

# Ámbitos de investigación en invención de problemas matemáticos<sup>1</sup>

## Objectification process fraction concept when students solve problemse

### Areas of research in invention of mathematical problems

Recibido: mayo de 2013  
Aceptado: agosto de 2013

Johan Espinoza González<sup>2</sup>  
Jose Luis Lupiañez Gómez<sup>3</sup>  
Isidoro Segovia Alex<sup>4</sup>

#### Resumen

La invención de problemas es una línea de investigación que surge de los estudios realizados sobre la resolución de problemas matemáticos y es reconocida como actividad importante dentro del salón clase. De ahí surge un interés creciente por investigar este tema desde diferentes perspectivas, obteniendo una amplia variedad de resultados. De esta forma presentamos algunos ámbitos de investigación en invención de problemas y sus principales resultados. El estudio muestra que la investigación en invención de problemas aporta resultados valiosos en la mejora de la educación matemática como en la aportación de elementos teóricos sobre el tema.

**Palabras clave:** Otras nociones de Educación Matemática; resolución de problemas; planteamiento de problemas; problemas.

#### Abstract

The invention of problems is a line of research that emerges from the studies on mathematical problem solving and is recognized as an important activity within the class room. This gives rise to a growing interest in investigating this issue from different perspectives, resulting in a wide variety of results. This research areas are some problems in invention and its main results. The research study shows that problems in invention provides valuable results in the improvement of mathematics education and in the contribution of theoretical about it.

**Keywords:** Other notions of mathematics education, problem solving, approach problems, problems.

#### Resumo

A invenção de problemas é uma linha de pesquisa que emerge a partir dos estudos sobre resolução de problemas matemáticos e é reconhecido como uma atividade importante dentro da sala de aula. Isto dá origem a

<sup>1</sup> Artículo de Investigación.

<sup>2</sup> Universidad Nacional, Costa Rica. Contacto: jespinoza@una.cr.

<sup>3</sup> Universidad de Granada, España. Contacto: lupi@ugr.es.

<sup>4</sup> Universidad de Granada, España. Contacto: isegovia@ugr.es

um interesse crescente em investigar esta questão a partir de perspectivas diferentes, resultando em uma ampla variedade de resultados. Estas áreas de pesquisa são alguns problemas na invenção e seus principais resultados. A pesquisa mostra que os problemas na invenção fornece resultados valiosos para a melhoria da educação matemática e na contribuição de teóricos sobre o assunto.

**Palavras-chave:** Outras noções de educação matemática, resolução de problemas, problemas de abordagem, os problemas.

## Introducción

Desde la década de los 80's se da un mayor énfasis a la resolución de problemas como una actividad central de la matemática escolar (NCTM, 1980, 1989) y es tal que en todas las clases de matemática de cualquier país se puede observar a los estudiantes resolver problemas matemáticos (Silver, 1994). A partir de ahí surgen diversas líneas de investigación en resolución de problemas, entre las cuales, la invención de problemas matemáticos es una de ellas (Castro, 2008).

Uno de los primeros investigadores que reconoció la importancia de tal actividad fue Krutetski (1976) en su estudio sobre la comprensión de la naturaleza de las habilidades matemáticas de niños considerados con talento matemático. Polya (1976), en su propuesta sobre el proceso de resolución de un problema también hace referencia a esta actividad al cuestionarse si el problema puede ser planteado de manera diferente o variar el problema descartando parte de la solución.

El interés sobre la invención de problemas también se ve reflejado en los reportes como los estándares sobre el currículo y evaluación para las matemáticas escolares (NCTM, 1989) y los estándares profesionales para la enseñanza de la matemática (NCTM, 1991), que sugieren un incremento en el uso de dicha actividad en las clases de matemática. De igual forma, algunos distinguidos matemáticos e investigadores en educación matemática (Freudenthal, 1973; Polya, 1954; Brown & Walter, 1990; Ellerton 1986; NCTM, 2000; Polya 1979), reconocen la invención de problemas como actividad importante dentro de la experiencia matemática de los estudiantes y mencionan el gran valor educativo, a lo largo del tiempo, que tiene el que

los estudiantes de todos los niveles inventen problemas en clase.

Por tanto, consideramos importante realizar un estudio sobre algunas perspectivas de investigación en invención de problemas matemáticos, con el objetivo de aportar información relevante a educadores e investigadores en Educación Matemática sobre la riqueza de la invención de problemas como actividad matemática dentro del salón de clase y como campo de investigación.

## Ámbitos de investigación en invención de problemas matemáticos

Varios investigadores en Educación Matemática han estudiado la invención de problemas matemáticos con distintos propósitos. A continuación se hace una aproximación sobre los principales ámbitos de investigación en invención de problemas matemáticos.

