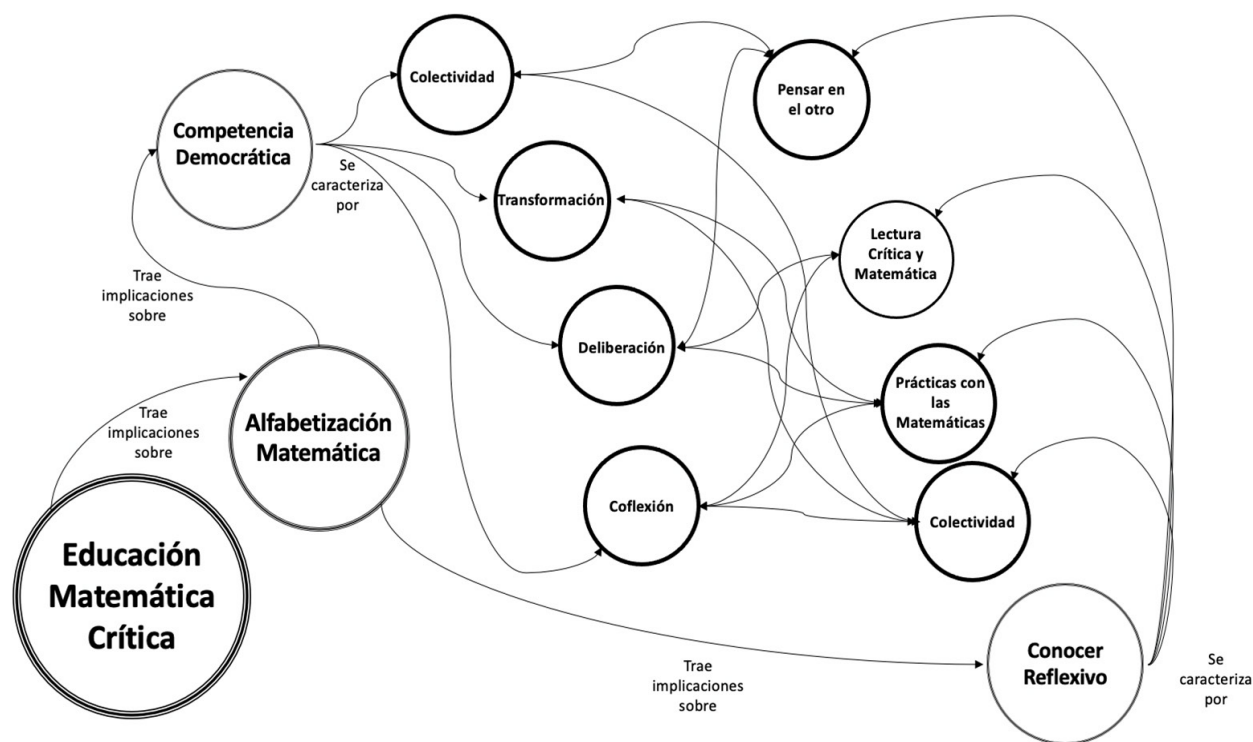
- Señalar que los *participantes contemplan los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo* involucra el hecho que se debe pensar y actuar entendiendo que se es parte de una sociedad (Mancera, 2020). Al respecto Arendt (2023) señala que la condición humana debe constituirse en una subjetividad diferente entre la pluralidad.
- Señalar que los *participantes adoptan también una posición crítica hacia su actividad* lleva, entre otros aspectos, a visualizar nuevas perspectivas de la misma actividad. Ello implica, como se señaló anteriormente — al tener presente las ventajas y desventajas

de las decisiones y acciones antes de realizarlas— leer el mundo a partir de recursos matemáticos y pensar las prácticas con las matemáticas como culturalmente dependientes, e histórica y socialmente construidas, y no como dadas y acabadas.

Finalmente, con el ánimo de representar el posible vínculo entre la competencia democrática y el conocer reflexivo en el marco de la educación matemática crítica, en la figura 1 se presenta el tejido entre las características de las dos competencias estudiadas. Además, en cuanto elementos precedentes a las relaciones entre las características, se esbozan las implicaciones de la EMC sobre una alfabetización matemática para la ciudadanía y para el cambio social, y de esta última, alfabetización matemática, sobre la competencia democrática y el conocer reflexivo.

