



Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente

Development of mathematical thinking of integral calculus students their relationship with educational planning

Desenvolvimento do pensamento matemático na estudantes do cálculo integral, sua relação com o planejamento educacional

Mawency Vergel Ortega¹

Hely Isidro Duarte²

José Joaquín Martínez Lozano³

Fecha de recepción: abril 2015

Fecha de aceptación: noviembre 2015

Para citar este artículo: Vergel, M., Duarte, H., y Martínez, J. (2015). Desarrollo del pensamiento matemático en estudiantes de cálculo integral su relación con la planificación docente. *Revista Científica*, 23, 17-29. **Doi:** [10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2](http://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a2)

Resumen

La investigación se realizó con estudiantes de cálculo integral de universidades en Norte de Santander. Su objetivo establece la relación entre la planificación de clases de los profesores y el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. La investigación siguió un enfoque cuantitativo correlacional, de campo, utiliza la técnica Fuzzy para medir el pensamiento matemático. Los resultados muestran una correlación significativa entre lo que el profesor realiza y los resultados obtenidos por los estudiantes, y cómo también la aplicación del enfoque pedagógico está relacionado con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

Palabras Clave: Planificación, pensamiento matemático, práctica pedagógica, técnica Fuzzy, cálculo integral, habilidades.

Abstract

The research was performed with calculus students from university of Norte de Santander. Its objective establishes the relationship between lesson planning for teachers and the development of mathematical thinking of students. The research followed a correlational quantitative approach, field, Fuzzy technique used to measure mathematical thinking. The results show significant correlation between planning teacher and the results obtained by students, as well as the implementation of the pedagogical approach is associated with the development development of mathematical thinking of students.

Keywords: Planning, mathematical thinking, teaching practice, Fuzzy technique, integral calculus, skills.

¹. Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta, Colombia. Contacto: mawency@ufps.edu.co

². Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta, Colombia. Contacto: helysidro@gmail.com

³. Universidad Francisco de Paula Santander. Cúcuta, Colombia. Contacto: josemartinez@ufps.edu.co

Resumo

A pesquisa foi realizada com estudante de universidades cálculo de Norte de Santander. Seu objetivo estabelece a relação entre planejamento de aulas para os professores e para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes. A pesquisa seguiu uma abordagem, campo, técnica fuzzy quantitativa correlacional usado para medir o pensamento matemático. Os resultados mostram correlação significativa entre o que o professor realiza e os resultados obtidos por estudantes, bem como a implementação da abordagem pedagógica está relacionada com o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudante.

Palavras-chave: Planejamento, pensamento matemático, prática de ensino, técnica fuzzy, habilidades cálculo integral

Introducción

La matemática es considerada la base de procesos complejos de conocimiento, donde es necesario el pensamiento crítico, reflexivo y analítico; esta, desarrolla la capacidad para razonar, formular y solucionar problemas, y cobra importancia en los primeros pasos de la formación intelectual de las personas en los procesos de abstracción. Sin embargo, la enseñanza de las matemáticas en el ámbito académico universitario en Norte de Santander no ha logrado la eficacia alcanzada en otras áreas; se presentan dificultades en los procesos de aprendizaje, el rendimiento académico es relativamente bajo, siendo una de las causas más relevantes de deserción en estudiantes de segundo y cuarto semestre en asignaturas de cálculo diferencial, integral y ecuaciones diferenciales.

En el ámbito internacional, para Borrero (2003), planificar, ejecutar de acuerdo a metas y propósitos proyectados y emitir un juicio evaluativo sobre sus realizaciones, son actos propios de la persona y las instituciones éticamente responsables, utilizando la planeación para ejecutar procesos pedagógicos y metodológicos efectivos en el aula. La Universidad

en Norte de Santander no es ajena a esta situación, durante años, ha predominado la práctica educativa desde una transmisión verbal de contenidos por parte del profesor con baja interacción con y entre los estudiantes y poco trabajo mancomunado, predominando sujetos reproductores del discurso, orientado a solucionar problemas de libros de cálculo, sin que desarrolle habilidades para gestionar relaciones explícitas con los aspectos de la vida cotidiana y adquirir competencias que eviten el manejo de conceptos enfocados fuera de contexto, los cuales generan respuestas inadecuadas o incluso incorrectas (Orozco, 2007). Así mismo, resultados de Pruebas Saber muestran puntajes por debajo del promedio y solo se reportó un caso de un estudiante con puntaje superior en licenciatura en matemáticas en resultados de Pruebas Saber Pro en estudiantes de esta zona del país, de acuerdo a registros del Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, ICFES.

En la región la planeación emplea una estrategia pedagógica fundamentada en diferentes teorías y modelos de gestión de calidad está presente en instituciones educativas privadas; se manifiestan modelos centrados en el estudiante, dialógicos y modelos por competencias. En las públicas, como la Universidad Francisco de Paula Santander, se fundamenta según el Proyecto Educativo Institucional en la teoría crítica; cada programa sigue un micro currículo como proceso de planeación y no se diligencian formatos estándar de planeación de clase; sin embargo, algunos profesores realizan formatos individuales para hacer seguimiento y registrar temáticas de sus clases. La planeación, entonces, se aproxima a elementos contextualizados acorde a la producción colaborativa por parte de estudiantes y profesores mediante el acercamiento de los objetos de estudio con el entorno. La investigación analiza el aporte que los modelos pedagógicos manifiestos en los proyectos educativos que las universidades hacen mediante la planeación de estrategias pedagógicas como herramientas mediadoras para el aprendizaje en el contexto de la educación matemática.

Algunos estudios han realizado aportes en torno al aprendizaje del cálculo integral, desarrollo del pensamiento matemático y rendimiento académico. Así por ejemplo, Boigues, Llinares y Estruch (2010), caracterizaron el desarrollo del esquema de la integral definida usando una métrica Fuzzy para determinar el grado de desarrollo en los niveles intra, inter y trans (Piaget & García, 1984). Así mismo, Proenza y Leyva (2006), en su estudio miden el rendimiento académico e interpretan la formación matemática de los jóvenes en el nivel básico; y, Villarreal (2003), caracteriza los procesos de pensamiento de estudiantes universitarios al abordar cuestiones de cálculo diferencial en un ambiente computacional.

El objetivo de esta investigación consistió en correlacionar la planificación de estrategias para la enseñanza de las matemáticas con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de cálculo integral de diferentes programas académicos de universidades del departamento de Norte De Santander. Para lograr este cometido, la investigación caracterizó la planificación que realizan los profesores para la enseñanza del cálculo integral en los programas académicos de las universidades, determinó el grado de desarrollo del pensamiento matemático de estudiantes de cálculo integral; revisó los modelos pedagógicos desde la perspectiva dialógica y la relación con el profesor al momento de realizar la planeación de sus sesiones de clase, teniendo en cuenta el desarrollo del pensamiento matemático en la asignatura de Cálculo Integral y Matemática II en estudiantes de diferentes programas académicos.

Entre los referentes teóricos más sobresalientes que acompañaron esta investigación se citaron entre otros según diversos autores, los siguientes:

Planeación educativa: Rojas (2009), lo considera como un proceso continuo y sistémico de construcción colectiva donde participan y se involucran todas las personas que interactúan y hacen vida en la escuela.

Desarrollo del pensamiento matemático: Para Cantoral (2005), éste se interpreta como una reflexión espontánea que los matemáticos realizan

sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en matemáticas. Por su parte, para Amestoy (2001), el pensamiento se manifiesta en un dominio de tareas que involucran recordar, comprender, aprender, resolver problemas, inducir reglas, definir conceptos, percibir y reconocer estímulos. Amestoy (2001), describe el pensamiento en términos de tres mecanismos principales: 1) el reconocimiento de un sistema de índices que dan acceso a la información almacenada en la memoria de larga duración; 2) un sistema para la búsqueda selectiva medios-fines, el cual es capaz de resolver problemas e inducir reglas; y 3) un sistema de construcción de representaciones de dominios de nuevos problemas, a partir de la descripción de estos dominios en lenguaje natural.

Teoría crítica: Para Mora (2005), la formación de los jóvenes debe contribuir a aumentar su capacidad crítica, reflexiva y transformadora y oponerse a las desigualdades sociales, económicas y políticas por las que se enfrenta el joven. Para ello, la estrategia central de la pedagogía crítica es, en consecuencia, la búsqueda de las representaciones y contradicciones que caracterizan la complejidad del mundo político y social, lo cual traerá como resultado último fomentar en los estudiantes las condiciones intelectuales necesarias para el análisis riguroso de los procesos que envuelven la vida de cada persona, tanto en lo individual como en lo colectivo (p. 34).

Educación matemática dialógica: La comunicación, la negociación y el diálogo deben estar siempre presentes en todas las actividades realizadas por los profesores. Tanto estudiantes como profesores deben dialogar sobre los contenidos a presentar en el aula (con sus implicaciones económicas, sociales, culturales y políticas). En este sentido, Ernest (2004), desde la perspectiva del constructivismo social, plantea cómo se tienen connotaciones relacionadas tanto con el intercambio de información y como morales. Con el uso de la metáfora conversacional en el aprendizaje de la matemática se vinculan el diálogo, el respeto y veracidad mutuos entre el profesor y estudiante.

Respecto a la Técnica Fuzzy, Boigues, Llinares y Estruch (2010), le definen matemáticamente mediante la asignación de cada elemento de un universo de referencia de un valor real en el intervalo $[0,1]$ que representa su grado de pertenencia a dicho conjunto, y el concepto de triada en el desarrollo de un esquema fue introducido por Piaget y García (1984) en su intento por caracterizar el desarrollo del conocimiento en un esquema al establecer relaciones entre los elementos que configuran la noción matemática. Ellos plantearon las etapas intra, inter y trans. En la etapa intra el estudiante no reconoce todos los elementos y le resulta difícil relacionarlos; en la etapa inter, hay reconocimiento de relaciones entre los elementos del esquema siendo mayor la posibilidad de potenciar la capacidad deductiva. En la etapa trans, existen manifestaciones donde el estudiante ha construido una estructura subyacente de manera completa. En el caso de esta investigación relacionada con el cálculo integral, la función de pertenencia indica en qué medida el estudiante puede desarrollar un conjunto de problemas de aplicación.

En esta investigación se usó la noción de espacio métrico Fuzzy de George Veeramani (1994), donde F_d : la métrica Fuzzy estándar inducida por la métrica Euclídea $d(x,y)$, sobre el conjunto X , viene dada por el siguiente modelo matemático:

$$F_d : (x, y, t) = \frac{t}{t + d(x, y)}$$

Si $d(x,y) = 0$, entonces $F_d = 1$, lo que se interpreta como “ceranía extrema”; a medida que $d(x,y)$ se hace grande, F_d se va acercando a cero, es decir se tiende a la “extrema lejanía”, valor que se alcanza en el límite cuando $d(x,y)$ tiende a más infinito con t mayor que cero.

Metodología

La investigación se aborda desde el paradigma cuantitativo, al determinar la fuerza de asociación entre variables de tal manera que sigue un método correlacional. Las respuestas se estudiaron en función de su frecuencia y variación, la investigación

es un estudio de campo. El método para realizar el proceso de investigación es el deductivo, al consultar teorías y conceptos previamente establecidos y existentes con el fin de aplicarlos a esta investigación. La hipótesis central que se planteó en esta investigación fue: la planificación en la enseñanza de las matemáticas se relaciona con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de cálculo integral.

La población 1 está constituida por 3502 estudiantes que cursan cálculo integral o Matemática II en universidades del departamento Norte de Santander (Francisco de Paula Santander —UFPS—, Simón Bolívar, Escuela Superior de Administración Pública —ESAP—, Remington, Fundación de estudios superiores —FESC—, Universidad Industrial de Santander, Universidad de Pamplona, Unidades tecnológicas de Santander, Corporación Universitaria Minuto de Dios —Uniminuto—, Universidad Libre, Universidad Nacional Abierta y a Distancia). Realizado el muestreo por conglomerados, esta estuvo constituida por tres (3) conglomerados; setecientos sesenta y seis (766) estudiantes y catorce (14) profesores de la UFPS; treinta y cinco (35) estudiantes y un (1) profesor de la ESAP; y setenta y cinco (75) estudiantes y dos (2) profesores de la Universidad Simón Bolívar. Para lograr el objetivo, la investigación se adelantó a lo largo de un año en tres fases, a saber:

Fase exploración: Diseño, validación de Instrumentos

Diseño de encuesta con escala compuesta por tres categorías de respuesta (siempre, algunas veces y nunca). Se buscó caracterizar las estrategias pedagógicas empleadas por profesores al planificar sus procesos de enseñanza para orientar el programa de cálculo integral. Así mismo se diseña un test prueba de ejercicios y resolución de problemas y un test de aplicación de integral utilizando la métrica fuzzy, con el propósito de medir pensamiento matemático. En la tabla 1, se muestra la dimensión, indicador e ítem de las preguntas, elementos que fueron necesarios para la operacionalización de las variables en esta investigación.

Tabla 1. Operacionalización de variables variable planificación práctica pedagógica.

DIMENSIÓN	INDICADOR	INSTRUMENTO
Actividades preliminares	Diagnóstico Actividades de Nivelación Planificación de clase	Ítem 1 Ítem 2 Ítem 3 formatos
Actividades de clase-extraclase	Estrategias para interiorizar conceptos Ejercicios de aplicación de los conceptos Orientación de actividades complementarias Herramientas para apoyar el aprendizaje dentro y fuera del aula	Ítem 4 Ítem 5 Ítem 6 Ítem 7
Control y registro de actividades Evaluación	Registro de las actividades de los estudiantes Mecanismos de evaluación para determinar la apropiación de conceptos	Ítem 8 Ítem 9
Manejo del tiempo y del programa curricular	Organización de temas de acuerdo a la complejidad Distribución del tiempo semestral acorde a importancia de los temas	Ítem 10
Actividades de refuerzo	Estrategias de retroalimentación Actividades especiales con los temas de mayor dificultad Estrategias para contribuir con el desarrollo del pensamiento matemático	Ítem 11 Ítem 12 Ítem 13 Ítem 14 Ítem 15
Pensamiento Matemático	Implementación del enfoque Dialógico Crítico o por competencias	Test 3,4

Fuente: Elaboración propia

Para determinar la confiabilidad de los instrumentos aplicados, se calculó el estadístico de fiabilidad Alfa de Cronbach: el instrumento 1 (consta de 15 ítems, aplicado a profesores, tiene como objetivo caracterizar la planificación educativa del profesor), con $\alpha = 0,825$. El instrumento 2 (15 ítems, la respuesta para cada ítem corresponde con la realidad pedagógica y académica percibida por los estudiantes), con $\alpha = 0,87$. El instrumento 3, aplicado a estudiantes tomado de Boigues, Llinares y Estruch (2010), consistió en una serie de ejercicios sobre la apropiación de conceptos de cálculo integral que el estudiante debe resolver con el propósito de medir el pensamiento matemático. El test 4 consta de una serie de problemas de aplicación del cálculo integral, con el propósito de medir el pensamiento matemático de los estudiantes de cálculo, con un valor de 0,863. Los

anteriores resultados se interpretan como valores de confiabilidad alto. Para determinar la validez de los instrumentos 3 y 4, se estableció a través de juicio de expertos.

Discusión de resultados

Establecida la correlación entre instrumentos 1 y 2 aplicados a profesores y estudiantes respectivamente; se determinan probabilidades conjuntas utilizando el software SPSS analizando técnicas de correlación, gama, tau de Kendal y medida de acuerdos mediante índice Kappa de Cohen. En esta fase se realizó la interpretación de los resultados encontrados en la investigación fundamentados en la base científica de estudios existentes. En las tablas 2, 3 y 4 se muestra resultados del cruce de preguntas.

Resultados

Los resultados observados en las tablas 2, 3 y 4 muestran las probabilidades conjuntas entre los quince ítems del instrumento 1 (encuesta aplicada a los profesores), con los ítems correspondientes del instrumento 2 (encuesta aplicada a

los estudiantes), revelan en general que, la percepción de los estudiantes con respecto a la práctica pedagógica de los profesores no armoniza; situación que hace pensar en la existencia de un problema de comunicación y de reglas de juego claras y precisas entre profesores y estudiantes.

Tabla 2. Cruce de ítems 1 a 5. Porcentaje de respuestas conjuntas estudiantes y profesores.

		¿El profesor realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes?			Total
		siempre	a veces	nunca	
1. ¿Realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes?	Siempre	46,5 %	32,1 %	14,3 %	92,9 %
	A veces	3,5 %	1,2 %	2,4 %	7,1 %
		¿El profesor realiza actividades que permitan a sus estudiantes nivelarse?			Total
		siempre	a veces	nunca	
2. ¿Realiza actividades que permitan a sus estudiantes nivelar conocimientos?	Siempre	39,3 %	14,3 %	10,7 %	64,3 %
	A veces	9,5 %	7,1 %	4,8 %	21,4 %
	Nunca	4,8 %	8,3 %	1,2 %	14,3 %
		¿El profesor realiza actividades que conduzcan a mejorar el desarrollo de las clases?			Total
		siempre	a veces	nunca	
3. ¿Realiza actividades que conduzcan a mejorar el desarrollo de las clases?	Siempre	38,1 %	23,8 %	9,5 %	71,4 %
	A veces	13,1 %	11,9 %	3,6 %	28,6 %
		¿El profesor emplea diferentes estrategias para que interioricen los conceptos desarrollados en clases?			Total
		siempre	a veces	nunca	
4. ¿Emplea diferentes estrategias para que sus estudiantes interioricen conceptos desarrollados?	Siempre	47,6 %	19,0 %	4,8 %	71,4 %
	A veces	15,5 %	11,9 %	1,2 %	28,6 %
		¿El profesor plantea ejercicios de aplicación de los conceptos básicos en su programa?			Total
		siempre	a veces	nunca	
5. ¿Plantea ejercicios de aplicación de los conceptos básicos en la disciplina correspondiente?	Siempre	34,5 %	17,9 %	11,9 %	64,3 %
	A veces	20,2 %	13,1 %	2,4 %	35,7 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 3. Cruce ítems 6 a10. Porcentaje de respuestas conjuntas estudiantes y profesores.

