



## Propuesta de enseñanza en Cálculo Vectorial: un acercamiento a la clase invertida

Teaching proposal in vector calculation: an approach to the invested class

Proposta de ensino em cálculo vetorial: uma abordagem à classe investida

Carolina Rojas-Celis<sup>1</sup>

Valeria Cely-Rojas<sup>2</sup>

**Recibido:** junio de 2019

**Aceptado:** noviembre de 2019

**Para citar este artículo:** Rojas-Celis, C., Cely-Rojas, V. (2020). Propuesta de enseñanza en Cálculo Vectorial: un acercamiento a la clase invertida. *Revista Científica*, 37(1), 58-66. **Doi:** <https://doi.org/10.14483/23448350.15064>

### Resumen

El bajo rendimiento académico de los estudiantes de ingeniería en cursos de cálculo vectorial nos dio paso para realizar una propuesta de enseñanza tipo Flipped Classroom, o clase invertida, que incluye el diseño y elaboración de un libro de texto, vídeos, el uso del aula virtual, construcciones en GeoGebra y cuestionarios en línea. El objetivo de la investigación fue evaluar el cambio de un modelo tradicional de enseñanza al modelo de aula invertida desde un punto de vista cuantitativo y cualitativo, con dos cursos de Cálculo Vectorial durante el segundo semestre de 2018. Se diseñó un cronograma de clases como guía para el desarrollo de los temas. En los resultados se evidenció una mejora en los procesos autónomos de aprendizaje, mayor nivel de comprensión de los contenidos y disminución en el porcentaje de pérdida de la asignatura.

**Palabras clave:** cálculo vectorial, enseñanza del cálculo, enseñanza universitaria, estrategias didácticas, práctica docente, aula invertida.

### Abstract

Low academic performance from engineering's students in a course of vector calculus showed us the possibility to design a proposal based on model of flipped classroom approach, which includes planning and elaboration of a textbook, videos, the use of virtual classrooms, activities in GeoGebra and questionnaires online. The objective of the research was to evaluate the change from a traditional teaching model to an inverted classroom model from a quantitative and qualitative point of view, with two Vector courses of vector calculus during the second semester of 2018. A class schedule was designed as a guide for the development of the topics. The results showed an improvement in the autonomous learning processes, a higher level of comprehension of subjects and a decrease in the percentage of loss of the course.

**Keywords:** vector calculus, teaching calculus, university teaching, teaching strategies, teaching practice, flipped classroom.

<sup>1</sup>. Universidad El Bosque, Bogotá-Colombia. rojasccarolina@unbosque.edu.co  
<sup>2</sup>. Universidad El Bosque, Bogotá-Colombia. celyvaleria@unbosque.edu.co

## Resumo

O baixo desempenho acadêmico dos estudantes de engenharia em um curso de cálculo vetorial nos mostrou a possibilidade de projetar um proporcional baseado em um modelo de abordagem de sala de aula invertida, que inclui planejamento e elaboração de um livro texto, vídeos, uso de sala de aula virtual, atividades em GeoGebra e questionários online. O objetivo da pesquisa foi avaliar a mudança de um modelo de ensino tradicional para um modelo de sala de aula invertida do ponto de vista quantitativo e qualitativo, com dois cursos Vetoriais de Cálculo Vetorial durante o segundo semestre de 2018. Um calendário de aulas foi concebido como um guia para o desenvolvimento dos temas. Os resultados mostraram uma melhoria nos processos de aprendizagem autónoma, um maior nível de compreensão das matérias e uma diminuição na percentagem de perda do curso.

**Palavras-chaves:** cálculo vectorial, cálculo pedagógico, ensino universitário, estratégias de ensino, prática pedagógica, aula invertida.

## Introducción

La historia del análisis vectorial tiene parte de sus orígenes en los fenómenos físicos. Dicha relación permite inferir que su aprendizaje es fundamental para el futuro ingeniero, ya que con las herramientas que adquiere en este espacio podrá modelar matemáticamente situaciones físicas a través de una representación vectorial.