Figura 1

Tejido entre el conocer reflexivo y la competencia democrática



Conclusiones

Desde el rol como profesores e investigadores situados en el enfoque sociopolítico de la educación matemática, surgió la iniciativa de buscar comprensiones entre el vínculo de la competencia democrática y el conocer reflexivo en el marco de la educación matemática crítica (EMC). Desde allí, se observan coincidencias con [Valero \(1999\)](#), para quien el conocer reflexivo es el fundamento para la competencia democrática, que a su vez es la piedra angular de una alfabetización matemática que propenda por la ciudadanía y por el cambio social. Sin embargo, esta relación va más allá de comprender que estas dos competencias son complementarias a través de la alfabetización matemática.

Para ello, resultaron determinantes las interacciones dialógicas, en cuanto actos de lenguaje, de los estudiantes que participaron en las tesis. Ello permitió que los autores de las tesis reportaran cómo los estudiantes, cuando reflexionaban con las matemáticas sobre las situaciones sociales con las que trabajaron, manifestaran la complejidad de lo que iban comprendiendo con las matemáticas. En términos de [Freire \(2021\)](#), se trata de comprender cómo las personas (en nuestro caso los estudiantes), a través de sus particulares formas de expresión, profundamente éticas, explicarán los problemas del mundo abordados.

En este estudio teórico, al reconstruir la competencia democrática y el conocer reflexivo —a través de sus características— con la intención de profundizar en su comprensión, se teje una red en la que —en función de las comprensiones alcanzadas hasta el momento— las características del conocer reflexivo desempeñan un papel fundamental para desarrollar la competencia democrática, que a su vez se constituyen en elementos clave para una alfabetización matemática para la ciudadanía y el cambio social.

Como se señaló, la colectividad de la competencia democrática —al implicar acciones como compartir una conciencia de la necesidad de

cooperación y la posibilidad de la acción social conjunta— se vincula con las ideas de pensar en el otro y en la colectividad, del conocer reflexivo. Por su parte, la transformación, al hacer referencia al impacto que pueden tener las acciones colectivas y al hecho de que estas deben partir del compromiso activo de las personas, propicia conexiones con la colectividad y las prácticas con las matemáticas, del conocer reflexivo. La deliberación, al contemplar las razones para analizar las opiniones preliminares de las personas, y las ventajas y desventajas de las decisiones y acciones antes de realizarlas, promueve conexiones con pensar en el otro, lectura crítica y matemática y prácticas con las matemáticas, del conocer reflexivo. La co-flexión, al señalar que los participantes toman en cuenta los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo, y que adoptan también una posición crítica hacia su actividad, promueve relaciones con la colectividad; lectura crítica y matemática y prácticas con las matemáticas, del conocer reflexivo.

En este sentido, debe reconocerse que no basta con tener una alfabetización que centre su atención en la capacidad del individuo para usar las matemáticas que se supone debe aprender en la escuela, privilegiando el conocimiento académico por sí mismo, ya que no puede desconocerse que muchas veces estas son usadas en beneficio de unos pocos, además de perpetuar un estatus de ser poderosas por sí mismas. Es necesario ir más allá, reconocer la importancia de pensar en el otro y con el otro; es decir, salir de la individualidad para trabajar colectivamente. Esto significa no solo hacer una lectura crítica y matemática, sino desarrollar unas prácticas con las matemáticas, entendiendo este conocimiento disciplinar como una herramienta poderosa que nos induce a tomar una postura frente a las situaciones de nuestra vida cotidiana. Allí, se ponen en juego la capacidad de deliberación y el compromiso en busca de una transformación que desencadene acciones colectivas que mejoren las posibilidades de los individuos en la sociedad actual. Estas

acciones con las matemáticas surgen desde un esfuerzo común, desde el cual colectivamente los sujetos involucrados toman una postura crítica frente a las situaciones que los convocan, pensando y proyectando el bien-estar de todos.

