



## Sobre el estado electro-tónico y su interpretación: el potencial vectorial

### On the Electro-Tonic State and its Interpretation: The Vector Potential

### Sobre o estado electro-tônica e sua interpretação: o potencial vetor

Mauricio Rozo Clavijo<sup>1</sup>

Sandra Ávila Torres<sup>2</sup>

Angélica Walteros<sup>3</sup>

**Fecha de recepción:** diciembre 2014

**Fecha de aceptación:** junio 2015

**Para citar este artículo:** Rozo, M., Ávila, S. y Walteros, A. (2015). Sobre el estado electro-tónico y su interpretación: El potencial vectorial, *Revista Científica*, 22, 45-56. **Doi:** [10.14483/udistrital.jour.RC.2015.22.a4](https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.22.a4)

#### Resumen

Se presenta un análisis acerca de las perspectivas que surgieron sobre el potencial vectorial a partir de los escritos originales de Faraday y Maxwell. Se muestran las primeras ideas sobre los experimentos y las explicaciones que Faraday desarrolló en torno a la inducción magnética, y la influencia que tuvo su concepto de estado electro-tónico en la primera explicación que formuló Maxwell, quien lo definió como el estado mediante el cual se ejecutan las acciones magnéticas a través de líneas de fuerza. Señala que ese concepto es la base para explicar el fenómeno de la inducción magnética en términos no newtonianos y lo formaliza mediante la variación temporal de la circulación del potencial vectorial a lo largo de una trayectoria cerrada.

Este tipo de análisis muestra la manera en que estos pensadores representan el fenómeno, la cual no se evidencia en la literatura, sino que se muestra como una formalización alrededor del campo magnético.

**Palabras Clave:** Estado electro-tónico, potencial vectorial, inducción magnética, formalización, experimento.

#### Abstract

An analysis is presented on the emerging perspectives about the vector potential from Faraday and Maxwell's original writings. This paper presents the initial observations about the experiments and explanations developed by Faraday on Magnetic Induction and the influence that his concept of Electrotonic State had on Maxwell's first explanation. He defined it as the state by which magnetic actions are executed through lines of force. He pointed out that this concept is critical to explain the phenomenon of Magnetic Induction in non-Newtonian terms. Therefore, he formalized it by the circulation of vector potential throughout a closed trajectory.

This kind of analysis shows how these researchers represented the phenomenon which is not evident in literature. It's presented as a formalization around magnetic field instead.

**Keywords:** Electro-tonic state, vector potential, magnetic induction, formalization, experiment.

<sup>1</sup> Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. Contacto: [mclavijo@pedagogica.edu.co](mailto:mclavijo@pedagogica.edu.co)

<sup>2</sup> Gimnasio San Ángel. Bogotá, Colombia. Contacto: [drasanita@hotmail.com](mailto:drasanita@hotmail.com)

<sup>3</sup> Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia. Contacto: [dfilwalteros194@pedagogica.edu.co](mailto:dfilwalteros194@pedagogica.edu.co)

## Resumo

Mostra-se uma análise ao redor das miradas que surgiram sobre o potencial vectorial a partir dos escritos originais de Faraday e Maxwell, com o fim de evidenciar as primárias ideias que estes pensadores desenvolvem sobre o fenómeno de indução. Realiza-se uma análise sobre os experimentos e explicações que foram desenvolvidos em torno da indução magnética por Faraday, em onde se evidencia uma forte influência deste sobre Maxwell em torno da explicação da indução, já que este se apoia na ideia de estado electro-tónico proposta por Faraday como uma primeira explicação ao fenómeno. Ao estado electro-tónico, Maxwell caracteriza-o como o estado do médio pelo que se executam as acções magnéticas através de linhas de força. Assinala que o estado electro-tónico é a base para a explicação do fenómeno em termos não newtonianos e o formaliza por médio da variação temporária da circulação do potencial vectorial ao longo de uma trajectória fechada.

Leste tipo de análise permite evidenciar a maneira como estes pensadores fazem uma representação do fenómeno, a qual não é evidenciada na literatura senão que pelo contrário se mostra como uma formalización ao redor do campo magnético.

**Palavras-chave:** Estado electro-tónico, potencial vectorial, indução magnética, formalização, experimento.

## Introducción

Cuando se presenta una explicación sobre fenómenos relacionados con la electricidad o el magnetismo, surgen dificultades alrededor de los conceptos utilizados, ya que no son totalmente evidentes. En muchas ocasiones, los experimentos realizados para evidenciar los efectos eléctricos o magnéticos no permiten tener una comprensión al respecto.

Es el caso del potencial vectorial, que los estudiantes ven como una magnitud que surge de una formalización. Al explicar algún fenómeno alrededor de este concepto, se cae en un reduccionismo (Lencinella & Matteucci, 2004; Giuliani, 2010) que no permite dar cuenta de éste, más allá

de las ecuaciones y los resultados. En este sentido, el potencial vectorial se muestra como un ente matemático que se presenta como un teorema sobre la divergencia del campo magnético: si la divergencia del campo es cero, existe un campo vectorial tal que su rotor es igual al campo magnético.

Esto genera en los estudiantes una falta de sentido y realidad física sobre el potencial vectorial. Por tanto, lo consideran como una herramienta matemática que permite obtener el campo magnético de diferentes distribuciones y satisfacer las ecuaciones de Maxwell. Esta concepción les genera dificultades, ya que muestra la física y sus prácticas de enseñanza como fenómenos alejados de la realidad.

En los libros de física de nivel universitario (Griffiths, 1999; Sears, 2004; Tipler, 1996), se muestran los potenciales, escalar o vectorial, como herramientas que permiten calcular el campo eléctrico y magnético. Se consideran campos reales debido a los efectos que se obtienen a partir de ellos. Incluso en algunos libros, se omite el potencial vectorial; solo se le da importancia al potencial escalar. Además, se hace énfasis en que la relación entre el potencial vectorial y el campo magnético es solo una conveniencia matemática para solucionar algunos problemas.

Algunos autores (Carron, 1995; Giuliani, 2010; Lencinella & Matteucci, 2004) resaltan la realidad física del potencial vectorial a partir de actividades experimentales al usar un solenoide conectado a una fuente de corriente alterna. En este experimento, se obtiene un campo eléctrico dentro del solenoide y a partir de éste, se obtienen los efectos del potencial vectorial en un lazo circular exterior. De esta manera, se evidencia que existen actividades experimentales sobre los efectos del potencial vectorial.

El objetivo del presente artículo es hacer un análisis sobre el origen y la importancia del potencial vectorial a fin de evidenciar su sentido en la explicación de los fenómenos electromagnéticos, más allá de la formalización matemática. Por

tanto, se parte de los trabajos originales de Faraday y Maxwell como fuente primaria de información.

## Faraday: sobre el estado electro-tónico

La influencia de la teoría newtoniana y las ideas subsecuentes marcaron los trabajos de muchos pensadores, como Coulomb y Poisson, sobre la explicación de los fenómenos eléctricos y magnéticos que, hasta entonces, se consideraban de naturaleza diferente y sin ninguna relación aparente entre sí. Por tanto, se desarrollaron trabajos para determinar las leyes sobre electricidad y magnetismo con base en el concepto de acciones a distancia, sin intervención de un medio entre cuerpos.

La investigación sobre corriente eléctrica –producto de la invención de la pila de Volta–, era un campo de investigación novedoso en la época. Por esta razón, los aportes de Oersted ofrecieron nuevas perspectivas sobre las relaciones electricidad-magnetismo que convergieron en los postulados divergentes de dos científicos: Ampère y Faraday.

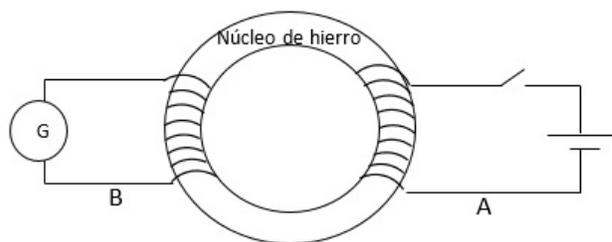
El primero era seguidor de la teoría newtoniana e hizo una investigación sobre la corriente eléctrica, de la que obtuvo resultados concretos sobre sus efectos en términos de acción a distancia (Maxwell J., 1873:480). Concluyó que el magnetismo era un efecto puramente eléctrico que se derivaba de la corriente eléctrica. Por otro lado, Faraday inició su investigación con la idea de hacer una unificación de fenómenos eléctricos y magnéticos. En su artículo *On some new Electro-Magnetical Motions and on the Theory of Magnetism* [Sobre algunos movimientos electromagnéticos novedosos y sobre la Teoría del magnetismo] (1821), se enfocó en el experimento de Oersted y la teoría de Ampère, por lo que se alejó de la tradición newtoniana que prevalecía en la época.

Exploró la naturaleza de los fenómenos eléctricos y magnéticos a fin de encontrar el efecto opuesto que Oersted había presentado, y notó que la teoría de Ampère no estaba completa, aunque estaba muy bien fundamentada, pues no explicaba

cómo obtener los efectos eléctricos a partir de los magnéticos. Este tema lo motivó a investigar de manera experimental sobre los efectos inductivos de la corriente eléctrica (1831-1855):

Certain effects of the induction of electrical currents have already been recognised and described: as those of magnetization; Ampère's experiments of bringing a copper disc near to a flat spiral; his repetition with electro-magnets of Arago's extraordinary experiments, and perhaps a few others. Still it appeared unlikely that these could be all the effects which induction by currents could produce; especially as, upon dispensing with iron, almost the whole of them disappear, whilst yet an infinity of bodies, exhibiting definite phenomena of induction with electricity of tension, still remain to be acted upon by the induction of electricity in motion.

Así que Faraday se inclinó por la idea unificadora sobre la naturaleza de los fenómenos eléctricos y magnéticos, en un intento por buscar el efecto opuesto al de Oersted. Por tanto, basó su investigación en la inducción en experimentos para los que configuró dos espiras de alambre (A) y (B) y las ubicó una cerca a la otra, como se muestra a continuación:



**Figura 1.** Montaje del experimento de inducción. El circuito primario (A) se conecta a una pila voltaica y el circuito secundario (B) a un galvanómetro.

**Fuente:** Los autores.

En este experimento, un circuito se conecta a una pila de volta y el otro, a un galvanómetro. Al cerrar el circuito A formado por la espira y la batería, se nota un efecto de deflexión en la aguja

del galvanómetro que está conectado al circuito B. Sin embargo, es temporal, ya que al poco tiempo, la aguja retorna a su posición de equilibrio en el galvanómetro. Se produce un efecto similar al interrumpir el contacto con la batería en el circuito A, solo que la deflexión de la aguja se produce en la dirección contraria en el galvanómetro.

Inicialmente, Faraday esperaba encontrar una corriente permanente en el circuito B conectado al galvanómetro, siempre y cuando mantuviera el contacto con la batería en el circuito A. Este experimento lo realizó muchas veces. En algunos casos, utilizó baterías con diferencia de potencial y en otros, con un número mayor de espiras. Como resultado, observó que en ningún caso se generaba corriente permanente; el único efecto perceptible era la perturbación momentánea en el galvanómetro cuando se cerraba el circuito A y cuando se interrumpía. Esto indicaba el paso de una corriente temporal en el circuito B. A partir de su investigación, descubrió que el efecto de la corriente voltaica sobre la segunda espira tiene un efecto muy particular:

The result is the production of other currents, but which are only momentary (...) and to the deflections of the galvanometer-needle, it was found in all cases that the induced current, produced by the first action of the inducing current, was in the contrary direction to the latter, but that the current produced by the cessation of the inducing current was in the same direction. (1831-1855)

Además, realizó una serie de experimentos con imanes naturales para encontrar el mismo efecto que se producía al cerrar y abrir el circuito conectado a la batería (1831-1855). Estos le permitieron generar el efecto de inducción de corrientes a través de magnetismo y demostrar el efecto opuesto que había descrito Oersted. En otras palabras, generó una corriente a partir del magnetismo.

Entonces, para explicar la corriente inducida, evidenció que era necesario tener un estado transitorio sobre el alambre, antes o durante el efecto

inductivo, mientras fluía la corriente a través de éste. Tal estado lo presentó de la siguiente manera:

While the wire is subject to either volta-electric or magneto-electric induction, it appears to be in a peculiar state; for it resists the formation of an electrical current in it, whereas, if in its common condition, such a current would be produced; and when left uninfluenced it has the power of originating a current, a power which the wire does not possess under common circumstances. This electrical condition of matter has not hitherto been recognised, but it probably exerts a very important influence in many if not most of the phenomena produced by currents of electricity. For reasons which will immediately appear, I have, after advising with several learned friends, ventured to designate it as the electro-tonic state. (1831-1855)

Por tanto, estableció que un alambre en presencia de una acción magnética se encontraba en un estado particular, al que denominó estado electro-tónico. Cuando el alambre permanecía en ese estado, no tenía corriente; pero si se dejaba actuar la acción magnética sobre éste, se detectaba una corriente que se generaba por la variación del estado electro-tónico. Es decir, cuando entraba al estado (que producía la primera corriente) o cuando salía de éste (producido por la segunda corriente). Entonces, la única forma de generar una corriente inducida en el alambre era hacer variar el estado electro-tónico.

Sin embargo, Faraday no dijo explícitamente que la variación del estado electro-tónico pudiera identificarse con la corriente, sino que le atribuyó al estado un poder que podría ser el origen de la corriente, sin entrar en detalles, tal como se nota en la cita anterior. El principal problema de la hipótesis del estado electro-tónico que él mismo expresó (1831-1855) era la dificultad para obtener una manifestación o efecto del estado electro-tónico. No pudo obtener ningún efecto observable del estado mediante experimentación.

Por otro lado, estaba investigando si el estado electro-tónico podía generar algún efecto sobre las corrientes permanentes, si generaba retraso o aceleración sobre éstas debido a un cambio en las propiedades conductoras del alambre (1831-1855). Además, señaló que el estado electro-tónico no modificaba el poder conductor de la sustancia que lo adoptaba: "Metal in the supposed peculiar state, therefore, conducts electricity in all directions with its ordinary facility, or, in other words, its conducting power is not sensibly altered by it" (1831-1855).

Es importante señalar que Faraday atribuyó un estado al alambre cuando se encontraba en presencia de acciones magnéticas, por lo que lo asoció a un estado de la materia. En este sentido, argumentó que el alambre, al estar en el estado electro-tónico, manifestaba un efecto perceptible que podía determinarse por medios experimentales. Faraday realizó muchos experimentos para evidenciar tal efecto de la materia, que fuera diferente al eléctrico o al magnético, pero no lo pudo lograr. Esto lo llevó a sustentar el estado electro-tónico como un estado de tensión del medio de la siguiente forma:

This peculiar state appears to be a state of tension, and may be considered as equivalent to a current of electricity, at least equal to that produced either when the condition is induced or destroyed. The current evolved, however, first or last, is not to be considered a measure of the degree of tension to which the electro-tonic state has risen; for as the metal retains its conducting powers unimpaired. (1831-1855)

En el estado electro-tónico, la materia se encuentra de manera forzada, es decir, en tensión. Éste será proporcional a la corriente que se induce al inicio o al final del proceso. Sin embargo, como la corriente inducida no puede considerarse una medida del estado electro-tónico, la relación entre los dos conceptos no es clara, por lo que no se puede afirmar que el estado es la causa de la corriente.

De modo que Faraday concibió el estado electro-tónico como un estado peculiar de la materia que generaba tensión en el alambre. También, consideró que el magnetismo –de origen voltaico o de imanes permanentes–, era el responsable de un "nuevo" estado en la materia que provocaba una corriente momentánea, producto de una máxima tensión. Afirmó que la segunda corriente se debía a la descarga de la tensión o del estado electro-tónico.

Así, planteó una teoría del estado electro-tónico para explicar por qué la corriente inducida no era permanente. Sin embargo, no mostró la relación entre la corriente y el estado electrónico, aunque señaló que debía existir. De la teoría del estado electro-tónico, se resaltan tres problemas importantes:

1. El estado electro-tónico no es evidente a nivel experimental.
2. No dio cuenta de la relación directa entre la inducción y la dirección de la corriente inducida.
3. No estableció una relación clara entre la corriente eléctrica inducida y el estado electro-tónico, por lo que la explicación sobre el fenómeno quedó incompleta.

En sus investigaciones, Faraday mostró dos características propias de su pensamiento: la idea unificadora sobre la relación entre electricidad y magnetismo, que tendría gran influencia en la segunda mitad del siglo XIX; y el concepto del estado electro-tónico, que ofrecía una mirada innovadora sobre el fenómeno, aunque no encontró sus efectos mediante experimentos a fin de sustentarlo. Este concepto marcó las ideas de Maxwell sobre el fenómeno de inducción.

Como no pudo sustentar dicha relación de manera experimental, Faraday abandonó la teoría del estado electro-tónico para desarrollar una segunda idea sobre las líneas de fuerza. Ésta fue su explicación mejor sustentada sobre los diferentes fenómenos electromagnéticos (1831-1855).

## Sobre las líneas de fuerza de Faraday

En la segunda serie de su libro *Experimental Researches in Electricity* [Investigaciones experimentales en electricidad] (1831-1855), desarrolló una nueva mirada sobre los fenómenos eléctricos y magnéticos con base en la noción de que las líneas de fuerza y los cortes en éstas eran la causa de la inducción de corriente. Por tanto, presentó una perspectiva geométrica para explicar el fenómeno que ofrecía mayor claridad y precisión que los postulados de los matemáticos de su época. Además, descubrió que la inducción se identificaba con el movimiento relativo existente entre el conductor y las líneas de fuerza magnéticas, por lo que la hipótesis del estado electro-tónico perdió su poder explicativo:

The law under which the induced electric current excited in bodies moving relatively to magnets, is made dependent on the intersection of the magnetic curves by the metal being thus rendered more precise and definite... and by rendering a perfect reason for the effects produced, take away any for supposing that peculiar condition, which I ventured to call the electro-tonic state...

Thus the reasons which induce me to suppose a particular state in the wire have disappeared; and though it still seems to me unlikely that a wire at rest in the neighbourhood of another carrying a powerful electric current is entirely indifferent to it, yet I am not aware of any distinct facts which authorize the conclusion that it is in a particular state. (1831-1855).

Mediante el concepto de líneas de fuerza, Faraday definió un formalismo libre de tecnicismos matemáticos que le permitió diseñar una imagen geométrica de los diferentes fenómenos y posteriormente, considerar desde la física las líneas de fuerza a través de acciones en un medio. Definió el medio como un estado de movimiento de las líneas de fuerza que actúan entre cuerpos.

Esta nueva concepción, le permitió explicar que el medio por el que se transmitían los imanes y las corrientes era el estado de tensión, el cual permitía la acción a distancia de estos sobre otros cuerpos magnéticos o eléctricos.

Sin embargo, parecía no abandonar el concepto de estado electro-tónico, ya que en *Nature of the Electric Current* [Naturaleza de la corriente eléctrica], lo volvió a señalar como una relación de perturbación entre un conductor de corriente y el material aislante. De igual manera, en *Relation of the Electric and Magnetic Forces* [Relación entre las fuerzas eléctricas y magnéticas], lo presentó como un estado peculiar en el que estaban las partículas del medio que transfería la acción eléctrica y magnética. No obstante, ésta era una perspectiva diferente a la que había presentado originalmente.

Aunque sus investigaciones sobre el estado electro-tónico no arrojaron resultados positivos, lo condujeron a una diversidad de experimentos que tuvieron gran influencia en otros pensadores como Maxwell, quien materializó sus investigaciones y desarrolló la teoría electromagnética unificada.

## Maxwell: sobre el estado electro-tónico

Este científico inició su investigación sobre los fenómenos eléctricos y magnéticos con base en los resultados experimentales de Faraday, tal como lo muestra su primer artículo *On Faraday's Lines of Force* [Sobre las líneas de fuerza de Faraday] (1965:165). En su texto, retomó el concepto de estado electro-tónico como una primera forma de explicación del fenómeno de inducción y propuso una acción que se manifestara a través de un medio: "...but at present we are proceeding on a different principle, and searching for the explanation of the phenomena, not in the currents alone, but also in the surrounding medium" (1965:193).

Con base en una perspectiva mecánica sobre las leyes del movimiento de los fluidos viscosos, ofreció una explicación sobre la inducción, a partir de las experiencias de Faraday: "By a careful

study of the laws of elastic solids and of the motions of viscous fluids, I hope to discover a method of forming a mechanical conception of this electro-tonic state adapted to general reasoning" (1965:188). En síntesis, decidió diseñar un modelo mecánico para comprender el fenómeno electromagnético a fin de caracterizar la acción del medio a través de los estados de tensión y así, obtener las relaciones entre el estado electro-tónico, el magnetismo, la corriente eléctrica y la fuerza electromotriz (1965:452).

Entonces, consideró que la acción magnética era la responsable del cambio de estado del medio que generaba la inducción, la cual dependía del número de líneas de fuerza cortadas por el circuito en el que se inducía la corriente. Así que le asignó propiedades magnéticas y/o eléctricas al espacio para hacer una caracterización respecto al estado en el que se encontraba, es decir, definió el estado del espacio respecto a una cualidad eléctrica y/o magnética. Ésta fue una diferencia importante con Faraday, quien la asociaba con el estado en el que se encontrara la materia.

Además, Maxwell afirmó que el cambio en el estado del medio por la acción magnética podía darle direccionalidad a la fuerza electromotriz inducida:

The electro-motive force depends on the change in the number of lines of inductive magnetic action which pass through the circuit... It is natural to suppose that a force of this kind, which depends on a change in the number of lines, is due to a change of state which is measured by the number of these lines. A closed conductor in a magnetic field may be supposed to be in a certain state arising from the magnetic action. As long as this state remains unchanged no effect takes place, but, when the state changes, electro-motive forces arise, depending as to their intensity and direction on this change of state. (1965:187)

Aunque Faraday abandonó su teoría del estado electro-tónico, Maxwell afirmó que ésta podía

brindar herramientas para hacer una formalización matemática sobre la inducción de la corriente. Primero, caracterizó el estado del espacio como uno del medio (estado electro-tónico) y después, hizo la formalización en relación con la acción magnética a través de funciones que inicialmente denominó funciones electro-tónicas dadas por  $\alpha_o, \beta_o, \gamma_o$ . En sus primeros trabajos, el objetivo de la notación era relacionar los componentes magnéticos  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ , con la fuerza electromotriz  $\alpha_2, \beta_2, \gamma_2$  que había definido previamente. De esta manera, estableció mediante la notación una relación entre el estado electro-tónico y la inducción magnética, donde los componentes del campo se derivaban de los componentes del estado electro-tónico. Así, le dio un estatus importante al estado electro-tónico al justificar su funcionalidad más allá de la formulación matemática:

The discussion of these functions would involve us in mathematical formulae, of which this paper is already too full. It is only on account of their physical importance as the mathematical expression of one of Faraday's conjectures that I have been induced to exhibit them at all in their present form. By a more patient consideration of their relations, and with the help of those who are engaged in physical inquiries both in this subject and in others not obviously connected with it, I hope to exhibit the theory of the electro-tonic state in a form in which all its relations may be distinctly conceived without reference to analytical calculations. (1965:205)

Este investigador concibió el estado electro-tónico como una magnitud física susceptible de ser observada, junto con sus efectos. Le otorgó un carácter geométrico al definir el espacio como el estado del medio por el que se ejecutan las acciones magnéticas a través de las líneas de fuerza. Además, señaló que el estado electro-tónico era la base para explicar el fenómeno en términos newtonianos y por tanto, lo convirtió en una magnitud de vital importancia para la formalización matemática (1965:209).

Entonces, el estado electro-tónico quedó definido en cualquier punto del espacio con dirección y norma, y contaba con una estructura geométrica para su explicación y formalización de fenómenos eléctricos y magnéticos (1965:205). Maxwell (1861) introdujo tres magnitudes ( $F$ ,  $G$ ,  $H$ ) que representaban las componentes vectoriales del estado electro-tónico que anteriormente había denominado funciones electro-tónicas  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . A partir de las componentes  $F$ ,  $G$ ,  $H$  y al usar el teorema de Stokes, encontró una relación entre los componentes del estado electro-tónico y los componentes  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ , que denominó componentes de la fuerza electromotriz (1965:476):

$$P = \frac{dF}{dt} ; Q = \frac{dG}{dt} ; R = \frac{dH}{dt} .$$

La variación temporal de los componentes del estado electro-tónico dio como resultado una fuerza electromotriz inducida. Además, presentó una imagen mecánica del fenómeno:

The electrotonic state, whose components are  $F$ ,  $G$ ,  $H$ , is what the electromotive force would be if the currents, &c. to which the lines of force are due, instead of arriving at their actual state by degrees, had started instantaneously from rest with their actual values. It corresponds to the impulse which would act on the axle of a wheel in a machine if the actual velocity were suddenly given to the driving wheel, the machine being previously at rest. (1965:478)

Sin embargo, en *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* (1865) expresó mejor sus ideas y mostró otra perspectiva sobre el fenómeno con base en los trabajos de Faraday y Thomson. Explicó la inducción electromagnética a partir de la variación del momento electromagnético:

It appears, therefore, that if we admit that the unresisted part of electromotive force goes on as long as it acts, generating a self-persistent state of the current, which we may call (from mechanical analogy) its electromagnetic momentum, and that this momentum

depends on circumstances external to the conductor, then both induction of currents and electromagnetic attractions may be proved by mechanical reasoning.

What I have called the electromagnetic momentum is the same quantity which is called by Faraday the electro-tonic state of the circuit, every change of which involves the action of an electromotive force, just as change of momentum involves the action of mechanical force. (1965)

Sostuvo que el estado electro-tónico era la causa de la fuerza electromotriz inducida, solo que cambió su nombre original por el de momento electromagnético para justificar la fuerza electromotriz inducida de manera análoga, como se procede en mecánica, a fin de obtener la fuerza mecánica. La inducción magnética la definió en términos del momento electromagnético de la siguiente forma (1965:556):

$$\mu\alpha = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} ; \mu\beta = \frac{dF}{dz} - \frac{dH}{dx} ; \mu\gamma = \frac{dG}{dx} - \frac{dF}{dy} , \quad (1)$$

$\mu$  es la permeabilidad magnética que depende de la naturaleza del medio, la temperatura y la cantidad de magnetización; consideró que  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  eran componentes espaciales de la inducción magnética, escrita en términos de los componentes del momento electromagnético definido en cualquier punto del espacio (1965:556). Estableció que el rotacional del momento electromagnético era igual a la inducción magnética.

Además, definió la fuerza electromotriz inducida en términos de la variación temporal del momento electromagnético de la siguiente manera (1965:558):

$$P = \mu \left( \gamma \frac{dy}{dt} - \beta \frac{dz}{dt} \right) - \frac{dF}{dt} - \frac{d\phi}{dx} ;$$

$$Q = \mu \left( \alpha \frac{dz}{dt} - \gamma \frac{dx}{dt} \right) - \frac{dG}{dt} - \frac{d\phi}{dy} ;$$

$$R = \mu \left( \beta \frac{dx}{dt} - \alpha \frac{dy}{dt} \right) - \frac{dH}{dt} - \frac{d\phi}{dz} ,$$

El primer término de la derecha representa el producto cruz entre la velocidad del conductor y la inducción magnética correspondiente; el segundo indica la variación del estado electro-tónico respecto al tiempo (1965:560). El tercero representa el efecto del potencial eléctrico. Teniendo en cuenta el segundo término, se hace evidente que hay una dependencia directa entre la variación temporal del momento electromagnético y la fuerza electromotriz.

Maxwell introdujo la idea de inducción a través de la variación del estado del medio debido a la acción magnética –sea de forma temporal o espacial–, lo cual indicaba que era la variación del estado del medio la que permitía dar cuenta de la fuerza electromotriz. De esta forma, mostró cómo dos entidades físicas, la inducción magnética y la fuerza electromotriz, dependían directamente de los componentes del momento electromagnético  $F$ ,  $G$ ,  $H$ . Esto sugería que la tercera entidad era una magnitud física con efectos perceptibles.

## Maxwell: sobre el potencial vectorial

En su *Treatise on Electricity and Magnetism* [Tratado sobre electricidad y magnetismo] (1873), Maxwell presentó el tema de los fenómenos electromagnéticos con base en la perspectiva dinámica que venía desarrollando en trabajos anteriores. En este tratado, definió el estado electro-tónico o momento electromagnético como las componentes vectoriales  $F$ ,  $G$ ,  $H$  de un vector  $\vec{A}$ , “el potencial vectorial de la inducción magnética”, en relación con el vector de inducción magnética  $\vec{B}$ , que definió en términos del potencial vectorial  $\vec{A}$ .

A la vez, resaltó que la corriente inducida era una magnitud física originada por la variación de flujo de la inducción magnética a través de una superficie limitada por una curva cerrada que, en este caso, era la espira de alambre. La perspectiva geométrica en la que mostró la relación de la inducción con el potencial vectorial se puede apreciar a continuación (1873:28):

The magnetic induction through a surface bounded by a closed curve depends on the closed curve, and not on the form of the surface which is bounded by it, it must be possible to determine the induction through a closed curve by a process depending only on the nature of that curve, and not involving the construction of a surface forming a diaphragm of the curve.

This may be done by finding a vector  $\vec{A}$  related to  $\vec{B}$ , the magnetic induction, in such a way that the line-integral of  $\vec{A}$ , extended round the closed curve, is equal to the Surface integral of  $\vec{B}$ , extended over a surface bounded by the closed curve.

Maxwell demostró que si una fuerza puede obtenerse a partir del gradiente de un potencial, el campo magnético “inducción magnética” puede obtenerse del potencial vectorial de la siguiente forma (1873:30):

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B}. \quad (2)$$

La relación que estableció entre inducción magnética y potencial vectorial es la misma que había determinado en su artículo *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field* [Una teoría dinámica del campo electromagnético] (1865). Sin embargo, cuando definió el potencial vectorial en su tratado sobre electricidad y magnetismo (1873) no hizo referencia a sus anteriores trabajos sobre el estado electro-tónico, sino que propuso los componentes del potencial vectorial  $\vec{A}$  mediante una perspectiva geométrica para hacer una interpretación física consecuente con una formulación matemática.

Además, concibió la intensidad del campo a través del número de líneas que existían en el espacio –al igual que Faraday–, y el estado electro-tónico en un circuito como el estado en el que se encontraba debido al número de líneas que lo atravesaban.

A partir de la ecuación (2), mostró cómo obtener la relación entre el potencial y el flujo magnético:

$$\oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_s \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = \Phi_B.$$

Siendo,  $\Phi_B$  el flujo de la inducción magnética a través de la superficie ( $s$ ) limitada por la curva ( $l$ ). Por tanto, la integral de línea del potencial vectorial a lo largo de la curva cerrada quedó de la siguiente manera:

$$\oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l} = \Phi_B. \quad (3)$$

Además, mostró los componentes del potencial vectorial y su relación con la inducción magnética:

If, in Art. 24, we write H, G, F for the components of  $\vec{A}$ , and a, b, c for the components of  $\vec{B}$ , we find for the relation between these components

$$a = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz}; \quad b = \frac{dF}{dz} - \frac{dH}{dx}; \quad c = \frac{dG}{dx} - \frac{dF}{dy},$$

The vector  $\vec{A}$ , whose components are F, G, H, is called the vector potential of magnetic induction.

Desde la perspectiva dinámica, Maxwell no solo cambió el nombre de estado electro-tónico por momento electromagnético, sino que introdujo la noción de estado, en la que el medio era una explicación a la acción entre cuerpos eléctricos o magnéticos del que hacían parte. En otras palabras, introdujo la noción de campo como el medio por el cual se ejecutaban las acciones de los cuerpos cuya naturaleza no se evidenciaba mediante propiedades o características mecánicas, sino por la capacidad que tenía el medio de transmitir las acciones eléctricas o magnéticas.

Argumentó que el estado del espacio y sus modificaciones –los estados de tensión del medio– era la causa de la fuerza electromotriz en el alambre, debido a las acciones magnéticas a las

que era sometido. De esta manera, el estado del medio y su cambio, debido a los flujos magnéticos o eléctricos, le permitieron caracterizar el estado del espacio de una forma geométrica. Esto proporcionó elementos para definir un ente geométrico denominado potencial vectorial, correspondiente a la formalización del estado electro-tónico propuesto por Faraday.

Por tanto, pudo evidenciar que los componentes del potencial vectorial  $F, G, H$  no surgían de una perspectiva geométrica, sino a través de la noción de estado del medio, un estado de tensión que causaba la fuerza electromotriz debido a su variación.

Pareciera que Maxwell introdujo el potencial vectorial súbitamente como un ente matemático para obtener la inducción magnética, producto de los teoremas matemáticos que definió al inicio de su tratado (1873). Sin embargo, al analizar a nivel global su teoría electromagnética, se encuentra que el potencial vectorial es la formalización del estado electro-tónico propuesto por Faraday. Éste tiene importantes implicaciones, ya que termina siendo una de las principales motivaciones de Maxwell para generar la electrodinámica:

The conception of such a quantity, on the changes of which, and not on its absolute magnitude, the induction current depends, occurred to Faraday at an early stage of his researches. He observed that the secondary circuit, when at rest in an electromagnetic field which remains of constant intensity, does not show any electrical effect, whereas, if the same state of the field had been suddenly produced, there would have been a current. Again, if the primary circuit is removed from the field, or the magnetic forces abolished, there is a current of the opposite kind. He therefore recognized in the secondary circuit, within the electromagnetic field, a "peculiar condition of matter" to which he gave the name of the Electrotonic State. He afterwards found that he could dispense with this idea by means of considerations founded on the lines of magnetic force, but even in his latest researches, he says, "Again and again the idea of an electrotonic state has been forced upon my mind."

The whole history of this idea in the mind of Faraday, as shewn in his published researches, is well worthy of study. By a course of experiments, guided by intense application of thought, but without the aid of mathematical calculation, he was led to recognize the existence of something which we now know to be a mathematical quantity, and which may even be called the fundamental quantity in the theory of electromagnetism. But as he was led up to this conception by a purely experimental path, he ascribed to it physical existence, and supposed it to be a peculiar condition of matter, though he was ready to abandon this theory as soon as he could explain the phenomena by any more familiar forms of thought. Other investigators were long afterwards led up to the same idea by a purely mathematical path, but, so far as I know, none of them recognized, in the refined mathematical idea of the potential of two circuits, Faraday's bold hypothesis of an electro-tonic state. (1873:174).

Finalmente, estableció una relación entre la fuerza electromotriz y la variación temporal de la integral de línea del potencial vectorial:

The vector  $\vec{A}$  represents in direction and magnitude the time-integral of the electromotive force which a particle placed at the point  $x, y, z$  would experience if the primary current were suddenly stopped. We shall therefore call it the Electrokinetic Momentum at the point  $x, y, z$ . It is identical with the quantity which we investigated under the name of the vector potential of magnetic induction. (1873:214)

En este sentido, la fuerza electromotriz ( $fem$ ) se puede expresar como:

$$fem = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_s \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \vec{B} \cdot d\vec{s},$$

$$fem = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \nabla \times \vec{A} \cdot d\vec{s},$$

Finalmente, se obtuvo que:

$$fem = -\frac{\partial}{\partial t} \oint_l \vec{A} \cdot d\vec{l}. \quad (4)$$

La fuerza electromotriz se expresó en términos de la variación temporal de la integral del potencial vectorial a lo largo de una curva cerrada. Es decir, el potencial vectorial generó la corriente inducida por la variación en su circulación a lo largo de una trayectoria cerrada, lo cual se evidencia en distintos montajes experimentales (Lencinella & Matteucci, 2004).

## Conclusiones

Los aportes de Oersted abrieron una nueva ruta de investigación acerca de los fenómenos de electricidad y magnetismo; Faraday, por su parte, propuso una idea unificadora, por lo que se alejó de la tradición newtoniana. Hizo una exploración sobre la naturaleza de los fenómenos eléctricos y magnéticos para encontrar el efecto opuesto de los planteamientos de su precursor. También señaló que la obtención de electricidad a partir del magnetismo lo motivó a investigar de manera experimental acerca de los efectos inductivos de la corriente eléctrica.

Faraday evidenció que en un alambre debía existir un estado transitorio, que denominó estado electro-tónico, para explicar la corriente inducida en presencia de una acción magnética. Así que definió este estado como peculiar de la materia cuyo responsable era el magnetismo. Sin embargo, no encontró evidencias experimentales para sustentarlo, por lo que expuso una segunda idea con base en las líneas de fuerza. Éste fue un concepto innovador en su época, que influyó en gran manera sobre los planteamientos de Maxwell acerca del fenómeno de inducción.

Maxwell inició su investigación sobre los fenómenos eléctricos y magnéticos con base en los resultados experimentales de Faraday. Señaló que

la manera más clara de explicar el fenómeno de inducción era definir una acción a través de un medio, por lo que retomó la idea de su precursor sobre el estado electro-tónico y desarrolló su idea en el contexto de la mecánica de medios continuos a fin de caracterizar la acción del medio a través de estados de tensión. Desde esta perspectiva, buscaba obtener la relación entre estado electro-tónico, magnetismo, corriente eléctrica y fuerza electromotriz. Además, consideró necesario hacer un modelo mecánico para comprender el fenómeno electromagnético.

Por otro lado, atribuyó la acción entre cuerpos al estado del medio del cual hacían parte. Es decir, introdujo la idea de Faraday sobre el estado electro-tónico como el aquel en el que se encontraba el medio y por el cual se ejecutaba la acción entre cuerpos eléctricos o magnéticos. Ésta se realizaba a través del medio (campo), por lo que su variación era la responsable de la acción inductora. En otras palabras, el estado electro-tónico caracterizaba el espacio para que la acción magnética se generara a través del medio y su variación diera cuenta de la acción inductora. El estado fue la base fundamental para sustentar la inducción magnética y así, considerarla como un estado físico.

Esta idea se evidenció en los experimentos desarrollados por Faraday, pero fue Maxwell quien los formalizó. Además, le prestó atención al concepto de estado electro-tónico como un estado del espacio, así que lo dotó de una interpretación geométrica y física. En su tratado, denominó dicho estado como potencial vectorial, la causa de la *fem* inducida en puntos donde se considera que el campo magnético es cero.

En el marco de la enseñanza, se requieren propuestas pedagógicas que centren sus esfuerzos en

estructurar modelos explicativos que tengan sentido y significado para los estudiantes a fin de lograr una imagen sobre los diferentes fenómenos abordados.

## Referencias bibliográficas

- Faraday. (1821). On some new Electro-Magnetical Motions, and on the Theory of Magnetism. *Quarterly Journal of Science. Experimental Researches in Electricity*, Vol II , 127/147.
- Faraday, M. (1831-1855). *Experimental Researches in Electricity*. London: University of London.
- Giuliani, G. (2010). Vector Potential, Electromagnetic Induction and 'Physical Meaning'. *European Journal of Physics*, 871-880.
- Griffiths, D. (1999). *Introduction to Electrodynamics*. New Jersey: Prentice Hall.
- Lencinella, D., & Matteucci, G. (2004). An Introduction to the Vector Potential. *European Journal of Physics*, 249-256.
- Maxwell, J. (1861). On Physical Lines of Force. *The London, Edimburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*.
- Maxwell, J. (1865). A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. *Philosophical Transactions*, 155, 459-512.
- Maxwell, J. (1873). *Treatise on Electricity and Magnetism (vol. II)*. London: University of Oxford.
- Maxwell, J. (1965). *Scientific Papers of James Clerk Maxwell*. New York: Dover Publications.
- Maxwell, J. C. (1873). *Treatise on Electricity and Magnetism Vol I*. London: University of Oxford.
- Sears, Z. (2004). *Física universitaria*. México: Pearson Addison Wesley.
- Tipler, P. (1996). *Física universitaria*. Barcelona: Reverté.

