

## Una propuesta inclusiva para la representación geométrica de los poliedros con población en condición de discapacidad visual\*

### An Inclusive Proposal for Geometric Representation of the Polyhedrons with Population in Condition of Visual Disability

Yenny Rocío Gaviria Fuentes\*\* Jenny Johana Torres Rendón\*\*\* Elizabeth Torres Puentes\*\*\*\*

**Para citar este artículo:** Gaviria, Y. R.; Torres, J. J.; Torres, E. (2014). Una propuesta inclusiva para la representación geométrica de los poliedros con población en condición de discapacidad visual. *Infancias Imágenes*, 13(2), 111-125

**Recibido:** 22-abril-2014 / **Aprobado:** 27-agosto-2014

#### Resumen

Este trabajo es resultado del convenio de una pasantía de extensión. La propuesta fue desarrollada en un aula de carácter inclusivo, con población adulta limitada visual y vidente del tercer ciclo. Su propósito fue potenciar procesos de reconocimiento del espacio bidimensional y tridimensional a partir de la geometría poligonal y poliédrica, mediante el diseño, aplicación y evaluación de una secuencia de actividades, la cual se desarrolló bajo el modelo Van Hiele. Como resultado se tienen la mejora significativa de los procesos de representación gráfica de todos los estudiantes y la adaptación de recursos específicos para la clase de geometría.

**Palabras clave:** representación gráfica, inclusión social, adaptación de recursos

#### Abstract

This work is the result of the convention of an internship of extension. The proposal was developed in a classroom of inclusive character, with visual limited and seer adult population of the third cycle. Its purpose was to promote recognition processes of two and three dimensional space from polygonal and polyhedral geometry, through the design, implementation and evaluation of a sequence of activities, which was developed under the Van Hiele model. As a result, a significant improvement was seen of the processes of graphical representation of all students and the adaptation of specific resources for the class of geometry.

**Keywords:** graphic representation, social inclusion, adaptation of resources

\* Este artículo es producto del informe de una pasantía de extensión, desarrollada como trabajo de grado. Dicha pasantía se dio en el marco del convenio entre la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, particularmente el proyecto curricular de Licenciatura en Educación con énfasis en Matemáticas y la Institución Educativa Distrital José Félix Restrepo.

\*\* Licenciada en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Docente de matemáticas en el colegio Fe y Alegría. Correo: yengavi@gmail.com

\*\*\* Licenciada en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: annahojtore@gmail.com

\*\*\*\* Magíster en Educación de la Universidad Pedagógica Nacional. Estudiante de Doctorado en Educación de la Universidad Distrital. Docente de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo electrónico: elizatorrespuestas@gmail.com

## INTRODUCCIÓN

La propuesta de aula que se expone se desarrolló en el marco del convenio de pasantía de extensión entre la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, específicamente el proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas (Lebem) y la Institución Educativa Distrital José Félix Restrepo, en Bogotá.

La iniciativa de esta propuesta surgió a partir de algunas tensiones que se presentan recurrentemente en las aulas inclusivas, específicamente cuando se trabaja la representación gráfico-geométrica.

La primera tensión tiene que ver con la segregación que hacen algunos profesores de los estudiantes ciegos, pues es evidente que estos demandan más tiempo y mayor cuidado en las explicaciones, por lo que es complejo atender al mismo tiempo a dos poblaciones (videntes e invidentes), ya que por igual necesitan atención particularizada. Rosich *et al.* (1996) refieren las inquietudes que surgen en el docente al momento de enfrentarse a un aula inclusiva con población ciega y a las actitudes que puede tener, como miedo, desesperación y frustración. Para superarlas, estos autores proponen cuatro actitudes que ayudarán al docente a tener una mejor disposición en el aula: aceptación del “problema”, evaluación inicial, información metodológica y didáctica e investigación didáctica.

Cabe resaltar que, pensando en esta tensión, la Universidad Distrital, particularmente la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas y el Proyecto Transversal de Necesidades Educativas Especiales vienen desarrollando un importante esfuerzo para formar desde las prácticas docentes a los futuros profesores en estrategias pedagógicas y didácticas que les permitan atender de manera integral a los estudiantes de la básica en condición de discapacidad (Castro, Gil y Torres, 2013).

La segunda tensión tiene que ver con la concepción de que la matemática es excluyente en sí

misma, pues se cree que si el individuo no sabe matemáticas no puede acceder a algunos “beneficios” de la sociedad (Giménez y Díez-Palomar, 2007). Un ejemplo de esto es el pensamiento geométrico espacial, pues particularmente los estudiantes con limitación visual presentan dificultad en la elaboración de representaciones geométricas. Alsina (1989) menciona que un primer acercamiento a las formas geométricas la tienen los niños en los primeros años mediante la experiencia y la observación, realizando construcciones mentales que les permitan posteriormente plasmar sus ideas; por esto es importante reflexionar sobre cómo en personas con limitación visual este proceso se ve alterado, ya que se tiene una construcción mental y una noción de la forma diferente a los videntes, por lo cual se les dificulta expresar información en un gráfico que la represente.

La tercera tensión se vincula con la construcción de espacios geométricos, dado que la enseñanza de la geometría en particular requiere de procesos de visualización para lograr hacer una representación óptima de dichos espacios. En ese sentido, es obvio que los estudiantes ciegos y de baja visión tienen una dificultad, pero que es superable.

Respecto a lo anterior, Rosich *et al.* (1996) mencionan que el lenguaje gráfico-geométrico que emplea el docente para comunicarse con el alumno está basado en representaciones prefabricadas, las cuales pueden estar ya construidas o el profesor puede prepararlas previamente a la sesión de clase, para así facilitar la información al estudiante acerca de lo que se va desarrollando y propiciar así un mejor aprendizaje.

Una cuarta tensión se relaciona con la necesidad de herramientas didácticas adaptadas a la población con la que se trabaja, pues es recurrente que los docentes no cuenten con una capacitación para el diseño y gestión de una clase de tipo inclusivo ni con la adaptación de recursos que ello demanda; en ese sentido, la propuesta de aula es una forma de apoyar a los maestros de matemáticas y geometría.

## METODOLOGÍA

Alsina (1989) señala que los primeros acercamientos a la geometría están dados de manera intuitiva, mediante la experimentación con los objetos que nos rodean. Este proceso se caracteriza por priorizar lo visual a través de la interacción del individuo con el objeto.

Al reflexionar acerca de la forma de los objetos, se establecen sus características y mediante procesos lógicos (utilizando argumentos como: “hay un triángulo porque la figura tiene tres lados y es cerrada”) se dota de significado una figura, lo cual se lleva a una comprensión del espacio (percepción de los objetos).

Al respecto, Godino (2002) declara que:

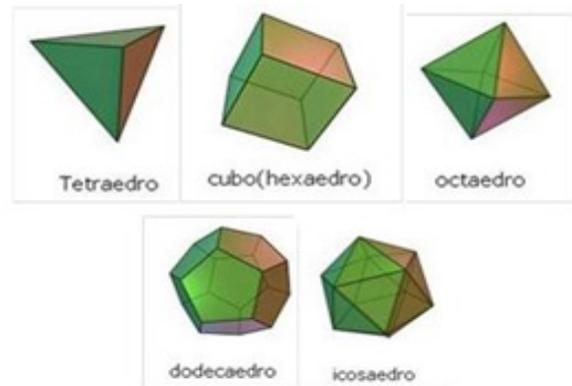
La realidad que nos rodea comprende objetos con forma y dimensiones diferenciadas, entre los que se establecen determinadas relaciones que configuran aspectos importantes de la vida cotidiana.

Al desarrollar los contenidos relacionados con el conocimiento, orientación y representación espacial, el alumno progresará, en función de sus vivencias y nivel de competencias cognitivas, desde las percepciones intuitivas del espacio, hasta la progresiva construcción de nociones topológicas, proyectivas y euclidianas, que le facilitarán su adaptación y utilización del espacio (p. 596).

De acuerdo con lo que plantea este autor, en los sólidos platónicos se reconoce una herramienta valiosa para que los estudiantes hagan una comprensión del espacio desde lo tridimensional a lo bidimensional. En este sentido, entenderemos poliedros desde la perspectiva de Marín (2001) así:

**Poliedro** (*poli*: varios, *-edros*: caras): sólido terminado por superficies planas. Son poliedros regulares aquellos que poseen alta homogeneidad, por estar contruidos a partir de polígonos regulares y por converger sobre cada vértice el mismo número de aristas. Son poliedros irregulares los que están contruidos con base en polígonos irregulares y en los que sobre cada uno de sus vértices convergen un número irregular de aristas (p. 6).

**Figura 1.** Corresponde a la representación bidimensional de la tridimensionalidad de los 5 poliedros platónicos.



De acuerdo con esta definición, si empezamos a descomponer uno por uno los presentados en la figura 1, encontraremos que cada uno guarda características propias y que algunas de las caras de los poliedros tienen la misma forma triangular y otras son cuadradas o pentagonales. Al observar cada forma encontramos que tienen diferentes lados y podemos agruparlas en el conjunto de figuras poligonales, que serán entendidas como:

**Polígono** (*poli*: varios, *-gonos*: ángulos): plano limitado por líneas rectas. Son polígonos regulares los que tienen todos sus lados iguales (como el triángulo equilátero, el cuadrado, el pentágono, el hexágono, etc.); son polígonos irregulares aquellos en los que al menos un lado posee una longitud diferente (Marín, 2001 p. 6).

**Figura 2.** Polígonos regulares que representan las caras de los poliedros platónicos



Guillén (1991) afirma respecto al proceso de enseñanza y aprendizaje de los poliedros que el primer acercamiento que tiene el estudiante con un cuerpo geométrico (poliedro) es a su caracterización, es decir, su tamaño, forma y material, lo que permite que se creen conjeturas que lo llevarán a la construcción, observación, comparación, transformación y modificación del cuerpo trabajado. El autor resalta que cuando se construyen los polígonos a partir de los troquelados, se localiza la atención en dos elementos: las caras y las aristas, sin embargo se debe trascender la caracterización y pasar a la representación.

En relación con lo anterior, Rosich *et al.* (1996) proponen que:

La representación gráfica ya no es lo que se ve o lo que parece a cualquiera, hay que decir o convenir de antemano qué quieren significar, a qué clase de objetos nos estamos refiriendo. Podríamos distinguir entre representaciones concretas, norma individual, norma social y sistema, sus relaciones y distinciones. Si se concibe el acto didáctico como acto de comunicación, con sus variantes profesor-alumno, alumno-alumno, alumno-grupo, alumno-situación; si consideramos el lenguaje gráfico-geométrico un vehículo eficaz de esta comunicación en el quehacer matemático del aula (pp. 214-215).

Estos autores resaltan la importancia de las representaciones gráficas y el dibujo para las personas videntes e invidentes, pues el lenguaje gráfico-geométrico se presenta como paso conveniente entre la manipulación y la abstracción matematizante propiamente dicha, y como lenguaje adecuado a los esquemas empíricos forjados por las experiencias lógico-matemáticas interiorizadas. De acuerdo con esto, cobran relevancia las representaciones prefabricadas por parte del profesor para el alumno invidente, pues facilitan la comunicación profunda con el estudiante en el momento de realizar

una explicación general de una temática, y de la cual se obtiene una mejor comprensión por parte del aprendiz. Pero resaltan que también es importante orientar las representaciones gráficas de percepción en el estudiante:

No se debe disponer solo del instrumental, el alumno debe aprender a manejar la aplicación adecuada de los recursos hápticos, táctiles y cinestésicos, y desarrollar destrezas varias como: dominio de los conceptos topológicos, control del esquema y referencias corporales antero-próximas<sup>1</sup>, orientación espacial en el ámbito del dibujo, determinación de posiciones relativas entre los elementos de representación, reconocimiento de puntos, líneas y trazos diversos, comparación de distancia, dirección, y ángulos, retención adecuada del bolígrafo, control de la presión sobre el papel, control de la dirección en el trazo, entre otros (Rosich *et al.* 1996, pp. 219-220).

Al momento que el estudiante realiza una representación gráfica, puede presentar alguna de las cuatro limitaciones que mencionan Rosich *et al.* (1996):

La primera limitación es inherente a las aptitudes del alumno: se habla de aptitudes hápticas y manipulativas, tanto de agudeza como de estrategias. Las representaciones en relieve exigen por parte del invidente un esfuerzo perceptivo notable. La percepción háptica comprende ejercicios musculares y manipulativos, percepciones cinestésicas y reelaboración de los datos elementales obtenidos. La adaptación a las características de la percepción háptica, según los autores, refiere al relieve o intensidad suficiente del trazo, dimensiones del conjunto no superiores al ámbito bimanual, separación discriminante entre líneas o puntos, esquema corporal adecuado, posición exploratoria preferente-proximidad y coincidencia entre eje de la figura y plano corporal antero-posterior.

1 Antero-próximas: se entenderá como la referencia que tiene el estudiante con relación a objetos y cosas de su alrededor.

La segunda limitación está relacionada con las posibilidades intrínsecas del material. Por ejemplo, mediante representaciones en las que se emplee variedad de trazos y margen diferenciando sus grosores, los cuales representarán los colores y brillos de las imágenes u objetos que se deseen representar.

La tercera limitación es consecuencia de la complejidad de la representación, lo que lleva a que en las actividades de matematización puedan surgir representaciones complejas, no tanto por la diversidad de enfoques, sino por la cantidad de elementos que intervienen en ellas, es el caso de algunas demostraciones geométricas, composición de rotaciones y simetrías.

La cuarta limitación se vincula con la comunicación en el aula, pues el alumno ciego no accede de manera directa a la información recogida en el tablero y a la contenida en el texto de estudio, si no está en braille. Una solución es el apoyo de los intermediarios o intérpretes, que puede ser el profesor o un compañero del aula, quienes pueden comprobar la correspondencia entre la situación del tablero y la que el alumno ciego va reflejando con ayuda de la lámina de caucho o algún otro recurso.

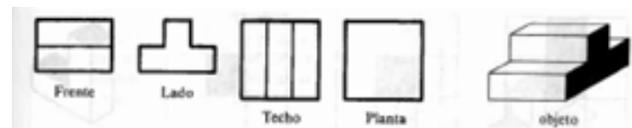
Así, para realizar una clasificación de las representaciones gráficas elaboradas por los estudiantes en el desarrollo de las actividades se tuvo en cuenta lo propuesto por Alsina (1989) respecto de las representaciones gráficas:

Las representaciones gráficas desempeñan un papel muy importante para expresar nuestros conocimientos e ideas, estas son una manera de comunicar, expresar y construir conocimientos geométricos. Hay dos clases de representaciones gráficas: la representación de objetos reales o concretos y la representación de ideas abstractas. Entre los modelos de representación concreta y gráfica plana hay dos posibilidades: la primera es una reproducción exacta de la figura inicial por medio de un modelo a escala, la segunda consiste en la reproducción perspectiva donde se observa una figura desde diferentes puntos de vista (p. 64-65).

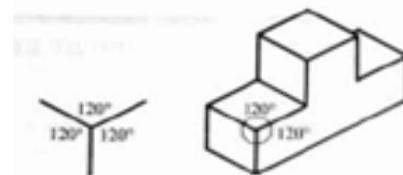
En las representaciones gráficas del espacio se quiere comunicar y expresar objetos tridimensionales observados, para esto se puede utilizar una representación plana de las formas y relaciones tridimensionales. Algunas de las representaciones más significativas por su utilidad práctica y formativa, son:

- *Las proyecciones ortogonales*, las cuales consisten en un conjunto de dibujos correspondiente a cada una de las caras del objeto cuando es visto desde diferentes posiciones.
- *Los dibujos isométricos*, los cuales reproducen tres caras adyacentes del objeto de manera que los ángulos del punto de vista sean iguales.
- *Los dibujos en perspectiva*, en los cuales se hace una imagen proyectiva del objeto.

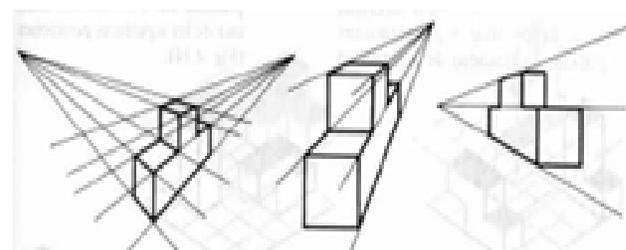
**Figura 3.** Corresponde a las vistas de un sólido

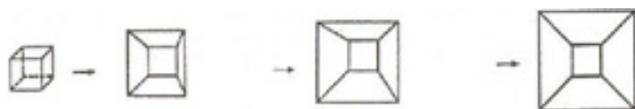


**Figura 4.** Vista isométrica de un sólido.



**Figura 5.** Vistas en perspectiva de un sólido.



**Figura 6.** Diagramas de Schlegel de un sólido

Por su parte, Guillén (1991) se refiere a la representación de los poliedros señalando que el desarrollo es una representación plana del mismo, es decir antes de que el poliedro se presente como volumen, debe pasar por una construcción en dos dimensiones; también hace referencia a los diagramas de Schlegel, donde se observa el esqueleto de un poliedro teniendo como punto de mira muy próximo el centro de una de las caras del poliedro, lo que da la impresión de que una de las caras envuelve a las otras.

Para la organización y evaluación de nuestra propuesta de aula se tuvo en cuenta el modelo Van Hiele, visto como un proceso de aprendizaje donde se presenta una jerarquía de cinco niveles (Corberán *et al.*, 1989) en los que se ubican los estudiantes según sus representaciones geométricas y el nivel de información dada en cada una. En este modelo, cada uno de los niveles propuestos es consecutivo y no se puede estar en el nivel 1 y pasar de este al nivel 4, sin antes haber estado en los niveles intermedios. Para la aplicación de la propuesta se analizaron los tres primeros niveles:

*Nivel 0: Visualización.* Los estudiantes perciben figuras geométricas como un todo. No reconocen las partes ni los componentes de la figura, por ejemplo las propiedades que distinguen un cuadrado de un rombo o un rombo de un paralelogramo, sin embargo llegan a lograr producir una copia de cada figura particular o reconocerla.

*Nivel 1: Análisis.* Los estudiantes logran analizar las partes y propiedades particulares de las figuras, por ejemplo: los rectángulos tienen las diagonales iguales, o los rombos tienen las diagonales iguales. Pero no explicitan relaciones distintas entre familias de figuras, por ejemplo un rombo o un rectángulo no se perciben

explícitamente como un paralelogramo, y las propiedades de las figuras se llegan a establecer experimentalmente.

*Nivel 2: Deducción informal.* Los estudiantes determinan las figuras y sus propiedades. Por ejemplo: cada cuadrado es un rectángulo, pero no son capaces de organizar una secuencia de razonamientos que justifiquen sus observaciones, llegando a comprender las primeras definiciones que describen las interrelaciones de las figuras con sus partes constituyentes.

Teniendo en cuenta los niveles establecidos por el modelo Van Hiele, se presentan cinco fases de aprendizaje geométrico que están presentes en cada nivel y las cuales fueron aprovechadas para organizar la secuencia de actividades:

*Fase 1: Encuesta/Información.* Esta fase consiste en identificar en los estudiantes los conocimientos previos mediante el diálogo y la introducción de lenguaje matemático (geométrico) puesto en juego en una situación.

*Fase 2: Orientación dirigida.* El profesor propone actividades para que los estudiantes exploren el concepto a través de los materiales que él ha preparado. La manipulación de dichos materiales debe llevar a la reflexión sobre la construcción del significado del concepto. Esto servirá como motor para proporcionar el avance en los niveles de conocimiento.

*Fase 3: Explicitación.* Una vez realizadas las experiencias, los estudiantes expresan resultados y comentarios. Durante esta etapa, el estudiante estructura el sistema de relaciones exploradas.

*Fase 4: Orientación libre.* Con los conocimientos adquiridos, los estudiantes aplican sus conocimientos de forma significativa en situaciones más complejas de las presentadas, pero con estructura semejante a la ya trabajada.

*Fase 5: Integración.* Los objetos y las relaciones son unificados e interiorizados en un sistema mental de conocimientos.

Teniendo en cuenta lo esbozado hasta aquí, la tabla 1 recoge la malla de diseño de la secuencia de actividades que materializa la propuesta.

**Tabla 1.** Malla de la secuencia de actividades

Actividad	Objetivo	Niveles de evaluación		
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
Sesión 1: Dibujando mi espacio	Potenciar en los estudiantes la representación de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.	Identifica elementos tridimensionales	Identifica ancho, largo y alto de una figura tridimensional	Reconoce figuras tridimensionales (tetraedro, hexaedro y octaedro) y sus propiedades
Sesión 2: Construyendo el universo		Identifica objetos tridimensionales	Identifica ancho, largo y alto de una figura tridimensional	Reconoce figuras tridimensionales (icosaedro y dodecaedro) y sus propiedades
Sesión 3: Transformando figuras	Proponer a los estudiantes la identificación y descripción de figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.	Identifica los cortes trazados en una figura para llegar a otra	Analiza los cortes necesarios para obtener una figura con características específicas	Construye los conceptos de cortes transversales y rectos para la elaboración de los poliedros sugeridos
Sesión 4: De la tierra al agua y el universo	Incentivar en los estudiantes la identificación y descripción de figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.	No identifica los cortes trazados en una figura para llegar a otra	Analiza los cortes necesarios para obtener una figura	Construye los conceptos de cortes trasversales, perpendiculares y paralelos, para la elaboración de los poliedros sugeridos (regulares)
Sesión 5: En busca de los elementos y el universo	Generar en los estudiantes criterios para clasificar los polígonos en relación con sus propiedades.	Identifica algunas características de los polígonos regulares	Reconoce la diferencia entre un polígono regular e irregular y sus características	Clasifica polígonos teniendo en cuenta sus propiedades
Sesión 6: Los sólidos en Perimerandia		Reconoce el perímetro y el área de las caras de los sólidos trabajados	Identifica las diferencias o relaciones de áreas y perímetros de los sólidos trabajados	Emplea los conceptos de área y perímetro de los sólidos de manera adecuada

**Fuente:** elaboración propia

Las actividades estuvieron distribuidas en seis sesiones, en las cuales se realizó un trabajo relacionado con la construcción de los sólidos platónicos y en las que estuvieron inmersos conceptos geométricos como: lados, aristas, vértices, caras, simetría, ejes de rotación, simetría axial, perímetro, área y características de figuras planas.

Para la selección de los grupos de análisis se tuvo en cuenta si la actividad era individual o grupal, ya que en los trabajos grupales siempre se tomó el conformado con los estudiantes invidentes asistentes y un grupo de los estudiantes videntes seleccionado aleatoriamente. Los nombres de los estudiantes seleccionados no se registran en los cuadros, solo se indica: estudiante invidente, estudiante 1, estudiante 2, etc., según se requiera de aquí en adelante.

En el análisis del trabajo ejecutado por el estudiante invidente fue necesario editar los dibujos realizados en las dos primeras sesiones para hacer más notorio el relieve; en las representaciones aparecen registros en tinta efectuados por el estudiante, ya que él domina la escritura braille y la tinta por medio de una plantilla.

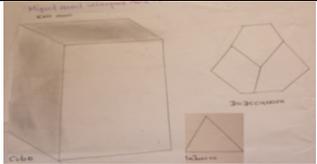
Para las representaciones se utilizó el kit geométrico para videntes e invidentes<sup>2</sup>; de los elementos que lo componen, la mayoría de los estudiantes utilizó regla o escuadra. El estudiante invidente ocasionalmente cambiaba de elementos para realizar los trazos (rodachina o lápiz).

A continuación se presenta un análisis general (tabla 2) de cada una de las actividades y algunas evidencias relacionadas con la gestión y evaluación de la secuencia de actividades en la producción de dos estudiantes.

**Tabla 2.** Análisis general

<b>DIBUJANDO MI ESPACIO</b>	<b>Estudiante invidente</b>
	<p>Según la teoría expuesta por Alsina (1989), la representación que se muestra en la imagen corresponde a una reproducción a escala de objetos propios del contexto del estudiante. En dicha representación, el estudiante ha omitido la profundidad de las figuras, sin embargo en el dibujo de la casa ha hecho un esfuerzo por proyectar perspectiva.</p> <p>Teniendo en cuenta un reconocimiento de objetos con tres o más dimensiones, se ubica al estudiante en el nivel 2 conceptual. Hizo uso de kit geométrico para realizar el dibujo libre propuesto en la actividad.</p> 
	<b>Estudiante vidente</b>
	 <p>Se ubica al estudiante en el nivel 1 conceptual, porque reconoce en su entorno objetos tridimensionales. Se puede observar en la imagen que el estudiante intenta aplicar perspectiva usando la sombra, pero no realiza proyecciones, esto es acorde con lo planteado por Alsina (1989), dado que hace uso de una representación plana haciendo una reproducción de una imagen a escala.</p> <p>Hace uso del kit geométrico para el desarrollo del dibujo.</p>

<sup>2</sup> El kit geométrico se compone por regla, escuadras de 45° y 60°, transportador y compás. Los estudiantes invidentes usan este material adaptado, pero uso es el mismo para videntes como invidentes.

CONSTRUYENDO EL UNIVERSO	<b>Estudiante invidente</b>
	<div style="display: flex;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2;"> <p>El estudiante reconoce los poliedros mediante la caracterización de la forma de sus caras, sin embargo en su representación no tiene en cuenta la perspectiva ya que no se expresa alto, ancho y profundo de las figuras.</p> <p>Para el tetraedro hace una caracterización de la cara y suma a los costados tantas caras como tenga la figura, llegando a una inducción para contar.</p> <p>Alsina (1989) menciona que la inducción para contar se trata de ir analizando cómo una determinada cantidad evoluciona al aumentar progresivamente la complejidad del problema (número de ángulos, lados, apotemas, etc.). En el dodecaedro, el estudiante realiza un diagrama de Schlegel en el cual pretende “ver a la vez todas las caras, vértices y aristas del sólido, así como el número de caras que concurren en cada vértice; puede verse como un polígono la cara por la que se observa el esqueleto del poliedro correspondiente” (Guillén, 1991, p.186). En el cubo, la representación está dada por una proyección ortogonal de dos de las caras, teniendo en cuenta la posición de la figura y la ubicación del estudiante respecto a ella.</p> <p>El estudiante no realiza la representación de los demás poliedros debido a la limitación dada a partir de la complejidad de la representación (Rosich <i>et al.</i>, 1996), ya que no puede establecer los ejes de simetría y/o formación de la figura que le permitiera realizar la representación.</p> </div> </div>
	<b>Estudiante vidente</b>
	<div style="display: flex;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2;"> <p>El estudiante utiliza nociones de perspectiva solo en el cubo, mientras que en el tetraedro hace una representación ortogonal de una de las caras sin tener en cuenta las dimensiones del volumen. Por su parte, en la representación del dodecaedro, el estudiante hace una inducción al contar, usando los términos de Alsina (1989), ya que identifica las características de la cara, como son la forma y la cantidad de aristas según como lo observa. Sin embargo, faltan detalles de profundidad en la representación, como se señala en la imagen, pues las caras están en un mismo nivel.</p> <p>El estudiante conceptualmente se ubica en el nivel 1, ya que puede tener reconocimiento del cubo por visualización anterior de la figura, sin embargo no evidencia las caracterizaciones de los demás poliedros para su representación.</p> <p>Utiliza el kit geométrico para desarrollar la representación.</p> </div> </div>

CONTRUYENDO EL UNIVERSO II	<b>Estudiante invidente</b>
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <p>El estudiante reconoce figuras tridimensionales, sin embargo en la elaboración de poliedros con palitos se le dificulta realizar construcciones, como por ejemplo el dodecaedro y el icosaedro, ya que trata de armar las caras pero no logra integrarlas.</p> <p>De acuerdo con Rosich <i>et al.</i> (1996), esta dificultad se manifiesta teniendo en cuenta las limitaciones por comunicación en el aula y la limitación debido a la complejidad de la representación. En este caso el estudiante no concretaba una estrategia para organizar la figura de tal modo que concurrieran las caras en los vértices respectivos. Por este motivo, se ubica en un nivel 2 conceptual en el cual identifica los poliedros. Sin embargo, de las tres propuestas solo llega a realizar una figura (tetraedro).</p> <p>Al identificar el patrón de formación del octaedro, el estudiante omite verificar el número de caras, lo que lo lleva a la construcción de dos tetraedros y presentarlos como un octaedro, posterior a la unión de estos por una de sus caras.</p> <p>Hace uso del material propuesto para elaborar los poliedros.</p>
	<b>Estudiante vidente</b>
	<div style="display: flex;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>La estudiante reconoce cuerpos tridimensionales elaborando la construcción del tetraedro; los demás poliedros fueron construidos en conjunto con algunos de sus compañeros, y se corrigieron errores en las construcciones.</p> <p>También identifica patrones de formación de las figuras, mas no se evidencia que caracterice todos los poliedros presentados, por lo cual su nivel de desempeño se encuentra en 2.</p> <p>Hace uso de material proporcionado al grupo para la construcción de las figuras.</p> </div>  </div>

<b>TRANSFORMANDO FIGURAS</b>	<b>Estudiante invidente</b>
	 <p>Después de formar el cubo, el estudiante decide destruirlo y formar láminas de plastilina sin un objetivo claro, posteriormente a armar el cubo: la primera estrategia para encontrar el tetraedro fue aplanar la plastilina y luego ir cortando, sin embargo no se llegó a ninguna figura por este medio; la segunda estrategia fue cortar y amasar al tetraedro para darle forma regular. El estudiante analiza posibles estrategias para establecer cortes que conlleven encontrar un prisma o poliedro, sin embargo se le dificulta establecer cortes precisos. Los cortes son realizados por secciones partiendo del vértice hacia el centro de la figura, explorando las formas encontradas hasta llegar a la figura deseada. Esta es una posible manera que pueden emplear los estudiantes para la transformación de la figura con cortes, como lo indica Guillén (1991), en el proceso de truncamientos de las figuras. Teniendo en cuenta lo anterior, se ubica al estudiante en el nivel 2, pues reconoce posibles maneras de realizar los cortes al poliedro para llegar a una figura.</p>
	<b>Estudiante vidente</b>
	 <p>El estudiante realiza cortes al cubo aleatoriamente con el fin de obtener una figura semejante al octaedro, pero no establece estrategias que le permitan establecer cortes precisos en el volumen. La estrategia utilizada es cortar progresivamente de los vértices al centro del sólido mediante cortes transversales. En la figura, las aristas son cortadas de manera aproximada para obtener la figura deseada.</p>
<b>EN BUSCA DE LOS ELEMENTOS Y EL UNIVERSO</b>	<b>Estudiante invidente</b>
	 <p>El estudiante realiza la consulta propuesta por la docente con el fin de caracterizar los poliedros, sin embargo esta es escrita en tinta, lo cual dificulta que el estudiante pueda leer para recordar lo indagado (el estudiante es ciego y solo lee braille). La docente media la situación leyendo y explicando las consultas realizadas, pide al estudiante dibujar el tetraedro bajo la condición de poder observar las tres dimensiones. El estudiante identifica las caras en una figura, se le dificulta establecer perspectiva en el poliedro dibujado, intenta hacer el desarrollo de la figura, sin embargo falta una de las caras del poliedro. El estudiante se encuentra en un nivel 2 conceptual, ya que logra identificar alto, ancho y profundo de una figura tridimensional; además interpreta elementos tridimensionales, pero no tiene en cuenta los poliedros construidos en la sesión anterior, sino que se limita al tetraedro.</p>

EN BUSCA DE LOS ELEMENTOS Y EL UNIVERSO

**Estudiante vidente**



La estudiante identifica figuras tridimensionales, participa en las discusiones acerca de las caracterizaciones de los poliedros y amplía su conocimiento con la consulta pedida por la docente. Con lo anterior, la estudiante logró establecer relaciones con la naturaleza, analizando la forma de cada uno. La consulta realizada se relacionaba con lo que menciona Guillén (1991) acerca de la historia de los sólidos platónicos y su relación con los elementos de agua, fuego, aire, tierra y universo. La estudiante comprende las dimensiones de los sólidos e identifica sus características básicas como alto, ancho, largo, número de lados, caras, ángulos y vértices, lo que hace que se ubique en un nivel 2.

LOS SÓLIDOS EN PERIMERANDIA

**Estudiante invidente**



Emplea nociones de perímetro, área y volumen en el hexaedro. En relación con los otros poliedros puede establecer el perímetro, sin embargo comete errores en el cálculo del área. Teniendo en cuenta lo que mencionan Del Olmo, Moreno y Gil (1993) es usual encontrar que los estudiantes confundan el área con el perímetro, y le den al área el valor mayor y al perímetro el menor; se puede evidenciar que el estudiante presenta confusión entre perímetro y área, el volumen no logra hallarlo debido a la dificultad que este le genera. El desarrollo de la caracterización

de poliedros fue ejecutado de manera verbal, esto permitió que el estudiante evidenciara los conceptos trabajados y los sustentara mediante su aplicación.

El estudiante se encuentra en un nivel 2, ya que reconoce el perímetro, el área y el volumen de los sólidos trabajados, identifica sus características y propiedades de cada uno, pero no logra establecer la diferencia entre área y volumen.

**Estudiante vidente**

Poliedro	Volumen	Vértices	Aristas	Ángulos del poliedro
Hexaedro	$25 \text{ cm}^3$	8	12	$90^\circ$
Cubo	$27 \text{ cm}^3$	8	12	$90^\circ$
Prisma	$18 \text{ cm}^3$	6	9	$90^\circ$
Esfera	$1000 \text{ cm}^3$	-	-	-

Polígono	Área	Vértices	Lados	Cantidad de ángulos formados por las caras.
Triángulo	$65 \text{ cm}^2$	3	3	3
Cuadrado	$100 \text{ cm}^2$	4	4	4
Rectángulo	$1000 \text{ cm}^2$	4	4	4

El estudiante caracteriza los poliedros y polígonos, identifica unidades de medida de volumen y área de los sólidos, sin embargo presenta confusión particularmente en el cálculo del volumen. Esto se puede dar debido a que los estudiantes no tienen un acercamiento a los conceptos en su cotidianidad (Del Olmo *et al.*, 1993).

El estudiante logra identificar las características y propiedades de los sólidos, aunque presenta dificultad al momento de hallar el volumen de ellos, y diferencia el área del volumen; por esto se ubica en un nivel 2.

## CONCLUSIONES

En cuanto al diseño de las actividades, se estima que fueron apropiadas, porque tuvieron en cuenta

tanto a la población vidente como invidente y se logró un ambiente de inclusión. El siguiente cuadro resume las características de la población y los desempeños generales.

**Tabla 3.** Características de la población y desempeños generales

<b>Implementación propuesta</b>	IED José Félix Restrepo Ciclo tres
<b>Jornada</b>	Nocturna
<b>Población</b>	Adultos
<b>Cantidad de estudiantes</b>	25 personas
<b>Promedio de edades</b>	17- 45 años
<b>Población en condición de discapacidad visual</b>	2 estudiantes
<b>Escolaridad</b>	Ciclo tres (grados 6° y 7°)
<b>Estudiantes con intermitencia académica</b>	10 estudiantes, incluyendo uno con discapacidad visual
<b>Desempeño actitudinal del grupo</b>	Los estudiantes cuentan con la disposición de trabajo colaborativo en actividades individuales o grupales.
<b>Desempeño de acuerdo con los niveles de evaluación propuestos</b>	Los estudiantes realizan las actividades propuestas empleando el material suministrado para llegar al cumplimiento de los objetivos. Los estudiantes comprenden los temas abordados a través de las actividades propuestas.
<b>Acciones de inclusión</b>	Los estudiantes videntes integran a los grupos de trabajo al estudiante con discapacidad visual; una vez integrado, sus compañeros hacen un seguimiento al trabajo realizado por él, sin embargo no intervienen en el trabajo realizado.  El estudiante con discapacidad visual busca a sus compañeros para tener la aprobación o desaprobación del trabajo, mas no se muestra inquietud o interés por el trabajo que realizan sus compañeros.
<b>Aprovechamiento de recursos</b>	Los recursos proporcionados a los estudiantes fueron pertinentes para el desarrollo de las actividades y contribuyeron al proceso conceptual de los estudiantes.  El uso dado por los estudiantes a los recursos fue el solicitado según cada actividad.

