



Obstáculos presentes en modelación matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros

Obstacles in Mathematical Modeling. Case Differential Equations in the training of engineers

Obstáculos em Modelagem Matemática. Caso Equações Diferenciais na formação de engenheiros

Luis Fernando Plaza Gálvez¹

Fecha de recepción: mayo 2016

Fecha de aceptación: junio 2016

Para citar este artículo: Plaza, L.F. (2016). Obstáculos presentes en modelación matemática. Caso ecuaciones diferenciales en la formación de ingenieros. *Revista Científica*, 25, 176-187. **Doi:** [10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a1](https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a1)

Resumen

Por experiencia profesional, se ha observado que al realizar actividades de modelamiento matemático de fenómenos o procesos de ingeniería en un curso de Ecuaciones Diferenciales, se han detectado algunos obstáculos por parte de los mismos estudiantes, en el proceso enseñanza/aprendizaje, lo cual ha motivado su identificación, siendo este el propósito en este trabajo. Inicialmente, se mencionan los estudios realizados sobre obstáculos en el contexto matemático, en los procesos de ingeniería y, por último, en modelación matemática. Para llevar a cabo la solución al problema planteado, se realizó una encuesta con todos los estudiantes que cursaban Ecuaciones Diferenciales en los programas de ingeniería en la Unidad Central del Valle del Cauca, en el periodo 2015-II, después de haber realizado prácticas de modelación. La encuesta en mención fue de tipo abierta, y su análisis siguió un enfoque cualitativo, usando la técnica de la teoría fundamentada. Posteriormente se mencionan los resultados del análisis anterior, en el que se detectan los diferentes obstáculos, según su origen. Este estudio permitirá

mejorar los procesos de modelación en la tríada alumno/enseñanza/docente.

Keywords: ecuación diferencial, ingeniería, modelación matemática, obstáculo, teoría fundamentada.

Abstract

By professional experience, it has been observed that the activities of Mathematical Modeling of phenomena and / or engineering processes in one Differential Equations course, have detected some obstacles by the students in the teaching - learning process, which has motivated its identification, being the purpose of this paper. Initially, researches on obstacles in mathematical context, engineering process and mathematical modeling have been mentioned. To carry out the solution of this problem, a survey was conducted with all students who took the Differential Equation course in Engineering programs at the Unidad Central del Valle del Cauca, in the period 2015-2, after performing modeling practices. This Study was carried out using open type questionnaire and its consequent analysis was with a qualitative approach using the grounded theory.

¹ Unidad Central del Valle del Cauca, Tuluá, Colombia. Contacto: lplaza@uceva.edu.co

Subsequently, the results of carried survey are mentioned, which led to detect different types of obstacles according their origin. Finally, this research will let improve modelling process within triad: student, education and teacher.

Palabras Clave: Differential Equation, Engineering, Mathematical modeling, Obstacle, Grounded Theory.

Resumo

Devido à experiência profissional, tem-se observado que ao realizar atividade de Modelagem Matemática de fenômenos e/ou processos de engenharia em um curso de Equações Diferenciais, alguns estudantes possuem obstáculos no processo de ensino e de aprendizagem, que tem motivou a sua identificação, que é o propósito deste artigo. Para isto, inicialmente mencionam-se os estudos realizados a respeito de obstáculos no contexto matemático, nos processos de Engenharia e finalmente, em Modelagem Matemática. Para se identificar a solução ao problema, realizou-se uma entrevista com todos os estudantes que cursaram Equações Diferenciais nos programas de Engenharia na Unidad Central do Valle del Cauca, no período 2015/2, após ter realizado prática de Modelagem. Utilizou-se entrevista aberta e a análise dos dados seguiu enfoque qualitativo, por meio da técnica da Teoria Fundamentada. Posteriormente mencionam-se os resultados da análise nos quais se detectam os diferentes tipos de obstáculos segundo sua origem. Este estudo permitirá melhorar os processos de modelagem na tríade aluno, ensino e docente.

Palavras chave: Equação diferencial, Engenharia, Modelagem Matemática, Obstáculo, Teoria Fundamentada.

Introducción

Es importante resaltar que cada vez se usa más el modelamiento matemático (MM) como estrategia de enseñanza/aprendizaje, en programas de ingeniería (Peña y Morales, 2016) y algunas de esas prácticas son puestas en marcha en cursos de Ecuaciones Diferenciales (ED), como se exponen en Plaza (2015), permitiendo en los estudiantes una mayor comprensión de los diferentes fenómenos o procesos de ingeniería objeto de estudio.