		¿El profesor orienta la realización de otras actividades complementarias al tema desarrollado en clase?			Total
		siempre	a veces	nunca	
6. ¿Orienta la realización de otras actividades complementarias al tema desarrollado?	Siempre	57,1 %	21,4 %	14,3 %	92,9 %
	A veces	2,4 %	3,6 %	1,2 %	7,1 %
		¿Qué otras herramientas utiliza el profesor para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes dentro y fuera del aula?			Total
		siempre	a veces	nunca	
7. ¿Utiliza otras herramientas para apoyar el aprendizaje de sus estudiantes dentro y fuera del aula?	siempre	15,5 %	10,7 %	9,5 %	35,7 %
	a veces	17,9 %	15,5 %	23,8 %	57,1 %
	nunca	4,8 %	1,2 %	1,2 %	7,1 %
		¿El profesor registra lo realizado por sus estudiantes en todas las actividades ejecutadas dentro y fuera de las clases?			Total
		siempre	a veces	nunca	
8. ¿Registra lo realizado por sus estudiantes en todas las actividades ejecutadas dentro y fuera de las clases?	siempre	19,0 %	13,1 %	10,7 %	42,9 %
	a veces	8,3 %	2,4 %	3,6 %	14,3 %
	nunca	14,3 %	11,9 %	16,7 %	42,9 %
		¿El profesor utiliza estrategias diferentes a los previos para determinar la apropiación de los conceptos de los temas desarrollados?			Total
		siempre	a veces	nunca	
9. ¿Utiliza estrategias diferentes a los previos para determinar la apropiación de los conceptos de los temas desarrollados?	Siempre	17,9 %	23,8 %	8,3 %	50,0 %
	A veces	17,9 %	6,0 %	11,9 %	35,7 %
	Nunca	3,6 %	6,0 %	4,8 %	14,3 %
		¿El profesor organiza las temáticas de acuerdo a la complejidad de los temas?			Total
		siempre	a veces	nunca	
10. ¿Organiza las temáticas de acuerdo a la complejidad de los temas?	Siempre	36,9 %	10,7 %	2,4 %	50,0 %
	A veces	22,6 %	6,0 %	7,1 %	35,7 %
	Nunca	9,5 %	4,8 %		14,3 %
		¿El profesor distribuye el tiempo del semestre para el desarrollo de los temas de acuerdo a la importancia del tema?			Total
		siempre	a veces	nunca	
11. ¿Distribuye el tiempo del semestre para el desarrollo de los temas de acuerdo a la importancia?	siempre	58,3 %	9,5 %	3,6 %	71,4 %
	a veces	7,1 %			7,1 %
	nunca	15,5 %	2,4 %	3,6 %	21,4 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4. Cruce ítems 12 a 15. Porcentaje de respuestas conjuntas estudiantes y profesores.

		¿El profesor aplica estrategias para realizar retroalimentación de los temas en su formación como futuro profesional?			Total
		siempre	a veces	nunca	
12. ¿Aplica estrategias para realizar retroalimentación de los temas en la formación del profesional?	Siempre	25,0 %	25,0 %	21,4 %	71,4 %
	A veces	9,5 %	11,9 %	7,1 %	28,6 %
		¿El profesor realiza actividades con los temas que presentan mayor dificultad para los estudiantes?			Total
		siempre	a veces	nunca	
13. ¿Realiza actividades con los temas que presentan mayor dificultad para los estudiantes?	Siempre	19,1 %	19,0 %	11,9 %	50,0 %
	A veces	19,0 %	20,2 %	10,7 %	50,0 %
		¿Las estrategias de clase y extra clase son diseñadas por el profesor de tal manera que contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático del estudiante?			Total
		siempre	a veces	nunca	
14. ¿Las estrategias de clase y extra clase son diseñadas de tal manera que contribuyen al desarrollo del pensamiento matemático?	Siempre	28,6 %	34,5 %	15,5 %	78,6 %
	A veces	10,7 %	7,1 %	3,6 %	21,4 %
		¿El profesor implementa el enfoque crítico dialógico en la realización de las clases?			Total
		siempre	a veces	nunca	
15. ¿Implementa el enfoque crítico dialógico en la realización de las clases?	Siempre	34,5 %	20,2 %	9,5 %	64,3 %
	A veces	10,7 %	17,9 %	7,1 %	35,7 %

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5. Correlación entre los ítems: ¿Realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes? * ¿El profesor realiza un diagnóstico que le permita establecer el nivel de conocimiento de los estudiantes?

Medidas simétricas					
		Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	0,042	0,119	0,349	0,727
	Tau-c de Kendall	0,024	0,068	0,349	0,727
	Gamma	0,140	0,385	0,349	0,727
Medida de acuerdo	Kappa	-0,023	0,042	-0,472	0,637

Fuente: Elaboración propia.

Respecto a la correlación de ítems, se muestra un ejemplo en la tabla 5, con las técnicas aplicadas, estas presentan valores $p > 0,05$, indicando que la intensidad de la relación entre lo que consideran los profesores que están realizando y lo que perciben los estudiantes en este mismo aspecto no es significativa. También, el índice Kappa de Cohen con valor $p > 0,05$ muestra acuerdos no significativos entre estudiantes y profesores para la misma pregunta. De igual manera para preguntas 1 a 14 no hay acuerdos significativos en las respuestas. Sin embargo, solo en la pregunta 15, como se muestra en tabla 6, el profesor implementa el enfoque crítico dialógico en la realización de las clases; las probabilidades conjuntas entre categorías no presentan diferencias significativas, dado que, las proporciones para cada cruce de categorías son muy similares, lo que se traduce, en un equilibrio entre lo que realizan los profesores y lo que perciben los estudiantes. Sin embargo, aunque la correlación de estos dos ítems halladas con las técnicas aplicadas presentan un valor $p = 0,044$, se asume que la correlación es significativa, así mismo, con respecto a la coherencia de respuestas, el índice Kappa de Cohen con valor $p < 0,05$. Significa entonces que existen acuerdos significativos entre estudiantes y profesores con respecto a la aplicación del enfoque dialógico crítico.