**Fuente:** elaboración propia

Es de resaltar que el estudiante con discapacidad visual también puede realizar construcciones y representaciones, como se observó en la implementación de la propuesta de aula, sin embargo necesita del apoyo y acompañamiento del docente y los compañeros para el desarrollo de algunas actividades según la complejidad de la tarea. Los estudiantes pueden contribuir en el desarrollo de la adaptación, ya que al manipular el material dan algunas apreciaciones que permiten hacer ajustes.

Se evidenciaron acciones de inclusión en el momento en que los estudiantes videntes mostraron interés en el trabajo realizado por el estudiante en condición de discapacidad visual, y atendieron las necesidades del estudiante en cuanto a los materiales y dudas. Sin embargo, se presentan acciones de exclusión en el desarrollo de trabajos grupales. La inclusión vista desde las destrezas de cada uno de los estudiantes de los grupos en la agilidad para el desarrollo de las actividades mostró cómo podían ayudar a sus pares solucionando dudas o interviniendo en discusiones grupales.

La adaptación de material es un punto estratégico para la ejecución y diseño de la secuencia de actividades, pues permite que los estudiantes videntes y en condición de discapacidad visual tengan un mayor acercamiento a los conceptos involucrados en el trabajo con poliedros y polígonos.

De acuerdo con los análisis presentados anteriormente se puede concluir que:

- Los estudiantes tienen en cuenta conocimientos o experiencias previas en el momento de realizar dibujos. Es notorio el proceso de cada uno cuando se le pide representar algunos objetos, ya que se pudo observar en la actividad número uno que cada representación tiene características particulares que van siendo más detalladas y brindan más información de acuerdo con la experiencia del estudiante. Con respecto a los dibujos realizados por el estudiante invidente, en la primera clase él plasmó en detalle lo que recordaba acerca de objetos tridimensionales, sin embargo la segunda sesión fue de mayor

dificultad para él, ya que tenía que representar objetos que no eran tan cotidianos; esto permitió ir creando un ambiente inclusivo en el cual tanto los estudiantes videntes como los invidentes pudieron cuestionarse bajo un mismo objetivo, teniendo como excusa cómo poder representar y construir poliedros regulares.

- Los estudiantes videntes en términos de representación pueden presentar las mismas dificultades que un estudiante en condición de discapacidad visual, teniendo en cuenta la complejidad de la figura que se desee realizar.

Es necesaria la formación del profesor para la atención a la diversidad, pues el aula inclusiva demanda de él un mayor compromiso y conocimiento para realizar los diseños y planeaciones de la clase, así como gestión y análisis de evaluación de las producciones de sus estudiantes. El material que permite potenciar el pensamiento crítico de los estudiantes a nivel general no tiene estrictamente elementos específicos para cierto tipo de población, sin embargo se debe pensar en los ajustes que se podrían realizar para que el material sea inclusivo. Además, es importante el lenguaje utilizado por el docente en el desarrollo de las temáticas, ya que se tiende a caer en muletillas o términos no comprensibles para los estudiantes.

Finalmente, se considera que esta propuesta de aula enriqueció no solo a los estudiantes con quienes se implementó, sino que también fue valiosa para las docentes, pues se demostró que sí es posible planear, gestionar y evaluar secuencias de tipo inclusivo.

En la misma línea, se considera de vital importancia la formación de profesores para la atención a la población en condición de diversidad, pues así se aseguran prácticas docentes que garanticen el derecho a la educación y la equidad de oportunidades.

Con el trabajo desarrollado en el marco de la pasantía también se reconoció la importancia de la colaboración interinstitucional, en este caso colegio-universidad, para facilitar el aprendizaje de algunos objetos de la matemática escolar desde la perspectiva de la matemática inclusiva.

## REFERENCIAS

- Alsina, C. (1989). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Castro, C., Gil, D. y Torres, E. (2013). Las prácticas de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. Un reto frente a las aulas inclusivas y exclusivas. En F. Santamaría (Comp.), *Experiencias educativas y prácticas pedagógicas en la Universidad Distrital*. Memorias del primer encuentro. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Corberán, R., Huerta, P., Garrigues, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1989). *Didáctica de la geometría: modelo Van Hiele*. Valencia: Universidad de Valencia.
- Del Olmo, M., Moreno, M. y Gil F. (1993). *Superficies y volumen ¿algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Giménez, J. y Díez-Palomar, M. (Coords.) (2007). *Educación matemática y exclusión*. Barcelona: Graó.
- Godino, D. (2002). *Geometría y didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Guillén, G. (1991). *Poliedros*. Madrid: Síntesis.
- Marín, M. (2001). *Poliedros*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Rosich, N., Núñez, J. y Fernández, J. (1996). *Matemática y deficiencia sensorial*. Madrid: Síntesis.