Pero a pesar de la anterior estrategia didáctica, suelen presentarse inconvenientes u obstáculos en la apropiación del conocimiento matemático, que entre otros se hayan los de tipo cognitivo, epistemológico y didáctico, tal como se exponen en algunos estudios realizados por Bachelard (2000) y Brousseau (1983). Esto ha permitido la presencia de dificultades y errores de varios tipos en procesos de MM para ingeniería, como lo han estudiado Autino *et al.* (2011), los cuales son presentados en marco teórico del presente trabajo para una mejor comprensión y detalle de su origen y clasificación.

El estudio presentado aquí pretende identificar puntualmente como análisis de caso, algunos de esos obstáculos presentes en los procesos de enseñanza/aprendizaje del MM en un curso de ED, mediante una encuesta realizada a todo un universo de estudiantes matriculados, después de realizar prácticas de modelación. Es importante mencionar que los resultados son obtenidos mediante el análisis de la *teoría fundamentada* (TF).

Teoría de Obstáculos

Aporte histórico

La primera concepción de *obstáculo*, pertenece a Gaston Bachelard, filósofo francés, en su libro *La formación del espíritu científico*, cuya primera edición corresponde a 1938, y del que se han publicado más de 23 ediciones en varios idiomas, el cual se constituye desde la perspectiva epistemológica donde se estudian los principios, fundamentos y métodos del conocimiento humano (Bachelard, 2000).

En el caso del conocimiento científico, este se construye con la contribución que permiten los obstáculos, tanto de tipo externo como interno; así se da forma a los obstáculos epistemológicos. En estos se menciona que el error es un tipo de conocimiento. Bachelard determina en el obstáculo epistemológico, las dificultades psicológicas que no permiten una correcta apropiación

del conocimiento, y estas fueron identificadas en la capacidad insuficiente de los órganos sensoriales para captar los fenómenos de la naturaleza, o por medios inadecuados en el proceso de identificación de dichos fenómenos, además ubica elementos psicológicos que impiden o confunden el aprendizaje de conceptos innovadores, intrínsecos en las ciencias (Villamil, 2008).

El matemático marroquí nacionalizado en Francia Guy Brousseau, nacido en 1933, quien en 1976 al dictar su conferencia "La problemática y la enseñanza de la Matemática", adoptó la expresión de *obstáculo didáctico*, como aquel que se da en la construcción del conocimiento matemático por parte de los alumnos.

En su artículo "Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques" ("Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas") maneja de una forma clara los conceptos matemáticos (Brousseau, 1983), y afirma que el error no es efecto de la ignorancia, sino de conocimientos previos. Brousseau reconoce en Bachelard, como la primera persona que menciona los obstáculos en ciencias exactas y naturales. Posteriormente habla de obstáculos didácticos al enseñar matemáticas, especialmente cuando se construye conocimiento matemático y donde este puede ser aplicado al modelamiento matemático, siendo este una forma de construir dicho conocimiento. Manifiesta que una forma de evidenciar un obstáculo es por medio de errores que se reproducen y son persistentes, o sea que siempre se presentan.

El concepto de *obstáculo epistemológico* puede sustituirse por el de *error de enseñanza*, de insuficiencia del sujeto o la dificultad intrínseca de los conocimientos. En toda opción se pueden diferenciar los orígenes de los obstáculos didácticos. El obstáculo se puede evitar siempre y cuando ninguna modificación en otros medios le permita ser evitada.

Brousseau clasifica los obstáculos epistemológicos que se presentan en el sistema didáctico, según su origen, así:

- Ontogenéticos o psicogenéticos: se hallan y tienen su origen en los procesos del desarrollo de la niñez (limitaciones neurofisiológicas entre otras).
- Didácticos: a partir de las diversas situaciones presentes en el sistema educativo, al establecer escenarios de enseñanza.
- Epistemológicos: son los que se encuentran vinculados a los conceptos mismos desde su origen.

Bachelard y Brousseau coinciden al definir un obstáculo como el conocimiento que ha sido usado en forma apropiada para la solución de problemas, pero posteriormente el estudiante nota la dificultad de poder adaptarlo a la solución de nuevos problemas.

Obstáculos, errores y dificultades

Es pertinente que el docente conozca la forma en que sus estudiantes abordan los problemas, así como las estrategias que toman para buscarles su correspondiente solución. Se deben detectar aquellos conceptos erróneos y su debida ilustración.

