

Perfeccionamiento del diseño de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores*

Perfeccionamiento del diseño of transmisiones by engranajes ingredients straight cylindrical inner

Perfeccionamiento do desenho de transmissões por engranajes cilíndricos de dentes rectos interiores

Recibido: noviembre de 2011

Aceptado: mayo de 2012

Ana María Becerra Ferreiro**

Jorge Laureano Moya Rodríguez***

Roque Martínez Ortiz

Salvador Gómez Jiménez

Resumen

Este artículo presenta los resultados del trabajo de investigación que lleva su nombre. Expondremos cómo los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores tienen sus particularidades, con respecto a los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores. Las diferencias radican en su geometría, características del contacto y duración del mismo. Estos engranajes están sometidos a los mismos tipos de fallas que los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores, aunque, debido a la geometría y forma del diente, estas fallas son menos frecuentes que en los exteriores. En el presente trabajo se hace un estudio de las características particulares del contacto en los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores, a partir del análisis de las tensiones de contacto, el coeficiente de recubrimiento e influencia de la corrección del dentado en la disminución de las fallas de estos engranajes.

Palabras clave: Engranajes interiores, tensiones, factor de recubrimiento, corrección.

Abstract

This paper presents research results of the article that bears his name. In this regard, the gears have cylindrical inner spur have their peculiarities with respect to the spur gear outer cylindrical in their geometry and characteristics of the contact duration. These gears are subject to the same types of failures that the helical external spur, but the product of the geometry and shape of the tooth these failures are less frequent than in the outdoors. In this paper we study the particular characteristics of the contact in the helical internal spur, analyzing issues such as: Contact stress coefficient coating and influence of the correction of teeth in reducing failures of these gears.

Keywords: Gears internal, tensions, covering factor, correction

* Proyecto de investigación realizado en la Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Cuba.

** Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Autónoma de Zacatecas. Correo electrónico Méxicoaferreiro11@yahoo.com.mx

*** Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Cuba. Correo electrónico: jorgemr@uclv.edu.cu

Resumo

Este artigo apresenta os resultados da pesquisa que levase a nome. A este respeito, as engrenagens têm esporão cilíndrica interna têm as suas particularidades com respeito à rodada externa cilíndrica sua geometria e as características da duração de contacto. Estas engrenagens estão sujeitas aos mesmos tipos de falhas que o esporão helicoidal externa, mas o produto da geometria e da forma do dente estas falhas são menos frequente do que no exterior. Neste trabalho estudamos as características específicas do contato no esporão helicoidal interna, analisando questões como: Contato revestimento coeficiente de estresse e influência da correção dos dentes na redução das falhas destes engrenagens.

Palavras-chave: Engrenagens internas, abrangendo do fator, correção,

Introducción

En los últimos años, el uso de las correcciones en las transmisiones por engranajes (engranajes no estandarizados) ha ido adquiriendo cada vez más importancia. Muchos textos de teoría de mecanismos que explican, por ejemplo, la corrección, hablan esencialmente de un desplazamiento de la herramienta, y no relacionan directamente la corrección con el cambio de diámetro del semiproducto bruto donde se va a tallar la rueda dentada. Para comprender a cabalidad este fenómeno hay que remontarse a dos conceptos básicos, que estudiamos en los cursos de pregrado de Teoría de Mecanismos: cremallera básica y propiedades de la evolvente. No es difícil encontrar artículos sobre correcciones en engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores; sin embargo, hay poca información sobre el uso y aplicación de las correcciones del dentado en engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores. La corrección del dentado no solamente se emplea para resolver problemas geométricos de ajuste de la distancia entre centros, sino también para mejorar el comportamiento y la eficiencia de las transmisiones por engranajes. Acerca de la influencia de la corrección en la reducción o eliminación de las fallas en los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores, no se encontró ninguna información en la literatura disponible.

