



## La teoría de los conjuntos-t aplicada al desarrollo de la competencia de modelado matemático

The theory of the Conjuntos-T applied to the development of the competition of mathematical modeling

A teoria de Conjuntos-T aplicada ao desenvolvimento da concorrência modelagem matemática

Ricardo Joaquín De Armas Costa<sup>1</sup>

David Macías M<sup>2</sup>

Ricardo A. Bernal B<sup>3</sup>

**Fecha de recepción:** noviembre 2015

**Fecha de aceptación:** abril 2016

**Para citar este artículo:** De Armas, R., Macías, D. & Bernal, R. (2016). La teoría de los *conjuntos-t* aplicada al desarrollo de la competencia de modelado matemático. *Revista Científica*, 24, 133-143. **Doi:** [10.14483/udistrital.jour.RC.2016.24.a14](https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.24.a14)

### Resumen

En este artículo queremos dar a conocer apartes de la teoría de los conjuntos-T y cómo se aplica en la educación superior para desarrollar la competencia de modelado matemático de los sujetos. Esta teoría surge como respuesta a los problemas de enseñanza aprendizaje de las matemáticas que se originan en los programas curriculares diseñados para adquirir exclusivamente información y no para desarrollar las competencias matemáticas de los estudiantes.

**Palabras Clave:** Conjuntos-T, modelo matemático, modelado matemático, competencias, habilidades.

### Abstract

In this article we want to present parts of the theory of joint-T and how it is applied in higher education to develop the competence of mathematical modeling subjects. We explain how the theory can develop the skills of students. This theory is a response to

the problems of learning of mathematics that originate in the curriculum designed to acquire information and not only to develop the math skills of students.

**Keywords:** Set T, mathematical model, mathematical modeling, skills, abilities.

### Resumo

Neste artigo, nos queremos apresentar algumas noções da teoria dos conjuntos-T e como ela é aplicada na docência, de ensino superior, para desenvolver a competência da modelagem matemática. Nos vamos explicar como a teoria pode desenvolver as habilidades dos alunos. Esta teoria é uma resposta para os problemas de ensino e aprendizagem da matemática que se originam nos programas curriculares destinados a adquirir somente informação e não para desenvolver as habilidades matemáticas dos alunos.

**Palavras chave:** conjuntos-T, modelagem matemática, competências, habilidades.

<sup>1</sup>. Universidad Central. Bogotá, Colombia. Contacto: [rde\\_armasc@ucentral.edu.co](mailto:rde_armasc@ucentral.edu.co)

<sup>2</sup>. Universidad Central. Bogotá, Colombia. Contacto: [dmaciasm@ucentral.edu.co](mailto:dmaciasm@ucentral.edu.co)

<sup>3</sup>. Universidad Central. Bogotá, Colombia. Contacto: [rbernalbu@gmail.com](mailto:rbernalbu@gmail.com)

## Introducción

Según Fresnadillo *et al.* (2013), el objetivo básico del modelado matemático es la traducción de los problemas que aparecen en determinado ámbito científico o tecnológico al lenguaje matemático, de tal forma que el análisis teórico y numérico que se hace de los mismos proporciona información para entender mejor los mecanismos que rigen el fenómeno en cuestión. Esto hace que la ciencia contemporánea requiera sujetos competentes para resolver problemas usando modelos matemáticos. De acuerdo con esto, surge la pregunta: ¿nuestro sistema educativo forma ciudadanos matemáticamente competentes para resolver problemas?

Al revisar los resultados obtenidos por los estudiantes en las distintas pruebas nacionales aplicadas en distintos momentos de su formación (SABER, ICFES y ECAES entre otras) y los resultados obtenidos en pruebas internacionales aplicadas en Colombia por organizaciones como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2003) –en particular, la del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos PISA (Programme for International Assessment) que mide entre otras cosas la capacidad para resolver problemas usando modelos matemáticos (OCDE, 2007)– vemos que estos son malos.

Pruebas como PISA están diseñadas para evaluar competencias para pensar, interpretar, resolver problemas y leer críticamente. Estas competencias no las han desarrollado los estudiantes porque el sistema educativo aún sigue dedicado a transmitir informaciones impertinentes y fragmentadas (Zubiría, 2014). El informe reciente de la OCDE señala que “los jóvenes latinoamericanos y por supuesto los colombianos, no muestran capacidades para resolver problemas con algún grado de complejidad y solamente pueden responder problemas simples y utilizando en muchas ocasiones el ensayo y el error para elegir la respuesta, y tampoco demuestran habilidades para resolver problemas de la vida real que involucren el uso de TIC” (Ministeria de Educación Nacional, 2014).