Se habla de error en el momento que el alumno no pueda realizar una tarea que sea aceptada en un contexto matemático. La expresión *dificultad* tiene cabida, cuando en una menor o mayor proporción, un grupo de alumnos hayan podido culminar con éxito una tarea en un contexto matemático, y el grado de dificultad estará ligado en forma proporcional al número de procedimientos incorrectos de dicha tarea. Cuando el estudiante use un concepto válido en un contexto que no lo es, provocando un error, se presenta un obstáculo (Neira, 2009).

Clasificación de algunos obstáculos identificados en ingeniería

Retomando lo expuesto por Brousseau, y con los aportes de estudios como el de Autino *et al.* (2011) a continuación se clasifican algunos obstáculos encontrados en estudiantes, así:

- Didácticos detectados: al analizar la parte organizativa de los planes de estudio se encuentran fallas en: los contenidos de los cursos en matemáticas objeto de estudio, la parte curricular, horario y espacios asignados a la respectiva materia, revisión al ritmo de clase, material de guía inadecuado.
- Ontogenéticos detectados: son inherentes a los estudiantes, y abarcan desde su formación escolar previa hasta su aspiración profesional, y entre ellos están: el desconocimiento de técnicas de estudio, falta de motivación, interpretación y atención por parte de los estudiantes, falta de hábitos y cultura de estudio, disponibilidad de tiempo para asumir compromisos académicos, problemas personales y familiares, y en algunas oportunidades, trabajo (aspecto laboral) –sí este está presente–.
- Epistemológicos detectados: Son identificados con mayor propiedad, pues el estudiante es consciente de su falencia matemática al ingresar a la universidad. Entre estos se encuentran: el no entendimiento de la simbología, poco manejo de las estructuras matemáticas, inconvenientes en el entendimiento de situaciones problema, poco manejo de los objetos matemáticos y, por último, dificultades con el manejo del lenguaje matemático y cotidiano en ambos sentidos.

Algunos obstáculos detectados en un proceso de modelamiento

Al analizar algunas investigaciones (Hernández, 2009) se ha encontrado que el estudiante presenta algunos obstáculos al modelar, estos se manifiestan al intentar *traducir* ciertos parámetros, como son: velocidad de un cuerpo (desplazamiento), rapidez de crecimiento de poblaciones, rapidez de enfriamiento o calentamiento de un cuerpo. Por esta razón, al resumir se tiene que la problemática se plantea al pasar del manejo de variables a la expresión diferencial (lenguaje).

Suelen presentarse algunas dificultades derivadas de los errores de traducción entre ambos lenguajes (cotidiano-matemático) como:

1. La falta de comprensión del lenguaje cotidiano, en el que se expresa el texto del proyecto matemático.
2. Falta de conceptos matemáticos inmersos en el texto.
3. Diversidad presente en el lenguaje matemático, ya que un concepto puede expresarse en lenguaje algebraico, geométrico, lógico o de teoría de conjuntos.

Los objetos matemáticos, en su proceso de enseñanza/aprendizaje, pueden tener la misma información, pero sus representaciones las ubican en diferentes procesos cognitivos. La verbal se conecta con la capacidad lingüística de las personas y es primordial para la interpretación de las otras; la gráfica, la cual permite opinar mediante la observación de los objetos; y la simbólica que tiene estrecha relación con el pensamiento lógico y abstracto.

Aparisi y Pochulu (2013) han identificado algunos inconvenientes a los que se enfrentan los docentes, cuando se hayan en escenarios de modelamiento matemático, y entre los que se tiene:

1. Tiempo de clase: los docentes no disponen de tiempo necesario y suficiente para poder abordar problemas a ser resueltos por modelación matemática.
2. Acceso a tecnología: en muchas oportunidades, los salones de clase o los alumnos no cuentan con equipos tecnológicos adecuados ni acceso a programas especializados.
3. El método de enseñanza: las tareas de modelamiento pueden ubicar al docente en una zona de inseguridad, donde no siempre se saben las respuestas a posibles inquietudes planteadas por los estudiantes.
4. Alto número de estudiantes: incide directamente en el logro de objetivos, por la forma en

que puedan interactuar. La indisciplina cumple un papel importante.

5. Tiempo de aprendizaje: es necesario que el estudiante tenga unos conceptos previos al modelamiento matemático, para así contar con el tiempo necesario de comprensión de los problemas a resolver.
6. Falta de formación en los docentes: han sido formados con un estilo profesional, y la matemática cada vez se especializa más, por medio de los proyectos de aplicación.