Coefficiente de recubrimiento y distribución de la carga en engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores

Dadas las características particulares de los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores, su coeficiente de recubrimiento será mayor que el de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores. En la figura 1 se muestra el proceso de una pareja de engranajes cilíndricos de dientes interiores.

En este caso, si la distancia de los centros entre las ruedas cambia (aumenta), las circunferencias primitivas en ambas ruedas se moverán fuera del centro. El resultado del aumento de las circunferencias de paso es una reducción en el coeficiente de recubrimiento, no obstante, esto en los engranajes interiores no es importante, ya que su coeficiente de recubrimiento es grande, mucho mayor que en los exteriores.

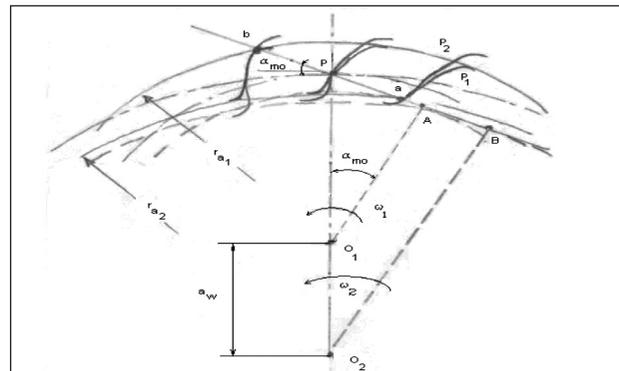


Figura 1. Determinación del coeficiente de recubrimiento en engranajes internos

Fuente: elaboración propia

La expresión para determinar el coeficiente de recubrimiento en los engranajes interiores se puede obtener con el siguiente procedimiento:

$$\varepsilon = \frac{ab}{t \cos \alpha_c} = \frac{ab}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha_c} \quad (1)$$

$$ab = Ab + AB - Ba, \quad Ab = \sqrt{re_1^2 - rb_1^2},$$

$$AB = a_w \cdot \text{sen} \alpha_w, \quad Ba = \sqrt{re_2^2 - rb_2^2}$$

Entonces:

$$ab = \sqrt{re_1^2 - rb_1^2} - \sqrt{re_2^2 - rb_2^2} + a_w \cdot \text{sen} \alpha_w$$

y por tanto el coeficiente de recubrimiento quedará expresado como:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{re_1^2 - rb_1^2} - \sqrt{re_2^2 - rb_2^2} + a_w \cdot \text{sen} \alpha_w}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha_c} \quad (2)$$

Uno de los principales aportes de este trabajo está relacionado con la evaluación de la variación del coeficiente de recubrimiento, el cual se expresa en función de diferentes parámetros de la transmisión. Para ello se elaboró una tabla en Excel que contempla la influencia de los parámetros presentes en la ecuación 2. En la figura 2 se observa cómo varía el coeficiente de recubrimiento, en función de la

diferencia entre los números de dientes. Así, por ejemplo, a medida de que se hace mayor esta diferencia disminuye el factor de recubrimiento, aunque siempre se mantiene por encima de 2 unidades.

En la figura 3 se observa cómo varía el coeficiente de recubrimiento en función de los coeficientes de corrección, cuando hablamos de un caso donde se le da toda la corrección al piñón. De la figura se puede decir además que a medida que aumenta la corrección, otorgando todo el valor de corrección al piñón, aumenta también el factor de recubrimiento.

A pesar de la amplia revisión bibliográfica realizada y de participar en numerosos foros de discusión en Internet, no se encontraron los gráficos de distribución de la carga para los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores. Para construir estos gráficos los autores sobrepusieron los dientes rígidos y así se pudo obtener la distribución de la carga. En la figura 6 se muestran los gráficos de distribución de la carga en los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores para diferentes factores de recubrimiento.