Los sujetos que ingresan a la universidad llegan sin la competencia de modelado matemático para resolver problemas como muestran los resultados del ICFES. Se esperaría que las instituciones de educación superior, con sus programas curriculares, modifiquen este estado mental, pero el ECAES muestra que esto tampoco ocurre. Con la teoría de los conjuntos-T se pretende, en alguna medida, aportar a la solución de este problema.

El artículo se organiza de la siguiente manera: en la sección 2 se definen y caracterizan los conjuntos-T; en la sección 3 se explica cómo aplicar la teoría de los conjuntos-T al desarrollo de la competencia de modelado matemático; en la sección 4 se ilustra un ejemplo de conjuntos-T; y por último, en la sección 5 se presentan las conclusiones.

## Teoría de los conjuntos-T

La teoría de los conjuntos-T es una teoría propuesta por los profesores Ricardo J. de Armas C., David Macías M. y Ricardo A. Bernal B. cuyo objeto de estudio es el desarrollo de las competencias de los sujetos. Surgió durante el segundo semestre del 2012 como una respuesta a los problemas de enseñanza aprendizaje de las matemáticas que producen los programas curriculares planos que enfatizan demasiado en la simple acumulación de información en la memoria. Con esta teoría los profesores, o los profesionales de este campo, podrán organizar el trabajo de desarrollar las competencias de los estudiantes.

## Definición de conjuntos-t

Los conjuntos-T son conjuntos formados por un mínimo número de tareas cuyas ejecuciones reiterativas permiten el desarrollo de una o varias competencias. Entiéndase como tarea el estímulo que activa configuraciones mentales y/o operaciones intelectuales para obtener un producto cuya validez está determinada por un especialista.

## Características de los conjuntos-T

Hay tareas que son necesarias para poder desarrollar una competencia pero que no son suficientes; *el mínimo número de tareas* en la definición hace referencia a las tareas que son necesarias y suficientes. La ejecución de tareas adicionales implica mayores grados de especialización en el sujeto. Cada tarea trae consigo el desarrollo de una o varias habilidades específicas. Desde esta perspectiva, se entiende la competencia como el conjunto de habilidades necesarias para la realización de cierta actividad. Los productos de una tarea están sujetos al tipo de competencia. Algunas tareas se listan a continuación:

- Una proposición.
- Un listado.
- Un párrafo.
- Un texto.
- Una tabla de datos.
- Un código.
- Una interface.
- Una animación.
- Un artículo.
- Un prototipo o maqueta.

Se hace una aclaración sobre los tres primeros productos. La proposición es un enunciado al cual se le puede asignar dos valores: o bien es verdadero o bien es falso. El párrafo es la secuencia organizada de varias proposiciones coherentemente relacionadas, interna y externamente por conectores y signos de puntuación, que expresa una idea principal, pensamiento o idea temática. Un texto está compuesto por uno o más párrafos y que gira alrededor de un tema.

Las tareas deben seguir trayectorias bien definidas y desglosadas en diferentes pasos ordenados por un especialista o especialistas; estas pueden pertenecer a más de un conjunto-T. A un conjunto-T se le puede asociar más de una trayectoria.

## La teoría de los conjuntos-T aplicada al desarrollo de la competencia de modelado matemático

Para aplicar la teoría de los conjuntos-T al desarrollo de la competencia de modelado matemático el docente debe responder las preguntas que se presentan a continuación.

### ***¿Cómo se define la competencia que se quiere desarrollar?***

Primero, se define la competencia que se pretende desarrollar en los sujetos y se explicitan las habilidades cognitivas relacionadas con la misma. En este caso, la competencia de modelado matemático se define como el conjunto de habilidades específicas que requiere un sujeto para formular un modelo matemático y resolver un problema en contexto. Estas habilidades específicas se listan a continuación:

- La habilidad para explicar brevemente y sin ambigüedades de qué se trata el problema que se debe resolver.
- La habilidad para describir el entorno físico del problema.
- La habilidad para establecer objetivos que permiten resolver el problema.
- La habilidad para manejar los conocimientos científicos que se relacionan en el problema.
- La habilidad para establecer las variables de interés, los parámetros constantes y un conjunto de suposiciones razonables (las hipótesis) sobre las variables de acuerdo con la teoría que gobierna el problema y la representación algebraica de todas las suposiciones.
- La habilidad para analizar tablas de datos (reconocimiento de patrones, interpretación numérica, gráfica y sugerir representaciones algebraicas).
- La habilidad de usar las matemáticas y/o las estadísticas para construir los modelos matemáticos.