Algunas dificultades en modelación matemática

En su análisis, Hein y Biembengut (2006) identificaron las dificultades que se derivan de la formación de los profesores y la falta de experiencia en este tipo de actividades por parte de los alumnos, discriminadas de la siguiente manera:

1. Origen en el docente:
 - a. Interpretación del contexto: pocas situaciones se les exponen a los estudiantes donde se requiere de lectura, interpretación y explicación en contexto.
 - b. Perfeccionamiento: son la falta de cursos de actualización en los saberes sobre MM para nuestros docentes.
 - c. Bibliografía: no hay suficientes trabajos especializados publicados sobre MM, disponibles y de fácil acceso por parte de los docentes.
 - d. Orientación: es necesaria por parte de un especialista en MM, ya que le garantiza seguridad al docente, al estar en capacidad de dirimir posibles dificultades.
 - e. Planificación: la ausencia de esta permite un desvío de los procesos por parte del docente y, por ende, de los estudiantes.
 - f. Disponibilidad para aprender y orientar simultáneamente.
 - g. Evaluación: el MM necesita una evaluación diagnóstica, procesal y de resultados.

2. Origen en el estudiante:

- a. Interpretación de un contexto: el alumno presenta dificultades en la lectura, su interpretación y entendimiento. Reconoce poca relación entre el fenómeno real estudiado, los modelos físicos (por ejemplo, un circuito) y el MM planteado (su ecuación diferencial).
- b. Disponibilidad para investigar: el alumno puede tener inconvenientes de horario y espacio que no le permiten investigar sobre MM.
- c. Elección de un tema inicial: no es un proceso fácil. Para ello se requiere una correcta y oportuna orientación por parte del docente del curso que guíe el tópico de MM.
- d. Trabajo en grupo: la falta de empeño o compromiso por parte de algunos alumnos no permite el cumplimiento de actividades grupales sobre MM.

Análisis Cualitativo

Teoría fundamentada

La *teoría fundamentada* (TF) fue planteada en los años 1960 (Glaser y Strauss, 2006). No es una técnica de análisis cualitativo como tal, sino un método que tiene presente los escenarios exploratorio, descriptivo, analítico y explicativo de la *espiral holística*, tal como lo expone Hurtado (2010).

Es una metodología basada en investigación cualitativa, que permite desarrollar teorías, conceptos, hipótesis y proposiciones, las cuales son basadas en los datos presentes en las respuestas de la encuesta, que en un principio pueden ser inconexas, abundantes y desordenadas, que posteriormente son recogidas, analizadas y organizadas sistemáticamente. Por medio de esta teoría se busca identificar patrones así como las relaciones entre ellos, hasta lograr un punto de vista coherente.

Mediante la codificación, el muestreo teórico y las comparaciones constantes, entre los datos

obtenidos se logra la saturación de estos. La estructura de la TF se da con la elaboración de notas, las cuales pueden ser fruto de observaciones o del análisis interpretativo del fenómeno en cuestión. Luego se inicia el proceso de codificación de información mediante el establecimiento de categorías procedentes de los datos. Se continúa mediante la comparación constante entre dichas categorías hasta alcanzar su saturación. En este parte ya no hay información nueva que codificar y se determina cuál es la idea central del estudio. Luego, se generan las teorías que expliquen las relaciones entre las categorías. Por último, tras un proceso de verificación de dichas teorías se da lugar a una teoría central de lo estudiado.

Las ideas se expresan en términos de relaciones verbales, las cuales no son necesariamente jerárquicas. Los aspectos simples que se deben tener en cuenta para crear una teoría son los tres sugeridos por Anselm Strauss: la codificación y categorización de la información, el muestreo teórico, y la comparación constante entre las categorías. Según Strauss, si se cuenta con estos tres aspectos se podría aplicar completamente la TF.

Aplicaciones en el campo de la ciencia

Se ha dado, fruto de su origen, tanto en medicina como en psicología, sociología y enfermería; en creación de empresas; en el área de la educación Cuñat (2006); o como se aplica en investigaciones cualitativas en educación matemática (Arraiz, 2014; Mejía y Plaza, 2014).