Se entiende que no es suficiente con reconocer que las matemáticas rodean e interpelan diversos contextos en el que están los estudiantes. Es decir, se enseña y se aprende matemáticas para comprender, analizar y tomar una postura frente a situaciones de la vida cotidiana en contextos sociales, políticos, culturales, económicos y ambientales. En este sentido, encontrar puentes y vínculos entre las características de la competencia democrática y del conocer reflexivo permite tener elementos teóricos más robustos para leer y escribir el mundo con las matemáticas (Gutstein, 2003); leer en el sentido de interpretar las problemáticas que rodean a los individuos, y escribir, en la medida en que se puede generar transformaciones usando como sustento las matemáticas desde una mirada crítica.

Por último, se señala que la intención al estudiar y revisar la competencia democrática y el conocer reflexivo, discutidos en los informes finales de la disertación de maestría y del doctorado, es abrir caminos que posibiliten comprensiones de la posible relación entre la competencia democrática y el conocer reflexivo, en el marco de la EMC. Se reconoce, entonces, que tales comprensiones siguen siendo objeto de exploración y análisis, no es una relación acabada, sino en proceso de construcción.

Reconocimientos

Los autores expresan su agradecimiento al Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) y a la Universidade Federal de Minas Gerais en Brasil, así como a la Secretaría de Educación del Distrito Capital y a la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá (Colombia), por el apoyo brindado durante el desarrollo de los proyectos de investigación de maestría

“Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas” y de doctorado “Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica”, que dieron origen a este artículo.

Referencias

- Agredo, A. y Chaves, J. (2024). *Desarrollo de la alfabetización matemática mediante la implementación de escenarios de investigación, para contribuir a la formación de ciudadanos críticos* [Tesis de maestría]. Universidad del Cauca.
- Alrø, H., y Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and learning in mathematics education. Intention, reflection, critique*. Kluwer Academic Publishers. <https://link.springer.com/book/10.1007/0-306-48016-6>
- Alrø, H., Skovsmose, O. y Valero, P. (2006). Researching multicultural mathematics classroom through the lens of landscapes of learning. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 13(2), 329-336. https://doi.org/10.1163/9789087907839_049
- Amaya, Y. y Espinosa, M. (2020). *Azúcar, dulce y enemigo. Un ambiente de aprendizaje para el desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas con estudiantes de grado noveno* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional de la Universidad Pedagógica Nacional. http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/12/discover?filtertype=author&filter_relational_operator=equals&filter=Amaya+Benavides%2C+Yolanda+Ivette
- Araújo, J. (2009). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Arendt, H. (2023). *La condición humana*. (Trad. R. Gil Novales). Paidós. https://proassetspdl.com.cdnstatics2.com/usuarios/libros_contenido/arxi-us/54/53587_La_condicion_humana.pdf
- Arévalo, A. (2023). *Un ambiente de aprendizaje desde la perspectiva sociocrítica de la modelación matemática: pensando la competencia democrática en el aula de clase* [Tesis de maestría, Universidad

- Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Institucional de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <https://repository.udistrital.edu.co/items/afa8f765-d0f2-43fd-b3f4-398cfc4845e6>
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM: Mathematics Education*, 38(1), 293-301. <https://doi.org/10.1007/BF02652812>
- Basabe de Quintale, M. y Vivanco, S. (2008). Representaciones sociales del saber compartido en el aula. *Educere: Investigación Arbitrada*, 12(41), 269-275.
- Blasco, C. (2014). *La subjetividad en el pensamiento ético-político de Hannah Arendt* [Trabajo de máster, Universidad de la Rioja]. Repositorio Institucional de la Universidad de la Rioja. https://biblioteca.uniroma.es/tfe_e/TFE000798.pdf
- Caldeira, A. D. (2009). Modelagem matemática: um outro olhar. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 33-54.
- Demo, P. (2000). *Metodología do conhecimento*. Atlas.
- Fiorentini, D. y Lorenzato, S. (2012). *Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Autores Associados.
- Freire, P. (2021). *Medo e ousadia: O cotidiano do professor*. Paz & Terra.
- Freire, P. (2022). *Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa*. Siglo XXI Editores.
- Freire, P. (2023). *Pedagogía del oprimido*. (Trad. J. Mellado). Siglo XXI Editores.
- Fresneda, E. y Mancera, G. (2023). *La competencia democrática y el conocer reflexivo: una relación conceptual desde la educación matemática* [Comunicación breve]. IX Congresso Iberoamericano de Educação Matemática, São Paulo, Brasil. <https://www.akademyeditora.com.br/assets/ebooks/akademy-ebook-anaisixcibempucsp2022.pdf>
- Fresneda, E. y Sarmiento, S. (2018). *Desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Institucional de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/14298>
- Fresneda Patiño, E. P., Mancera Ortiz, G. y Camelo-Bustos, F. J., (2023). Investigaciones desde enfoques sociopolíticos de la Educación matemática en Colombia: una aproximación inicial. *Prometeica: Revista de Filosofía y Ciencias*, 27(1), 473-482. <https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15333>
- García, G., Valero, P. y Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En G. García, P. Valero, C. Salazar, G. Mancera, F. Camelo y J. Romero. (eds.), *Procesos de inclusión/exclusión. Subjetividades en educación matemática* (pp. 43-76). Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional. https://issuu.com/fondoeditorialupnc/docs/procesos_inclusio__n_-_libro
- Gomes, J. M. y Bernardi, L. dos S. (2022). Alfabetização e letramento matemático: falando da matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 11(26), 66-82. <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5206>
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73. <https://doi.org/10.2307/30034699>
- Gutiérrez, R. (2013) The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.1.0037>
- Jablonka, E. (2003) Mathematical literacy. En A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F. K. S. Leung (eds.), *Second international handbook of mathematics education* (pp. 75-102) The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Leal, J. y Manrique, S. (2024). *Conocer reflexivo en acción: explorando las características en un ambiente de aprendizaje sobre una situación económica financiera* [Tesis de maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Levinas, E. (2016). *Totalidad e infinito*. (Trad. J. L. Navarro). Sígueme.
- Mancera, G. (2020). *Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva*