- La habilidad para programar las soluciones matemáticas.
- La habilidad para interpretar los resultados.
- La habilidad para validar los modelos matemáticos.
- La habilidad para limitar el modelo matemático (sin atribuirle cualidades que no llega a poseer).

El modelado matemático es el proceso que se sigue para construir o formular un modelo matemático. Los pasos que sigue el proceso de modelado matemático se ilustran en la figura 1. Este modelo que describe el proceso de modelado matemático frecuentemente aparece asociado a nombres como: Gerda de Vries (2001) y Brito-Vallina et al. (2011), entre otros.

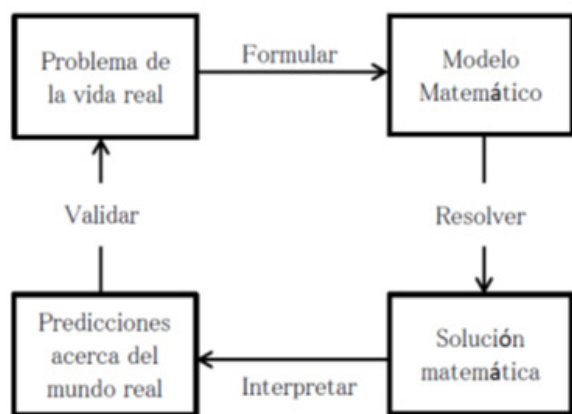


Figura 1. Ilustra los pasos del proceso de modelado matemático.

### ¿Cuántas tareas deben contener los conjuntos-T?

Segundo, se determina el número necesario y suficiente de tareas que permiten desarrollar la competencia. Las habilidades pueden ser organizadas por grupos. Para este caso se propone la ejecución de ocho tareas que contienen todas las habilidades específicas de la competencia en cuestión.

A los conjuntos-T se les denotará de manera general con  $T_C = \{t_n : n \in \mathbb{N}\}_{n=1}^N$  donde el subíndice

$C$  hace referencia a una competencia específica y  $N$  es el límite de las tareas a ejecutar. Por tanto,  $T_M = \{t_n : n \in \mathbb{N}\}_{n=1}^8$  se lee “el conjunto-T para el desarrollo de la competencia de modelado matemático”.

### ¿Qué trayectoria debe seguir el conjunto-T?

Tercero, se investiga si ya existen trayectorias para ejecutar las tareas. En el caso de no encontrar ninguna el docente debe ordenarlas de acuerdo con su experiencia y con sus criterios. La trayectoria de este conjunto-T es la propuesta (con algunos ajustes) por Brito-Vallina et al. (2011). El orden de ejecución de las tareas es el siguiente:

- $t_1$ : Definición del problema.
- $t_2$ : Teorías científicas que gobiernan el problema.
- $t_3$ : Formulación del modelo matemático.
- $t_4$ : Solución matemática del modelo.
- $t_5$ : Representación computacional de la solución.
- $t_6$ : Interpretación de los resultados.
- $t_7$ : Validación del modelo.
- $t_8$ : Limitaciones del modelo.



Figura 2. Ilustra el proceso de modelado matemático (negro) y un conjunto-T (rojo).

Como se comentó, en las características de los conjuntos-T, que una tarea puede pertenecer a más de un conjunto-T. Algunas de las tareas listadas pertenecen también al conjunto-T usado para desarrollar la competencia del método científico. La figura 2 presenta el proceso de modelado matemático acompañado por un conjunto-T.

### **¿Cuáles son los productos o logros de cada tarea?**

Cuarto, se determina el producto o los productos que se deben obtener en cada tarea. Estos servirán de indicadores de logros convirtiéndose en la evidencia física del estado de las habilidades de los sujetos. Los productos esperados para cada tarea en este caso se detallan a continuación. Los comentarios que aparecen entre paréntesis corresponden a las tareas que se ejecutan cuando se desarrolla el método científico establecido en 1620 por Francis Bacon.