No obstante, enseñar y aprender sobre cálculo vectorial es un proceso con alto grado de complejidad y abstracción de los objetos matemáticos que allí se estudian; esto implica un pensamiento matemático avanzado que puede suponer un ritmo de aprendizaje diferente para cada estudiante. Por ello, son varias las publicaciones de investigaciones en educación Matemática sobre cómo enseñar cálculo vectorial en el ámbito universitario. Algunas centran su atención en la búsqueda de estrategias didácticas que mejoren y acompañen el proceso de enseñanza y aprendizaje; otras consideran mecanicista y descontextualizada la

enseñanza actual de cálculo vectorial, pues aseguran que impide comprender los significados de los objetos matemáticos y su relación directa con otras ciencias, tal como lo describen Costa y Arlego (2011), en su estudio sobre el estado del arte en la enseñanza del cálculo vectorial. Identifican, además, la importancia de acercarse a una enseñanza contextualizada, ligando los conceptos del cálculo con su génesis o adaptándolos a problemas de la Ingeniería o la Física. También, encuentran en el uso de TIC un recurso apropiado a utilizar en los procesos de enseñanza y aprendizaje, pues les permite a los alumnos comprender los conceptos, interpretarlos y vincularlos con otras áreas del conocimiento, alcanzando un aprendizaje significativo.

Como docentes de esta asignatura, en reflexiones sobre nuestra práctica, evidenciamos las dificultades de los estudiantes para tomar un curso de cálculo vectorial debido a la falta de comprensión de objetos matemáticos estudiados en cursos anteriores, el hábito no adquirido de leer matemáticas, la ausencia de motivación intrínseca al abordar el curso, y su pasividad percibida en el desarrollo de la clase donde, usualmente, están a la espera de cada sesión para escribir lo que el profesor explica. A esto podemos añadir el poco o inadecuado uso de herramientas tecnológicas para el desarrollo de las clases; pues con frecuencia los estudiantes hacen uso de software matemáticos únicamente para verificar soluciones o pasos de solución de algún ejercicio algebraico y no como una herramienta que les facilita visualizar y comprender conceptos matemáticos.

Atendiendo a la problemática descrita en la teoría y a partir de nuestra experiencia, identificamos que los estudiantes de Ingeniería, en el curso de cálculo vectorial, no mostraban una mejoría en su rendimiento académico a lo largo del semestre, incluso haciendo uso del material construido durante varios años para apoyar su proceso de aprendizaje.

A partir de una prueba diagnóstica evidenciamos los vacíos conceptuales que los estudiantes

tenían de cursos anteriores y su falta de motivación para abordar el curso, viéndolo como un cálculo más, sin importancia para su conocimiento en Ingeniería. Luego de esta reflexión se propuso un desarrollo de clase invertida, o *Flipped Classroom*, en dos cursos de cálculo vectorial durante el semestre 2018-2.

Elaboramos una propuesta de enseñanza basada en el diseño de herramientas tecnológicas y un libro de texto que apoyan el desarrollo de la clase, teniendo como objetivo evaluar el cambio de un modelo tradicional de enseñanza al modelo de aula invertida desde un punto de vista cuantitativo y cualitativo en el curso de cálculo vectorial. Esto permitió identificar los factores de éxito y fracaso del modelo en el contexto propio de la universidad con 34 estudiantes de Bioingeniería y 27 estudiantes de Ingeniería Ambiental. Se evaluó el aprendizaje en comparación con grupos de semestres anteriores y las percepciones de algunos estudiantes frente a la propuesta.

## Marco de referencia

### La tecnología en las clases de matemáticas

El uso de las herramientas tecnológicas en el aula de clase ha generado cambios sustanciales en la forma como aprenden los estudiantes las matemáticas en la actualidad. Los diferentes ambientes computacionales han permitido que se conjeturen, identifiquen, examinen y comuniquen ideas y conceptos matemáticos.

La tecnología puede llegar a ser una poderosa herramienta que le permite al estudiante formular o responder sus propias preguntas, lo cual constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas tal y como lo describen Barrera y Santos (2001), enunciado por Molero y Salvador (2007) con las siguientes características:

- Permite el tratamiento de la diversidad, lo que crea un ambiente agradable en el que el estudiante puede aprender a su propio ritmo.

- Fomenta el trabajo en grupo, pues facilita a los estudiantes explicar sus ideas y enriquecer su comunicación a través de la discusión alrededor de una conjetura matemática.
- Potencia la capacidad de representar numérica y gráficamente la información adquirida por el estudiante, dando como resultado la visualización de modelos matemáticos, así como facilita su estudio y la elaboración de predicciones alrededor de estos.
- Es un medio motivador, pues el estudiante está habituado al uso de la tecnología, lo cual le da una familiaridad con las herramientas que va a usar.

Los avances en materia del uso de la tecnología van a pasos agigantados. Por ello, se proyecta como reto para los docentes saber cómo enseñar las matemáticas a estas generaciones, ya que la información que reciben del mundo en el que se desenvuelven se presenta de una forma dinámica. De este modo, la incorporación de la tecnología al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se debe reconocer como un medio importante para hacer llegar la información que se desea. El docente es quien lleva la dirección del curso y hace uso del medio (la tecnología) para que el mensaje llegue de forma efectiva a los estudiantes. Castaño y Romero (2007), enunciados por Morales y Guzmán (2014), afirman que los medios a emplear como recurso para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas no se deben percibir simplemente como elementos técnicos, sino como elementos didácticos y de comunicación. Así, el aprendizaje no debe ser considerado en función del medio, sino debe estar basado en las estrategias y técnicas didácticas que se apliquen sobre él.

### El modelo pedagógico de clase invertida en matemáticas

El modelo de clase invertida se entiende como aquellas actividades que habitualmente ocurren

en clase, como lo es la explicación del tema y ejemplos por parte del docente. Esta serie de pasos es, entonces, realizada de forma inversa; es decir, la actividad del docente toma lugar fuera del horario de clase y la actividad que corresponde al estudiante pasa a ser en su gran mayoría el centro del trabajo en el aula, como son los ejercicios y tareas de profundización del tema.

Con este modelo, el estudiante es parte activa de su proceso de aprendizaje, ya que antes de asistir a la clase debe estar en conocimiento del tema a tratar, y es en este punto en donde la utilización de la tecnología toma un papel importante como herramienta mediadora en dicho proceso. El uso de videos, lecturas, aulas virtuales, objetos virtuales de aprendizaje (OVAS) y plataformas de libre acceso que contienen los temas de estudio, le dan la posibilidad al estudiante de consultarlos desde cualquier dispositivo en cualquier lugar y hora, así como revisarlos tantas veces como lo necesite. Lo que se pretende con este modelo es entregarles a los estudiantes una ruta de fácil acceso a los conceptos básicos de estudio que pueden ser, en el caso de matemáticas, definiciones, ejemplos y procesos algorítmicos con el fin de que en la clase el docente pueda centrar su atención en la resolución de dudas, aplicaciones y profundización del tema.

El modelo de clase invertida genera un cambio importante dentro de las funciones que cumple el estudiante que, en su gran mayoría, está acostumbrado a un modelo de enseñanza tradicional; es decir, al implementar este modelo de clase invertida podría resultarle al inicio desmotivante. El hecho de ser parte activa de su proceso de aprendizaje, despierta una responsabilidad que quizás no quiera asumir y es aquí donde el reto del docente es precisamente crear un ambiente que le impulse a permanecer en un proceso de aprendizaje autónomo.