El método de comparación constante

Este instrumento permite realizar a la vez codificación y análisis, con el objeto de generar una teoría sistemática, integrada, plausible, cercana y consistente a los datos. Se plantearon cuatro fases (Glaser y Strauss, 2006): a) comparar incidentes aplicables a cada categoría; b) integrar categorías y sus propiedades; c) delimitar la teoría y d) redactar la teoría, que luego se convertirá en un proceso

creciente en espiral. Este método está incorporado en la Codificación Abierta, la Codificación Axial y en la Codificación Selectiva, tal como lo expone Inciarte (2011).

Codificación abierta

La codificación abierta le permite al investigador identificar tópicos que caracterizan los fenómenos o procesos, para luego ser observados y estudiados desde el campo cualitativo, mediante un análisis comparativo buscando similitudes y diferencias, y para generar preguntas sobre dichos tópicos, en aras de agrupar bajo conceptos más rigurosos denominados categorías. La codificación abierta se puede llevar a cabo por medio del *análisis línea por línea*, donde se le facilita al investigador crear categorías rápidamente y utilizar, además, un muestreo para su desarrollo.

Codificación axial

El objetivo de la codificación axial es identificar los posibles vínculos entre las propiedades de las categorías y su integración, para así facilitar una organización de las partes que conforman una teoría, y en la que su estructura tendrá, entre otros, las categorías, sus propiedades e hipótesis. Esta codificación permite realizar un exhausto examen sobre una categoría y detectar las interacciones y relaciones entre esta y otras categorías, así como con sus propiedades, las cuales hacen referencia a aquellas características que presenta la categoría, las cuales permiten aclarar su definición propia.

Codificación selectiva

La codificación selectiva es el proceso mediante el cual se selecciona una categoría que cumple el papel de eje central, y tiene relación con las demás categorías. La idea principal es desarrollar y redactar una sola idea en la que estén inmersos los demás conceptos identificados. En este escenario, el investigador delimita la codificación con

una variable central, y esta será la que guíe la toma de datos. Se deben buscar las características y los efectos que se relacionen con la idea central.

Metodología

Después de haber realizado prácticas en diferentes escenarios y contenidos de MM –crecimiento de población, vaciado de tanques y ley de enfriamiento– en un curso de Ecuaciones Diferenciales conformado por 51 alumnos de los diferentes programas académicos de ingeniería (Ambiental, Electrónica, Industrial y de Sistemas) en la Unidad Central del Valle del Cauca (UCEVA), en el periodo 2015-II, y socializando todas esas experiencias, se les realizó la pregunta a todos los estudiantes: “¿Qué tipo de obstáculos se pueden encontrar en el proceso enseñanza/aprendizaje de modelación matemática en un curso de Ecuaciones Diferenciales?”. Esta es de tipo abierta y su análisis fue meramente cualitativo. Aquí se usó la técnica de la *teoría fundamentada* a la toma de datos de las respuestas dadas, teniendo en cuenta para ello una codificación abierta, axial y selectiva, para finalmente presentar una idea central fruto del análisis de resultados. Se usará el estilo planteado por Mejía y Plaza (2014), donde es aplicada esta metodología, de la siguiente manera:

Aplicación codificación abierta

En este proceso, se analizan cada una de las soluciones dadas por los estudiantes pertenecientes a las cuatro ingenierías antes mencionadas, y así identificar con una palabra o frase clave, con la que se les pueda asociar identificándolas por medio de sus características comunes y por sus diferencias, lo que facilita clasificar por medio de grupos.

Aplicación codificación axial

En esta etapa, por medio de un análisis inductivo y deductivo a los grupos antes encontrados, se

buscan conexiones y vínculos entre sus características comunes, con lo que se llega a nuevas categorías, que han sido ponderadas o graduadas en forma lineal, sistemática y lineal o ascendente.

Aplicación codificación selectiva

Después de hacer una categorización sistemática de las respuestas dadas por los estudiantes, empiezan a emerger unos patrones clave en el intento por crear, dar origen o refutar una teoría; de esta manera se logra la descripción del fenómeno, sus antecedentes, y los orígenes de dichos patrones.

Toma de Datos

Codificación abierta

Mediante la codificación abierta se obtuvieron las siguientes palabras o frases clave, a los respectivos grupos (codificación).

Grupo 1: Deficiencia en la solución de ED

1. Deficiencia en el conocimiento de las técnicas de solución de las ED.
2. Intentar resolver una ED por un método equivocado.
3. Alto grado de dificultad en el conocimiento de las ED que se originan.