#### *t<sub>1</sub>: definición del problema.*

Se deben entregar los tres productos siguientes:

- Párrafo: se explica brevemente y sin ambigüedades de qué se trata el problema.
- Párrafo: se describe para el modelado matemático, el entorno físico del problema, las condiciones iniciales. Contiene los factores que no se incluyen en el modelo. (Observación y descripción en el método científico).
- Listado: contiene los objetivos propuestos para resolver la situación problema.

#### *t<sub>2</sub>: teorías científicas que gobiernan el problema.*

Se debe entregar por lo menos uno de los productos siguientes:

- Listado: contiene los conocimientos científicos que se relacionan con el problema y ayudan a formular el modelo matemático.

- Tabla de datos: cuando no se disponga de conocimientos científicos relacionados con el problema se debe manejar una tabla con datos experimentales.

#### *t<sub>3</sub>: Formulación del modelo matemático.*

Se debe entregar por lo menos uno de los productos siguientes:

- Texto: se establecen las variables de interés (independiente y dependiente), los parámetros y un conjunto de suposiciones razonables (las hipótesis) sobre las relaciones de las variables de interés de acuerdo con los conocimientos científicos que gobiernan el problema y la traducción al lenguaje algebraico de todas las suposiciones. (Desarrollo de hipótesis o explicaciones en el método científico).
- Texto: cuando se trabaje con la tabla de datos se elabora un texto con el análisis de los mismos reconociendo patrones, interpretándolos numéricamente, gráficamente e incluso sugiriendo una representación algebraica.

#### *t<sub>4</sub>: Solución matemática del modelo.*

Se debe entregar el producto siguiente:

- Texto: contiene la solución analítica (existe un algoritmo) o la solución aproximada (numérica). En el caso de no contar con las soluciones anteriores tratar con técnicas estadísticas.

#### *t<sub>5</sub>: Representación computacional de la solución.*

Se deben entregar por lo menos dos de los productos siguientes:

- Código: el código de la solución.
- Interface: la interface para ejecutar las simulaciones (experimentación).
- Animación: la animación del comportamiento de las variables de interés cuando sea posible.

**t<sub>6</sub>:** *Interpretación de los resultados.*

Se deben entregar los dos productos siguientes:

- Tabla con datos: contiene los datos de las variables de interés obtenidos con la interface.
- Texto: contiene, de acuerdo con los datos de la tabla, la descripción matemática del comportamiento de las variables de interés. Además, contiene, entre otras, las respuestas detalladas de las siguientes preguntas: ¿tienen sentido los resultados? y ¿de acuerdo con las suposiciones (hipótesis), sí eran los resultados que se esperaban?

**t<sub>7</sub>:** *Validación del modelo.*

Se deben entregar los dos productos siguientes:

- Tabla de datos: contiene datos de las variables de interés obtenidos con la interface, los datos reales y el cálculo de errores relativos porcentuales.
- Texto: contiene la gráfica que contrasta los datos reales contra los datos de la interface. Explica si los resultados son inaceptables y no hay errores matemáticos indicando si es necesaria una redefinición del modelo matemático ya sea aumentando su nivel de resolución (es decir, incluyendo variables que no eran de interés) o reiniciando el ciclo. Contiene el rango de aplicabilidad. (Comprobación por experimentación de dichas hipótesis en el método científico).

**T<sub>8</sub>:** *Limitaciones del modelo matemático.*

Se debe entregar el producto siguiente:

- Texto: se establecen las limitaciones del modelo. (Aplicación de estos conocimientos en la resolución de problemas similares en el método científico).

**¿Cuál es el problema en contexto que se va a resolver?**

Quinto, se escoge el problema de la vida real que se quiere resolver. El punto de partida del proceso de modelado matemático lo marca el problema real al que se quiere hacer frente; usualmente consistente en la determinación de las leyes que rigen la dinámica de un cierto fenómeno. Este será la excusa para construir un conjunto-T y desarrollar la competencia de modelado matemático de los estudiantes. En este caso, el docente debe tener claridad sobre el modelo matemático que desea trabajar. Es decir, si quiere que el modelo matemático formulado sea determinístico o estocástico, si quiere que sea formulado a partir de principios científicos o de una tabla de datos, si se quiere que sea formulado usando derivación numérica o métodos analíticos entre otras pretensiones.