## Metodología

La propuesta de aula invertida fue desarrollada en dos cursos: Bioingeniería, con 34 estudiantes,

e Ingeniería Ambiental, con 27, durante el segundo semestre de 2018. Se les comunicó a los estudiantes la metodología de clase desde el primer día y la aplicación de la propuesta fue progresiva. A continuación, se describen las herramientas usadas en el desarrollo de la propuesta, que fueron ubicadas por temas en el aula virtual (Moodle) de la universidad.

**Prueba diagnóstica:** se realizó el primer día de clase de manera presencial, con el fin de evaluar el conocimiento frente a temas relacionados con álgebra lineal y cálculo diferencial e integral. En total se diseñaron y aplicaron 20 preguntas de selección múltiple con única respuesta.

**Notas de clase:** atendiendo a las necesidades de los estudiantes, y reconociendo los vacíos con los que llegaban al curso de cálculo vectorial, se elaboró en un lenguaje sencillo y detallado un texto guía llamado "Notas de clase", el cual contiene los procesos algebraicos de los ejemplos desarrollados y los temas enunciados en el Syllabus de los programas de Ingeniería Ambiental y Bioingeniería. Cada capítulo contiene una serie de ejercicios con diferentes niveles de profundidad, y al final un taller de apoyo para preparación del examen, así como un simulacro de este. Cabe resaltar que el uso del texto en el aula de clase comenzó en el primer semestre del año 2018.

**Videos:** con el apoyo de profesores del Departamento, se realizaron siete videos explicativos de los temas que se consideró requerían más atención por su grado de complejidad, como: superficies cuádricas, funciones vectoriales, límites en varias variables, derivada direccional y gradiente, máximos y mínimos en varias variables, integrales dobles en coordenadas rectangulares y polares e integrales triples en sus diferentes coordenadas.

**Cuestionarios en línea:** en el aula virtual de la universidad se diseñaron ocho cuestionarios sin límite de intentos, con el fin de que el estudiante se pudiera enfrentar a preguntas tipo examen y evaluara cuánto sabía y cuánto debía reforzar por medio de las clases.

La construcción de las herramientas descritas anteriormente se hizo de manera progresiva durante dos años y fueron empleadas parcialmente durante el primer semestre del año 2018, esto con el fin de identificar aciertos y elementos por mejorar. En la figura 1 se describe el proceso de cómo se usaron para el desarrollo de la propuesta de enseñanza.

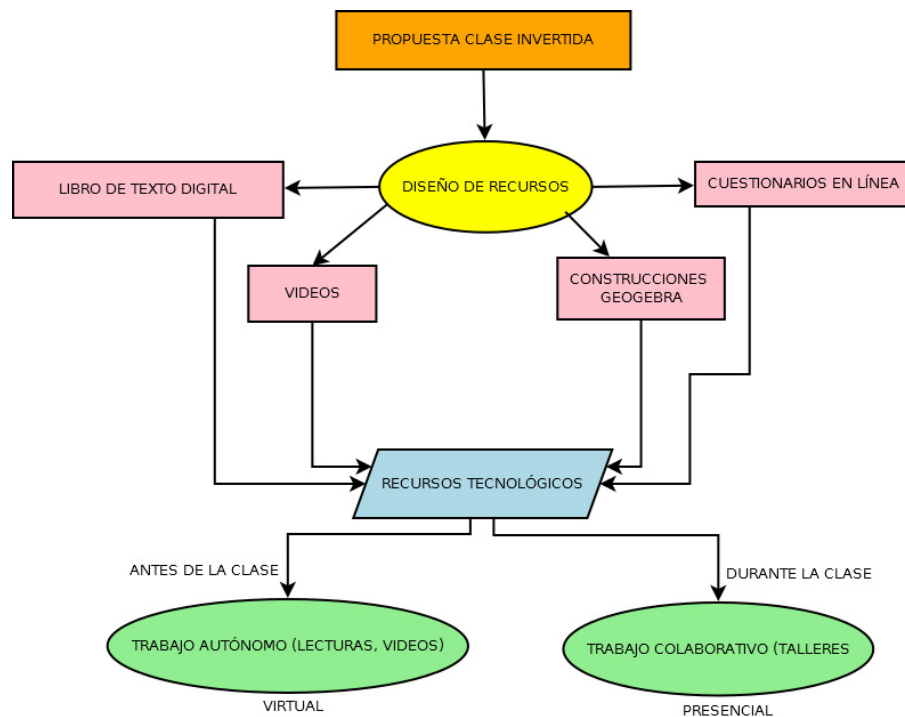
A continuación, se describe cómo fueron los espacios antes y durante las clases presenciales.