Análisis test desarrollo pensamiento matemático, correlación y probabilidad conjunta entre el instrumento 3 vs. Los instrumento 4. Test que miden el pensamiento matemático de los estudiantes. La lógica Fuzzy o borrosa, permite medir de una forma más precisa el desarrollo de los niveles de comprensión del estudiante. El valor de t asumido fue de 0.57, de conformidad al utilizado por Boigues et ál. (2010). Para los resultados del instrumento 3,

$$F_d(y, x, 0.57) = \frac{0.57}{0,57 + \sqrt{5(1-1)^2 + 3(1-0)^2}} = 0,248$$

Luego, cualquier estudiante con valoración por debajo de 0.248 en el instrumento n° 3 tiene dificultades en establecer algún tipo de relación y por tanto se encuentra en el nivel intra, así mismo valores entre 0,249 y 0.288 se encuentra en el nivel inter y superiores a este valor se encuentra en el nivel trans. Para el instrumento 4,

$$F_d(y, x, 0.57) = \frac{0.57}{0,57 + \sqrt{2(1-0)^2 + 2(1-1)^2}} = 0,287$$

Tabla 6. Correlación entre los ítems ¿Implementa el enfoque crítico dialógico o enfoque basado en competencias en la realización de las clases? * ¿El profesor implementa el enfoque crítico dialógico o enfoque basado en competencias en la realización de las clases?

Medidas simétricas					
		Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	0,194	0,100	1,926	0,044
	Tau-c de Kendall	0,207	0,108	1,926	0,044
	Gamma	0,347	0,168	1,926	0,044
Medida de acuerdo	Kappa	0,169	0,082	2,037	0,042

Fuente: Elaboración propia.

estudiante con una valoración por debajo de 0.287, tiene dificultades en establecer algún tipo de relación y por tanto se encuentra en el nivel intra, valores entre 0.287 y 0.363 lo ubican en el nivel inter.

Teniendo en cuenta la métrica, un 89.2 % de los estudiantes que se encuentran en nivel intra, no reconocen todos los elementos del cálculo integral, les resulta difícil relacionarlos tanto en la apropiación de conceptos como en su aplicación para resolver problemas. Solo un 4.8 % de los estudiantes se encuentran en un nivel inter, es decir, reconocen relaciones entre los elementos del esquema siendo mayor su posibilidad de potenciar la capacidad deductiva. Ningún estudiante construye una estructura subyacente de manera completa.

La tabla 7 muestra la Correlación de Spearman entre las pruebas diseñadas para evaluar la apropiación de conceptos y las aplicaciones del cálculo integral, las cuales fueron aplicadas con el propósito de medir el pensamiento matemático de los estudiantes, encontrándose una intensidad de relación significativa entre las mismas, con valor $p < 0.05$, es decir, la significancia de la relación entre las pruebas aplicadas supera el 95 %. Razon que tiene como significado la estrecha relación existente entre los dos instrumentos aplicados para medir el pensamiento matemático de estudiantes de cálculo integral, circunstancia que demuestra coherencia en cuanto la intencionalidad de los dos instrumentos, es decir, los estudiantes que mejor respondieron el instrumento tres (integral definida), también obtuvieron los mejores

resultados en el instrumento cuatro (aplicaciones de la integral). De igual manera, los resultados permiten afirmar que estudiantes con desarrollo del pensamiento matemático en un nivel inter tienen habilidad en la solución de situaciones problemas de cálculo integral.

Correlación entre los ítems del instrumento 1 que mide la realidad pedagógica y académica de los profesores de cálculo integral vs. Los resultados del instrumento 3, el cual consiste en un test aplicado a los estudiantes de cálculo integral, que mide el pensamiento matemático (integral definida) bajo la métrica fuzzy. La correlación de cada uno de los quince ítems del instrumento 1 (encuesta aplicada a los profesores, Anexo 2), con el instrumento 3 (test con ejercicios de la integral definida, Anexo 4), solamente presentan intensidades de relación significativas los ítems 13 y 15 con valores $p < 0,05$ que corresponden a las actividades que realiza el profesor con los temas que presentan mayor dificultad para los estudiantes y la implementación del enfoque pedagógico en la realización de las clases de cálculo integral. En los demás ítems la correlación se considera no significativa, dado que los valores $p > 0,05$ así lo señalan.

Correlación entre los ítems del instrumento 1 que mide la realidad pedagógica y académica de los profesores de cálculo integral vs. Los resultados del instrumento 4, el cual consiste en un test aplicado a los estudiantes de cálculo integral, que mide el pensamiento matemático (aplicaciones de la integral) bajo la métrica fuzzy.

Tabla 7. Correlación entre los ítems: Test de razonamiento matemático (integral definida) * Test de razonamiento matemático (aplicaciones de la integral).

Medidas simétricas					
		Valor	Error típ. asint.	T aproximada	Sig. aproximado
Ordinal por ordinal	Correlación de Spearman	-,232	0,094	-2,161	0,023

Fuente: Elaboración propia.

Realizada análisis de correlación entre ítems de instrumento 1 planificación de clase de los profesores versus resultados en las pruebas de conocimiento, siete de los quince ítems evaluados presentan intensidades de relación significativas con valores $p < 0,05$ correspondiente a los ítems 4, 5, 6, 8, 11, 12 y 15, que en su orden atañen a acciones por parte del profesor: emplear diferentes estrategias para que los estudiantes interioricen conceptos, plantear ejercicios de aplicación de los conceptos básicos, orientar la realización de actividades complementarias, registrar lo realizado por los estudiantes, distribuir el tiempo de acuerdo a la importancia de los temas, aplicar estrategias de retroalimentación de los temas y la implementación del enfoque pedagógico en la realización de las clases de cálculo integral. En los demás ítems la correlación se considera no significativa ($p > 0,05$).

Lo descrito hace creer en la contribución de las acciones realizadas y estrategias aplicadas por los profesores en la adquisición del pensamiento matemático de los estudiantes a través del quehacer académico y pedagógico, dada la relación estrecha entre lo que el profesor realiza y los resultados obtenidos por los estudiantes, como también es importante resaltar que nuevamente la aplicación del enfoque pedagógico está muy relacionada con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, circunstancia que se puede asumir como indicador de calidad en cuanto a la eficacia y efectividad del enfoque pedagógico de la universidad.

Conclusiones

Los profesores manifiestan planear cada una de sus clases, sin embargo, solo un 41,5 % de profesores y estudiantes concuerda en sus evaluaciones. La percepción de los estudiantes con respecto a la práctica pedagógica de los profesores no es armónica, por tanto, las actividades y estrategias que los profesores aseveran estar realizando en el salón de clase no es percibida de esa misma forma por los estudiantes.

Existe relación significativa entre la implementación del enfoque pedagógico manifiesto en los proyectos educativos, su implementación en la realización de las clases de cálculo integral por parte de los profesores y la apreciación de los estudiantes de la aplicación del enfoque pedagógico.

Las probabilidades conjuntas entre los resultados transformados a la métrica fuzzy de las pruebas de razonamiento formal aplicadas para medir la apropiación de conceptos de cálculo integral y las aplicaciones del mismo, tienen una alta similitud entre los resultados de los instrumentos aplicados. Los estudiantes que mejor respondieron el instrumento tres (integral definida) también obtuvieron los mejores resultados en el instrumento cuatro (aplicaciones de la integral). Estudiantes que muestran desarrollo en competencia lógica y analógica, también muestran desarrollo en competencia de resolución de problemas.

Teniendo en cuenta la métrica fuzzy, un 89,2 % de los estudiantes que se encuentren en nivel intra, no reconoce todos los elementos del cálculo integral y les resulta difícil relacionarlos y en la apropiación de conceptos como en las aplicaciones para resolver problemas de aplicación. Solo un 4,8 % de los estudiantes se encuentran en un nivel inter, es decir, reconocen relaciones entre los elementos del esquema siendo mayor su posibilidad de potenciar la capacidad deductiva y ningún estudiante construye una estructura subyacente de manera completa.

En la planificación y su control, la aplicación del enfoque pedagógico está altamente relacionada con el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. De igual manera, las actividades realizadas por el profesor para mejorar la comprensión de los temas en los cuales presentan mayor dificultad los estudiantes, está relacionada con el nivel de desarrollo de pensamiento en el cual se encuentran.

La contribución de las acciones realizadas y estrategias aplicadas por los profesores en la adquisición del pensamiento matemático de los estudiantes a través del quehacer académico y

pedagógico, tiene una relación estrecha entre lo que el profesor realiza y los resultados obtenidos por los estudiantes.

Recomendaciones

Es importante capacitar a los profesores en cómo planificar en el aula, así como el desarrollo de acciones para comunicar a los estudiantes esta planificación y su relación con el currículo a desarrollar en el semestre académico, para trascender del papel a la acción real. Así mismo, deben implementarse enfoques pedagógicos que generen en el estudiante interés y fomenten el desarrollo de pensamiento matemático, solución de problemas, generación de modelos y generación de nuevo conocimiento.

Referencias bibliográficas

- Álvarez, W., Czerwonogora, A., Isolabella, G., Lacués, E., Leymoní, J. & Pagano, J. (S.f.). *La matemática al ingreso de la universidad*. Recuperado de www.ucu.edu.uy/LinkClick.aspx?fileticket...tabid=1388
- Amestoy, M. (2001). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de habilidades de pensamiento. Centro para Desarrollo e Investigación de Pensamiento. *Investigación Educativa (redie)*, 4 (1). Recuperado de <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido-amestoy.html>
- Ángulo L. y León, A. (2005). Perspectiva crítica de Paulo Freire y su contribución a la teoría del currículo. *Educare*, 9 (29), pp. 159-164. Recuperado de www.rieoei.org/deloslectores/1362Carvajal
- Arias, F. (2006). *El proyecto de la investigación. Introducción a la metodología científica*. (5° ed.). Caracas: Editorial Episteme.
- Borrero, A. (2008). *La universidad. Estudios sobre sus orígenes, dinámicas y tendencias, vol 1. Historia universitaria: La universidad en Europa desde sus orígenes hasta la Revolución Francesa*. Bogotá: Universidad Javeriana.
- Boigues, F; Llinares, S. & Estruch, V. (2010). Desarrollo de un esquema de la integral definida en estudiantes de ingenierías relacionadas con las ciencias de la naturaleza. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*. Recuperado de http://biblioteca.universia.net/html_bura/ficha/params/id/52693368.html
- Carr, W. (1999). *Una teoría para la educación*. Madrid: Ediciones Morata.
- Carr, W. & Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Barcelona: Martínez Roca.
- Cardoso, E. O. & Cerecedo, M. T. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia. *Revista iberoamericana de educación*, 47. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/2652Espinosa2.pdf>
- Casarini, M. (1999). *El diseño en la planificación del proceso enseñanza-aprendizaje. Teoría y Diseño curricular Desarrollo del pensamiento matemático*. Adaptación: G, Müller de González. México: Trillas. Recuperado de <http://www.aprendiendoenlinea.com/lecturas/ElDiseño%20Instruccional.doc>
- Cantoral, R. (2005). *Diplomado de introducción a la enseñanza de las ciencias*. Universidad Autónoma de la Ciudad de México. Recuperado de <http://www.icyt.df.gob.mx/diplomadociencia/programa3>
- Cózar, J. (S.f.). *Desarrollo y educación matemática*. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.psicopedagogia.com/articulos/?articulo=314>
- De Zubiría, J. (2009). *Los retos a la educación en el siglo XXI*. Instituto Alberto Merani, innovación tecnológica. Recuperado de <http://www.institutomerani.edu.co/publicaciones/articulos/2009/Retos%20a%20la%20educacion%20del%20Siglo%20XXI%20De%20Zubiria.pdf>
- Díaz, R. (s.f.). *Algunos Aspectos Cualitativos de la Planeación Educativa*. Recuperado de http://201.161.2.34/servicios/p_anuies/publicaciones/revsup/res007/txt2.htm#top

- García, C. M. *Pensamientos pedagógicos y toma de decisiones de los profesores en la Planificación de la enseñanza*. Granada: Departamento de didáctica, Facultad de Filosofía y letras. Recuperado de http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:20309/pensamientos_pedagogicos.pdf
- Ernest, P. (2004). What is the Philosophy of Mathematics Education? *Philosophy of Mathematics and Education Journal*, 18.
- Hernández, S; Fernández, C. & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. (4a ed.). México: Mac Graw-Hill.
- Jay, R; Sowardlink, M. (2001). *Psychological Testing and Assessment*. Boston: Mc Graw-Hill.
- Leyva, Y. (2006). *El perfil del evaluador educativo*. México: CENEVAL.
- Marín, L. A. & Hoyos, E. A. Las nuevas tecnologías y el desarrollo del pensamiento matemático “la universidad y la escuela aprenden”. Línea de investigación: informática educativa. Recuperado de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-74615_archivo.pdf
- Méndez, C. (2001). *Metodología. Diseño y desarrollo del procesos de investigación con énfasis en ciencias empresariales*. (4a ed). Bogotá: MacGraw Hill.
- Orozco, C. & Labrador M. E, (2007). La tecnología digital en la educación: implicación en el desarrollo del pensamiento matemático del estudiante. *Revista THEORIA*, 15(2), 81-89.
- Piaget, J. y García, R. (1989). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. México: Colombia: Siglo XXI.
- Proenza, Y. & Leyva, L. M. (2006). Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas. *Revista iberoamericana de educación*, 40. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/1394Proenza.pdf>
- Rojas, H. (2009). La planificación en el sistema educativo venezolano. Portal para las clases asistidas de los estudiantes de la UNEFA. Recuperado de <http://planificacion-educativa.espacioblog.com/post/2009/04/15/la-planificaci-n-educativa-el-sistema-educativo-bolivariano>
- Schmidt, S. (2006). Seminario-Taller: Planificación de clases de una asignatura. Documento propiedad de INACAP. Recuperado de <http://www.inacap.cl/tportal/portales/tp4964b0e-1bk102/uploadImg/File/FormacionDesarrollo-Doc/CursosTalleres/TallerPADPlanificClasesAsignSSchm.pdf>
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. Portugal: Quadrante. *Revista Teorica e de Investigaçao*, 11(1), 33-40.
- Villa A. y Poblete M. (2007). *Aprendizaje Basado en Competencias. Una propuesta para la evaluación de las competencias genéricas*. España: Universidad de Deusto.
- Villarreal, M. E. (2003). Pensamiento matemático, cálculo diferencial y computadoras. *Redalyc*, 15. Recuperado de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/405/40515105>