**¿Qué tipo de acompañamiento requieren las tareas?**

Por último, determinar el tipo de acompañamiento que requieren las tareas. De acuerdo con la teoría de los conjuntos-T, un acompañamiento armónico (coherente con la naturaleza de las tareas) permite un desarrollo adecuado de la trayectoria. El proceso de construir un modelo matemático para resolver un problema real en contexto no surge de manera natural o espontánea en las estructuras mentales de los individuos, no es producto de la intuición. Para asimilarlo e interiorizarlo se requiere, inicialmente, del acompañamiento del docente. Esta es la razón por la que se considera que el estudiante disponga de un acompañamiento en el desarrollo de las tareas, el cual se reduce en la medida que se va logrando autonomía en el proceso de solución de los problemas propuestos. Se presentan inicialmente tareas con desarrollos incompletos, como actividad de los estudiantes se solicita la completitud de dicha tarea. La exigencia de completitud va aumentando progresivamente hasta el logro del desarrollo total de la tarea por

parte de los estudiantes. La ejecución de las tareas produce una tensión cognitiva<sup>4</sup> en los estudiantes como consecuencia de la información teórica que no poseen y que es necesaria para la solución del problema. La consecución de esta información teórica se convierte en un objetivo de aprendizaje. En la siguiente sección se ilustra mediante un ejemplo una posible metodología de acompañamiento.

### Ejemplo ilustrativo de un conjunto-T

Después de que el docente o el profesional en este campo reflexionó y respondió las preguntas de 3.1 a la 3.6 podrá diseñar guías como la que se ilustra a continuación. La estructura de las mismas es:

- Un título que indica el fenómeno que será modelado.
- Un problema real al que se hará frente.
- Una breve introducción en donde se explicita la importancia de modelar dicho fenómeno.
- Las tareas con aspectos subrayados (escogidos por el docente) para completar
  - Definición del problema.
  - Teorías científicas que gobiernan el problema.
  - Formulación del modelo matemático.
  - Solución matemática del modelo.
  - Representación computacional del modelo.
  - Interpretación de los resultados.
  - Validación del modelo.
  - Limitaciones del modelo matemático.
- Referencias bibliográficas y webgrafía.
- Redacción de la solución.

El modelo de este ejemplo es de tipo determinístico, formulado a partir de principios científicos establecidos. Los subtítulos inclinados (cursiva) marcan las fronteras entre las tareas. Los

estudiantes deben resolver las partes de las tareas que aparecen subrayadas ayudándose con las sugerencias del profesor.

### Ejemplo. Modelado matemático del crecimiento de la población humana

#### Problema

Se sabe que la población de una comunidad crece con una razón proporcional al número de personas presentes en el tiempo. La población inicial  $P_0$  se duplicó en cinco años y después de 10 años la comunidad contaba con una población de 10000 habitantes. ¿En cuánto tiempo se triplicará la población? y ¿en cuánto tiempo se cuadruplicará la población? (Zill & Cullen, 2002)

#### Introducción

Una de las primeras personas que intentó explicar el crecimiento de la población humana usando las matemáticas fue el economista inglés Thomas Robert Malthus. “Para 1798, Malthus ya había publicado de forma anónima la primera edición de su ensayo sobre el principio de la población, obra que se reeditó en 1803 con importantes modificaciones. El libro nació como consecuencia de las discusiones entre él y su padre quien sostenía que la miseria era una consecuencia del papel desempeñado por malas instituciones, ya que la Tierra podía alimentar a todos los seres humanos, y lo único necesario era que mejorase la asistencia pública contenida en las *leyes de pobres* inglesas, para conseguir así una mayor igualdad social. Malthus difería radicalmente de esta hipótesis, pues sostenía que el crecimiento demográfico es mayor que el de los medios de subsistencia, afectados por la ley de rendimientos

<sup>4</sup> Estado anímico de excitación, impaciencia, esfuerzo o excitación producido por determinadas circunstancias o actividades.

decrecientes. Así, mientras la población crece en progresión geométrica, la producción de alimentos lo hace en progresión aritmética. Los momentos de crisis de subsistencia se resolverían gracias a las hambrunas, guerras y epidemias por las que disminuiría la población, sobre todo la perteneciente a los grupos más desfavorecidos” (Biografías y vidas, s.f.).

