

# Propuesta para la enseñanza de movimientos rígidos en el plano a partir de teselados<sup>1</sup>

Proposal for teaching rigid motions in the plane from tessellations

Proposta para o ensino de movimentos rígidos no plano de pavimentações

Recibido: mayo de 2013  
Aceptado: agosto de 2013

Álvaro Felipe Gómez Cruz<sup>2</sup>  
Duvan Ferney González Alfonso<sup>3</sup>

## Resumen

Esta experiencia en el aula es una muestra del trabajo logrado con estudiantes de grado quinto donde se mostrarán los referentes teóricos utilizados para plantear y diseñar las actividades que fueron aplicadas en el transcurso de un semestre, con el fin de acercarse a la noción de movimientos rígidos en el plano utilizando siempre como herramienta fundamental los teselados, además se mostrarán algunos logros obtenidos con estos estudiantes para reflexionar finalmente sobre la experiencia como docentes y la importancia de la planeación y el diseño.

**Palabras clave:** Enseñanza; metodología de enseñanza; matemáticas escolares; geometría; formas geométricas; teselados; movimientos rígidos en el plano; planeación.

## Abstract

This experience in the classroom is a sample of the work accomplished with fifth grade students which will display the theoretical framework used to raise and designed activities that were applied in the course of a semester, in order to approach the notion of rigid motions in the plane as a fundamental tool always using tessellations, and we show some achievements of these students to reflect on the experience eventually as teachers and the importance of planning and design.

**Keywords:** education, teaching methodology, school mathematics, geometry, shapes, tessellations, rigid motions in the plane; planning.

## Resumo

Esta experiência em sala de aula é uma amostra do trabalho realizado com os alunos da quinta série que irá apresentar o referencial teórico utilizado para levantar e actividades concebidas que foram aplicadas no curso de um semestre, a fim de abordar a noção de movimentos rígidos no plano como

1 Artículo de Investigación.

2 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Contacto: afgcruz@hotmail.com

3 Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. Contacto: duducorreo@gmail.com

uma ferramenta fundamental sempre usando pavimentações, e vamos mostrar algumas conquistas destes alunos a refletir sobre a experiência como professores e, eventualmente, a importância do planejamento e design.

**Palavras chave:** educação, metodologia de ensino, a matemática da escola, geometria, formas, pavimentações, movimentos rígidos no plano, planejamento.

## Contextualización

En el primer semestre del año 2011 los autores de esta experiencia realizan la primera práctica con estudiantes de grado quinto del colegio Instituto Técnico Juan del Corral, allí se realiza la planeación y el diseño necesarios para desarrollar el pensamiento espacial y sistemas geométricos teniendo en cuenta los aspectos propuestos por el grupo DECA (1992), el cual identifica varias etapas en la enseñanza que se pueden adaptar a cualquier temática y curso, desarrollando específicamente aspectos relacionados con los movimientos rígidos en el plano. Para lograrlo fue necesario tomar los teselados como herramienta básica para la enseñanza, además de las constantes socializaciones y discusiones entre alumnos y docentes en el aula de clases. Esta práctica se realizó con los estudiantes del grado 503 de la sede A del colegio mencionado anteriormente, donde hubo un total de 29 estudiantes de los cuales sus edades oscilaban entre los 8 y 11 años.

## Referentes Teóricos prácticos

La teselación se define como el arte de recubrir una superficie sin dejar huecos o espacios entre ellas y sin sobreponer las figuras, además hay figuras que pueden o no recubrir el plano, en lo cual Godino (2003) nos indica que un polígono en especial, que no lo hace, es el pentágono regular, ya que otros tipos de pentágonos si lo pueden hacer, dice que los cuadrados, triángulos (equiláteros), y otros polígonos si recubren completamente un plano; además que la suma de los ángulos que concurren en un mismo vértice sea de  $360^\circ$ .

Los siguientes son los diferentes tipos de teselados mencionados por Mariño (2004) que se pueden hacer con figuras geométricas:

**Regulares:** patrón que se consigue repitiendo un polígono regular, sólo se pueden realizar tres tipos, con triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares.