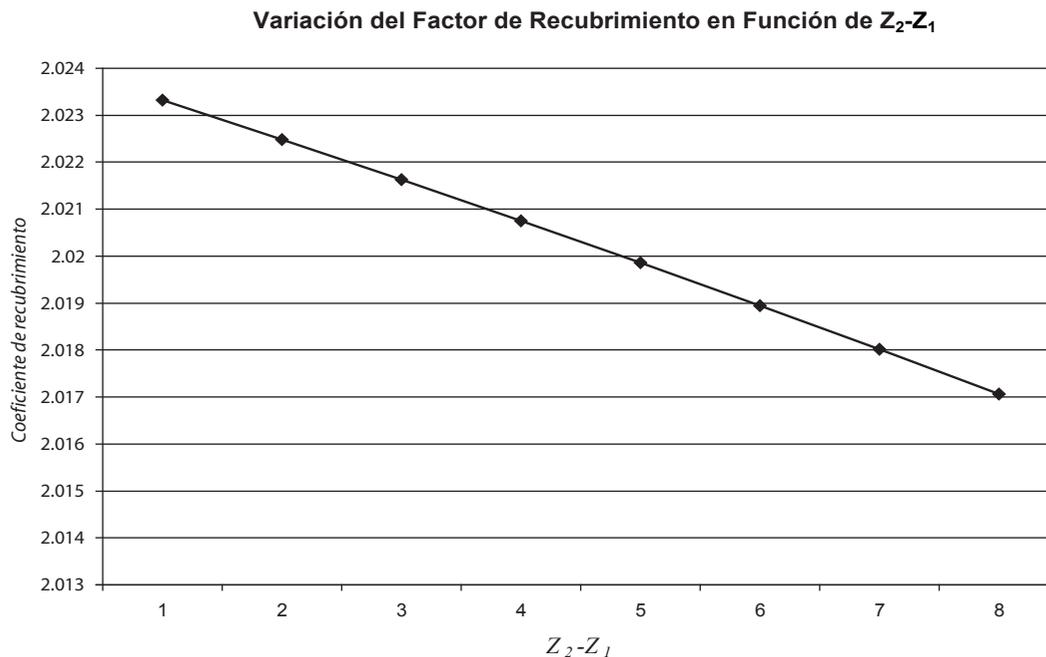


Figura 2. Variación del coeficiente de recubrimiento en función de la diferencia entre los números de dientes

Fuente: elaboración propia

Variación del Coeficiente de Recubrimiento en Función de la Corrección del Piñón

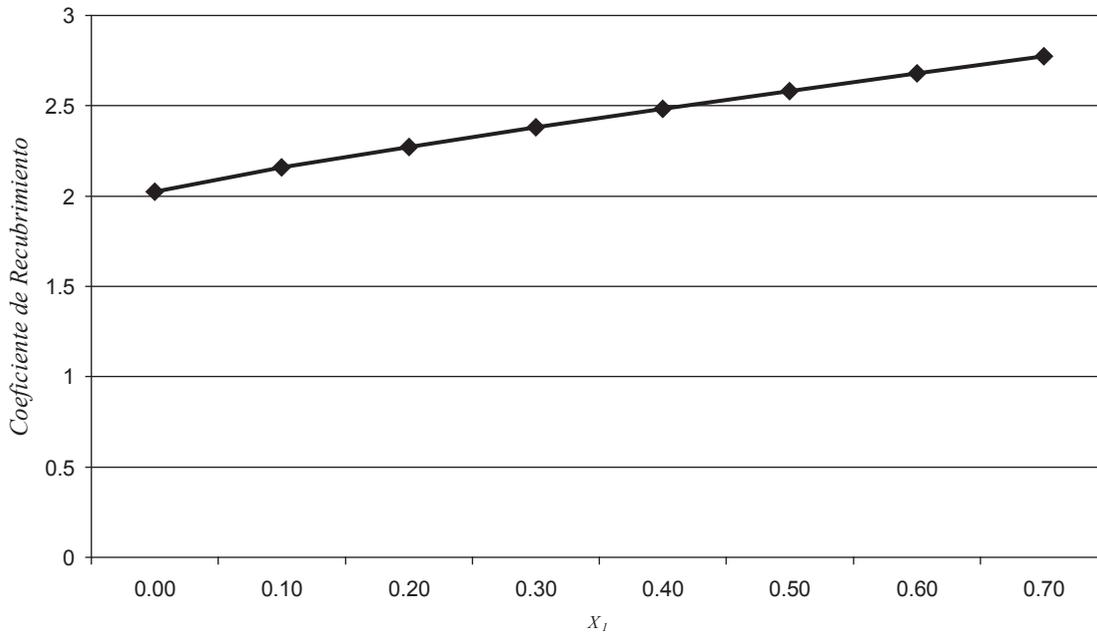


Figura 3. Variación del coeficiente de recubrimiento, cuando se otorga toda la corrección a piñón

Fuente: elaboración propia.

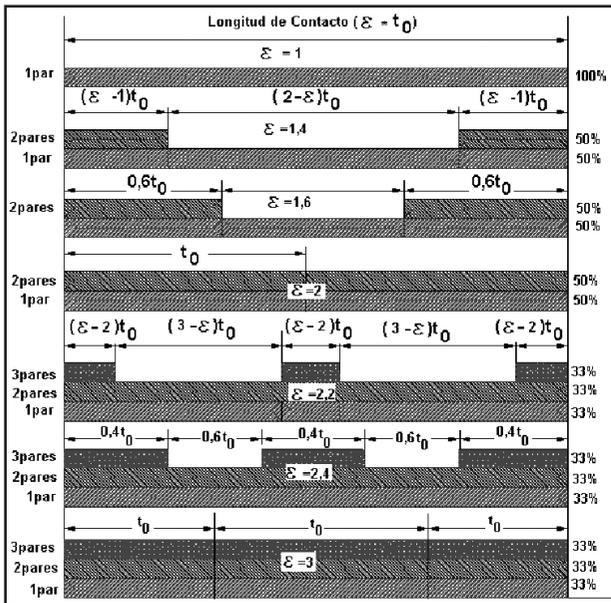


Figura 4. Gráfico de distribución de la carga en engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores en función del coeficiente de recubrimiento

Fuente: elaboración propia

Fallas en las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores

Al igual que en el caso de las correcciones, existe una amplia información sobre las fallas en los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores, incluso libros enteros sobre esta temática; sin embargo, no existe una sola fotografía de una falla en engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores. Pese a lo anterior, sabemos que las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores pueden sufrir múltiples deterioros durante su funcionamiento, no obstante, las fallas más comunes son:

a) **Picadura o careado.** Esta falla se caracteriza por el desprendimiento de partículas de la superficie del diente producto de la acción del lubricante. Estos desprendimientos aparecen en la zona cercana al polo, por debajo de la circunferencia primitiva. Este fenómeno se produce porque aquí es donde mejor puede desarrollarse la grieta sin “limarse”, ya que la velocidad de deslizamiento es muy pequeña.

b) Desgaste. Esta falla es propia de las transmisiones no lubricadas, y se caracteriza por la disminución del espesor del diente en la zona de la cabeza y del pie, lugares donde existe mayor velocidad de desplazamiento.

c) Deformación plástica de la superficie de los dientes o fluencia friccional. Esta falla se produce en transmisiones altamente cargadas, se caracteriza por la fluencia del material hacia los extremos o centro del diente, dependiendo de si la rueda es conducida o conductora.

d) Fractura del diente. Esta falla se produce tanto en transmisiones lubricadas como no lubricadas y puede deberse tanto a la fatiga como a sobrecargas instantáneas. Esta ocurre en el pié del diente.

Cuando se presenta una falla en una transmisión por engranajes, el proyectista trata de resolverla inmediatamente con la elevación de la calidad del material; sin embargo, muchas fallas se pueden retardar e inclusive evitar con ligeras modificaciones geométricas, principalmente a través del uso de las correcciones.

Influencia de la corrección en la falla por picadura de las transmisiones, a causa de engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores

La picadura o fatiga superficial, es el desprendimiento de partículas de metal de las superficies de trabajo de los dientes, asociada a la acción que sobre estas ejercen tensiones de contacto de carácter cíclico, en presencia del lubricante en la transmisión.

Durante el funcionamiento de la transmisión y, según sea la magnitud de las tensiones de contacto, se desarrollan en la superficie grietas de fatiga que tienen su origen en defectos de la superficie o del interior del metal. La orientación de las mismas está íntimamente relacionada con las fuerzas de fricción sobre la superficie, de suerte que las grietas,

desarrolladas mediante un proceso de fisura progresiva, quedan orientadas en la dirección de las fuerzas de fricción. Dado que la orientación de estas fuerzas sobre la rueda conductora es diferente y contraria a la de la conducida en zonas como la cabeza y el pie del diente, respectivamente, las fisuras de fatiga se desarrollan en la dirección de estas fuerzas.

El desarrollo posterior de las grietas, una vez alcanzan la superficie, está íntimamente relacionado con la presencia del lubricante en la transmisión. El contacto comienza en el pie del diente del piñón y la cabeza de la corona y se va extendiendo hacia la cabeza del piñón y el pie de la corona. Esto determina que las grietas que se encuentran en el pie de los dientes de ambas ruedas entran en la zona de contacto por su abertura exterior, de manera que el aceite que se encuentra en el interior de la grieta es bloqueado y la presiona abriéndola. Este proceso, al repetirse sucesivamente, provoca el desprendimiento de las partículas de metal. Al mismo tiempo, las grietas que se encuentran en las superficies de la cabeza de los dientes entran en contacto por el fondo y, durante la rodadura, el aceite es desalojado del interior. Cuando esto ocurre, las grietas no experimentan la presión del aceite y no se desarrollan los hoyos de picadura. La picadura, bajo esta perspectiva, solo se desarrolla en el pie de los dientes, fundamentalmente en la zona próxima al polo donde la carga específica es mayor.

Este proceso de picadura está directamente relacionado con la presencia de las tensiones de contacto (de carácter cíclico) que dan origen a las grietas de fatiga. Cualquier modificación en la geometría, que disminuya la magnitud de las tensiones de contacto, reduce la posibilidad de aparición de estas grietas y disminuye la tendencia de la superficie a la destrucción por picadura.

En las transmisiones por engranaje cilíndricos de dientes rectos interiores las tensiones de contacto se determinan según la ecuación de Hertz, considerando las superficies de los dientes en las proximidades de los puntos de contacto como un cilindro dentro de otro.

Para este caso:

$$\sigma_{\text{sup}} = 0,418 \sqrt{\frac{q \cdot E}{\rho}} \quad (3)$$

Dado que el módulo de elasticidad E es constante, las tensiones de contacto dependen de la carga específica q y del radio de curvatura reducido r . La expresión del radio de curvatura reducido en este caso será:

$$\rho = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} \quad (4)$$

El término $\rho_2 - \rho_1 = AB = \text{constante}$ (ver figura 5), de tal forma que el radio de curvatura reducido es una función directa del producto $\rho_2 \rho_1$, y este alcanza su valor máximo cuando el producto sea también el máximo. Para un mismo valor del módulo y de los números de dientes del piñón y la corona este producto aumenta a medida que aumentan ρ_2 y ρ_1 .