La invención de problemas como característica de la actividad creativa o talento excepcional. Algunas estrategias para identificar individuos creativos han utilizado actividades de invención de problemas dentro de dicho proceso. Por ejemplo, Getzels & Jackson (citados por Silver, 1994), desarrollaron un conjunto de tareas para medir la creatividad, donde una de ellas propone a los sujetos plantear problemas que podrían ser contestados usando información dada (Silver, 1997). Balka (1974), también pidió a un grupo de sujetos que inventaran problemas matemáticos que podrían ser contestados con base en una información dada y los analizó desde tres aspectos: número de problemas inventados, flexibilidad en el número de diferentes categorías de problemas inventados y originalidad.

Otros autores como Van den Brink (1987); Streefland (1987); Healy (1993); Skinner (1991) citados en Silver (1997), coinciden en que los procesos de invención y resolución de problemas pueden fomentar el desarrollo de la fluidez, que es una de las principales características de la creatividad.

La invención de problemas también ha sido estudiada para explorar la capacidad de estudiantes con talento en matemáticas. Esto queda de manifiesto en los estudios de Krutetskii (1976), Ellerton (1986), Pelczer & Gamboa (2008) y Kesan, Kaya, & Güvercin, (2010), quienes propusieron tareas de invención de problema a estudiantes con talento matemático.

La invención de problemas como instrumento para identificar estudiante con talento en matemática. Algunos autores ven en la invención de problemas una herramienta que podría ser utilizada en el proceso de identificación de estudiantes con talento matemático (Kesan, et al., 2010; Ellerton, 1986). Esto porque algunos estudios (Ellerton, 1986; Silver & Cai, 1996; Espinoza, 2011), identifican diferencias en los problemas planteados por estudiantes con mayor y menor capacidad matemática. Además, Kesan et al., (2010), afirma que por medio del planteamiento de problemas, la relación entre el profesor y los estudiantes es más alta y los estudiantes son más activos, por lo que el profesor puede identificar al alumno superdotado y su capacidad matemática. Por último Espinoza (2011), empleó la invención de problemas para identificar de forma exploratoria algunos indicios del uso de la invención de problemas como herramienta para identificar estudiantes con talento en matemáticas.

La invención de problemas como una ventana para observar la comprensión matemática de los estudiantes. La actividad de inventar problemas también ha sido estudiada como medio que permite conocer y analizar la comprensión de los conceptos matemáticos y habilidades matemáticas de los estudiantes (Silver, 1994; Pelczer & Gamboa, 2008). De acuerdo con Ellerton (1986), cuando los niños inventan problemas demuestran su comprensión y nivel de desarrollo de conceptos en las ideas matemáticas expresadas.

En España se han realizado algunas investigaciones con esta dirección. Por ejemplo, Luque (2004) utilizó la invención de problemas como el mecanismo por el cual un grupo de estudiantes de tercer curso de secundaria pondrían de manifiesto su conocimiento y comprensión sobre las fracciones y sus operaciones. Ayllón (2004) usó esta misma técnica para conocer el significado, diferentes usos y contextos que un grupo de profesores en educación primaria dan a tres tipos de números: naturales, enteros negativos y racionales.

La invención de problemas como herramienta para evaluar el aprendizaje de conocimientos matemáticos. Dado que las actividades de invención de problemas permiten al profesor tener una visión de la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos de sus estudiantes, así como profundizar en la construcción de la comprensión de dichos conceptos (English, 1997; Pi-Jen Lin, 2004), es que algunos investigadores se han interesado en estudiarla como una herramienta para evaluar el aprendizaje de conocimientos matemáticos de los estudiantes (Kwek & Lye, (2008); (Silver & Cai, 2005). Al respecto Silver & Cai (2005), mencionan que si la invención de problemas es parte de la actividad de enseñanza, entonces también debería ser incorporada de alguna forma dentro de la evaluación de clase como un medio para comprobar la comprensión o capacidad de los estudiantes. Por tanto, un aspecto positivo que tiene ésta como herramienta de evaluación con respecto a otras, es que no está separada del proceso de instrucción sino inmersa en ella (Pi-Jen Lin, 2004).

La invención de problemas como medio para mejorar la disposición y actitudes de los estudiantes hacia la matemática. Estudios indican que la invención de problemas es una herramienta que puede ser utilizada para mejorar la disposición y actitudes de los estudiantes hacia la matemática (Brown and Walter, 1983, 1993; Silver, 1994; Silver, Mamona-Downs, Leung, & Kenney, 1996; English, 1997). Al respecto, Winograd (1991, citado por Cázares, 2000) menciona que los estudiantes que participaron en su estudio mostraron estar altamente motivados para participar en las actividades de matemática al proponer y compartir con sus compañeros de clase problemas de diferente dificultad.

Akay & Boz (2008), examinaron el efecto que tiene el planteamiento de problemas sobre las actitudes hacia la matemática de 82 profesores en formación. En su estudio concluyen que esta técnica es más efectiva que la enseñanza tradicional en la mejora de las actitudes de los estudiantes hacia la matemática, reduciendo su ansiedad y motivando incluso a aquellos estudiantes que tienen poco conocimiento sobre el tema. Además observaron que este tipo de actividades crea una atmósfera optimista dentro de la clase que estimula a los estudiantes a concentrarse más sobre las actividades de pensamiento crítico, alejándose de algunas conductas negativas y mostrando una mayor disposición a asistir a las lecciones de matemática.

La invención de problemas como medio para mejorar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos. Se han realizado estudios que abordan la relación entre la invención y la resolución de problemas. Al respecto Leung & Silver (1996), destacan el valor que tiene la invención de problemas en la mejora de las habilidades de los estudiantes al resolver problemas matemáticos. Estos autores citan algunas investigaciones (Keil, 1965; Pérez, 1985; Winograd, 1991) que evidencian que el planteamiento de problemas tiene una influencia positiva en la habilidad de los estudiantes para resolver problemas. De igual forma, Cannon & Hawkins (1936) citados en Cázares (2000), afirman que si los estudiantes generan sus propios problemas entonces incrementará su habilidad para aplicar los conceptos aritméticos y destrezas en su resolución.

Silver & Cai (1996), también indagaron sobre dicha relación y concluyen que el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas tuvo una alta correlación con su rendimiento en el planteamiento de problemas. Del mismo modo, en el trabajo de English (1997) se pone de manifiesto que los estudiantes con habilidad en la resolución de problemas pero débiles en el sentido de número, plantean problemas con una estructura más compleja que sus compañeros con fuerte sentido de número pero débiles en resolución de problemas.

## Implicaciones en el proceso de invención de problemas

Algunos autores se centran en abordar las características de las tareas de invención de problemas. Al respecto, Moses, Bjork & Goldenberg (1990), hacen referencia a tres cuestionamientos: la clase de información que proporciona el problema, qué tipo de información permanece desconocida (y requerida) y qué tipo de restricciones están implicadas en la respuesta. También mencionan que las actividades de planteamiento de problemas se deben dar en un contexto matemático muy familiar para los estudiantes. Del estudio de English (1997), se recoge que los estudiantes necesitan un marco de conocimientos que les permita hacer frente a las actividades cognitivas que conlleva el inventar problemas. Así, propone que un estudiante debe comprender lo que es un problema, reconocer su estructura e identificar estructuras similares para que pueda inventar un problema.

## Conclusiones

Como queda de manifiesto, la invención de problemas ha sido objeto de investigación con diferentes propósitos, los cuales aportan resultados valiosos tanto en la mejora de la educación matemática como en el aporte de elementos teóricos y metodológicos que permiten ampliar el conocimiento sobre los procesos implicados en la invención de problemas. Así, se puede abordar la invención de problemas para estudiar las características de estudiantes con talento matemático, su identificación y posible identificación. De igual forma hay evidencias que indican su uso para mejorar los procesos de resolución de problemas matemáticos, para evaluar los aprendizajes alcanzados logrando una visión de la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos de los estudiantes y como actividad de clase que mejora la disposición y actitudes de los estudiantes hacia la matemática. A pesar de que la invención es una gran herramienta

para ser utilizada en clase, los maestros rara vez la usan, quizás porque les podría resultar difícil de aplicarlo en el aula o porque ellos mismos no poseen las competencias necesarias para hacerlo (Leung & Silver, 1997).

## Referencias

- Ayllón, M. (2004). *Invencción de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales*. Tarea para profesores de educación primaria en formación. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada
- Balka, D. S. (1974). *Creative ability in mathematics*. *Arithmetic Teacher*, 21, 633-636.
- Castro, E (2008). *Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España*. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho & B. Lorenzo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp 113-140). Badajoz: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Cázares, J. (2000). *La invención de problemas en escolares de primaria: un estudio evolutivo*. Memoria de tercer ciclo. Granada: Universidad de Granada
- Ellerton, N. F. (1986). Children's made up mathematics problems: A new perspective on talented mathematicians. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 261-271.
- English, L. D. (1997). The development of fifth grade children's problem posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 183-217.
- Espinoza, J. (2011). *Invencción de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: Un estudio exploratorio*. Memoria de Tercer Ciclo. Granada: Universidad de Granada
- Kesan, C., Kaya, D & Güvercin, S. (2010). The effect of problem posing approach to the gifted student's mathematical abilities. *International Online Journal of Educational Sciences*, 2(3), 677-687.
- Krutetskii, V.A (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children*. Chicago: University of Chicago Press.
- Leung, S. K., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24.
- Moses, B., Bjork, E. & Goldenberg, E. R (1990): Beyond problem solving: problem posing. En T. J. Cooney y C. R. Hirsch (eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s*. Yearbook: National Council of Teachers of Mathematics, 83-91.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pelczar, I., & Gamboa F. (2008). *Problem posing strategies of mathematically gifted students*. En R. Leikin (Ed.), *Proceedings of the 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*, (pp 193-199). Haifa, Israel.
- Silver, E. A. (1994). *On mathematical problem posing*. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.