**Irregulares:** contruídos a partir de polígonos regulares e irregulares

**Semi-regulares:** hechos con dos o más polígonos regulares.

Además para este proceso de enseñanza fue necesario el concepto de congruencia, el cual de manera informal se define como las figuras que tienen la misma forma y tamaño, pero teniendo en cuenta una definición más formal como la que indica Godino (2003) dice que dos figuras son congruentes si y sólo sí, una figura es la imagen de la otra mediante un movimiento rígido, ya que van a tener igual medida de los lados, ángulos y por tanto su forma será igual, es a este concepto al que le llamamos congruencia

Teniendo en cuenta lo anterior los Lineamientos Curriculares (1998) dan a conocer que la geometría debe aplicarse en correlación con los procesos generales, estos son: formulación tratamiento y resolución de problemas, modelación, comunicación, razonamiento y formulación, comparación y ejercitación de procedimientos, con ellos tomamos los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, en donde para el ciclo dos expresa que los estudiantes deben identificar y reconocer los movimientos rígidos en el plano y además poder conjeturar sobre las consecuencias que se ven al aplicar uno o varios movimientos rígidos en el plano a una figura geométrica.

Partiendo de esto se ve la necesidad de definir cada uno de los movimientos en el plano, la traslación Barnett (1991) la define como un movimiento en el

plano de tal forma que a cada punto de la figura le corresponde un vector de traslación, (una distancia, una dirección y un sentido de la traslación). De aquí se puede deducir que para cada vértice de la figura le corresponde un vector con la misma inclinación dirección y distancia; rotación la define Barnett (1991) como un movimiento angular de cada uno de los puntos a partir de un punto que es el centro de giro. Para este movimiento es necesario dar un ángulo y el punto centro de giro; y por último nos indica que la reflexión es un movimiento que se presenta al reflejar una figura determinada teniendo como referencia un eje de reflexión, este eje puede coincidir con una arista de la figura o puede ser ajeno a la misma, con este movimiento se genera un efecto de espejo, la característica principal de este movimiento es que las aristas correspondientes de la figura reflejada deben estar a la misma distancia del eje de reflexión.

En cuanto a la metodología que se utilizó en el diseño y planeación de la actividades, se tuvo en cuenta al grupo DECA(1992), donde ellos plantean unas fases de actividades, la primera es la fase de introducción e iniciación, esta se adaptó a las actividades de reconocimiento y diagnóstico, la segunda fase es la de reestructuración y profundización, esta se direcciono hacia el trabajo de nuevos conceptos y trabajos relacionados con los tipos de movimientos de congruencia (traslación, rotación reflexión y simetría), cada actividad promueve la relación con los conocimientos anteriores y futuros así se recordará y estimulará cada vez más el trabajo permitiendo a los practicantes seguir un proceso de ideas que contribuyan en el propósito principal, la enseñanza de las transformaciones geométricas a partir de los movimientos en el plano; la tercera fase es la de evaluación y cierre; allí las actividades que se realizaron se encaminaron hacia la evaluación de los conocimientos interiorizados por los estudiantes a partir de una actividad donde ellos construirían un mosaico

### **Descripción general de la experiencia en el aula, logros y dificultades evidenciadas**

Esta experiencia en el aula se basó en la enseñanza de los movimientos rígidos en el plano, a partir de

teselados como ya se había nombrado anteriormente; para ello y como se explicó en el marco teórico se utilizó la metodología empleada por el grupo DECA.

La primera sesión fue la de reconocimiento, en ella los estudiantes nos conocieron y nosotros a ellos, de esta manera y mediante una actividad lúdica los niños y nosotros (docentes) compartimos y los dispusimos a ellos hacia nuestra secuencia de actividades; la segunda sesión fue la de diagnóstico, en ella nosotros como docentes pretendemos evidenciar el nivel cognitivo alcanzado por los estudiantes con relación a las nociones y conceptos de geometría plana, desarrollado en los cursos anteriores, en esta actividad los estudiantes empezaron a darle solución a la guía y mientras lo hacían ellos intentaban copiarse y en estas circunstancias los docentes actuaron de forma que nadie se copiara, se evidenció que los estudiantes no tienen los conceptos básicos sobre geometría plana.