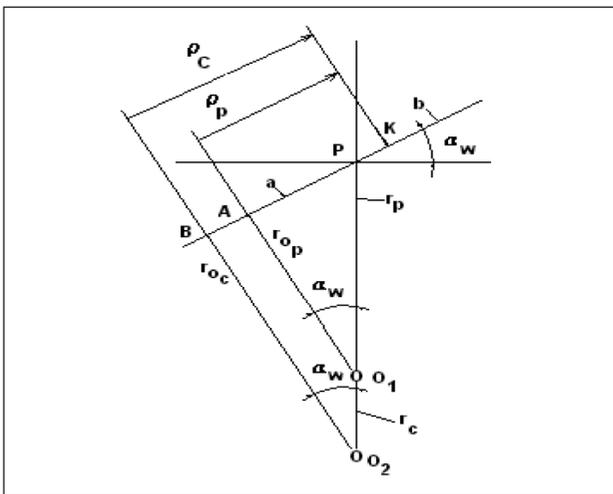


Figura 5. Línea práctica de engranaje

Fuente: elaboración propia

Estos valores aumentan si se corrigen positivamente ambas ruedas, manteniendo la distancia entre centros (corrección de altura) o aumentándola (corrección angular). El efecto de la corrección positiva consiste en mover el punto K hacia la parte superior derecha. El máximo valor de ρ y ρ_1 se alcanza en b , es decir, donde el radio exterior del piñón corta la línea de engranajes. Por tanto, el valor máximo del radio de curvatura reducido va a

estar delimitado por el aumento máximo permisible del radio exterior del piñón. Para obtener este valor hay que obtener, a su vez, el valor máximo de corrección positiva que puede admitir el piñón, garantizando que $S_e/m \geq 0.25$. Para conocer este valor se desarrolló el correspondiente algoritmo y programa de computación en *Borland Delphi*. Posteriormente, los resultados arrojados se graficaron mediante el *Curve Expert* para Windows y se halló la correspondiente ecuación de regresión.

En la figura 6 se muestra la curva del valor de corrección máximo, en función del número de dientes y de acuerdo al modelo matemático a que corresponde.

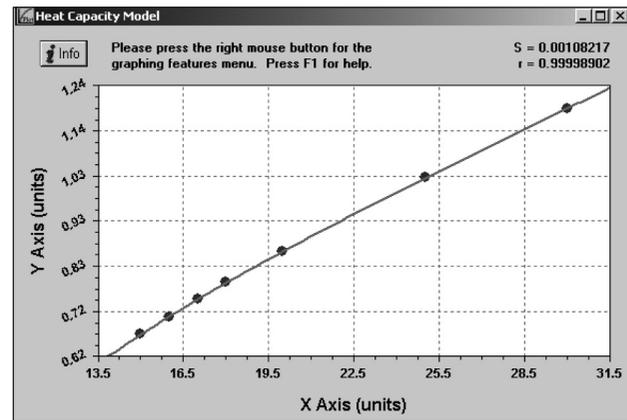


Figura 6. Variación del coeficiente máximo de corrección (eje Y) en función del número de dientes del piñón (eje X)

Fuente: elaboración propia

Así, el coeficiente de corrección máximo que admite el piñón se ajusta a la siguiente expresión:

$$X_{\text{máx}} = 0.3156 + 0.03Z - \frac{21.4}{Z^2} \quad (5)$$

Para la corona interior fue necesario hacer un procedimiento similar, pero en este caso se procedió con un chequeo atípico que no aparece en la bibliografía relacionada con las transmisiones por engranajes. Se trató de verificar qué sucede con el espesor del diente de la corona por la circunferencia interior S_p (ver figura 7).

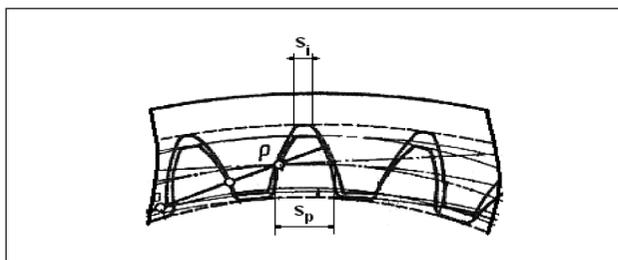


Figura 7. En torno a la determinación del valor máximo de corrección positiva que se puede dar a la corona interior