### El estudio antes de clase

Se diseñó un programa semanal con los temas de estudio y los ejercicios a desarrollar para luego evaluar el nivel de comprensión del tema. En cada sesión presencial se recordaban las páginas que debían estudiar para la siguiente sesión. Como el tiempo para los estudiantes es un limitante, ya que algunos alcanzan a tener hasta ocho asignaturas en el semestre, se propusieron lecturas y videos cuya revisión no les tomara más de 40 minutos.

### Las clases presenciales

Las clases tuvieron lugar en el horario propuesto por la universidad: seis horas a la semana distribuidas en tres sesiones de dos horas aproximadamente. Todas las sesiones y los temas a debatir estaban detallados en Syllabus, así como las actividades a desarrollar. En los encuentros presenciales se reforzaban los conceptos que los estudiantes habían leído en las notas de clase. Sin embargo, en las sesiones de inicio del curso se estableció que menos de la mitad de los estudiantes no habían hecho una lectura previa del tema; por esta razón, en varias ocasiones los alumnos se organizaron en grupos de trabajo para realizarla y luego socializar los conceptos, con el objetivo de reforzar y garantizar la comprensión del tema. Con el tiempo descubrieron la importancia de hacer una lectura previa y, como consecuencia, adquirieron el hábito de leer en matemáticas y asistir a la clase con preguntas relacionadas con los conceptos o procesos de los



**Figura 1.** Proceso de construcción material de apoyo para el desarrollo de la propuesta de clase invertida.

ejemplos explicados en cualquiera de las herramientas brindadas.

En la tabla 1, se describen algunas actividades efectuadas en las sesiones de clase presenciales. Las primeras que se presentan fueron guiadas completamente por el docente, ya que no había un alto de manejo del software Geogebra.

Se presentan actividades que requerían un conocimiento básico en el uso de Geogebra por parte de los estudiantes (conocimiento que

ya habían adquirido con las actividades mencionadas anteriormente). (Tabla 2).

Durante el semestre se realizaron tres exámenes escritos que correspondieron al 50 % de la nota del curso; el 50 % restante fueron pruebas y talleres que debían realizar semanalmente en el espacio de clase. Se dispuso de horarios de tutorías para atender a aquellos estudiantes que requirieran un apoyo en el proceso. Aunque la asistencia no era alta, un 40 % de los estudiantes del curso hicieron uso de este recurso al menos una vez.

**Tabla 1.** Actividades desarrolladas en clase, con el apoyo de Geogebra

Tema	Objetivos	Actividades
Funciones vectoriales	Determinar la curva de intersección entre dos superficies mediante una función vectorial.	Los estudiantes realizaron, inicialmente, un trabajo algebraico parametrizando la curva de intersección entre dos superficies con el fin de representarla mediante una función vectorial.  Luego, a través de GeoGebra los estudiantes visualizaron la intersección y verificaron que la función vectorial que habían hallado representaba dicha curva.
Superficies cuádricas	Identificar las seis superficies cuádricas (elipsoide, paraboloides elíptico, paraboloides hiperbólico, hiperboloides de una hoja, hiperboloides de dos hojas y cono elíptico) a través de la ecuación general. Identificar las trazas de las superficies cuádricas.	Se orientó un trabajo en Geogebra, inicialmente de exploración, introduciendo la ecuación general de segundo grado $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + j = 0$ de tal forma que $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ fueran deslizadores, con el fin de que los estudiantes pudieran manipular y visualizar diferentes superficies.  Luego, haciendo $D = E = F = 0$ se identificaron las seis superficies cuádricas, que son las de interés en el desarrollo del curso.  Se estudió el caso: $A = B = C = 1.$ $D = E = F = 2$ $H = I = J = 0$  Donde se obtiene la ecuación $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 0$ , que representa un plano, y se concluyó que la ecuación general contiene algunas superficies que no son cuádricas.  Además, los estudiantes realizaron la construcción de planos paralelos a los planos $xy, xz, yz$ para determinar las trazas que componen a cada una de las seis superficies.

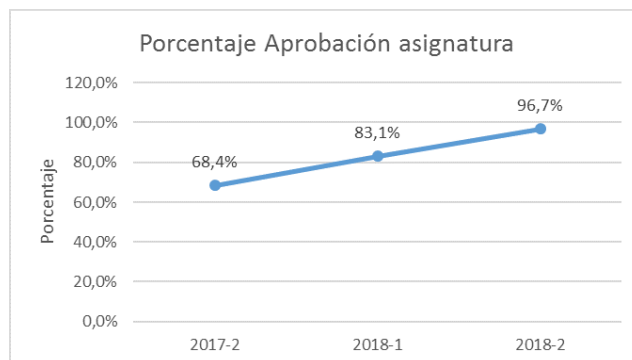
Los estudiantes se autoevaluaron en dos momentos; el primero, en el primer corte del semestre (en total son tres), y el otro, al culminar el tercero. Con estas se pretendió concientizar al estudiante sobre sus fortalezas adquiridas en el proceso de aprendizaje y también sobre aquellos elementos que debía mejorar durante el desarrollo del semestre.

## Resultados

Para dar cumplimiento al objetivo de evaluar el cambio de un modelo tradicional de enseñanza a un modelo de aula invertida, se analizaron las calificaciones de los estudiantes en cada uno de los tres cortes del semestre.

A continuación, se muestra un comparativo de aprobación de la asignatura durante los semestres 2017-2 al 2018-2.

Como se observa en la figura 2, durante el segundo semestre de 2017, el 68 % de los estudiantes aprobaron la asignatura con una metodología de clase tradicional. Durante el primer semestre



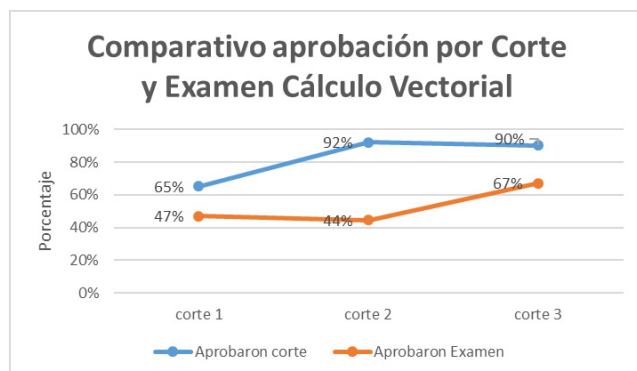
**Figura 2.** Porcentaje de aprobación de la asignatura cálculo vectorial durante los semestres 2017-2 al 2018-2.

de 2018 aprobó el 83 %, teniendo una variación en la metodología cuando se hizo uso del texto guía, que los estudiantes leyeron y con el cual prepararon los exámenes. Cabe destacar que esta propuesta mostró un cambio favorable en el porcentaje de aprobación de la asignatura. En el semestre 2018-2 aprobó el 96 % de los estudiantes con la propuesta de aula invertida, lo que evidencia una disminución significativa en la pérdida de la asignatura en comparación con la metodología de clase tradicional.

**Tabla 2.** Actividades desarrolladas en clase, con el apoyo de Geogebra.

Tema	Objetivos	Actividades
Vectores especiales	Visualizar la ortogonalidad que conservan los vectores especiales, (vector tangencial, normal y binormal) en cualquier punto de la curva.	Los estudiantes, mediante GeoGebra, construyeron una hélice y sobre cada punto de esta los vectores especiales, lo que permitió identificar que para cada punto estos tres vectores son ortogonales entre sí.
Gradiente	Visualizar cómo el vector gradiente ubicado en $\mathbb{R}^2$ permite encontrar los puntos máximos y mínimos de una ecuación en $\mathbb{R}^3$ .	Lectura previa del concepto de gradiente que se presenta en las notas de clase. Luego, los estudiantes hicieron la construcción de este para cualquier función en $\mathbb{R}^3$ a través de GeoGebra. Esto les permitió visualizar que la dirección de mayor crecimiento y decrecimiento está dada por el gradiente de la función.
Curvatura	Visualizar el círculo de curvatura en $\mathbb{R}^2$ y comprender la relación entre el radio de curvatura y la curvatura.	Construcción del círculo de curvatura para funciones en $\mathbb{R}^2$ , haciendo uso de los comandos <i>Curvatura</i> y <i>CírculoOsculador</i> . que ofrece Geogebra.  Con esta construcción los estudiantes identificaron que una función se puede describir a través del círculo osculador y que a menor radio del círculo, mayor curvatura tiene la curva.

En cuanto al registro de calificaciones durante el semestre (2018-2), se identifica una disminución en la pérdida de los exámenes, lo que implica una adaptación a la metodología propuesta en la clase y un compromiso del estudiante por comprender los temas.



**Figura 3.** Porcentaje de aprobación de cada corte y examen durante el semestre 2018-2 en los cursos de cálculo vectorial en los que se aplicó la propuesta.

El examen que se realiza en el corte tres es acumulativo, es decir, evalúa todos los contenidos estudiados durante el curso. La nota media fue de 3,38, con una desviación de 0,75; la nota mínima fue 2,0 y la nota máxima fue de 4,4. Lo que permite inferir que, aunque no todos aprobaron el examen final, los resultados no están a más de 2 desviaciones estándar.

Por otra parte, se entrevistaron a algunos estudiantes sobre su percepción frente a la propuesta de clase invertida y la utilidad de las herramientas usadas para el desarrollo de esta. En sus respuestas afirmaron que fueron de gran ayuda, destacando los videos y las notas de clase, ya que les permitió avanzar a su propio ritmo de aprendizaje.

A continuación, se presenta una transcripción de dos respuestas dadas por un estudiante de quinto semestre de Ingeniería Electrónica.

- ¿Considera que las notas de clase diseñadas por las profesoras fueron una buena herramienta para el estudio y desarrollo del curso?

*Siempre que los estudiantes tengan la motivación sí es un buena herramienta, ya que hay unas personas que se le dificultan unas cosas más que a otras, entonces considero que esas personas lo que necesitan son herramientas y las notas de clase son una buena herramienta para una persona que no está acostumbrada a leer un texto de matemáticas [...] Entonces, eso le ayuda a la persona a agarrarle el gusto a las definiciones matemáticas que es un poco lo más complicado [...].*

- ¿Considera que se debe mejorar la propuesta en algún aspecto? ¿Qué herramientas se podrían seguir diseñando como apoyo para el proceso de aprendizaje?

*En general, son muy buenas herramientas. Sin embargo, en las notas de clase considero que hay dos temas que son algo complejos y estaban descritos en un espacio muy pequeño: multiplicadores de Lagrange y el tema de coordenadas esféricas y coordenadas cilíndricas [...]. Y... de acuerdo a cosas que se podrían seguir haciendo, es seguir haciendo los videos que se complementan con las notas de clase, porque son muy, muy, muy —mmm—, ayudan muchísimo; tanto antes para preparar la clase, como para después de la clase, para sentar el conocimiento.*

## Conclusiones

La aplicación de la propuesta en los dos cursos de cálculo vectorial requirió un trabajo estructurado por parte de las docentes, ya que el diseño y elaboración de las herramientas de apoyo a la clase, así como la preparación del cronograma por sesión, exigió tiempo y continuas evaluaciones, con el fin de entregarle a los estudiantes un material que cumpliera con el objetivo de soporte para su proceso de aprendizaje, a través de un lenguaje sencillo, pero sin perder la profundidad matemática que los temas requieren.

El curso tuvo ganancias agregadas como el alcance de un estudio autónomo, la profundización del conocimiento y la organización del tiempo por

parte del estudiante, adquirida a partir de la necesidad de preparar las sesiones presenciales con antelación y, por supuesto, la notoria disminución en la pérdida de la asignatura.

Se evidencia a través de las entrevistas semiestructuradas el impacto positivo de los recursos diseñados para que el estudiante pudiera aprender a su ritmo. En cuanto a las clases presenciales, otorgaron un alto valor al trabajo en equipo, así como al papel del docente como apoyo en la solución de dudas y profundización del tema.

Fueron más provechosos los espacios presenciales de lo que usualmente se percibe en las clases con una metodología tradicional.

Las herramientas utilizadas para aplicar el modelo de aula invertida permitieron en algunas ocasiones que los estudiantes se adelantaran en los temas debido a salidas de campo o ausencias de clase, lo cual es difícil en una clase de enseñanza tradicional.

El éxito de la aplicación del modelo de aula invertida requiere de tres elementos fundamentales: estudiantes dispuestos al cambio, docentes capacitados en el uso de herramientas tecnológicas y aptos para diseñar la propuesta igualmente, así como el apoyo institucional que facilite tiempos para la elaboración de esta y un espacio virtual para organizarlas.

La realización de una herramienta estandarizada para evaluar el modelo de aula invertida podría ser otra fase del proyecto de investigación y tener un impacto positivo mostrando el alcance que pueden tener los estudiantes en cursos posteriores, al haber tenido la experiencia de participación en el curso en contraste con aquellos que no la han tenido.

Los resultados obtenidos a partir de la investigación sugieren que la implementación del modelo de aula invertida obedece a un cambio importante que va más allá de cómo se distribuye el tiempo dentro y fuera de la clase. Por ello, este tipo de investigaciones podría proponerse como un proyecto institucional, que permita tener registro de lo sucedido e implementando mejoras de forma continua.

## Agradecimientos

Agradecemos al Departamento de Matemáticas y Dirección de Investigaciones de la Universidad El Bosque por valorar esta propuesta metodológica, además de brindar el recurso económico para la creación y publicación del material diseñado para el desarrollo de las clases.

## Referencias

- Barrera, F.; Santos, M. (2001). Students' use and understanding of different mathematical representations of tasks in problem solving instruction. En *23<sup>th</sup> Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 459-466). ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Castaño, C.; Romero, R. (2007). Las TIC en los procesos de formación. Nuevos medios, nuevos escenarios para la formación. En J. Cabero y R. Romero (coord.), *Diseño y Producción de TIC para la formación*. Barcelona: UOC. <https://doi.org/10.4272/978-84-15562-44-3.ch1>
- Costa, V. A.; Arlego, M. (2011). Enseñanza del Cálculo Vectorial en el contexto de la ingeniería: una revisión bibliográfica. En *Actas en el I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática (I CIECyM) y II Encuentro nacional en Enseñanza de las Ciencias (II ENEM)* (pp. 88-94). Buenos Aires, Argentina.
- Molero, M.; Salvador, A. (2007). Los medios tecnológicos y la enseñanza de las matemáticas. En *Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en la Ingeniería y la Arquitectura* (pp. 123-145). Madrid.
- Morales, L.; Guzmán, T. (2014). El video como recurso didáctico para reforzar el conocimiento. *Encuentro Internacional de Educación a Distancia*. Guadalajara, México.