Grupo 2: Recolección, análisis e interpretación inadecuada de datos

1. No obtener todos los datos de los procesos que se necesitan para que los resultados sean correctos.
2. La creación de tabla de datos adecuados, pues la inexactitud de estos puede incidir en los resultados.
3. Mala interpretación de los datos obtenidos en los procesos en los cuales se involucra el modelo.
4. Análisis erróneo de los datos obtenidos.

5. Falta de coherencia y precisión entre los datos obtenidos.
6. No tener claridad sobre la tendencia de los datos.

Grupo 3: Malas bases de cursos previos

1. Malas bases de cursos anteriores a las ED, el cual hace que se pierda interés.
2. Falta de bases necesarias para su comprensión.
3. Falta de buenas bases en el conocimiento matemático.
4. Falta de buenas bases de cálculo.
5. Falencias de cursos anteriores relacionados con matemáticas.
6. Falta de conocimientos previos al curso de ED, lo que causa falta de interés y motivación.
7. Tener malas bases en los cursos previos al MM (cálculo, álgebra, etc.).
8. No tener buenas bases del cálculo y álgebra.

Grupo 4: Alta reprobación

1. El alto índice de reprobación que poseen los cursos de matemáticas.

Grupo 5: Falta de herramientas para modelar

1. Falta de análisis lógico en los procesos a modelar.
2. Falta de herramientas para realizar prácticas de observación de fenómenos reales que permitan ser estudiados.
3. Falta de recursos necesarios para enfrentar los MM.
4. Falta de capacidad para relacionar el MM con procesos de ingeniería. El no tener un correcto manejo de las variables en el modelo.
5. No establecer hipótesis razonables sobre el sistema a modelar.
6. Dificultad en el planteamiento de la ED.
7. No observar bien el fenómeno.
8. Dificultad en la representación matemática de los procesos naturales.

9. No tener un manejo correcto de las variables en el modelo.

Grupo 6: Desconocer las variables a modelar

1. No poder definir bien las variables del sistema.
2. No tener un correcto manejo de las variables en el modelo.
3. No identificar las variables que intervienen.
4. No encontrar la relación entre todas las variables que definen el fenómeno.
5. Tener un alto número de variables, el cual vuelve el MM más complejo.
6. No reconocer las variables a modelar.
7. Alta complejidad de las variables cuantitativas.
8. No identificar las variables que influyen en el fenómeno.

Grupo 7: Falencia en conceptos del fenómeno a modelar

1. La dificultad depende del problema que se desea modelar.
2. Reconocer la magnitud del fenómeno que se quiere estudiar.
3. No tener clara las relaciones matemáticas que gobiernan el fenómeno.
4. No reconocer la naturaleza del fenómeno.
5. Falta de conceptos previos del fenómeno o proceso.
6. No tener claridad en el comportamiento del fenómeno.

Grupo 8: Ausencia de claridad en la formulación de objetivos

1. No adecuada formulación de los objetivos iniciales para la elaboración del modelo.

Grupo 9: Uso de un lenguaje no cotidiano

1. El lenguaje matemático utilizado en el MM es ajeno al lenguaje cotidiano.

Grupo 10: Tema difícil de comprender

1. El MM es muy abstracto.

Grupo 11: Metodología pedagógica inadecuada

1. Uso de metodologías inadecuadas para el estudio de los conceptos matemáticos.
2. Pedagogía y didácticas no adecuadas por parte del docente.

Grupo 12: Falta de motivación

1. Falta de motivación de la MM desde los primeros cursos de matemáticas.
2. Falta de interés del estudiante, debido a la no comprensión del tema MM.
3. Falta de ilustración de la importancia de los MM en Ingeniería.
4. Falta de conocer la funcionabilidad del MM, y la falta de interés para aprender.
5. Falta de actitud y motivación por parte de algunos estudiantes, en el curso de ED.

Resultados

Luego de analizar la información dada por los estudiantes en mención, y al aplicar lo recomendado por Inciarte (2011), la TF permitió generar las codificaciones axial y selectiva a continuación:

Codificación axial

Se hizo la caracterización que originó las siguientes categorías.

A: Mala formación previa en matemáticas

Para esto se tuvieron en cuenta las apreciaciones planteadas en los grupos 1, 2, 3 y 4, en los que se detectó como un estudiante que ha llegado con deficiencias en Matemática Básica, Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Lineal, que son el soporte de las ED, han permitido una alta reprobación

del curso de Matemáticas IV, pues no tiene claridad en las técnicas de solución de las ED ordinarias de primer orden, que allí son planteadas, originando una desmotivación. Por esta razón se ha formado un impedimento en lo concerniente a la modelación matemática.

B: Deficiencias en los procesos de MM

En esta categoría, fueron revisados los conceptos de los grupos 5, 6, 7 y 8. El desconocimiento del origen, funcionamiento y entorno de un fenómeno o proceso, objeto de ser estudiados para su modelación, han causado una falta de claridad en la identificación de parámetros, constantes y variables; a eso se le suma, un débil conocimiento de la aplicación de algunas herramientas matemáticas que pueden servir de apoyo para la modelación, como la estadística, métodos numéricos y las ED, así como una mala interpretación de datos. Por esto, es posible concluir que bajo las anteriores condiciones es difícil que un estudiante de ingeniería pueda llevar a cabo y comprender bien un proceso de MM; así, se manifiestan algunos obstáculos de tipo cognitivo.

C: Inadecuado entorno académico

En esta fase, se analizaron los grupos 9, 10, 11 y 12. Según conceptos de los estudiantes, el docente del área de matemáticas desempeña un papel importante, especialmente cuando en algunas oportunidades, este no evidencia lo concerniente a las aplicaciones de la ingeniería, que tienen los temas matemáticos, pues es aquí donde cabe la pregunta de muchos estudiantes han llegado a formular: “¿Y esto para qué sirve?”. Y por falta de esta ilustración, se ha originado una ausencia de motivación y falta de interés en el estudiante, el cual puede llegar a una total incompreensión cuando se habla de modelación matemática en un curso de ED, a partir de que no fue familiarizado con un lenguaje adecuado con la frecuencia debida.

Idea central. Codificación selectiva

Al analizar los aportes que se originaron en la codificación axial antes descrita, se han encontrado vínculos que se fundamentan y justifican, y la forma como interactúan entre sí, para finalmente codificar en forma sistemática la categoría central e integrar una teoría con el menor número de conceptos que permita comprender y explicar la pregunta en cuestión con la más alta precisión.

Los obstáculos que se pueden encontrar en el proceso enseñanza/aprendizaje del MM en un curso de ED por su origen, son de diferente naturaleza, internos y externos al proceso, y el cúmulo de todos ellos contribuyen al no logro de objetivos para que un estudiante de ingeniería pueda llevar a cabo el MM de fenómenos o procesos. No tener una buena formación de los cursos previos a las ED ordinarias, no contar con un ambiente académico óptimo, junto con dificultades del tipo conceptual tanto en herramientas como en conocimientos del fenómeno o proceso objeto de modelación, han permitido identificar algunos obstáculos como resultado de la codificación selectiva.

Conclusiones

Según la teoría expuesta por Brousseau (1983), algunos obstáculos encontrados en los procesos de MM en un curso de ED, por parte de estudiantes de ingeniería son de orden epistemológico (en los objetos matemáticos previos a un curso de ED), cognitivo (en el análisis, comprensión de las soluciones de las ED que modelan fenómenos) y didáctico (al no reconocer la ecuación diferencial relacionada al fenómeno, así como el entorno de su modelación). Tampoco se pueden descartar algunos obstáculos pedagógicos (Houssaye, 2003), debidos a las inadecuadas metodologías y procesos que se eluden en la formación previa a las ED.

Tal como se expone en los resultados de la investigación con la metodología planteada de la TF en su componente de codificación selectiva, se evidencian obstáculos en la formación de las

matemáticas previas a la ED, como son: cálculo, física y estadística; en algunas ocasiones, análisis numérico, en especial si no se tiene experticia en la solución de problemas de aplicación. Esto ha generado inconvenientes en el MM a partir de ED, siendo esta la principal herramienta para modelar fenómenos en diferentes contextos, entre otros: la clasificación de parámetros, variables implícitas y explícitas, dependientes e independientes.

En el análisis antes expuesto, se encontraron obstáculos del tipo epistemológico, didáctico, cognitivo y pedagógico; además se hallan los de carácter sociológico, comunicativo (comprensión lectora y manejo de lenguaje simbólico), organizacional (entorno académico).

Recomendaciones

La detección de los anteriores obstáculos permite el diseño de estrategias que lleven a la su misma superación, en la tríada alumno/enseñanza/docente.

Para tener éxito en el MM, no basta tener conocimientos especializados en las técnicas matemáticas, estadísticas e informáticas, sino contar con habilidades adicionales como: claridad de pensamiento, un enfoque lógico, una buena idea de los datos y la capacidad de comunicarse y de entusiasmo por hacer la tarea.

Como estrategia curricular, incluir la enseñanza de MM como parte integral de los cursos básicos de matemáticas en los programas de ingeniería, que permitan una mejor comprensión y motivación en los estudiantes, cuando estos se hallen inmersos en los cursos del componente disciplinar. Esta debería ir acompañada de unos espacios (laboratorios matemáticos y grupos no conformados por gran cantidad de estudiantes) y de tiempos adicionales, para así estimular el desarrollo de habilidades de observación, análisis de argumentación, interpretación y capacidad de discusión de resultados. Para lograr esto, desde un inicio se requiere una buena formación de docentes en el campo de MM, para su implementación.

Referencias Bibliográficas

- Aparisi, L.A. y Pochulu, M.D. (2013). Dificultades que enfrentan los profesores en escenarios de modelización. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (ALME)*, 13, 387-1397. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: <http://funes.unian-des.edu.co/4368/1/AparisiDificultadesALME2013.pdf>
- Arraiz, G.A. (2014). Teoría fundamentada en los datos: un ejemplo de investigación cualitativa aplicada a una experiencia educativa virtualizada en el área de matemática, *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 41, 19-29. Recuperado de: <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/462/984>
- Autino, B.C.; Digión, M.A.; Llanos, L.M.; Marcoleri, M.E.; Montalvetti, P.G. y Soruco, O.S. (2011). *Obstáculos didácticos, ontogenéticos y epistemológicos identificados desde la comunicación en el aula*. XIII CIAEM Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Recife, Brasil. Recuperado de: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/738.pdf>
- Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. 23a. ed. México D.F.: Siglo XXI Editores.
- Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 101-117.
- Cuñat, R. (2006). Aplicación de la teoría fundamentada (*grounded theory*) al estudio del proceso de creación de empresas. En: *Decisiones basadas en el conocimiento y en el papel social de la empresa*. XX Congreso Anual AEDEM, 2. Palma de Mallorca (España). Recuperado de <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2499458>
- Glaser, B. y Strauss, A. (2006). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. New Brunswick: Aldine Transaction.
- Hein, N. y Biembengut, M.S. (2006). *Modelaje matemático como método de investigación en clase de matemáticas*. V Festival Internacional de Matemática - de Costa a Costa. San José de Costa Rica. Recuperado de: <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf>
- Hernández, M.A. (2009). *Las ecuaciones diferenciales lineales de primer y segundo orden en el contexto del movimiento uniforme*. Tesis de maestría. México D.F.: CICATA - IPN.
- Houssaye J. (2003). *Cuestiones Pedagógicas: una enciclopedia histórica*. México D.F.: Siglo XXI Editores.
- Hurtado J. (2010). *Metodología de la investigación. Guía para una comprensión holística de la ciencia*. 4a. ed. Caracas: Quirón Ediciones.
- Inciarte, A. (2011). Seminario: Generación de Teoría. Teoría Fundamentada. Puerto Ordaz, Venezuela: Universidad del Zulia. Recuperado de: <http://www.eduneg.net/generaciondeteoria/files/INFORME-TEORIA-FUNDAMENTADA.pdf>
- Mejía, L.A. y Plaza, L.F. (2014). ¿Cómo las matemáticas contribuyen a la solución de un problema? Percepciones de algunos estudiantes de ingeniería. *Páginas de Ingeniería*, 2, 69- 74.
- Neira, G.I. (2009). *Obstáculos epistemológicos y conflictos semióticos en la educación matemática: visiones y perspectivas actuales*. VIII Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística. Duitama, Colombia: UPTC. Recuperado de: <http://virtual.uptc.edu.co/procesos/matematicas2009/memorias/Archivos/Conferencias/Conferencia%20Gloria%20Neira.pdf>
- Peña, L.M. y Morales, J.F. (2016). La modelación matemática como estrategia de enseñanza/aprendizaje: el caso del área bajo la curva. *Revista Educación en Ingeniería*, 11(21), 64 - 71, 2016. Recuperado de: <http://www>

educacioneningenieria.org/index.php/edi/article/view/637/289

Plaza L. (2015). *Modelamiento matemático aplicado en Ingeniería*. Tuluá, Colombia: Editorial UCEVA.

Villamil, L.E. (2008). La noción de obstáculo epistemológico en Gaston Bachelard. *Revista Espéculo*, 13(38), 349-358. Recuperado de <http://pendientedemigracion.ucm.es/info/especulo/numero38/obstepis.html>