Fuente: elaboración propia

Para determinar este valor se utilizó un diagrama de bloque, muy parecido al del caso del piñón, pero teniendo en cuenta el espesor del diente por el diámetro interior de la corona. Comparando ambos diagramas de bloque, se puede apreciar la similitud en la forma de los mismos y además en las expresiones que contienen, ya que el ángulo interior en la corona es equivalente al concepto de ángulo exterior en el piñón y el espesor del diente de la corona por la circunferencia interior es equivalente, como concepto, al espesor del diente del piñón por la circunferencia exterior.

Para evaluar el valor máximo de corrección positiva que admite la corona se realizó un programa similar al del caso del piñón, el cual arrojó resultados similares, aunque ligeramente inferiores al valor máximo de corrección positiva que se le puede dar al piñón; como es lógico, esto se debe a que la corona tiene uno o dos dientes más. Por tanto, el valor máximo del radio de curvatura posible que se puede obtener dependerá precisamente del valor máximo de corrección que se le asigne al piñón.

En la figura 8 se muestra la variación del radio de curvatura reducido (eje Y) en función del radio de curvatura del piñón (eje X).

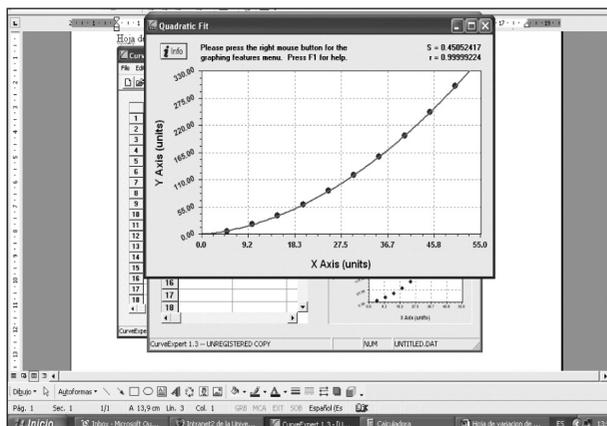


Figura 8. Variación del radio reducido en función del radio de curvatura del diente del piñón

El modelo matemático es una función cuadrática expresada de la siguiente manera:

$$\rho = -0,566 + 1,03 \rho_1 + 0,99 \rho_1^2 \quad (6)$$

En la figura 9 se muestra la curva de variación del radio de curvatura reducido a lo largo de la línea teórica de engranaje. En el caso de los engranajes cilíndricos de dientes rectos interiores, la carga específica varía a lo largo de la línea práctica de engranaje. Si se simplifica el esquema de variación de la carga específica y se considera que esta varía de $q/2$ a q , se pueden obtener las curvas de variación de las tensiones de contacto. De este análisis se desprende que para obtener el valor mínimo de las tensiones de contacto, es necesario lograr un desplazamiento de la línea práctica de engranaje, mediante una corrección tal que ubique la misma lo más lejano posible de los puntos de la línea teórica de engranajes. Debe recordarse que esto está limitado por la corrección máxima positiva que se le puede dar al piñón, por tanto el valor del coeficiente de corrección, que garantiza la máxima resistencia a la picadura, coincide con el valor máximo de corrección que se le puede dar al piñón.

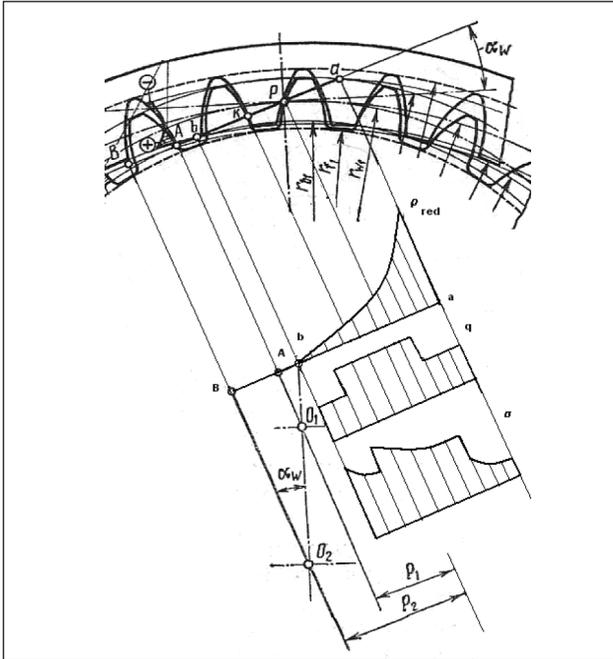


Figura 9. Variación del radio reducido y de las tensiones de contacto a lo largo de la línea de engranajes

Fuente: elaboración propia

Conclusiones

La corrección de altura y la corrección angular positiva favorecen la resistencia de las transmisiones cilíndricas de dientes rectos interiores, tanto a la picadura como al desgaste y la fractura.

La forma de aumentar la resistencia de estas fallas es alejando lo más posible la línea práctica de engranajes de la línea teórica, mediante la corrección positiva de ambas ruedas.

El valor máximo de resistencia que se puede alcanzar depende del valor máximo de corrección que admitan tanto el piñón como la corona. En el caso particular de la corona se da un caso sui generis en las transmisiones por engranajes, al tener que comprobar que el espesor del diente por la circunferencia interior sea mayor que 0.25m.

Se construyeron dos prototipos de reductores de ciclo de engranajes con perfil evolvente para la

industria, los cuales se encuentran funcionando y han dado buenos resultados. Uno de ellos está ubicado en una panadería de la ciudad de Santa Clara.

Bibliografía

AGMA Information Sheet 908-B89 Geometry Factors for Determining the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth. (Abril de 1989). American Gear Manufacturers Association, Alexandria, Virginia.

Airapetov, E. L. (1990) "Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos". En *Revista Viestnik Mashinostroienia*, núm. 8. Moscú.

Andersson, A. (2000.) "An Analytical Study of the Effect of the Contact Ratio on the Spur Gear Dynamic Response". En *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 122, pp. 508-514.

Baranov, G. G. (1987). *Curso breve de Teoría de Mecanismos*. Moscú: Editorial MIR.

Buckingham, E. (1980). *Manual of Gear Design*. New York: Editorial Industrial Press Inc.

Dorofieiev, V. L. (1983). "Bases de cálculo de fuerzas y tensiones durante el contacto de las transmisiones cilíndricas dentadas". En *Revista Viestnik Mashinostroienia*, núm. 3. Moscú.

Dudley, D. W. (1985). *GEAR Handbook*, McGraw-Hill. Book Company.

Faires, V. M. (1998). *Diseño de elementos de máquinas*. Editorial Limusa.

Henriot, G. (1993). "Manuale pratico degli ingranaggi". Milán, Italia: Tecniche Nuove.

ISO 6336 (draft international standard) Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears. (1996). International Standardization Organization, Geneva.

- Kudriatzev, V. N. (1980). *Elementos Máquinas*. Leningrado: Mashinostroenie.
- Litvin, F. L. (junio de 1995). "Applied Theory of gearing: State of the art". En *Journal of Mechanical Design*, vol. 117, núm. 2, pp 128-134.
- Moya, J. L. (1990). "Cálculo de tensiones y deformaciones en los dientes de las coronas de molinos de caña de azúcar mediante el MEF". En *Revista Construcción de Maquinaria*, año 15, núm. 2.
- Moya, R. J. (s. f.). "Correcciones en las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos", [en línea]. Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos6/ensi/ensi.shtml>
- Spotts, M. F. (1990). *Design of machine elements*. New Jersey: Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- Zirpke, K. (1980). *Zahnrad*. Veb Fachbuch Verlag. Leipzig.