### Definición del problema

El problema consiste en poder formular un modelo matemático que describa la relación entre las variables: *número de personas de la comunidad y el tiempo*.

La comunidad cuenta inicialmente con  $P_0$  habitantes; al cabo de cinco años la población es de  $2P_0$  y después de 10 años población es de 10 000 habitantes. Esta población crece con una razón proporcional al número de personas presentes en el tiempo. El modelo no tendrá en cuenta: el número de personas que nacen ni el número de personas que mueren, el número de personas que entran ni el número de personas que salen de la comunidad, los problemas de hambrunas, las epidemias ni las guerras.

Para resolver este problema se debe obtener una expresión matemática que permita conocer el número de personas de la comunidad en cualquier instante de tiempo.

### Teorías científicas que gobiernan el problema

Algunos conocimientos científicos que se relacionan con este problema y permiten formular el modelo matemático son:

- Cantidades proporcionales

Cuando dos cantidades  $u$  y  $v$  son proporcionales, se escribe  $u \propto v$ . Esto significa que una cantidad es un múltiplo constante de la otra, es decir,  $u = rv$  ( $r$  se denomina constante de proporcionalidad).

- Hipótesis de Thomas Robert Malthus

La hipótesis malthusiana supone que la razón a la que crece la población de un país en cierto tiempo es proporcional a la población total del país en ese momento. En otras palabras, mientras más gente haya en el tiempo presente más gente habrá en el futuro.

### Formulación del modelo matemático

Las variables de interés son: el tiempo que se denominará  $t$  (variable independiente) y el número de personas de la comunidad que se denominará  $P$  (variable dependiente). La hipótesis malthusiana establece la siguiente relación entre las variables de interés: “la razón a la que crece la población  $P$  de un país en cierto tiempo  $t$  es proporcional a la población total del país en ese momento”. La traducción al lenguaje matemático de esta hipótesis es:

$$\frac{dP}{dt} \propto P \quad (1)$$

Es decir,

$$\frac{dP}{dt} = rP \quad (2)$$

Donde  $r$  se denomina la razón de crecimiento. Esta población crece en forma geométrica, ¿por qué?... completar la información. La representación matemática (2) es el modelo que describe la relación entre el número de personas  $P$  de la comunidad y el tiempo  $t$ .

### Solución matemática del modelo

El modelo matemático (2) corresponde a una ecuación diferencial ordinaria de primer orden. Existe una solución analítica; el método de separación de variables. Comprobar que la solución explícita que permite conocer el número de personas  $P$  en un determinado tiempo  $t$  viene dada por la expresión siguiente:



$$P(t) = Ce^{rt} \quad (3)$$

Determinar el valor del parámetro  $C$ , usando la condición inicial  $P(0) = P_0$ . Determinar el valor de  $r$ , usando la información  $P(5) = 2P_0$ . Determinar el valor de  $P_0$ , usando la información  $P(10) = 10000$ . Para conocer el tiempo que se requiere para que la comunidad alcance un determinado número de personas despejar en (3) la variable  $t$ .

$$t = \frac{\ln\left[\frac{P(t)}{P_0}\right]}{r} \quad (4)$$

### Representación computacional de la solución

Para analizar el crecimiento de la población de la comunidad construir una interface gráfica como la que se ilustra en la figura 3. En esta es posible conocer el número de personas en un determinado tiempo. Los datos de entrada son los años y los datos de salida el número de personas en la comunidad.



Figura 3. Interface para la simulación numérica del crecimiento de la población.

### Interpretación de los resultados

Usar la interface para construir una tabla con los datos de las variables de interés (denomínala tabla 1). Determine la población desde 1980 hasta el año 1990. (Sugerencia: registre el tiempo como  $t = 0, 1, 2, \dots$  años).

Redactar el texto con la respuesta de preguntas como: ¿los resultados son los que se esperaban?

### Validación del modelo

La tabla 2 contiene algunos datos reales de la comunidad durante los años comprendidos entre 1980 y 1990.

Tabla 2. Datos reales de la comunidad.

Tiempo (años)	Población (miles)
1980	6597
1981	7579
1982	8708
1983	10001
1984	11491
1985	13203
1986	15170
1987	17431
1988	20003
1989	23012
1990	26440

Fuente: elaboración propia.

Construir la tabla 3 con los datos de:

- Las variables de interés obtenidos con la interface.
- Los datos reales de la tabla 2.
- El cálculo de errores relativos porcentuales.

Construir la gráfica que contrasta los datos reales contra los datos de la interface.

Redactar el texto indicando que a pesar de no haber errores matemáticos las predicciones de la interface son inaceptables. En este caso es necesaria una redefinición del modelo matemático ya sea aumentando su nivel de resolución (es decir, incluyendo variables que no eran de interés) o reiniciando el ciclo de modelado. Si las predicciones son aceptables analizar la exactitud y su rango de aplicabilidad.

### **Limitaciones del modelo**

Este modelo se podrá aplicar únicamente a problemas de crecimiento de poblaciones con las siguientes características... Completar la información.

### **Referencias**

Referenciar el material que consultó y/o los sitios de la web que visitó.

### **Solución del problema**

Redactar la solución del problema

El docente dejará de entregar a los estudiantes conjuntos-T con tareas incompletas cuando observe madurez en la competencia de modelado matemático, asumiendo ellos la construcción de manera autónoma de dichos conjuntos.

### **Conclusiones**

La teoría de los conjuntos-T se ha aplicado de manera exitosa desde hace más de dos años en la Universidad Central, en la asignatura de modelado matemático y simulación, para desarrollar la competencia de modelado matemático de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería. Los resultados muestran que los estudiantes (grupo experimental) que construyeron conjuntos-T evidenciaban un desarrollo de las habilidades específicas referentes a la competencia de modelado matemático que no mostraban los estudiantes (grupo control) que no los construyeron.

### **Referencias bibliográficas**

Brito-Vallina, M. L., Alemán-Romero, I., Fraga-Guerra, E., Parra-García, J.L. & Arias-de Tapia, R. I. (2011, mayo-agosto). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14(2), 129-139.

Bender, E. A. (2000). *An Introduction to Mathematical Modeling*. Dover Publications, Inc. Mineola, New York.

Biografías y vidas. (s.f.). *Thomas Robert Malthus*. Recuperado de: <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/m/malthus.htm>.

Fresnadillo-Martínez, M.J., García-Sánchez, E., Del Rey, A. M. & García-Sánchez, J. E. (2013). Modelización matemática de la propagación de enfermedades infecciosas: de dónde venimos y hacia dónde vamos. *Rev. EspQuim*, 26(2),81-91.

Norbis M. & Chirinos S., R. G. (2011). Consideraciones teórico-epistémicas acerca del concepto de modelo. *Telos*, Vol. 13(1), 51-64.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Documento Orientador. Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matemáticamente Competentes*. Viceministerios de educación preescolar, básica, media y superior. Asociación Colombiana de Matemática Educativa ASOCOLME.

Maldonado, L. F. (Editor). (2013). *El modelamiento matemático en la formación del ingeniero*. Grupos de Investigación Kishurim Tecnice Tecnimat Griduc Gidsaw Cognitek. Bogotá: Ediciones Universidad Central.

Organization for Economic Co-operation and Development. (2007). *PISA 2006 – Science Competencies for Tomorrow's World. Vols. I y II*. Paris: OCDE.

Organization for Economic Co-operation and Development (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework-Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, 194.

Regalado, A., Peralta, E. & González, C. A. (2008). Cómo hacer modelos matemáticos. *Temas de Ciencia y Tecnología*, 12(35), 9-18.

Serrano E. (2004). Documentos del pregrado de Matemáticas de la Universidad Central.

- Schichl, H. (2004). Models and the History of Modeling, en: Kallrath, J. (ed.), *Modeling Languages in Mathematical Optimization* (pp. 25-36). Boston MA: Kluwer.
- Shannon, R. y Johannes J. D. (1976). Systems Simulation: the Art and Science. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, 6(10), 723-724.
- Sierra B., R. (2002). *Ciencias Sociales: Epistemología, Lógica y Matemática*. España: Editorial Paraninfo.
- Trigueros G., M. (2009, enero-marzo). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.
- Von Bertalanffy L. (1968). TEORÍA GENERAL DE LOS SISTEMAS. Fundamentos, desarrollo, Aplicaciones. México D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Zill, D., G. & Cullen, M., R. (2002). *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera*. 5ª edición. México: Thomson Learning. 216-229.
- Zubiría, J. (2014). ¿Por qué los malos resultados en las pruebas PISA? *Revista Semana*.