- sociocrítica* [Tesis de doctorado, Universidade Federal de Minas Gerais]. Repositorio Institucional de la Universidade Federal de Minas Gerais. <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/34715>
- Milani, R. (2015). *O processo de aprender a dialogar por futuros professores de matemática com seus alunos no estágio supervisionado* [Tesis de doctorado, Universidade Estadual Paulista]. Repositorio Institucional de la Universidade Estadual Paulista https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNSP_c2352bbfc9dd404ac698c095849b234b
- Niss, M. y Jablonka, E. (2020). Mathematical literacy. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 548-553). Springer. https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-030-15789-0_100
- Pardo, L. y Poveda, C. (2021). *Desarrollo del conocer reflexivo a partir de un ambiente de modelación matemática, desde la perspectiva sociocrítica y en la enseñanza remota de emergencia* [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Institucional de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <https://repository.udistrital.edu.co/items/e8cc071ef532-4bf8-921f-f0a39382d1ec>
- Planas, N., y Valero, V. (2016). Tracing the socio-cultural-political axis in understanding mathematics education. En P. Boero y G. Leder (eds.), *The second handbook of the psychology of mathematics education. The journey continues*. Sense Publishers
- Quintero, K. y Rueda, S. (2021). *Un ambiente de modelación matemática en torno a la problemática del e-waste: análisis de las interacciones que podrían dar cuenta de las características de la democracia* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional de la Universidad Pedagógica Nacional. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/13291>
- Rivera, D. (26-28 de septiembre de 2018). *Los mapas conceptuales, una herramienta para formar docentes* [Ponencia]. Eighth Int. Conference on Concept Mapping. Medellín, Colombia.
- Skovsmose, O. (1994). *Towards a philosophy of critical mathematics education*. Kluwer Academic Publishers. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-017-3556-8>
- Skovsmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191-216.
- Skovsmose, O. (2013). *Educação matemática crítica. A questão da democracia*. Papirus.
- Skovsmose, O. (2023). *Critical mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-26242-5>
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero y O. Skovsmose (eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-23). Una Empresa Docente. <http://funes.uniandes.edu.co/2001/1/Skovsmose2012Rompimiento.pdf>
- Valero, P. (1999). La educación matemática crítica en contexto. En O. Skovsmose (ed.), *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (pp. VII-XXIII). Una Empresa Docente. <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/hacia-una-filosofia-de-la-educacion-matematica-critica/>
- Valero, P. (2021). Enactaciones de la educación matemática crítica en Colombia. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 14(1), 47-61. <https://doi.org/10.22267/relatem.21141.79>
- Valero, P., Andrade, M. y Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(3), 287-300. <https://doi.org/10.12802/relime.13.1830>