La tercera sesión fue la actividad 1, donde se pretende que los estudiantes se inicien en el concepto de congruencia, parte de esto se ve reflejado en la Ilustración 1 puesto que será esencial en los trabajos a realizar sobre movimientos en el plano; se realizará esta actividad enmarcada en la situación fundamental del trabajo en un museo, en esta actividad se pudo comprobar que los estudiantes podían identificar las figuras pertinentes para teselar; pero no eran conscientes de las características y propiedades que debían cumplir estas figuras para poder teselar o no el plano, la cuarta sesión fue la actividad 2, en esta se pretende acercar a los estudiantes a un nuevo movimiento en el plano con el fin que puedan realizar cada vez más un teselado de manera formal; para esto se utilizará los conceptos construidos en la sesión anterior aplicándolos para poder construir los nuevos; allí los estudiantes no atendieron a las sugerencias de los docentes y por ello la totalidad de ellos no lograron construir el concepto, pero se logró avanzar en la relación con ellos.

La quinta sesión fue la actividad 3, en esta actividad la intención fue reconocer la rotación como un movimiento en el plano, allí los estudiantes ya podían generalizar sobre los conceptos que estaban interiorizando, aunque no todos lo hacían. La sexta

sesión fue la actividad 4 donde se pretendía que los estudiantes interiorizaran los conceptos de simetría y ejes de reflexión, esto por medio de la utilización de los conceptos anteriores, en esta actividad los estudiantes involucraron los conocimientos ya interiorizados y lograron generalizar e interiorizar el nuevo concepto (ver ilustración 2), debido a que ellos empezaron a tomar más y más en cuenta las observaciones hechas por los docentes. La séptima sesión fue la actividad 5, donde se pondrá en práctica los conceptos trabajados durante el transcurso de las sesiones (congruencia, traslación, rotación, reflexión y ejes de simetría) a partir de estos conocimientos se construirá un nuevo concepto y este es el de construir un mosaico (estos son productos de teselaciones con algún/os movimientos en el plano), allí se evidenció que los estudiantes habían interiorizado los conceptos mencionados anteriormente y en torno a esto los estudiantes construyeron muy buenos mosaicos.

La octava sesión fue la actividad 7 y en ella se pretendía que los estudiantes construyeran su propio mosaico y lo expusieran delante de sus compañeros y docentes, en estas exposiciones se vieron excelentes trabajos y construcciones, pero lo más importante aquí no era la belleza del trabajo sino la sustentación que se le daba al mismo, estas estuvieron a la altura y se vio que en verdad los estudiantes habían interiorizado los conceptos y que a partir de ello se había cambiado la mentalidad en tanto a la forma a la que se estaba acostumbrado a aprender.

### Reflexión

La planeación tuvo presente aspectos de orden jerárquico puesto que los primeros temas abordados eran esenciales para los siguientes, es decir, unos se apoyaban en otros para continuar con un orden lógico, todo según lo planteado por (Godino

(2003) y Alsina (1992). En el aspecto del diseño en general; la buena distribución del tiempo y la disposición por parte de los estudiantes permitió ejecutar con agrado todo el proceso, ya que no hubo mayores inconvenientes al desarrollo de las clases.

Además para nosotros fue bastante apasionante, conmovedor y enriquecedor haber compartido con los niños del colegio, así fueran indisciplinados o juiciosos, rápidos en las actividades o un poco más demorados, todos y cada uno de los niños nos enseñó algo, ya sea cómo debo tratarlos sin herirlos al momento de llamar la atención, o de felicitarlos sin hacer sentir que es el “preferido”, todo esto nos deja satisfecho y enriquecido de nuestra labor como docente siendo esta una de nuestras primeras prácticas.

Finalmente es enriquecedor para nosotros asegurarse que el trabajo que se está realizando es bueno tanto para nuestro rol de profesor como para la construcción de los saberes de los estudiantes.

### Referencias

- Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. M. (1992). *Invitación a la didáctica de la geometría. Síntesis*. Madrid.
- Grupo DECA (1998). Orientaciones para el aprendizaje y elaboración de actividades de aprendizaje y de evaluación. *Revista Aula* N°7
- Godino, J. D. & Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada.
- Ministerio De Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia.