

CONTENIDO

EDITORIAL

- La alfabetización científica y tecnológica. La necesidad de evolucionar hacia nuevos modelos 123
Adriana Patricia Gallego Torres

EDUCACIÓN CIENTÍFICA

- Estimating Market Expectations for Portfolio Selection Using Penalized Statistical Models
Estimación de expectativas del mercado para la selección de portafolios usando modelos estadísticos penalizados 133-146
Carlos Felipe Valencia-Arboleda, Diego Hernán Segura-Acosta
- Validación de un protocolo fotográfico para la digitalización de muestras de herbario de especies tropicales 147-159
Validation of a photographic protocol for digitalization of herbarium samples of tropical species
Juan Carlos Valverde-Otálora, Ruperto Quesada, Casia Soto, Dagoberto Arias
- Toma de decisiones en el sector turismo mediante el uso de Sistemas de Información Geográfica e inteligencia de negocios 160-173
Geographic information systems and business intelligence in decision making in the tourism
Carlos-Fernando Barrera-Narváez, Juan-Sebastián González-Sanabria, Gustavo Cáceres-Castellanos
- Mejora de la toma de decisiones en ciclo de ventas del subsistema comercial de servicios en una empresa de IT 174-183
Improvement of sales decision making of the commercial services subsystem in an IT company
Diego Armando Vanegas, Giovanni Mauricio Tarazona-Bermúdez, Luz Andrea Rodríguez-Rojas
- Funciones t-migrativas t-overlap: una generalización de migratividad en funciones t-overlap 184-189
T-overlap T-migrative Functions: A Generalization of Migrativity in t-Overlap Functions
Zapata Ceballos Hugo, Bustince Sola Humberto, Graçaliz Pereira Dimuro

CIENCIA E INGENIERÍA

- Educación Científica, Reflexiones y Propuestas desde los Feminismos 190-200
Scientific Education, reflections, and proposals from feminisms
Johanna Patricia Camacho-González
- Competencia Científica y Resolución de Problemas de Física 201-215
Physics problems and development of scientific competence
Jaime Carrascosa-Alís, Salvador Martínez, Manuel Alonso
- Transformación del método cartesiano en las ediciones de la geometría de Bernard Lamy 216-228
Transformation of the cartesian method in the editions of the Geometry of Bernard Lamy
Jhon Helver Bello-Chávez
- Estudio de las representaciones sociales de los docentes sobre el cambio climático antropogénico 229-242
Study of the social representations of the teachers on anthropogenic climate change
Adriana Patricia Gallego-Torres, Jhonn Edgar Castro-Montaña
- El aprendizaje móvil en educación superior: una experiencia desde la formación de ingenieros 243-257
Mobile learning in higher education: an experience from Engineering Education
Vladimir Alfonso Ballesteros Ballesteros, Óscar Iván Rodríguez-Cardoso, Sébastien Lozano-Forero, Jorge Luis Nisperuza-Toledo



La alfabetización científica y tecnológica. La necesidad de evolucionar hacia nuevos modelos

El término *alfabetización científica* se instaura con el propósito de superar el déficit del conocimiento científico en la sociedad. Desde entonces, se han presentado muchas interpretaciones de los enfoques y propósitos de la alfabetización científica, todas relacionadas con la idea de desarrollar conocimientos, habilidades y valores apropiados para un ciudadano científicamente culto. Iniciado el nuevo siglo varios autores recomendaron evolucionar de la alfabetización científica hacia un modelo de comprensión pública de la ciencia que propiciara en los ciudadanos una relación con la ciencia y la tecnología más que el simplemente formarse.

En esta misma línea, la comunicación pública de la ciencia, el periodismo científico y la popularización de la ciencia supusieron esfuerzos por instaurar modelos de formación científica ciudadana basados en un conocimiento denominado popular, con el fin de llegar a ciudadanos no especializados en temas relacionados con la ciencia y la tecnología.

Desde estas perspectivas se inició una evolución de un modelo de *alfabetización a comprensión* para construir un modelo de formación científica en el cual se involucrará a la sociedad como parte fundamental de la construcción de la ciencia y la tecnología.

En estos tiempos en los que se nos ha obligado a depender inclusive más de la ciencia, y de las tecnologías de la información y las comunicaciones, es fundamental formular y promover nuevas perspectivas y formas de llevar la ciencia y la tecnología a los ciudadanos.

La *Revista Científica* invita a los lectores, evaluadores y autores a repensar los modelos de formación en ciencias e ingenierías para poder responder a las necesidades actuales.

Adriana Patricia Gallego Torres
Editora



Estimating Market Expectations for Portfolio Selection Using Penalized Statistical Models

Estimación de expectativas del mercado para la selección de portafolios usando modelos estadísticos penalizados

Estimativa das expectativas do mercado para seleção de portfólio usando modelos estatísticos penalizados

Carlos Felipe Valencia-Arboleda¹
Diego Hernán Segura-Acosta²

Received: january 2020

Accepted: april 2020

How to cite: Valencia-Arboleda, C.F., Segura-Acosta, D.H. (2020). Estimating Market Expectations for Portfolio Selection Using Penalized Statistical Models. *Revista Científica*, 38(2), 133-146. <https://doi.org/10.14483/23448350.15797>

Abstract

The portfolio selection problem can be viewed as an optimization problem that maximizes the risk–return relationship. It consists of a number of elements, such as an objective function, decision variables and input parameters, which are used to predict expected returns and the covariance between the said returns. However, the real values of these parameters cannot be directly observed; thus, estimations based on historical data are required. Historical data, however, can often result in modelling errors when the parameters are replaced by their estimations. We propose to address this by using some regularization mechanisms in the optimization. In addition, we explore the use of implicit information to improve the portfolio performance, such as options market prices, which are a rich source of investor expectations. Accordingly, we propose a new estimator for

risk and return that combines historical and implicit information in the portfolio selection problem. We implement the new estimators for the mean-VAR and mean-VaR2 problems using an elastic-net model that reduces the risk of all estimations performed. The results suggest that the model has a good out-of-sample performance that is superior to models with pure historical estimations.

Keywords: Penalized models, portfolio optimization, regularization, state price density estimation, financial options.

Resumen

El problema de selección de portafolios puede ser visto como un problema de optimización que maximiza una relación riesgo-retorno cuyos parámetros son los retornos esperados y las covarianzas entre ellos. Sin embargo, los valores reales de dichos parámetros

1. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. cf.valencia@uniandes.edu.co
2. Universidad de los Andes. Bogotá, Colombia. dh.segura10@uniandes.edu.co

no son observables, por lo cual es necesario realizar estimaciones que comúnmente están basadas en datos históricos. Estas estimaciones pueden introducir errores en el modelo, haciendo necesario usar diferentes mecanismos de regularización, como los propuestos en el presente estudio. Además, proponemos el uso de información adicional para mejorar el desempeño de los portafolios, como los son los precios de las opciones que contienen una rica fuente de información que muestra las expectativas de los inversionistas con base en sus conocimientos acerca de cada uno de los subyacentes. De esta manera, proponemos el uso de un nuevo estimador de riesgo-retorno que mezcla la información histórica con la implícita para el problema de selección de portafolios. Implementamos los nuevos estimadores para el problema de Media-Varianza y Media-VaR2 a través de un modelo de red-elástica que permite reducir el impacto del riesgo de las estimaciones realizadas. Los resultados sugieren rendimientos de portafolio superiores a los modelos con estimadores basados en datos históricos.

Palabras clave: Optimización de portafolios, regularización, modelos penalizados, estimación de la densidad del precio implícita, opciones financieras.

Resumo

O problema de seleção de portfólio pode ser visto como um problema de otimização que maximiza uma taxa de risco-retorno. Em seguida, possui uma função objetiva, variáveis de decisão e parâmetros: retornos esperados e covariância entre eles. Os valores reais desses parâmetros são desconhecidos para nós, portanto, devemos fazer estimativas que geralmente são baseadas em dados históricos. Além do erro envolvido na estimativa, devemos reconhecer que os dados históricos não são os únicos que poderíamos usar. Os preços das opções são uma rica fonte de informações que mostra as expectativas dos investidores com base em seus conhecimentos sobre cada um dos subjacentes. Dessa forma, propomos o uso de um novo estimador de risco-retorno que mescla informações históricas e implícitas para o problema de seleção de portfólio. Implementamos os novos estimadores para o problema de Media-Variance e Media-VaR2 por meio de um

modelo elástico de rede que permite reduzir o impacto no risco das estimativas feitas.

Palavras-chaves: Otimização de portfólio, regularização, modelos estatísticos penalizados, estimativa implícita da densidade de preços, opções financeiras

Introduction

According to Harry Markowitz (1952, 1959), an investor builds a portfolio by selecting a group of assets and choosing the weight held by each one, motivated not only by risk minimization and return maximization but also by risk diversification. Although Markowitz created a framework to understand asset selection, it is insufficient because it does not consider parameter's uncertainty; that is, it does not consider the uncertainty of expected asset returns nor of the covariance between them. Unfortunately, for stock market predictions, the real values of parameters are not achievable, so we must rely on estimations. As a naïve solution, the optimization problem can be solved by combining the expected return and the covariance matrix based on historical data. However, this solution does not result in good out-of-sample performance (Kan and Zhou, 2007) and some adjustments are needed to improve it.

In the existing literature, shrinkage estimators have been proposed (Ledoit and Wolf, 2003, 2004; Jorion, 1986), which correct the parameters before the optimization problem, thereby reducing estimation error. Alternatively, creating constraints over the portfolio weights, thereby shrinking them, can also reduce estimation errors (DeMiguel *et al.*, 2009a; DeMiguel *et al.*, 2009b; Jagannathan and Ma, 2003). In essence, imposing constraints over the L1 and L2 norms of the vector of portfolio weights using linear regression (elastic net) results in risk reduction and an improved out-of-sample portfolio performance (Li, 2015). The aforementioned studies depend on historical prices to perform estimations. Although historical prices are widely available, other sources exist for market estimation. A fully developed options market, for instance, is

a rich source of investor expectations with respect to the price fluctuations of assets. Indeed, information from the options market has been used to price exotic derivatives, assess market beliefs, examine market rationality, estimate the risk preferences of investors, and manage risk (Bondarenko, 2003).

In this study, we combine historical prices with data from the options market, implicit information, to estimate the return vector and covariance matrix. Implicit information is summarized in the state price density (SPD) (Aït-Sahalia and Lo, 1998); by gaining access to the SPD of each asset in our portfolio, we can estimate their expected return and variance, thereby obtaining the inputs to solve the portfolio selection problem. We construct a portfolio using a set of options with the maturity dates τ days forward and, τ days later we rebalance the portfolio. To do this, we use Li's (2015) elastic net. Moreover, since we estimate the full SPD, we use other risk measurements for the optimization problem, such as value at risk (VaR) (Morgan, 1996). This measure is widely used owing to its several advantages; most importantly, it provides information on investor underperformance, not on both underperformance and overperformance as variance (Lwin *et al.*, 2017), which means it is easier to interpret. Accordingly, in this study, we solve the traditional Mean-VAR bi-objective problem and motivated by the advantages of VaR, we solve a modified portfolio selection problem mean-VaR² using an elastic-net model and the proposed historical-implicit estimators.

Methodology

We know that each investor has a portfolio with an expected return of $E(w) = w^t \mu$ with risk over their investment of $\sigma^2(w) = w^t \Sigma w$, where w denotes a column vector of p weights (one for each asset), μ denotes a column vector with the expected return of each asset, and Σ denotes the $p \times p$ variance-covariance matrix. Accordingly, the risk-return relationship that is maximized can be expressed as follows:

$$U(w) = w^t \mu - \frac{\gamma}{2} w^t \Sigma w, \quad (1)$$

where γ is a risk aversion coefficient. The optimal value of w can be found when $\frac{\partial U(w)}{\partial w} = 0 \Rightarrow \mu - \gamma \Sigma w^* = 0 \Rightarrow w^* = \Sigma^{-1} \mu / \gamma$.

According to Li (2015), the ordinary least squares (OLS) estimator of the linear regression model, $Y = Xw + \varepsilon$, can be obtained by minimizing $(Y - Xw)^t(Y - Xw)$, that is, when $-X^t Y + X^t X \hat{w} = 0$. Comparing this equation with the one obtained after deriving (16) with respect to w , it is evident that both are of the form $a + bw = 0$; therefore, we can compare the coefficients to obtain the following:

$$\begin{aligned} \mu &= X^t Y \\ \gamma \Sigma &= X^t X. \end{aligned}$$

Since Σ is a positive semi-definite matrix, it can be expressed as $\Sigma = UDU^t$. Accordingly, $\Sigma^{\frac{1}{2}}$ can be estimated. Taking this into account, from $\gamma \Sigma = X^t X$, we obtain the following:

$$X = \sqrt{\gamma \Sigma^{\frac{1}{2}}} \quad (2)$$

and from $\mu = X^t Y$, we obtain the following:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \Sigma^{-\frac{1}{2}} \mu. \quad (3)$$

Therefore, by applying these definitions of X and Y , the portfolio selection problem can be solved using the OLS estimator of the linear regression problem, $Y = Xw + \varepsilon$.

Improvements to the linear regression estimators

The linear regression model is restricted due to its assumptions. For instance, if the variables, X_i and X_j , are highly correlated, the estimators, $\hat{\beta}_i$ and $\hat{\beta}_j$, will not result in adequate conclusions. To address this, we can shrink the linear regression estimators,

thereby correcting them. The elastic-net model presented in (4) solves the linear regression model but creating constraints over the L1 and L2 norms of the vector of coefficients, thereby shrinking it:

$$\min_{(\beta_0, \beta) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^p} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (Y_i - \beta_0 - X_i^T \beta)^2 + \lambda \left[\frac{1}{2} (1 - \alpha) \|\beta\|_2^2 + \alpha \|\beta\|_1 \right] \right\}. \quad (4)$$

Indeed, this model will help correct a number of elements. First of all, an inevitable correlation exists between stock market assets, which means that a basic linear regression model will discard important information on highly correlated variables. By applying the elastic-net model, we can regulate the portfolio weights of similar assets. In other words, the elastic-net model reduces the risk of our estimations by reducing the uncertainty of the expected returns, the covariance matrix, and its inverse. In addition, the correlation between assets results in an ill-conditioned covariance matrix. To address this problem, the diagonal elements of the matrix, $\Sigma' = \Sigma + \delta I$, should be increased by a constant value. Moreover, by creating the term, $\|\beta\|_2^2$, in the elastic-net model, we can improve the estimation of Σ^{-1} (Li, 2015). According to Shen, Wang, and Ma (2014), this L2 constraint ensures that portfolio weights are similar under rebalancing for consecutive investment periods, thereby reducing transaction costs. Alternatively, if we measure the estimation risk as the difference between (1) evaluated with real parameters versus estimated parameters; i.e. $|U(w; \mu, \Sigma) - U(w; \hat{\mu}, \hat{\Sigma})|$, this calculation is regulated by the L1 norm of the vector of coefficients with the following expression:

$$|U(w; \mu, \Sigma) - U(w; \hat{\mu}, \hat{\Sigma})| \leq \|\hat{\mu} - \mu\|_\infty \|w\|_1 + \frac{\gamma}{2} \|\hat{\Sigma} - \Sigma\|_\infty \|w\|_1^2. \quad (5)$$

Therefore, creating a constraint over the L1 norm reduces the estimation risk of μ and Σ (Fan et

al., 2012), whereas a constraint over the L2 norm reduces the estimation risk of Σ^{-1} .

Modified objective function

To include the implicit information, by adding the historical-implicit estimators, (1) can be expressed as follows:

$$U(w) = w^T \hat{\mu}_{HI} - \frac{\gamma}{2} w^T \hat{\Sigma}_{HI} w. \quad (6)$$

where the subscript H denotes historical information and the subscript, I denote implicit information.

Ledoit and Wolf (2004) proposed a shrinkage estimator for the covariance matrix that is a linear combination between the one estimated with historical data and a shrinkage target. Using the same approach, Jorion (1986) created an estimator for expected returns by combining historical data and a shrinkage target. Inspired by the said estimators, we propose an estimator that is a linear combination of historical and implicit estimations, which can be described as follows:

$$\hat{\mu}_{HI} = \beta \hat{\mu}_H + (1 - \beta) \hat{\mu}_I, \quad (7)$$

$$\hat{\Sigma}_{HI} = \eta \hat{\Sigma}_H + (1 - \eta) \hat{\Sigma}_I. \quad (8)$$

Our model is an elastic net, where X is obtained from (2) with $\Sigma = \hat{\Sigma}_{HI}$, and Y is obtained from (3) with $\mu = \hat{\mu}_{HI}$ and $\Sigma = \hat{\Sigma}_{HI}$.

Implicit information: SPD overview

Options markets arose as an insurance alternative for investors: it allows them to fix a trade price for a specific asset in the future. For any insurance service, one must pay a prime according to some variables. An option contract has a price (c) adjusted by the market based on the following factors: underlying price (S_t), strike price (K), time to expiration (τ), stock volatility (σ), dividend yield and risk-free

rate between the present and expiration date ($r_{t,\tau}$). Given an asset, we can set τ and obtain a set of options with the corresponding maturity but with different strike prices (note that S_t and σ are the same). By definition, the value of a financial instrument is the expected value of its cash flows discounted to present value; therefore, we can evaluate how c should be approximated. When a call option expires ($T = t + \tau$), it generates the following payoff:

$$\text{Payoff} = \max(S_T - K, 0). \quad (9)$$

Thus, the payoff is a random variable because it depends on the underlying asset price at the day, T . If $f(S_T)$ is the probability density function of the price at T , we can compute the expected value of the payoff. Then, discounting it from T to t we can obtain the expression of the prime c_t^3 (10).

$$c_t = e^{-r\tau} \int_0^\infty \max(S_t - K, 0) f(S_T) dS_T. \quad (10)$$

In this way, $f(S_T)$ plays a significant role in option valuation. This function describes the SPD.

3. c is the value of one call option with fixed parameters. Consequently, c_t is a function that depends on S_t, K, τ, r, δ and σ ; however, we write c_t for simplicity when referring to the cost function.

When the SPD is assumed to be lognormal, c_t is as follows:

$$c_t = S_t e^{-\delta_{t,\tau}\tau} \Phi(d_1) - X e^{-r_{t,\tau}\tau} \Phi(d_2), \quad (11)$$

where

$$d_1 \equiv \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + \left(r_{t,\tau} - \delta_{t,\tau} + \frac{1}{2}\sigma^2\right)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad (12)$$

$$d_2 \equiv d_1 - \sigma\sqrt{\tau}, \quad (13)$$

and $\Phi(\cdot)$ is the cumulative standard normal density function (Black and Scholes, 1973). Although this model is widely used by practitioners, making assumptions over $f(S_T)$ is not a realistic approach.

SPD estimation

Breeden and Litzenberger (1978) realised that, since c values are observable in the market, $f(S_T)$ can be obtained based on (10):

$$f(S_T) = e^{r_{t,\tau}\tau} \cdot \frac{\partial^2 c_t}{\partial K^2}. \quad (14)$$

Therefore, the problem of obtaining $f(S_T)$ is translated to the estimation of c_t . When plotting prices of call options with respect to the strike price

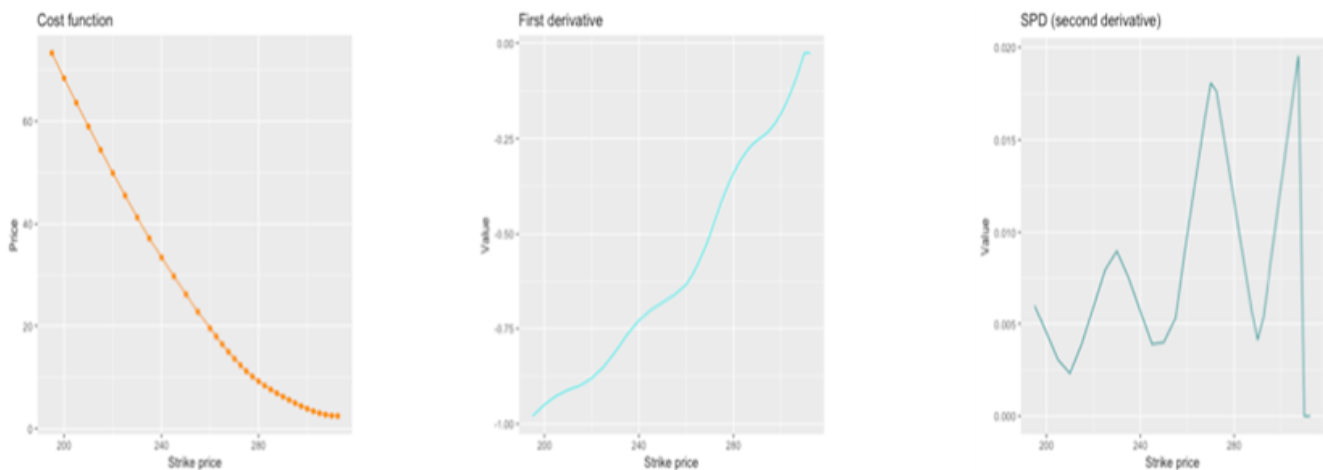


Figure 1. From left to right: cost function estimation, first derivative and second derivative of a call option

for a fixed asset and maturity, we can fit a curve to represent the function, c_t . We can estimate an adequate function that fits the real values of c_t by using nonparametric least squares (Yatchew and Härdle, 2006), constrained smoothing splines, Kernel smoothing (Aït-Sahalia and Lo, 1998) or locally polynomial regression (Aït-Sahalia and Duarte, 2003). After c_t is estimated, the function is differentiated twice to obtain $\hat{f}(S_T)$. This strategy has some issues, as $\hat{f}(S_T)$ must be a density function. In other words, it must be nonnegative, and therefore, c_t must be monotonically decreasing and convex.

Although this problem is addressed in the literature by imposing constraints over the estimator, when models are applied to real data, the resultant SPD could be jagged because the second derivative approaches zero for some values of S_T or because $\hat{f}(S_T)$ is not smooth since the set of available S_T values is not continuous (Figure 1). Moreover, whether the estimation of c_t is parametrical or not, the quality of the estimator with respect to a function's derivative is much worse than that of the estimator of a function itself (Aït-Sahalia and Duarte, 2003). Indeed, it is even worse for the second derivative. Accordingly, we evaluate methods that avoid differentiation. Ludwig (2015) classified the models as follows: expansion methods, mixture methods, generalized distribution methods and maximum entropy methods. A detailed explanation of his classification is provided in Table 1. Finally, we implement nonparametric mixtures by Yuan (2009) because they allow us to estimate the SPD directly, and they have a high convergence rate.

Table 1. Methods of direct SPD estimation.

Category	Description
Expansion methods	Approximations by augmenting known distributions with correction terms
Mixture methods	Achieve flexibility by means of mixing simpler distributions
Generalized distribution methods	Employ distributions with additional parameters as skewness and kurtosis
Maximum entropy methods	Optimize deviations from observations and cross-entropy to a prior distribution

Source: Authors.

Nonparametric mixture

With this method, we can create the SDP as the mixture of m lognormal distributions:

$$\hat{f}(S_T) = \sum_{j=1}^m \pi_j \phi(S_T; \mu_j, \sigma^2), \quad (15)$$

where $\phi(x; \mu, \sigma^2)$ is a lognormal density function with mean μ and variance σ^2 evaluated at x and π_j is the mixing proportion of the j -th lognormal distribution. It is important to ensure that all the densities in the mixture have the same variance (Yuan, 2009).

Although we cannot compare $\hat{f}(S_T)$ with $f(S_T)$, we can compare \hat{c}_t with c_t . This might be confusing as we are not estimating c_t but $f(S_T)$; nevertheless, after estimating $\hat{f}(S_T)$, we can use (10) to obtain \hat{c}_t . As c_t is observable, \hat{c} must meet the following (Aït-Sahalia and Duarte, 2003):

$$\hat{c} = \arg \min_{c \in \mathcal{C}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (c_i - c(K_i))^2 \quad (16)$$

where \hat{c} is the estimated cost function, \mathcal{C} is the space of possible cost functions, c_i is the observed price of the i -th option, and $c(K_i)$ is the estimated price of the i -th option. Indeed, $c(K_i)$ depends on $\hat{f}(S_T)$, which is a lognormal distribution; that is, $c(K_i)$ relies on μ and σ^2 . The final expression of $c(K)$ proposed by Yuan (2009) is as follows:

$$c(K; \mu, \sigma^2) = \quad (17)$$

$$e^{-r_t \tau + \frac{\sigma^2}{2} + \mu} \Phi\left(\frac{\ln(K) - (\mu + \sigma^2)}{\sigma}\right) - e^{-r_t \tau} K \bar{\Phi}\left(\frac{\ln(K) - \mu}{\sigma}\right),$$

where Φ is the standard cumulative normal distribution and $\bar{\Phi} = 1 - \Phi$.

In this way, we create m groups; each group will have μ_j and σ^2 , and reassigning points between groups (17) changes resulting in different estimators for c_i that are input for (16). We iterate minimizing (16) and (15) can be computed.

From the SPD estimation to the portfolio selection problem

After the SPD is estimated, we obtain a probability density function of future prices. However, the parameters of the portfolio selection problem are not based on prices, but on returns. According to Ait-Sahila and Lo (1998), the SPD is related to the distribution of the returns, $h(u)$, as follows:

$$h(u) = S_t e^u f(S_t e^u). \tag{18}$$

Proof. If u_τ is the log return between t and T , then we obtain the following:

$$\Pr\left(\ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) \leq u\right) = \Pr(S_T \leq S_t e^u) = \int_0^{S_t e^u} f(S_T) dS_T.$$

Based on this cumulative information, we can find the density as follows:

$$\frac{\partial}{\partial u} \Pr\left(\ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) \leq u\right) = S_t e^u f(S_t e^u).$$

At the end, our implicit parameters for the mean returns are as follows:

$$\hat{\mu}_I = \begin{pmatrix} \int u \cdot h_1(u) du \\ \vdots \\ \int u \cdot h_p(u) du \end{pmatrix} \tag{19}$$

where p is the number of assets in the portfolio. Indeed, we still need to explain the construction of $\hat{\Sigma}_I$.

The historical covariance matrix can be decomposed in a $p \times p$ diagonal matrix with the standard deviation of the historical returns of the p assets and the $p \times p$ correlation matrix, $\hat{\Omega}$ (DeMiguel *et al.*, 2013):

$$\hat{\Sigma}_H = \text{diag}(\hat{\sigma}) \cdot \hat{\Omega} \cdot \text{diag}(\hat{\sigma}). \tag{20}$$

When our risk measure is the variance, and when we assume that the correlations between

assets do not change, the implicit estimator can be described as follows:

$$\hat{\Sigma}_I = \text{diag}(\hat{\sigma}_I) \cdot \hat{\Omega} \cdot \text{diag}(\hat{\sigma}_I), \tag{21}$$

where $\text{diag}(\hat{\sigma}_I)$ contains the standard deviation of the SPD (18) for each asset.

If we want to use VaR^2 as the risk measure, the estimator is as follows:

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma}_I &= \text{diag}(\widehat{\text{VaR}}_I) \cdot \hat{\Omega} \cdot \text{diag}(\widehat{\text{VaR}}_I) \\ (\widehat{\text{VaR}}_I^{\text{Portfolio}})^2 &= w^t \hat{\Sigma}_I w \end{aligned} \tag{22}$$

where $\text{diag}(\widehat{\text{VaR}}_I)$ contains the VaR of the SPD (18) for each asset, assuming again that correlations are static and using the variance–covariance approach to estimate the VaR of a portfolio (Jorion, 2007). Of course, there are other several ways to estimate the VaR of a portfolio, but this strategy is consistent with our optimization problem.

RESULTS

Data selection

In this study, we evaluated the portfolio performance of S&P 500 stocks. Although present information is easy to obtain, finding historical data is difficult. Moreover, it is crucial to create training and test samples. We obtained the daily bid and ask call and put closing prices for 4,693 symbols in 2016 from the Discount Option Data website. We filtered the data to include only call options from tickers with enough points to conduct the SPD estimation for any day in 2016 and excluded options with bid or ask prices of zero. In addition, we decided that the best estimation of the market price is the average between bid and ask prices. To reduce dispersion, we removed options when the *distance* between bid and ask was greater than 0,5. This was calculated using (23). Indeed, investors will not sell an asset for any less than what the market will pay for it. In other words, ask is always higher than bid, and the distance is always greater than zero.

$$distance = \frac{Ask - Bid}{Bid} \quad (23)$$

Apart from the options database, we used Yahoo Finance as our source of historical security prices from January 2008. Using daily closing prices, we calculated their lognormal returns by time windows; that is, we used the information from when the portfolio was created. For the risk-free rate data, we used the average US Dollar LIBOR interest rate for each month obtained from the Global Rates website.

Algorithm of implementation

The algorithm used to solve the proposed model can be obtained as follows: a date, $t \in \mathbf{T}$, is selected, where options data for a set of assets, \mathbf{A} , is available; we filter options with the expiration, τ days forward; using this data, we estimate the SPD using the nonparametric mixture of lognormal values for each asset; with the estimated SPD in t , we obtain $\hat{\mu}_I$ and $\hat{\Sigma}_I$.

We filter historical information from January 2008 until t for each asset in \mathbf{A} . We then create \mathbf{K} -folds of historical data to calibrate the model: we remove one fold ($k \in \mathbf{K}$) that is kept for testing and we use the rest to estimate the historical parameters, $\hat{\mu}_H$ and $\hat{\Sigma}_H$, with variance as the risk measure. The parameters are then transformed into the same time units before obtaining (7) and (8). As the SPD provides us the estimation of a τ days return, we change each entry of $\hat{\mu}_H$, that is, the mean of historical daily returns into that mean multiplied by τ . Accordingly, we decomposed $\hat{\Sigma}_H$ like shown in (20), multiply $\text{diag}(\hat{\sigma})$ by $\sqrt{\tau}$ and reconstruct $\hat{\Sigma}_H$ using (20).

For the problem using the squared VaR risk measure, the mean vector is the same, but we create $\hat{\Sigma}_H$ using monthly historical return information (between January 2008 and t) for each asset in \mathbf{A} , after which we estimate the $v\%$ percentile of the historical information as the VaR of each asset. Then, $\hat{\Sigma}_I$ can be expressed using (22).

We can create (7) and (8) by running an elastic net, where X is obtained from (2) with $\Sigma = \hat{\Sigma}_I$, and Y is obtained from (3) with $\mu = \hat{\mu}_{HI}$ and $\Sigma = \hat{\Sigma}_{HI}$.

Creating the historical-implicit estimators and running the elastic net requires β, η, λ and α . Therefore, we pick a tuple of the said parameters, create the portfolio, and evaluate the portfolio return using the daily data in $k \in \mathbf{K}$. We run the model changing the tuple $(\beta, \eta, \lambda, \alpha)$ for the same fold, after which the process is repeated for each fold. Finally, we average the obtained return for all folds in the selected date together with their VaR values and standard deviations. The selected tuple is the one giving the maximum average objective function among all folds; it is used to create the portfolio weights. With the said weights, we use the portfolio from t to $t + \tau$ and there, a new portfolio is created.

We use \mathbf{R} to apply the proposed algorithm. Starting in April 2016, we filter the option data of 14 assets with the time to expiration approximal to $\tau = 25$. This is because the last month of the option has more realistic information about market expectations.

Firstly, we implement the nonparametric mixture using seven lognormal values. They are initialized with means equally spaced between the natural logarithm of the minimum strike price and the natural logarithm of the maximum strike price available in the set of options of each asset. The standard deviation of all distributions is initialized with 3/4 of their implied volatility (Yuan, 2009). Then, we assign each point to the lognormal distribution that generates best estimation of c . We calculate the mean and standard deviation values of the said groups and use them as the updated parameters of each lognormal. The reassigning process is repeated once for convergence (Yuan, 2009).

After the SPD is estimated, we create the historical-implicit estimators to estimate X and Y . This transformation depends on γ , a risk aversion coefficient that we set as 3.7 to represent an average investor. We use the glmnet package

for the elastic-net model estimation and the Performance Analytics package for the portfolio evaluation.

Model validation

First, we discuss how β and η are chosen by the optimization problem for 2016. In particular, we examine whether the implicit information was considered in the returns or in the risk matrix.

Thereafter, we compare the elastic-net model with historical-implicit estimators and solely historical parameters. As an evaluation tool, we plot the cumulative wealth index of each strategy:

$$CW_t = CW_{t-1} \cdot (1 + R_t) \text{ for } t = 1, \dots, T$$

$$CW_0 = 1 \text{ USD,}$$

where for each t ,

$$R_t = \mathbf{w}^t \mathbf{r}_t,$$

where \mathbf{r}_t is the column vector of logarithmic returns of the assets in the portfolio on day t and \mathbf{w}^t is the transposed vector of the weights of the investment strategy.

In other words, CW is the resulting amount of money at the end of day t if we invested 1 USD in the portfolio on the first stock day of 2016, and if we reinvested our returns on the portfolio every day until t .

To compare the models, we use the mean absolute deviation and annualized Sharpe ratio (SR) for each strategy; a portfolio with a high SR is desirable. In addition, the information ratio (IR) is calculated to compare how a portfolio with returns, R_p , performs over a benchmark portfolio with returns, R_b . The IR is the rate between the active premium and the tracking error:

$$IR = \frac{E[R_p - R_b]}{\sqrt{Var[R_p - R_b]}} \quad (24)$$

We use the benchmark portfolio for the historical elastic-net model and our portfolio for the historical-implicit elastic-net model using variance or squared VaR. Furthermore, we compare each strategy with the S&P 500 index as a benchmark portfolio. Indeed, we constrain the portfolio weights in our strategies to be nonnegative (no short positions).

Another measure of risk-return relation is the Calmar ratio, which can be used to estimate the relation between the average return and maximum drawdown during a period. A Calmar ratio greater than one is good, greater than three is excellent and above five is more than desirable (Young, 1991). We also provide a plot of the ratio of the cumulative performance of one portfolio with respect to another. In this plot, Portfolio A is better than Portfolio B when the slope is positive; accordingly, we are interested in the evaluation of long periods of overperformance (Peterson *et al.*, 2018).

Data analysis results

Table 2 presents the value of $(1 - \beta)$ and $(1 - \eta)$ for each month and risk measure. A filled cell indicates that implicit information was the only one used in the historical-implicit estimator, whereas an empty cell indicates that the historical-implicit estimator is the same as the historical one. The implicit information of returns and risks are important for the optimization problem, so the portfolios are different from those with historical information alone.

From Figure 2, it is evident that both mean-VAR and mean-VaR² achieve a better performance when using the historical-implicit estimator rather than pure historical estimator. For the mean-VAR portfolio, the cumulative wealth of the historical-implicit estimator is superior during the out-of-sample period, obtaining a final value of 1.28, whereas the historical estimator obtains a final value of 1.24. Indeed, the mean absolute deviation for both portfolios is 0.007, so the historical-implicit estimator has a better return performance for the same level of risk than the historical estimator.

Table 2. Weight of implicit information in HI estimators.

Month	Mean-VAR		Mean-VaR ²	
	1- η	1- β	1- η	1- β
Jan	█	█	█	█
Feb	█	█	█	
Mar	█	█	█	█
Apr	█	█	█	█
May		█	█	█
Jun	█		█	
Jul	█	█		█
Aug	█	█	█	█
Sep	█	█	█	█
Oct	█	█	█	
Nov		█	█	█
Dec	█	█	█	█

Source: Authors.

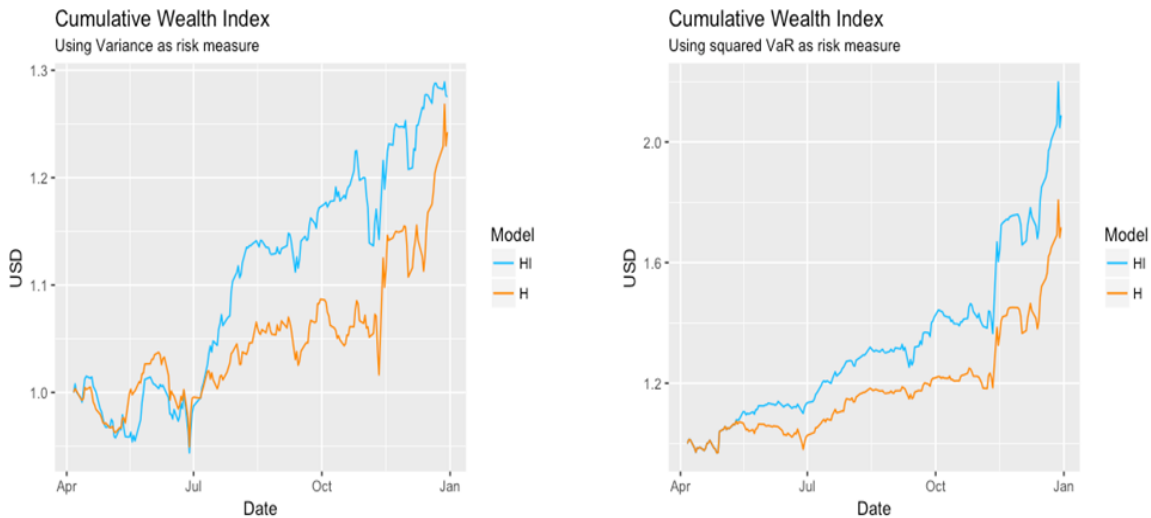


Figure 2. Cumulative wealth index portfolios with historical-implicit vs historical estimators.

Source: Authors.

In the same way, the historical-implicit model is superior when VaR² is the risk measure. In this case, the final cumulative wealth value for the historical-implicit portfolio is 2.08 versus 1.71 for the historical one. These portfolios have a mean absolute deviation of 0.012 and a 1-day VaR_{95%} of -0.02, which suggests that, with the same level of

risk, the historical-implicit is superior. In this case, the mean-VaR² has a better result with respect to the mean-VAR problem, but it has a higher level of risk.

When we examine the relative performance plot (Figure 3) to compare the cumulative returns, it is evident that the slope is mainly positive for

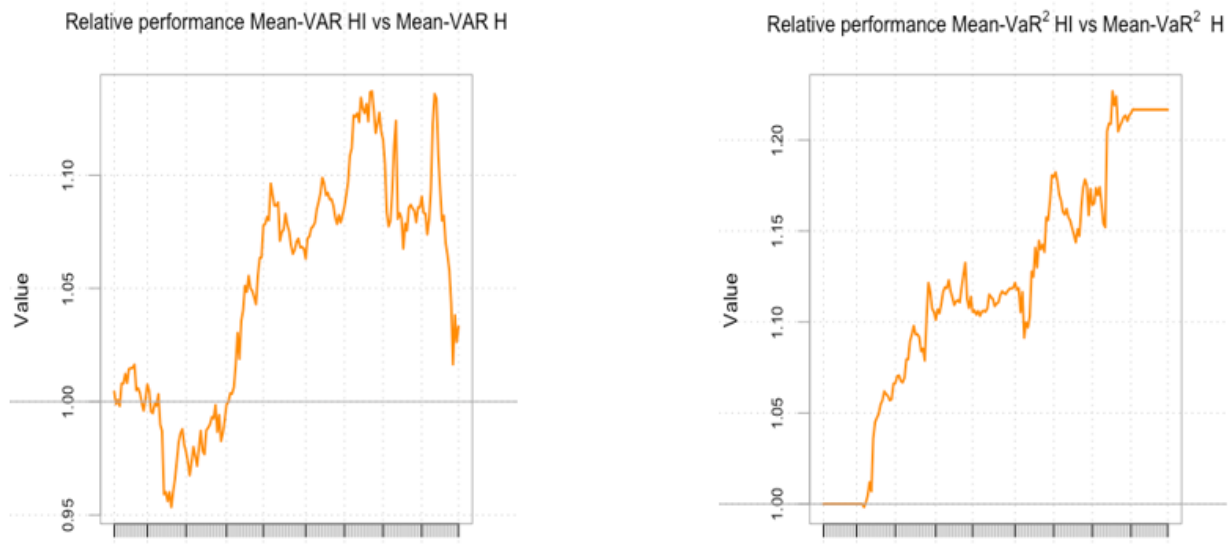


Figure 3. Relative performance plot for portfolios with historical–implicit estimator and portfolios with historical estimators as a benchmark

Source: Authors.

the mean-VAR and mean-VaR² problems, proving the advantages of using implicit information. After recognizing historical–implicit superiority, we compare this strategy with the passive index strategy. Figure 4 presents the historical–implicit estimators; the resultant portfolios have a superior out-of-sample performance compared with the passive index strategy.

Table 3. Portfolio performance indicators.

	MVH	MVHI	M@H	M@HI
Annualized Sharpe Ratio	1,45	2,14	2,95	4,14
Calmar Ratio	3,55	4,97	10,51	17,0
Mean Absolute Deviation	0,007	0,007	0,012	0,012

Source: Authors.

Table 3 presents the portfolio performance indicators, where MVH denotes the mean-VAR problem using historical estimators; MVHI, the mean-VAR problem using historical–implicit estimators; M@H, the mean-VaR² problem with historical estimators; and M@HI, the mean-VaR²

problem with historical–implicit estimators. The annualized SR was calculated using a 0,4% risk-free rate (average rate of 2016); it gives a good result for every portfolio. In both cases, the portfolios that use the historical–implicit estimators are better. This is the same for the Calmar ratio, which is also better for the historical–implicit portfolios. A Calmar ratio larger than three constitutes an excellent performance for all our strategies. Indeed, the M@HI strategy outperforms the others in terms of the SR and the Calmar ratio.

Table 4. IR.

	Benchmark	
	Historical	SP500
MVHI	0.44	1.83
M@HI	5.08	3.94

Source: Authors.

Table 4 presents the IR values, from which it is evident that the IR of the MVHI is 0.44. Because this value is larger than 0.4, the MVHI can generate better returns for longer periods of time than the MVH. Moreover, it is significantly better than

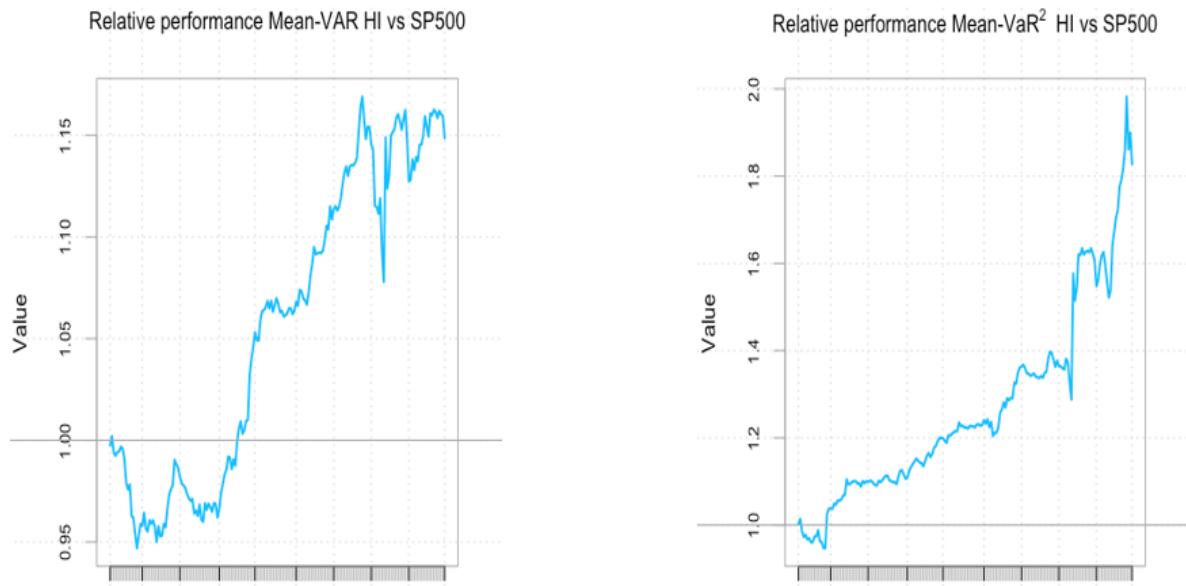


Figure 4. Relative performance plot for portfolios using historical–implicit estimators with S&P 500 as a benchmark.

Source: Author.

the passive index strategy, as it has a value of 1.83, whereas a high-level investor can only achieve an IR of 1.5 in the S&P 500. For the M@HI, we can conclude that it outperforms the M@H with respect to the risk–return relationship, as the IR is larger than five. In addition, this portfolio has also an excellent behavior when the S&P 500 index is used as a benchmark.

Conclusions

Multiple portfolio selection methodologies have been developed since Markowitz. However, during the last decade there have been many improvements to adjust the performance of the portfolio using real data as the input information. In this paper, we constructed the SPD and estimated the return density function for each asset. We applied our historical–implicit estimators for the returns and risk measure. In addition, we constrained the L1 and L2 norms of the vector of weights to reduce the risk of all estimations.

The results suggest that the model has a good out-of-sample performance. It is superior to

models with pure historical estimations; moreover, it is also a good portfolio in terms of cumulative returns and risk return relation measured by the SR, IR and Calmar ratio.

Acknowledgements

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

References

- Aït-Sahalia, Y., Lo, A. W. (1998). Nonparametric Estimation of State-Price Densities Implicit in Financial Asset Prices. *The Journal of Finance*, 53(2), 499–547. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.215228>
- Aït-Sahalia, Y., Duarte, J. (2003). Nonparametric Option Pricing under Shape Restrictions. *Journal of Econometrics*, 116(1-2), 9–47. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(03\)00102-7](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(03)00102-7)
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *The Journal of*

- Political Economy*, 81(3), 637–654. <https://doi.org/10.1086/260062>
- Bondarenko, O. (2003). Estimation of Risk-Neutral Densities Using Positive Convolution Approximation. *Journal of Econometrics*, 116(1-2), 85–112. [https://doi.org/10.1016/S0304-4076\(03\)00104-0](https://doi.org/10.1016/S0304-4076(03)00104-0)
- Breeden, D. T., Litzenberger, R. H. (1978). Prices of State-Contingent Claims Implicit in Option Prices. *The Journal of Business*, 51(4), 621–651. <https://doi.org/10.1086/296025>
- DeMiguel, V., Garlapi, L., Uppal, R. (2009a). Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient Is the 1/N Portfolio Strategy?. *The Review of Financial Studies*, 22(5), 1915–1953. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>
- DeMiguel, V., Garlapi, L., Nogales, F. J., Uppal, R. (2009b). A Generalized Approach to Portfolio Optimization: Improving Performance by Constraining Portfolio Norms. *Management Science*, 55(5), 798–812. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1080.0986>
- DeMiguel, V., Plyakha, Y., Uppal, R., Vilkov, G. (2013). Improving Portfolio Selection Using Option-Implied Volatility and Skewness. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 48(6), 1813–1845. <https://doi.org/10.1017/S0022109013000616>
- Fan, J., Zhang, J., Yu, K. (2012). Vast Portfolio Selection with Gross-Exposure Constraints. *Journal of the American Statistical Association*, 107(498), 592–606. <https://doi.org/10.1080/1621459.2012.682825>
- Jagannathan, R., Ma, T. (2003). Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. *The Journal of Finance*, 58(4), 1651–1684. <https://doi.org/10.1111/1540-6261.00580>
- Jorion, P. (1986). Bayes-Stein Estimation for Portfolio Analysis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21(3), 279–292. <https://doi.org/10.2307/2331042>
- Jorion, P. (2007). “Value at Risk - The New Benchmark for Managing Financial Risk”. (3rd ed.). The McGraw Hill Companies, Inc.
- Kan, R., Zhou, G. (2007). Optimal Portfolio Choice with Parameter Uncertainty. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 42(3): 621–656. <https://doi.org/10.1017/S0022109000004129>
- Ledoit, O., Wolf, M. (2003). Improved Estimation of the Covariance Matrix of Stock Returns With an Application to Portfolio Selection. *Journal of Empirical Finance*, 10(5), 603–621. [https://doi.org/10.1016/S0927-5398\(03\)00007-0](https://doi.org/10.1016/S0927-5398(03)00007-0)
- Ledoit, O., Wolf, M. (2004). Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix. *Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110–119. <https://doi.org/10.3905/jpm.2004.110>
- Li, J. (2015). Sparse and Stable Portfolio Selection With Parameter Uncertainty. *Journal of Business & Economic Statistics*, 33(3), 381–392. <https://doi.org/10.1080/07350015.2014.954708>
- Ludwig, M. (2015). Robust Estimation of Shape-Constrained State Price Density Surfaces. *The Journal of Derivatives*, 22(3), 56–72. <https://doi.org/10.3905/jod.2015.22.3.056>
- Lwin, K. T., Qu, R., MacCarthy, B. L. (2017). Mean-VaR Portfolio Optimization: A Non-parametric Approach. *European Journal of Operational Research*, 260(2), 751–766. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.005>
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. New York: John Wiley and Sons.
- Morgan, J. P. (1996). *RiskMetrics (TM): Technical Document*. Morgan Guaranty Trust Company.
- Peterson, B. G., Carl, P., Boudt, K., Bennett, R., Ulrich, J., Zivot, E., ... & Wuertz, D. (2018). *Econometric Tools for Performance and Risk Analysis* (version 1.5.2). R.
- Shen, W., Wang, J., Ma, S. (2014). Doubly Regularized Portfolio with Risk Minimization. In *Proceedings of the Twenty-Eighth AAAI Conference on Artificial Intelligence* (pp. 1286–1292). AAAI Press.

Yatchew, A., Härdle, W. (2006). Nonparametric State Price Density Estimation Using Constrained Least Squares and the Bootstrap. *Journal of Econometrics*, 133(2), 579–599. <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2005.06.031>

Young, T. W. (1991). Calmar Ratio: A Smoother Tool. *Futures Magazine*, 20(1), 40.

Yuan, M. (2009). State Price Density Estimation via Nonparametric Mixtures. *The Annals of Applied Statistics*, 3(3), 963–984. <https://doi.org/10.1214/09-AOAS246>





Validación de un protocolo fotográfico para la digitalización de muestras de herbario de especies tropicales

Validation of a photographic protocol for digitalization of herbarium samples of tropical species

Validação de um protocolo fotográfico para a digitalização de amostras de herbário de espécies tropicais

Juan Carlos Valverde-Otálora¹

Ruperto Quesada²

Casia Soto³

Dagoberto Arias⁴

Recibido: septiembre 2019

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Valverde-Otálora, J.C., Quesada, R., Soto, C., Arias, D. (2020). Validación de un protocolo fotográfico para la digitalización de muestras de herbario de especies tropicales. *Revista Científica*, 38(2), 147-159. <https://doi.org/10.14483/23448350.15362>

Resumen

El estudio se validó de un protocolo fotográfico para la digitalización de muestras de herbario a partir de análisis de colorimetría digital. Para lo cual se utilizaron diez especies arbóreas en condición de herbario y se evaluó cinco tipos de velocidad de obturación, apertura de objetivo e ISO con fin identificar mejor ajuste y luego identificar el mejor protocolo fotográfico a partir de las variables L^* , a^* , b^* , diferencial de color (ΔE^*) y chroma (ΔC^*). Los resultados mostraron que las velocidades de obturación de 1/3", 1/5" y 1" mostraron ΔE^* inferiores a 5, considerados como visibles, la a apertura de objetivo f/ 5.6 y f/7.1 mostraron valores ΔE^* menores a 5,5 siendo mejor se adaptaron, mientras en ISO, los valores 100, 200

y 320 presentaron valores ΔE^* visibles y menores a 5,3. En cuanto la determinación del mejor protocolo para las 10 especies fue CP1 con una velocidad de 1/3", con apertura de f/5.5 e ISO 100 que presentó un ΔE^* promedio de 4,1 considerado como visible y significativamente menor al resto de los tratamientos que variaron de 5,1 a 29,8, siendo cambios de visibles a totales de color y evidenciando con acumulaciones de color de 6 a 12 (ΔC^*). Finalmente, IRF mostró los usuarios percibieron que CP1 mostró mejor ajuste al material físico (0,95) con respeto a los demás protocolos (promedio 0,71).

Palabras clave: apertura de objetivo, CIELab, dendrología, especies arbóreas, ISO, velocidad de obturación.

1. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Laboratorio de ecofisiología forestal y aplicaciones Ecosistémicas (ECOPLANT), Cartago, Costa Rica. jcvalverde@tec.ac.cr
2. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Forestal, Cartago, Costa Rica. rquesada@tec.ac.cr
3. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ingeniería Forestal, Cartago, Costa Rica. csoto@tec.ac.cr
4. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Laboratorio de ecofisiología forestal y aplicaciones Ecosistémicas (ECOPLANT), Cartago, Costa Rica. darias@tec.ac.cr

Abstract

The study was validated of a photographic protocol for the digitalization of herbarium samples from digital colorimetry analysis. For which ten tree species were used in herbarium condition and belt types of shutter speed, objective aperture and ISO were evaluated in order to identify better fit and then identify the best photographic protocol from the variables L^* , a^* , b^* , color differential (ΔE^*) and chroma (ΔC^*). The results showed that the shutter speeds of 1/3", 1/5" and 1" showed ΔE^* less than 5, considered as visible, the aperture of objective f / 5.6 and f / 7.1 showed ΔE^* values less than 5, 5 being better adapted, while in ISO, values 100, 200 and 320 showed visible ΔE^* values and less than 5.3. As soon as the determination of the best protocol for the 10 species was CP1 with a speed of 1/3", with an aperture of f / 5.5 and ISO 100 that presented an average ΔE^* of 4.1 considered as visible and significantly lower than the rest of treatments that varied from 5.1 to 29.8, being changes from visible to total color and evidencing with color accumulations of 6 to 12 (ΔC^*). Finally, IRF showed the users perceived that CP1 showed a better fit to the physical material (0.95) with respect to the other protocols (average 0.71).

Keywords: objective aperture, CIELab, dendrology, tree species, ISO, shutter speed.

Resumo

O estudo foi validado de um protocolo fotográfico para a digitalização de amostras de herbário a partir de análises de colorimetria digital. Para as quais dez espécies de árvores foram utilizadas na condição de herbário e os tipos de correia da velocidade do obturador, a abertura objetiva e a ISO foram avaliadas para identificar melhor ajuste e, em seguida, identificar o melhor protocolo fotográfico das variáveis L^* , a^* , b^* , diferencial de cor (ΔE^*) e croma (ΔC^*). Os resultados mostraram que as velocidades do obturador de 1/3", 1/5" e 1" apresentaram ΔE^* menor que 5, considerada visível, a abertura da objetiva f / 5.6 e f / 7.1 apresentou valores ΔE^* inferiores a 5 sendo melhor adaptados, enquanto na ISO, os valores 100, 200 e 320 apresentaram valores visíveis de ΔE^* e menores que 5,3. Assim que a determinação do melhor protocolo para as 10 espécies foi CP1 com

velocidade de 1/3", com uma abertura de f / 5.5 e ISO 100 que apresentou um ΔE^* médio de 4,1 considerado como visível e significativamente menor que o restante tratamentos que variaram de 5,1 a 29,8, sendo alterações de visível para total e evidenciando acúmulos de 6 a 12 (ΔC^*). Por fim, a IRF mostrou que os usuários perceberam que o CP1 apresentava melhor ajuste ao material físico (0,95) em relação aos demais protocolos (média 0,71).

Palavras-chaves: abertura objetiva, CIELab, dendrologia, espécies arbóreas, ISO, velocidade do obturador.

Introducción

La región tropical se ha caracterizado por presentar una amplia diversidad de especies arbóreas (Willis *et al.*, 2017), aspecto que ha incidido que en los últimos 150 años se hayan realizado una gran cantidad de expediciones científicas enfocadas en colectas botánicas que permitieron ubicar, recolectar, procesar e identificar las especies existentes en los distintos bosques tropicales (Hutchens, 2011) y generando con ello amplias colecciones botánicas que incidieron en la creación de los herbarios (Shotbolta, Bükерб, y Ashmore, 2007). Las colecciones de muestras botánicas históricamente se han caracterizado por ser material en condición seco, representativo de cada especie, que permita entender la forma, dimensiones y características de la hoja, además, de su posición a nivel de rama o tallo y con preferencia en estado fértil (presencia de flores y frutos) (Riera, Sangil, y Sansón, 2015).

Las colecciones de herbario han permitido ser una fuente de conocimiento para la formación de expertos en identificación de especies (Magdalena, *et al.* 2018), para la documentación de usos económicos (Kao, Djendoel Soejarto, Kinghorn, y Oberlies, 2018) e históricos de las especies en una región (Blagoderov, Kitching, Livermore, Simonsen, y Smith, 2012). Las colecciones también han permitido ubicar espacialmente las áreas en las que se localizan poblaciones de cada especie (Martin, Quiroz-Claros, Brushb, y Zimmer, 2018), analizar las variaciones morfológicas de una especie según

su procedencia (Rivers *et al.*, 2011), ser un reporte histórico composición florísticas de distintas regiones tropicales y de entendimiento del cambio de la dinámica boscosa (Hutchens, 2011) y registro fenológico de cada especie (Magdalena *et al.*, 2018). Rivers *et al.* (2011) mencionan que las colecciones botánicas permiten en primera instancia entender la dinámica del bosque tropical en cuanto composición y riqueza de especies, entender las épocas de mayor florescencia y el grado de salud que puede presentar una especie o una región (Shotbolta *et al.*, 2007).

Sin embargo, en la actualidad las colecciones botánicas de herbarios han tenido un retardo tecnológico, el cual ha limitado su internacionalización, se continúa la estructura tradicional a ser utilizadas únicamente en un espacio físico con condiciones controladas y con un acceso único a la muestra físico, lo que ha limitado su consulta (van der Ent *et al.*, 2019); por lo que en la última década se ha iniciado un proceso de digitalización de las muestras de herbario para la creación de herbarios digitales (Magdalena *et al.* 2018), como sitios de acceso de consulta y estudio de especies, lo cual ha posibilitado el análisis, comparación y entendimiento tanto de la variedad de una especie presente en varias regiones del planeta, como la variación de los ecosistemas tropicales (Unger, Merhof y Renner, 2016).

En el proceso de digitalización de muestras de herbario se deben considerar tres elementos fundamentales según mencionan Shotbolta *et al.* (2007): i. la versión digital de la muestra debe preservar las características de dimensionalidad, estabilidad y colorimetría de la muestra física, ii. la manipulación de las propiedades de la muestra deben ser mínimo, con ello evitar que el usuario que consulte genere entendimientos erróneos por procesamiento erróneo del material y iii. se debe respetar u mantener toda la información complementaria presente en la muestra, para lo cual se debe considerar la ficha de metadatos de las muestras y anotaciones existentes en el material. Conforme mayor sea la similitud entre las propiedades

visuales presentes en la muestra física y digital, el carácter científico y representatividad del herbario digital será mayor (van der Ent *et al.*, 2019). Una de las propiedades en las que se debe tener mayor exactitud en el proceso de digitalización es el manejo del color (Park, 2012), debido que es muy susceptible a las condiciones ambientales en las que se capture, una reproducción digital de baja calidad o realizada sin un protocolo o procedimiento claro generaría distorsiones en el producto final, por lo que Kovtonyuk y Gatilova (2017) recomienda en este tipo de procedimientos de digitalización disponer de un protocolo claro, conciso y simple que sea capaz de ser reproducido por cualquier usuario.

En los procesos de digitalización de herbarios se han implementado dos líneas de instrumentación: escaneo y fotografía (Thiers, Tulig y Watson, 2016). El primero se caracteriza por ser un procesamiento de alta calidad en el que se reproduce hasta el mínimo detalle de la muestra y en algunos casos el escaneo puede ser tridimensional (3D), sin embargo, presenta limitaciones ya que se requieren escáner de alta resolución y dimensiones mayores a los disponibles en el mercado, lo cual genera que su costo sea mayor, además que el procedimiento requiere un mayor tiempo por muestra (Barber, Lafferty y Landrum, 2013) Con la fotografía digital, se puede implementar un sistema de medición rápido, adaptable a las dimensiones de la muestra y con un coste menor, pero en el cual se debe tener un protocolo normalizado en cuanto conservación de las dimensiones de la fotografía, calidad de muestra y considerar aspectos controlados como la luminosidad, apertura de lente, velocidad de toma fotográfica, fondo y escala de la muestra.

En la fotografía de herbarios una de las variables que se debe controlar es el color, debido a que es muy susceptible a las condiciones de calibración de la cámara y condiciones del sitio (Drinkwater, Cubey y Haston, 2014), por lo que el desarrollo de protocolos que mantengan la mayor fidelidad de dicha propiedad es fundamental

para la representatividad de la fotografía (Haston, Cubey, Pullan, Atkins y Harris, 2012). Para un mejor control es necesaria la utilización de análisis colorimétricos en los que se utilicen patrones de color como el CIELAB, que permiten cuantificar y dimensionar el grado de precisión del protocolo y los factores de corrección que permitan que las fotos tengan una variación mínima con la muestra física. De ahí que se planteó como objetivo validar de un protocolo fotográfico para la digitalización de muestras de herbario a partir de análisis de colorimetría digital. Con ello se pretende disponer de un protocolo funcional que permita generar imágenes colorimétricamente representativas de las muestras físicas de herbario y con ello el usuario disponga de un material representativo.

Metodología

Especies evaluadas

Se utilizaron diez especies arbóreas de Costa Rica (tabla 1), las muestras se caracterizaron por ser láminas de herbario en condición seca y procedentes de distintas áreas geográficas de Costa Rica y recolectadas entre el 1990 y 2016. El material formó parte del herbario de la Escuela de Ingeniería Forestal del Tecnológico de Costa Rica (9,82° N, 83,91° O), el material se almacenó en

muebles metálicos acondicionados a una temperatura promedio de 20 °C y humedad relativa promedio del 50 %, las especies seleccionadas se caracterizaron por tener una cantidad de láminas mayor a seis muestras, con distintas procedencias y épocas recolectadas, además de ser material el cual presentara claramente el haz y el envés de las hojas (mínimo 2 hojas con cada perspectiva) y ausencia de daños o defectos tanto del material secado, como de la lámina estudiada (que la lámina no presentara perforaciones, rayaduras, arrugas o defectos que dañaran la calidad de la muestra).

Protocolo base de fotografía

Previo al fotografiado, cada muestra se limpió con una brocha para eliminar el polvo, desechos o partículas que pudieran disminuir la calidad de la muestra. Las fotografías se generaron bajo en una misma superficie plana con fondo negro, la cámara se colocó a una altura de 60 cm sobre la muestra y se ubicaron tres lámparas LED (con una potencia de 40 Watts), a 20 cm alrededor de la muestra. La luminosidad del área fue constante y en promedio de 800 lux. Cada muestra se colocó en posición vertical y se le agregó una escala para dimensionar el tamaño de las muestras y

Tabla 1. Especies y cantidad de láminas implementadas para la validación colorimétrica de protocolo fotográfico para la virtualización de herbario en Costa Rica.

Familia	Nombre científico	Cantidad de láminas
Bignoniaceae	<i>Tabebuia rosea</i> (Bertol.) DC.	8
Burseraceae	<i>Protium panamense</i> (Rose) I.M.Johnst.	8
Cannabaceae	<i>Trema micrantha</i> (L.) Blume	7
Clethraceae	<i>Clethra mexicana</i> DC.	9
Euphorbiaceae	<i>Croton niveus</i> Jacq.	8
Fabaceae / Mimosaceae	<i>Cojoba costaricensis</i> Britton y Rose	8
Fabaceae / Mimosaceae	<i>Zygia longifolia</i> (Humb. y Bonpl. ex Willd.) Britton y Rose	9
Fagaceae	<i>Quercus insignis</i> M. Martens y Galeotti	7
Lauraceae	<i>Nectandra reticulata</i> (Ruiz y Pav.) Mez	10
Meliaceae	<i>Cedrela odorata</i> L.	6

Fuente: Los autores.

tener colores de referencia (color rojo, verde, azul y negro). Para todas las pruebas de fotografiado se utilizó una cámara Sony modelo Alpha 7 ILCE-7K/B, la dimensión de la fotografía fue de 4000 x 6000 px (resolución de 24 MP) con un lente intercambiable de FE 3.5-5.6/28-70. Las fotografías se almacenaron en formato JPG y RAW.

VARIABLES EVALUADAS EN EL PROCESO FOTOGRAFICO

La cámara se usó en modo manual y se modificaron tres variables de exposición: velocidad de obturación (tiempo que se tarda en realizar la fotografía), apertura del objetivo (apertura del diafragma) y sensibilidad ISO (sensibilidad que tiene el sensor para captar luz). El estudio efectuó cuatro experimentos para determinar el ajuste fotográfico óptimo, a continuación, se explican:

Selección de velocidad de obturación. Se evaluaron cinco velocidades: 1/3", 1/5", 1", 2", 4"; todas las velocidades se probaron con la cámara en modo "S" (prioridad velocidad exposición) una apertura del objeto de f/5.6 e ISO de 320 según, esto se trabajó bajo la recomendación de Lang *et al.*, (2017) para la estandarización de protocolos fotográficos.

Selección apertura del objetivo. Se implementaron cinco aperturas: f/2.8, f/5.6, f/7.1, f/13 y f/16. Las aperturas se probaron bajo el modo "A" (prioridad apertura), en la que se evaluaron con una misma velocidad de obturación de 1/3" e ISO de 320 según recomienda Lang *et al.*, (2017) para la estandarización de protocolos fotográficos.

Selección del ISO óptimo. Se manejaron cinco valores de ISO: 100, 200, 320, 400 y 800. Se mantuvo constante la velocidad de 1/3" y apertura de 5,6 para lo cual se implementó la cámara en modo manual "M", según menciona Lang *et al.*, (2017) para validación de protocolos fotográficos.

A partir de los resultados previos de los experimentos anteriores se plantearon seis posibles combinaciones con potencialidad (CP) para generar representatividad fotográfica de las muestras (tabla 2).

ANÁLISIS DE COLOR

El color se evaluó tanto en la muestra física como la imagen fotografiada con cada CP. Con las muestras físicas, la medición del color se realizó con un espectrofotómetro NIX Pro de cromatografía CIE estandarizado. El color se determinó entre el rango de los 400 a 700 nm con un puerto de medición de 10 mm de diámetro. Para la observación de la reflexión del componente especular (SCI modo) se incluyó en un ángulo de 10, que es normal para la superficie de hojas (D65 / 10); y con un D65 (correspondiente a la luz del día en 6500 K), en cada muestra se midió el color en todas las hojas presentes en la muestra y se analizó tanto en el haz como envés, en cada hoja se recolectaron tres mediciones. En el caso de las fotografías, el color se determinó con el programa Adobe Photoshop CC2019, se implementó la herramienta cuentagotas y se analizó por cada hoja 25 mediciones.

Tabla 2. Combinaciones con potencialidad (CP) de representatividad fotográfica para ser empleadas en muestras secas de diez especies forestales en condiciones de herbario en Costa Rica.

Código de protocolo	Velocidad de obturación	Apertura del objetivo	ISO
CP1	1/3"	F5.6	100
CP2	1"	F7.1	200
CP3	1/5"	F5.6	320
CP4	1/3"	F5.6	200
CP5	1"	F7.1	100
CP6	1/5"	F7.1	320

Fuente: Los autores.

El color se evaluó en formato CIELAB, el cual generó tres parámetros para explicar el color que consistieron en: L^* (luminosidad), a^* (tendencia de color de rojo a verde) y b^* (tendencia de color de amarillo a azul).

Diferencial del color

El diferencial de color (ΔE^*) se definió como la variación neta del color entre dos escenarios, según lo establecido por la norma ASTM D 2244 (2013) cuya fórmula es detallada en la ecuación 1. El ΔE^* se implementó para encontrar diferencias el color entre las fotografías y muestras físicas y con ello identificar el grado de representatividad del color utilizando las categorías de (Cui, Kamdem y Rypstra, 2004), que establece cinco niveles de cambio de color percibido por el ojo humano: si $0 < \Delta E^* < 0,5$, el color el cambio no es percibido por el ojo humano; si $1,5 < \Delta E^* < 3,0$, el cambio de color apenas se percibe; si $3,0 < \Delta E^* < 6,0$, se percibe el cambio; si $6,0 < \Delta E^* < 12,0$, el cambio de color es bastante notable por el ojo humano y finalmente si ΔE^* es mayor que 12, hay un cambio total de color.

$$\Delta E^* = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2} \quad (1)$$

Donde: ΔE^* es el diferencial del color; ΔL^* es L^* del protocolo de fotografía analizado - L^* muestra física; Δa^* es a^* del protocolo de fotografía analizado - a^* muestra física; Δb^* es b^* del protocolo de fotografía analizado - b^* muestra física.

Diferencial chroma

Se evaluó el diferencial chroma (ΔC^*) se definió como la variación neta de la saturación del color (a^* y b^*) entre dos escenarios, según lo establecido por la norma ASTM D 2244 (ASTM, 2013) cuya fórmula es detallado en la ecuación 2. Este parámetro permite estimar si hay pérdida o ganancia de color indiferentemente de la luminosidad.

$$\Delta E^* = \sqrt{(\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2} \quad (2)$$

Donde: ΔC^* es el diferencial del chroma; Δa^* es a^* del protocolo de fotografía analizado - a^* muestra física; Δb^* es b^* del protocolo de fotografía analizado - b^* muestra física.

Índice representatividad colorimétrica

Se desarrolló un índice de sensibilidad colorimétrica (IRC), para evaluar el efecto de la calidad fotográfica obtenido con cada protocolo y compararlo con respecto a los análisis cuantitativo-colorimétricos. Para lo cual se utilizaron 20 personas con conocimiento en identificación de especies botánicas y se les mostró tanto la muestra física como las fotografías (figura 1) de los seis CP. Para ello se evaluó: i. similitud de color (que tanto varió el color de la muestra con las fotos), ii. armonía del color (los colores en conjunto tienen carencia o lógica con respecto al material) y iii. efecto del color en la identificación de la muestra (la variación del color evita notar características de la especie). Cada variable se evaluó con una escala del 1 al 10 donde 1 fue el valor mínimo y 10 el máximo; cada variable se utilizó en la ecuación 3, la cual presenta una escala del 0 al 10 donde 0 es el valor mínimo que indica que el IRC es bajo y 10 indica es alto.

$$IRC = \frac{(SC*0,33)+(AR*0,33)+(EMC*0,33)}{10} \quad (3)$$

Donde: IRC es el índice de representatividad del color; SC es la similitud del color, Ar es la armonía del color y EMC es el entendimiento de la muestra por el color.

Diseño experimental y análisis de resultados

Primeramente, se generó una caracterización colorimétrica de las muestras físicas con los parámetros L^* , a^* y b^* con el fin de identificar variaciones de color entre las submuestras de cada muestra y a su vez establecer las diferencias estadísticas entre colores del haz y envés, para lo cual se realizó un análisis de varianza (ANDEVA de una vía), una validación de los supuestos y en caso de determinar



Figura 1. Muestra fotográfica de *Clethra mexicana* analizada con los seis potenciales protocolos implementados en el proceso de digitación de especies arbóreas en condiciones de herbario en Costa Rica.

Fuente: Los autores.

un efecto significativo se aplicó una prueba de Tukey para identificar las diferencias.

Posteriormente, se analizó la diferencia entre los valores de color de la muestra física con respecto a los distintos protocolos de velocidad del obturador, apertura de objetivo e ISO, con el fin de identificar los valores que generaron menor diferencial del color y con ello la valoración de las seis combinaciones de CP, para cual se aplicó nuevamente un ANDEVA con las condiciones anteriormente descritas.

Todos los análisis se realizaron con una significancia de 0,05 y se utilizó el programa STATISTICA 9.1.

Resultados

Caracterización inicial del material

Se encontraron distintos patrones de coloración entre el haz y envés de las hojas de las diez especies analizadas. Para *T. Rosea*, *C. mexicana* y *C. niveus* no se encontraron diferencias significativas en los

valores L^* , a^* y b^* entre el haz y envés, encontrando una coloración en L^* considerada como moderadamente grisácea (varió de 58,45 a 69,44), con a^* la moderadamente rojiza y con una variación de 8,04 a 15,16 y con b^* la coloración tendió a ser amarillenta con valores de 14,56 a 33,56. En el caso de *Z. longifolium*, *Q. insignis* y *N. reticulata* se dio el mismo comportamiento, con los valores a^* y b^* no presentaron cambios entre haz y envés, presentando un patrón de color rojizo amarillento, con L^* se dio un oscurecimiento del color en el envés que decrecieron en promedio de 55,80 a 44,43. Con *P. panamense* y *C. odorata* el envés presentó una disminución de la luminosidad (45,26) con respecto al haz (56,3); sin embargo el envés presentó una coloración rojizo amarillenta significativamente mayor al haz (en a^* aumentó un 35,5 % y en b^* un 10,3 %). Por su parte *T. micrantha* mostró incrementos del 10 al 32,4 % de los tres parámetros del color en el envés con respecto al haz. Finalmente, con *C. arborea* los valores de L^* y b^* decrecieron un 22,4 % en el envés con respecto al haz, mientras b^* no mostró variaciones significativas.

Tabla 3. Valores de color L*, a* y b* obtenidos en forma directa en el haz y envés de diez especies arbóreas preservadas en condiciones de herbario.

Especie	Haz			Envés		
	L*	a*	b*	L*	a*	b*
<i>T. rosea</i>	69,44a (6,14)	8,04a (5,11)	14,56a (5,3)	65,44a (7,02)	10,55a (8,45)	15,88a (7,56)
<i>P. panamense</i>	52,52a (4,55)	13,22a (7,56)	26,24a (8,99)	40,11a (7,22)	17,19b (3,44)	19,11b (4,03)
<i>T. micrantha</i>	50,11a (4,55)	10,77a (3,59)	20,14a (4,00)	54,11b (3,98)	30,14a (5,79)	29,45b (6,08)
<i>C. mexicana</i>	58,45a (5,78)	15,16a (3,88)	24,24a (4,56)	58,34a (4,59)	14,11a (6,01)	20,22a (5,16)
<i>C. niveus</i>	59,41a (7,01)	13,02a (4,99)	31,07a (8,89)	58,22a (7,56)	14,78a (4,16)	33,56a (5,07)
<i>C. costaricensis</i>	49,11a (6,16)	12,13a (4,01)	28,16a (4,79)	40,16b (3,50)	13,81a (4,00)	30,11b (7,13)
<i>Z. longifolia</i>	51,11a (5,41)	13,88a (5,02)	21,09a (9,11)	40,05b (8,56)	14,91a (6,60)	20,57a (6,07)
<i>Q. insignis</i>	54,05a (5,99)	13,44a (8,47)	30,07a (8,14)	47,22b (9,54)	15,6a (17,56)	28,79a (8,56)
<i>N. reticulata</i>	62,24a (4,55)	19,4a (5,55)	29,77a (6,01)	46,01b (7,00)	18,01a (3,98)	27,56a (5,49)
<i>C. odorata</i>	60,11a (4,12)	10,01a (3,77)	27,56a (5,89)	50,42b (5,46)	16,60b (5,78)	33,11b (6,16)

Letras diferentes muestran diferencias significativas con a 0,05.

Fuente: Los autores

Análisis de las variables fotográficas probadas

En la figura 2 se presentan los valores del ΔE^* para las variables de velocidad de obturador, apertura de objetivo e ISO. Para el factor de velocidad de obturador (figura 2a), se encontró un patrón similar para las diez especies, encontrando dos agrupaciones de tratamientos, las aperturas rápidas de 1/3", 1/5" y 1" no presentaron diferencias entre sí y mostraron los ΔE^* significativamente menores (de 2,9 a 6,9), considerados como un cambio perceptible. El segundo grupo lo conformó las aperturas de 2" y 4" con ΔE^* significativamente mayores (de 8,7 a 19,6), considerados como un cambio total del color.

Con la apertura del objetivo (figura 2b), se encontró que f/5.6 y f/7.1 presentaron valores ΔE^* óptimos (de 2,8 a 6,1) considerados como perceptibles y significativamente menores a f/2.8, f/13 y f/16 que mostraron cambios totales del color (ΔE^* de 8,6 a 23,5) y mostraron una eficiencia debida al cambio radical de la coloración del material, en especial el aumento de la luminosidad (L* hasta en un 42%). Finalmente, con el ISO (figura 2c), el ISO 100, 200 y 320 no mostraron diferencias entre sí y obtuvieron un ΔE^* promedio de 4,8 considerado como un cambio perceptible; mientras el ISO 400 y 800 el ΔE^* promedio fue de 11,9 y es considerado como un cambio total del color que fue significativamente superior.

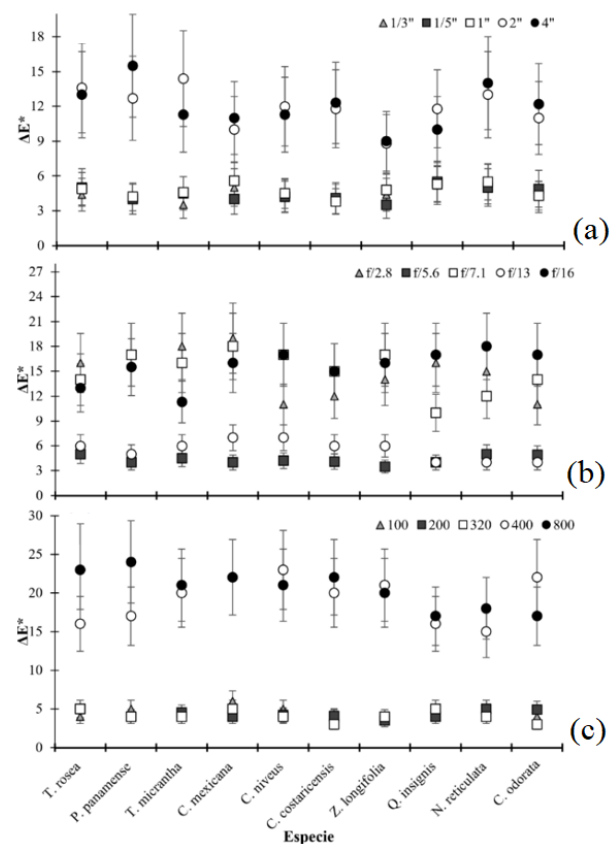


Figura 2. Valores de diferencial de color (ΔE^*) obtenidos a partir de la variación de velocidad de obturador (a), apertura de objetivo (b) e ISO (c) implementados en el proceso de digitalización de diez especies arbóreas en condiciones de herbario en Costa Rica.

Fuente: Los autores.

Determinación del mejor ajuste fotográfico

Se obtuvo que únicamente el CP1 mostró uniformidad de resultados en las diez especies, los otros 5 protocolos mostraron variaciones significativas según la especie (figura 3a). CP1 mostró un valor ΔE^* promedio de 3,6 considerado como perceptible y su variación fue la menor de los protocolos evaluados; los restantes protocolos mostraron variaciones de 4,1 a 30,3 mostrando poca homogeneidad y estabilidad entre especies, lo cual se notó con variaciones significativas del color. Los protocolos CP5 y CP6 fueron los que presentaron mayor cambio del color y que incidió en la mayor ineficiencia (promedio ΔE^* 22,4±9,49), en cambio CP2 mostró una adaptación parcial (a cinco de las especies implementadas) con valores de ΔE^* inferiores a 5,4 pero significativamente mayores a CP1.

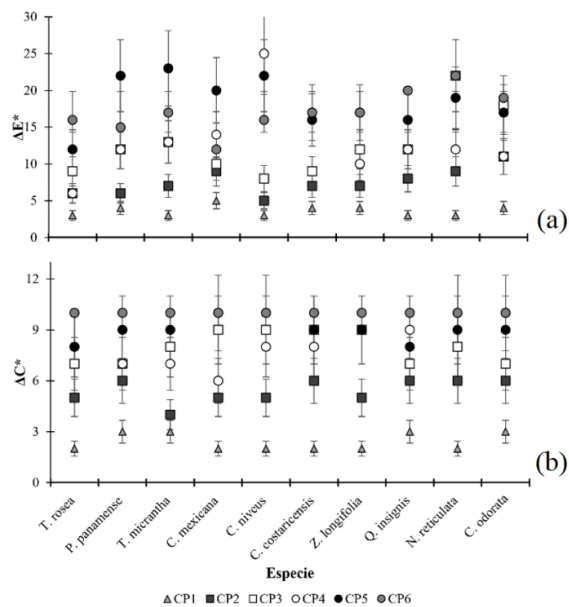


Figura 3. Valores de diferencial de color (ΔE^*) (a) y diferencial de Chroma (ΔC^*) (b) obtenidos a partir de los seis CP implementados en el proceso de digitalización de diez especies arbóreas en condiciones de herbario en Costa Rica.

Fuente: Los autores.

En cuanto el ΔC^* (figura 3b), se mantuvo la tendencia de que la menor ganancia del color fue

CP1, la cual fue menor a 4,3 considerada significativamente baja con respecto a los otros cinco protocolos que variaron de 4,4 a 12,6 siendo CP6 el que mostró el mayor aumento de coloración de las muestras por lo que se puede decir que el CP1 fue el protocolo con mejor adaptación a las condiciones de fotografía empleadas.

Con el IRC (Tabla 4), el único protocolo que presentó homogeneidad entre las diez especies fue el PC1 que mostró los mayores índices (promedio 0,96), que fue significativamente mayor a los restantes protocolos que presentaron valores de 0,55 a 0,71 y que variaron significativamente en cada especie. En el análisis desarrollado de la percepción de la armonía, la coherencia del color es muy baja, la percepción de los usuarios después de aplicar el CP2 al CP6, es que los colores no guardan similitud con el material físico y con ello se reduce la capacidad de usar la imagen como referencia de identificación.

Discusión

Diferenciación color entre haz y envés de las muestras y su efecto en la digitación

La variación colorimétrica encontrada entre el haz y el envés mostró variaciones debidas a aspectos como la composición química, presencia de ceras y taninos que interfieren en los procesos de oxidación y degradación de enzimas que se originan durante el proceso de secado y almacenado de las muestras (Souza y Hawkins, 2017). Estas variaciones resultan en una afectación de la homogeneidad del color (Haston, Cubey *et al.* 2012). La variación en especial de la luminosidad (L^*) se debe a la textura y grosor de la hoja, (Thiers *et al.*, 2016) mencionan que el envés de las hojas tiende a aumentar la claridad del color conforme el grosor de la lámina sea mayor, esto debido que en el haz se desarrolla fotosíntesis, lo cual origina una coloración fuerte en especial de los valores a^* y b^* y una luminosidad baja con respecto al envés, pero en el proceso de secado y almacenamiento

Tabla 4. Valores de IRC obtenidos para diez especies arbóreas preservadas en condiciones de herbario.

Especie	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
<i>T. rosea</i>	0,99a (0,01)	0,69b (0,06)	0,71b (0,07)	0,68b (0,06)	0,66b (0,05)	0,69b (0,07)
<i>P. panamense</i>	0,95a (0,01)	0,65b (0,04)	0,68b (0,08)	0,66b (0,05)	0,65b (0,06)	0,67b (0,06)
<i>T. micrantha</i>	0,96a (0,01)	0,67b (0,04)	0,69b (0,06)	0,66b (0,07)	0,66b (0,06)	0,69b (0,07)
<i>C. mexicana</i>	0,97a (0,02)	0,77b (0,02)	0,70b (0,07)	0,67b (0,05)	0,67b (0,02)	0,67b (0,08)
<i>C. niveus</i>	0,95a (0,01)	0,65b (0,05)	0,66b (0,07)	0,65b (0,06)	0,65b (0,07)	0,66b (0,07)
<i>C. costaricensis</i>	0,95a (0,02)	0,65b (0,05)	0,60b (0,05)	0,65b (0,07)	0,66b (0,08)	0,60b (0,06)
<i>Z. longifolia</i>	0,95a (0,01)	0,75b (0,01)	0,73b (0,05)	0,65b (0,06)	0,67b (0,07)	0,59b (0,07)
<i>Q. insignis</i>	0,96a (0,02)	0,66b (0,05)	0,60b (0,07)	0,66b (0,06)	0,68b (0,02)	0,62b (0,07)
<i>N. reticulata</i>	0,97a (0,01)	0,67b (0,05)	0,54b (0,05)	0,67b (0,06)	0,65b (0,07)	0,64b (0,08)
<i>C. odorata</i>	0,95a (0,03)	0,65b (0,06)	0,65b (0,07)	0,65b (0,07)	0,67b (0,06)	0,65b (0,08)

Letras diferentes muestran diferencias significativas con α 0,05.

Fuente: Los autores.

de las muestras, la degradación de taninos y ceras de las hojas ocasionan un cambio del color que se puede percibir entre ambas caras.

En el proceso de análisis fotográfico se debe tener el cuidado en la distinción del color del haz y envés de las hojas, (Blagoderov *et al.*, 2012) mencionan que la subjetividad del color entre el haz y el envés es tan relativa a cada especie que en los procesos seriales de fotografiado se tienen que considerar los puntos de referencia para el ajuste del protocolo, siendo recomendado el haz ya que es el menos susceptible a degradación colorimétrica por almacenamiento en el tiempo. (Hutchens, 2011) destaca que, en el proceso de digitalización de las colecciones botánicas, la coloración ideal de referencia debe ser el haz ya que es la parte más susceptible al proceso de secado y almacenamiento del material.

Efecto del protocolo en la colorimetría de las muestras

Los análisis realizados mostraron la susceptibilidad del color a la velocidad de obturación, apertura del objetivo y el ISO. Estudios realizados por Hutchens, (2011) en colecciones botánicas encontró que la adaptabilidad de la cámara a las condiciones del sitio y del material es fundamental para la generación de las imágenes representativas del

material. El color es el primer indicador que le permite al usuario entender la muestra, si este presenta variaciones significativas puede incidir a un entendimiento erróneo o parcial de la especie. Kao *et al.* (2018) encontró que la calibración errónea de la cámara puede incidir en cambios radicales del color de órganos o secciones fundamentales de las muestras como son los frutos, flores o texturas en la lámina foliar, generando con ello desconfianza en el material fotografiado y con ello pérdida de su representatividad científica.

Hernández y Navarro (2007) destacan que la sensibilidad de la cámara es fundamental para la calidad de la fotografía, esto debido a que conforme sea mayor el ajuste del color de la muestra, la nitidez y calidad de fotografía podría ser mayor y con ello la muestra tendría una representación acorde al material físico. Wu y Tan (2003) mencionan que la velocidad del obturador es fundamental para la representatividad colorimétrica, en sitios en los que el control luminoso es amplio y que se debe estar fotografiando material estático, el uso de altas velocidades optimiza la fotografía, esto debido que el corto tiempo de captura evita entrada o pérdida de luz por movimientos de elementos cercanos al área de fotografiado, algo que en las velocidades mayores no sea tan simple de controlar; con respecto a la apertura del obturador.

Vicari, Pisek y Disney (2019) destaca que amplias aperturas en áreas con luminosidad controlada genera aclaramiento de la imagen, lo que significa un aumento de luminosidad y pérdida del color. Una apertura grande o muy pequeña implica una pérdida de calidad de la imagen y de nitidez. Thiers *et al.*, (2016) advierte que en herbarios se debe evitar el uso de aperturas superiores a $f/13$ y menores a $f/2$ esto debido a que pueden provocar cambios muy grandes en la calidad del color del material debido a la pérdida de coloración rojiza de las muestras. Finalmente, con el ISO, (Drinkwater *et al.*, (2014) menciona se debe controlar la sensibilidad de captar luz, en condiciones de fotografiado cerrado. En las que la luminosidad sea constante se recomienda utilizar ISO inferiores a 400, esto debido a que valores mayores ocasionan un blanqueamiento de las imágenes, lo cual resulta en una representatividad baja del color del material. Los resultados aquí obtenidos mostraron que valores de ISO menores a 320 fueron los óptimos.

Para los alcances de esta investigación, el protocolo evaluado CP1 presentó mejor adaptabilidad a condiciones expuestas. El control de la luminosidad del sitio en conjunto con la calidad del material es fundamental para una adecuada gestión de la colección digital, Singh y Sharma (2009) destacan tres elementos para la generación fotografías de herbario con calidad colorimétrica: i. con respecto a las coloraciones rojizas en el material, es fundamental se respete el efecto del secado y pérdida de coloraciones verdes de las especies, esto debido al proceso de recoloración que hace necesario la generación de modelos de recuperación colorimétrica. ii. Con respecto a la coloración del material de la lámina, la coloración generalmente blanquecina del material es fundamental para referenciar la manipulación del color, la tendencia es que conforme la muestra tenga mayor edad, la coloración tiende a tornarse amarillenta debido a la oxidación de químicos presentes en papel, una manipulación errónea de la apertura del lente o ISO produciría un aclaramiento atípico del

material. iii. pérdida de calidad de la imagen, el ajuste colorimétrico erróneo incide en pérdida del enfoque de la cámara lo que se transforma en disminución del detalle de una muestra.

Con los seis protocolos evaluados únicamente CP1 mostró cumplimiento de los tres principios expuestos, los restantes cinco protocolos mostraron inconsistencias entre especies debido a su incapacidad de adaptación a las distintas condiciones de las muestras. Haston, *et al.* (2012) menciona que la poca adaptabilidad de los equipos fotográficos a las muestras objetivo y al ambiente se traduce en una gran variación en color y calidad de las imágenes, caso similar al que presentaron los restantes seis tratamientos, por lo que se da una variación acorde a la especie. Magdalena *et al.* (2018) reitera la necesidad de uniformizar potenciales opciones de ambiente y en el que los usuarios muestran una buena adaptación y entendimiento del material a su equivalente físico, siendo que la claridad y coherencia del color es fundamental en la aceptación de la imagen.

Conclusiones

Se determinó que es posible generar un protocolo de ajuste fotográfico en el que la colorimetría de las muestras sea representativa a la muestra física. No se encontró un patrón claro en el cambio del color del haz y envés de las hojas de las diez especies, encontrando variaciones significativas entre especies en especial con los valores de luminosidad. De este resultado se desprende la recomendación de utilizar un muestreo del color en el haz debido a que es el lado de la hoja más susceptible al fotografiado. En cuanto a las variables de ajuste del protocolo, en velocidad del obturador las óptimas fueron $1/3''$ y $1/5''$ que mostraron ΔE^* inferiores a 6,9 y considerados como perceptibles. Con la apertura del objetivo las mejores fueron $f/5.6$ y $f/7.1$ con ΔE^* de 2,8 a 6,1 y finalmente el ISO ideal obtenido con ΔE^* promedio de 4,8 fueron 100, 200 y 320. De la mezcla de las distintas opciones de protocolo, se encontró que CP1 fue la única

que mostró una homogeneidad de resultados con las diez especies y mostró valores promedio de ΔE^* de 3,6 considerados como susceptibles y que en comparación a las restantes mezclas mostró los mejores IRC por parte de los usuarios y una menor variación de Cromo, siendo que mostró la mejor adaptación al sitio y condiciones en las que se obtuvieron las fotografías.

Agradecimientos

Agradecemos al Laboratorio ecofisiología forestal y aplicaciones ecosistémicas (ECOPLANT) y el herbario forestal de la Escuela de Ingeniería Forestal del Tecnológico de Costa Rica, por el apoyo de recursos para desarrollo de la presente investigación

Referencias

- ASTM. (2013). *Standard Practice for Calculation of Color Tolerances and Color Differences from Instrumentally Measured Color Coordinates*. West Conshohocken, PA: ASTM International.
- Barber, A., Lafferty, D., Landrum, L. (2013). The SALIX Method: A semi-automated workflow for herbarium specimen digitization. *Taxonomy*, 62, 581-590. <https://doi.org/10.12705/623.16>
- Blagoderov, V., Kitching, L., Livermore, L., Simonsen, T., Smith, V. (2012). No specimen left behind: industrial scale digitization of natural history collections. *ZooKeys*, 209: 133-146. <https://doi.org/10.3897/zookeys.209.3178>
- Cui, W., Kamdem, P., Rypstra, T. (2004). Diffuse reflectance infrared Fourier. *Wood and Fiber Science*, 36, 291-301.
- Drinkwater, R., Cubey, R., Haston, E. (2014). The use of Optical Character Recognition (OCR) in the digitisation of herbarium specimen labels. *PhytoKeys*, 38, 15-30. <https://doi.org/10.3897/phytokeys.38.7168>
- Haston, E., Cubey, R., Pullan, M., Atkins, H., Harris, D. (2012). Developing integrated workflows for the digitisation of herbarium specimens using a modular and scalable approach. *ZooKeys*, 209, 93-102. <https://doi.org/10.3897/zookeys.209.3121>
- Hernández, H., Navarro, M. (2007). A new method to estimate areas of occupancy using herbarium data. *Biodiversity and Conservation*, 16, 2457-2470. <https://doi.org/10.1007/s10531-006-9134-6>
- Hutchens, C. (2011). A Look into the Rocky Mountain Herbarium Library Collection and Digital Projects. *Serials Review*, 37, 35-37. <https://doi.org/10.1080/00987913.2011.10765343>
- Kao, D. H., Djendoel Soejarto, D., Kinghorn, D., Oberlies, D. (2018). Non-destructive chemical analysis of a *Garcinia mangostana* L. (Mangosteen) herbarium voucher specimen. *Phytochemistry Letters*, 28, 124-129. <https://doi.org/10.1016/j.phytol.2018.10.001>
- Kovtonyuk, N. H., Gatilova, E. (2017). Digital Herbarium Collections of the Central Siberian Botanical Garden SB RAS, Novosibirsk, Russia. *Information Technologies in the Research of Biodiversity*, 77, 22-28. https://doi.org/10.1007/978-3-030-11720-7_4
- Lang, M., Nilsona, T., Kuuska, A., Piseka, J., Korhonen, L., Uri, V. (2017). Digital photography for tracking the phenology of an evergreen conifer stand. *Agricultural and Forest Meteorology*, 246: 15-27. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2017.05.021>
- Magdalena, U., Estevão Silveira, L., Oliveira Lima, R., Belon, R., Ribeiro, F., Oliveiraa, F., . . . Campostrini, R. (2018). A new methodology for the retrieval and evaluation of geographic-coordinates within databases of scientific plant collections. *Applied Geography*, 96, 11-15. <https://doi.org/10.1016/j.apgeog.2018.05.002>
- Martin, M., Quiroz-Claros, E., Brushb, G., Zimmer, E. (2018). Herbarium collection-based phylogenetics of the ragweeds (Ambrosia, Asteraceae). *Molecular Phylogenetics and Evolution*, 120, 335-341. <https://doi.org/10.1016/j.ympev.2017.12.023>
- Park, P. (2012). Digital herbarium archives as a spatially extensive, taxonomically discriminate

- phenological record; a comparison to MODIS satellite imagery. *International Journal of Biometeorology*, 56(6), 1179-1182. <https://doi.org/10.1007/s00484-012-0521-2>
- Riera, R., Sangil, C., Sansón, M. (2015). Long-term herbarium data reveal the decline of a temperate-wateralgae at its southern range. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, 165, 159-165. <https://doi.org/10.1016/j.ecss.2015.05.008>
- Rivers, C., Taylor, L., Brummitt, N., Meagher, T., Roberts, D., Eimear, E., Lughadh, N. (2011). How many herbarium specimens are needed to detect threatened species? *Biological Conservation*, 144: 2541-2547. <https://doi.org/10.1016/j.biocon.2011.07.014>
- Shotbolta, L., Bükерб, P., Ashmore, M. (2007). Reconstructing temporal trends in heavy metal deposition: Assessing the value of herbarium moss samples. *Environmental Pollution*, 147, 120-130. <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2006.08.031>
- Singh, S., Sharma, K. (2009). Indian Virtual Herbarium Project: Implementing an institutional knowledge repository as a digital archive - Design, development, solution architecture and implementation. *Journal of Digital Asset Management*, 5, 55-74. <https://doi.org/10.1057/dam.2008.56>
- Souza, M., Hawkings, J. (2017). Comparison of Herbarium Label Data and Published Medicinal Use: Herbaria as an Underutilized Source of Ethnobotanical Information. *Economic Botany*, 1-12. <https://doi.org/10.1007/s12231-017-9367-1>
- Thiers, b., Tulig, M., Watson, K. (2016). Digitization of The New York Botanical Garden Herbarium. *Brittonia*, 68, 324-333. <https://doi.org/10.1007/s12228-016-9423-7>
- Unger, J., Merhof, D., Renner, S. (2016). Computer vision applied to herbarium specimens of German trees: testing the future utility of the millions of herbarium specimen images for automated identification. *BMC Evolutionary Biology*, 16, 248-255. <https://doi.org/10.1186/s12862-016-0827-5>
- van der Ent, A., Ocenara, A., Tisserand, R., Sugaу, J., Echevarria, G., Erskine, P. (2019). Herbarium X-rayfluorescence screening for nickel, cobalt and manganesehyperaccumulator plants in theflora of Sabah (Malaysia, Borneo Island). *Journal of Geochemical Exploration*, 202, 49-58. <https://doi.org/10.1016/j.gexplo.2019.03.013>
- Vicari, B., Pisek, J., Disney, M. (2019). New estimates of leaf angle distribution from terrestrial LiDAR: Comparisonwith measured and modelled estimates from nine broadleaf tree species. *Agricultural and Forest Meteorology*, 264, 322-333. <https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2018.10.021>
- Willis, ,, Ellwood, E., Primack, R., Davis, C., Pearson, K., Gallinat, A., . . . Soltis, P. (2017). Old Plants, New Tricks: Phenological Research Using Herbarium Specimens. *Trends in Ecology and Evolution*, 32, 531-546. <https://doi.org/10.1016/j.tree.2017.03.015>
- Wu, S., Tan, B. (2003). Valuable and Noteworthy Chinese Fern Specimens Preserved at the Herbarium of Singapore Botanic Gardens (Sing). *Pteridology in the New Millennium*, 144-159. https://doi.org/10.1007/978-94-017-2811-9_12





Toma de decisiones en el sector turismo mediante el uso de Sistemas de Información Geográfica e inteligencia de negocios

Geographic information systems and business intelligence in decision making in the tourism

Tomada de decisão no setor de turismo através do uso de Sistemas de Informação Geográfica e inteligência de negócios

Carlos-Fernando Barrera-Narváez¹

Juan-Sebastián González-Sanabria²

Gustavo Cáceres-Castellanos³

Recibido: enero 2020

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Barrera-Narváez, C.F., González-Sanabria, J.S., Cáceres-Castellanos, G. (2020). Sistemas de información geográfica e inteligencia de negocios en la toma de decisiones en el sector turismo. *Revista Científica*, 38(2), 160-173. <https://doi.org/10.14483/23448350.15997>

Resumen

Actualmente, la inteligencia de negocios está presente en cualquier proceso de análisis de datos, principalmente, en casos en los que se evalúa la viabilidad de mercados, la inclusión de nuevos productos o la actividad que permite conocer los hábitos de consumo de las personas, lo cual muestra ventajas evidentes. El sector turístico tiene como fin proyectar y potencializar a las regiones, según las necesidades o intereses de las personas, por lo que los modelos de inteligencia de negocios son de fundamental utilidad para cumplir con dicho objetivo. Adicionalmente, al integrar a la inteligencia de negocios, aspectos relacionados con el espacio para determinar la cercanía o el desplazamiento de las personas entre regiones, mediante el uso de Sistemas de Información Geográfica (SIG), se puede obtener una representación

visual del estado del turismo en una región de interés e incluso evaluar la integración de regiones cercanas y ofrecer planes en conjunto para tener beneficios y progreso conjunto. Este artículo presenta una revisión sistemática de literatura sobre el uso de sistemas de información geográfica y de inteligencia de negocios para la toma de decisiones apoyadas en el sector turismo; para lo cual se analizaron artículos publicados durante 2015-2019 en las bases de datos Scopus e IEEE. Se obtuvo como resultado que durante dicho periodo la tendencia en investigaciones relacionadas con la temática de uso de los GIS en turismo ha sido creciente. Se concluye que gracias a los avances tecnológicos con el uso de las WebGIS y Open Source GIS, los gerentes de empresas turísticas han podido construir sistemas de Información de Recursos Turísticos.

1. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja-Boyacá, Colombia. carlos.barreranarvaez@uptc.edu.co
2. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja-Boyacá, Colombia. juansebastian.gonzalez@uptc.edu.co
3. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Tunja-Boyacá, Colombia. gustavo.caceres@uptc.edu.co

Palabras clave: inteligencia de negocios, sistemas de soporte a la toma de decisiones, turismo, sistemas de información geográfica y SIG.

Abstract

Currently, business intelligence is present in any process of data analysis, mainly due to the advantages that the moment of evaluation of market viability, inclusion of new products, and if any activity that requires knowing people's consumption habits has. Within these activities, there is tourism, since, for this sector it is also important to be able to make decisions and focus on potentializing the regions according to the needs or interests of the people. In addition, by integrating business intelligence, aspects related to space, to determine proximity, or the displacement of people between regions, through the use of Geographic Information Systems (GIS) you can obtain a visual representation of the state of tourism in a region of interest and even evaluate the integration of the affected regions and offer planes together to have benefits and joint progress. In this sense, this article presents a systematic review of literature on the use of geographic information systems and business intelligence for decision-making supported in the tourism sector; for which articles published during the period 2015 to 2019 in the Scopus and IEEE databases will be analyzed. It was obtained as a result that during the last years (2015-2019) the trend in research related to the use of GIS in tourism has been increasing. It is concluded that thanks to technological advances, the use of, WebGIS, Open Source GIS, tourism business managers have built Tourist Resources Information systems. **Keywords:** Business Intelligence, Decision Support System, Tourism, Geographic Information System, GIS.

Resumo

Atualmente, a inteligência comercial está presente em qualquer processo de análise de dados, principalmente nos casos em que é avaliada a viabilidade de mercados, a inclusão de novos produtos ou a atividade que permite que as pessoas conheçam os hábitos de consumo das pessoas, o que mostra vantagens óbvias. O setor de turismo tem como objetivo projetar e capacitar as regiões, de acordo com as necessidades ou interesses das

peessoas, para que os modelos de inteligência de negócios sejam de utilidade fundamental para atingir esse objetivo. Além disso, ao integrar a inteligência de negócios, aspectos relacionados ao espaço para determinar a proximidade ou o deslocamento de pessoas entre regiões, através do uso de Sistemas de Informação Geográfica (SIG), podem ser obtidos uma representação visual do estado do turismo. em uma região de interesse e até avaliar a integração de regiões próximas e oferecer planos conjuntos para obter benefícios e progresso conjunto. Este artigo apresenta uma revisão sistemática da literatura sobre o uso de sistemas de informações geográficas e inteligência de negócios para tomada de decisão apoiada no setor de turismo; para os quais foram publicados artigos publicados durante 2015-2019 nas bases de dados Scopus e IEEE. Foi obtido como resultado que, durante esse período, a tendência nas pesquisas relacionadas ao uso de SIG no turismo vem aumentando. Conclui-se que, graças aos avanços tecnológicos com o uso de WebGIS e GIS de código aberto, os gerentes de negócios de turismo puderam construir sistemas de informações sobre recursos turísticos.

Palavras-chaves: inteligência comercial, sistemas de apoio à decisão, turismo, sistemas de informação geográfica e SIG.

Introducción

En el contexto de la realidad empresarial a nivel mundial, la utilización de sistemas de información es una estrategia corporativa que ha tenido un gran impacto, pues constituye un factor clave del éxito organizacional, permitiendo alcanzar ventajas competitivas significativas (Muñoz, Osorio y Zúñiga, 2016).

El surgimiento de tecnologías como los Sistemas de Información Geográfica (SIG) han servido “como un referente... para el desarrollo tecnológico en diferentes áreas como la agricultura, ganadería, hidrografía, turismo, topografía” (Ulloa, Orozco, Orozco y Carrera, 2017), puntualmente, en el sector turístico son de gran utilidad ya que permiten conocer los intereses de las personas que visitan diferentes zonas,

acorde al enfoque territorial y cultural que tiene cada región (Ulloa *et al.*, 2017). Por otra parte, la inteligencia de negocios es una herramienta usada para definir estrategias a implementar en las diversas áreas de las empresas en pro de su competitividad y sostenibilidad, mediante la extracción, el procesamiento y el análisis de la información (Rus, 2008), de manera que el conocimiento generado pueda tener aplicaciones prácticas y efectivas que se traduzcan en la toma de decisiones acertadas y que generen beneficios y posicionamiento.

Una de las áreas de aplicación de la inteligencia de negocios en el sector turístico es la industria hotelera, pues al usar los sistemas de información es posible proyectar datos a futuro y tener en cuenta los registros estadísticos de años anteriores en cuanto a cantidad de turistas, preferencias con respecto a los tipos de turismo, potencialidades de zonas turísticas, entre otros; de manera que se puedan analizar tendencias y maximizar ganancias (Cabiddu, Lui y Piccoli, 2013).

En líneas generales, las aplicaciones de SIG en turismo son diversas, por ejemplo, “para establecer el potencial turístico de un territorio, la primera fase es determinar los indicadores turísticos que lo hacen atractivo mediante los Métodos de Decisión Multicriterio” (González, Goncalves y Naranjo, 2016). A partir de ello, en una segunda fase, “se establecen los datos cuantitativos mediante los Sistemas de Información Geográfica (SIG), que son considerados como una herramienta de gran alcance en investigaciones y gestión de recursos” (González *et al.*, 2016).

En este orden de ideas, (Bocalandro y Krauthamer, 2007) refieren que:

han surgido muchas aplicaciones GIS como por ejemplo guías turísticas construidas por aficionados a la informática, o tal vez porque no poder conocer el recorrido de una las pruebas ciclistas más conocidas como lo es el tour de Francia y además poder hacer un seguimiento de la carrera en tiempo real.

Sin duda, resulta interesante que mediante la inteligencia de negocios se pueden analizar a los clientes potenciales, sus preferencias y demás datos que alimentan a la industria, los cuales pueden hacerla funcionar de una manera óptima, obteniendo un beneficio mutuo entre cliente y sector, tanto turístico como hotelero (Korte, Ariyachandra y Frolick, 2013).

Con base en lo expuesto, este artículo tiene por objetivo realizar una revisión bibliográfica sobre el uso de sistemas de información geográfica en turismo para la toma de decisiones apoyadas en la inteligencia de negocios. Lo que, a su vez, permitirá contar con un antecedente investigativo de carácter científico, que brinde una noción amplia de los avances realizados en esta área durante los últimos años, destacando los principales indicadores y factores que impulsan el uso de los SIG en el ámbito turístico.

Herramientas, modelos y métodos para la gestión de la información en el entorno turístico

El surgimiento de nuevas tecnologías ha transformado el manejo de la información en el sector turístico especialmente con la inclusión de la inteligencia de negocios y big data. Diversos artículos exponen enfoques de gran utilidad para mejorar la productividad y garantizar la competitividad del sector turístico. Sería apropiado mostrar las ventajas de cada técnica expuesta en los artículos, para así realizar una comparación sobre los diferentes métodos empleados y obtener conclusiones acertadas y pertinentes para el trabajo a desarrollar.

Se emplean técnicas como el aprendizaje no supervisado de modelado de temas que permite evaluar las opiniones de los clientes, análisis de texto que presenta gran utilidad en la generación de mapas dados por los términos más frecuentes, también plataformas de procesamiento de lenguaje natural que proporcionan tecnologías de procesamiento de texto como análisis de sentimiento,

opinión pública y reconocimiento de entidad nombrada (NER).

Es necesario tener en cuenta que hay diversos enfoques y técnicas que permiten extraer información de los clientes, pero también es importante analizarla para identificar la que se adapta más a lo que la empresa turística desea brindar a sus clientes potenciales.

La inteligencia de negocios presenta una notable importancia en el sector hotelero, ya que permite un aumento de la efectividad. No obstante, se considera una limitación actual de las industrias que incorporan inteligencia de negocios en sus procesos empresariales, la mantenibilidad del estado competitivo alcanzado, una vez que ya han incorporado iniciativas estratégicas TI; por lo que es fundamental evaluar la manera de extraer, procesar y analizar cada uno de los datos; se mencionan los cubos analíticos de procesamiento en línea (OLAP) que presentan una destacada ventaja en cuanto a la generación de informes. El análisis de datos permite comprender la cohesión en lugar de considerar problemas individuales, mediante el método llamado Failure Mode Effects Análisis (FMEA).

El futuro de la inteligencia de negocios en la industria hotelera puede ser prometedor, ya que brinda ayuda a los hoteles para mirar datos a futuro y tener en cuenta los del pasado, y así analizar tendencias y maximizar ganancias. Asimismo, la inteligencia de negocios permite tener en cuenta las preferencias y los datos de los clientes potenciales, lo cual propicia que la industria funcione de una manera óptima, obteniendo un beneficio mutuo entre clientes y sector hotelero.

Alzua-Sorzabal, Rebon y Kepa (2016) explican la importancia de usar tecnologías en el sector turístico que propicien aumentar el rendimiento y mejorar la percepción por medio de la información recolectada, por ejemplo, la herramienta web MWD (Monitor Web Destination) permite medir, analizar y modelar el comportamiento de los visitantes y promueve un destino turístico. Las herramientas de análisis web promueven técnicas como la minería web aplicadas al sector turístico y

la técnica KDD (Knowledge Discovery in Databases), que permite descubrir información útil dentro de todos los datos obtenidos en un repositorio.

De tal modo que los sistemas inteligentes en el sector turismo como MWD ayudan a las organizaciones a visualizar una unión de tecnologías en los negocios que permite realizar acciones inteligentes para abordar procesos convencionales. El uso de sistemas de apoyo, basados en inteligencia de negocios, coadyuvan a mejorar notablemente la productividad y la eficiencia, ya que a través de ellos se pueden tener en cuenta diferentes tipos de indicadores que respalden los procesos empresariales.

La clasificación y la medición de la información se puede expresar por palabras o calificaciones; múltiples industrias, con el apoyo de técnicas de inteligencia de negocios, utilizan BI en sus procesos de recomendación e indexación de contenidos o productos, esto les sirve a sus clientes como sugerencia o acercamiento, el caso del turismo no es la excepción.

Desde la perspectiva de Alzua-Sorzabal (2016), la indexación y la clasificación de recomendaciones no están unificadas y, en ocasiones, no se tiene un criterio claro en cuanto a calificación o evaluación con base en los productos o servicios ofertados en materia turística, por lo que se debe tener en cuenta que las recomendaciones están presentes en cualquier contexto y estas se deben interpretar y diferenciar, dependiendo del criterio de cada usuario, pero aun así se necesitan tener herramientas y técnicas acordes a las nuevas tecnologías y a los nuevos retos que presenta el turismo. Se presentan avances conceptuales que se integran en el diseño de un sistema de indicadores para la medición de IM (Innovation Management).

Por medio de esta estrategia se busca generar una rápida difusión y uso del conocimiento tecnológico, para adaptarse a diversos factores que afectan los procesos y como resultado de esto, optimizarlos para aumentar la competitividad. A pesar de todas las investigaciones que se han realizado, no se describe un modelo que se haya

aceptado. Como métodos necesarios se implementan la inteligencia de negocios y el BSC (Balanced Scorecard), los cuales proporcionan la estructura necesaria para un sistema de gestión y medidas de desempeño para medición estratégica.

Por medio de este estudio se confirma la importancia de medir IM en las organizaciones turísticas y tener herramientas apropiadas para dicha actividad. Es necesario tener en cuenta los cambios que influyen en el desempeño, para este caso específico del sector turístico, y así identificar herramientas que permitan evaluar estos cambios y evitar impactos tan significativos en el rendimiento organizacional (López, 2009).

Inteligencia de negocios en el turismo

El uso de inteligencia de negocios (IN) ha contribuido a la mejora de la competitividad en la industria del turismo a lo largo del tiempo. Esta se ha beneficiado de las ventajas que conlleva la adopción de un sistema de IN, tales como las capacidades de captura, almacenamiento, recuperación, procesamiento y análisis de datos de turistas flexibles y fáciles de usar, entre otras (Nyanga, Pansiri y Chatibura, 2019).

Gracias a los avances tecnológicos, la inteligencia de negocios (IN) en el turismo ha tenido un gran desarrollo durante los últimos años. En este contexto, se destaca el uso del contenido generado por el usuario para la IN, específicamente, los sitios web de revisión por pares están ganando importancia en la toma de decisiones de los viajeros y proporcionan información para la gestión de los destinos. Las revisiones textuales son especialmente importantes, pero muy extensas y difíciles de procesar. Es aquí donde la aplicación de la metodología de lingüística computacional a la literatura turística ha brindado grandes beneficios, proporcionando un análisis exhaustivo de los datos que pueda ser utilizado para cumplir metas empresariales (Godnov y Redek, 2019).

Otra aplicación que ha tenido relevancia ha sido la determinación automática basada en la

inteligencia artificial híbrida de las preferencias de viaje de los turistas. Se observó que es posible encontrar a los turistas que prefirieron un país frente a otro utilizando este tipo de sistema. El mismo evidencia que, los países pueden llegar al individuo en lugar de a las masas en sus actividades de promoción (Topal y Uçar, 2019).

En el contexto colombiano, la IN aplicada al ecoturismo destaca por la utilización de un “Sistema de Información para el Turismo de Naturaleza en Colombia, donde mediante la utilización de la metodología CRISP-DM, se llega a un prototipo funcional que permite la visualización de diferentes variables relevantes para el ecoturismo, con el fin de identificar oportunidades y brechas de los departamentos de Colombia” (Betancur, Gómez y Quintero, 2019).

Metodología

La investigación se desarrolló bajo la modalidad de revisión sistemática de literatura, la cual:

es un artículo de «síntesis de la evidencia disponible», en el que se realiza una revisión de aspectos cuantitativos y cualitativos de estudios primarios, con el objetivo de resumir la información existente respecto de un tema en particular. Los investigadores luego de recolectar los artículos de interés; los analizan, y comparan la evidencia que aportan con la de otros similares” (Manterola y Astudillo, 2013, p. 149).

Dicha revisión, se propuso estudiar el uso de los SIG en turismo en el marco de la inteligencia de negocios. El proceso investigativo se dividió en tres etapas:

Selección de la fuente de información y selección de los datos de la muestra

Estuvo representada por XX artículos de revistas científicas indexados en Scielo, Redalyc.org, ELSEVIER, ScienceDirect, entre otras. Se utilizó la base de datos Scopus e IEEE.

Las ecuaciones de búsqueda (se utilizaron en el campo Topic) fueron:

(TITLE-ABS-KEY (tourism AND Business Intelligence)

(TITLE-ABS-KEY (tourism AND geographic information systems)

(TITLE-ABS-KEY (tourism AND SIG AND Business Intelligence)

Como criterios de inclusión se seleccionaron artículos realizados desde 2015 hasta 2019, redactados en idioma inglés y español que abordan el tema de alguna de las variables bajo estudio: Sistemas de información geográfica, inteligencia de negocios o turismo.

Transformación de los datos mediante el uso de técnicas bibliométricas

Se utilizó el programa VOSviewer a través del cual se generaron mapas creados que incluyen elementos que hacen referencia a los tópicos de interés, tales como: tipo de publicaciones, investigadores, términos, país de realización, autores, entre otros. Esta herramienta permite exportar los datos de Web of Science, Scopus, PubMed, RIS, Crossref, entre otras (Eck y Waltman, 2019).

La herramienta provee tres formas de visualización: de la red, de superposición y la de densidad. En la primera, cada elemento está representado por una etiqueta y un círculo. Los vínculos de co-citación más fuertes están representados por líneas, en general, cuanto más cerca se encuentran dos ítems, más fuerte es su relación. El color del ítem depende del clúster en el cual se halla clasificado.

Por otro lado, la representación en red de superposición es similar al caso anterior, pero en ella el color del ítem cambia teniendo en cuenta el año en el cual hubo mayor actividad científica relacionada con el objeto de estudio. Por último, la visualización de densidad de cada ítem posee un color que indica la densidad de los elementos en ese punto; cuanto mayor sea el número de

otros elementos alrededor de un ítem y mayor sea el peso de estos, el color asociado tenderá a ser amarillo.

Reporte de los resultados

Para la representación se resultados se emplearon gráficos de creación propia en conjunto con los mapas de clusters y densidad de relaciones entre palabras clave generados por VOS viewer.

Resultados y discusión

De acuerdo con la bibliografía evaluada, son numerosas las investigaciones que han tratado el tema del uso de los GIS en turismo, en este sentido, seguidamente se presentan los principales hallazgos encontrados.

Turismo y GIS

Al realizar el análisis de la información obtenida, luego de la aplicación de la ecuación de búsqueda en las bases de datos Scopus e IEEE, se procedió a tratar esta información en el programa VOSviewer, en donde se obtuvo un mapa de relación de la cantidad de publicaciones realizadas por año en función de las variables GIS y Turismos (Figura 1).

Como puede observarse, durante el periodo 2015 a 2019 la tendencia de publicación es ligeramente creciente en relación con la temática del uso de SIG en turismo. Al mismo tiempo, en la Figura 2 se ilustran las principales relaciones de palabras clave establecidas:

De la figura anterior se deriva que la tecnología GIS (*gis technology*) se encuentra relacionada con estrategias de e-turismo (*e-tourism*) empleadas en la gestión de la información (*information management*) de la industria de viajes (*travel industry*), la cual, los utiliza para el estudio de data bases espaciales (*spatial databases*) que permitan realizar una planificación (*planning*) eficiente en el marco rural y urbano (*town and country planning*), relacionado con el turismo. Igualmente, son utilizados

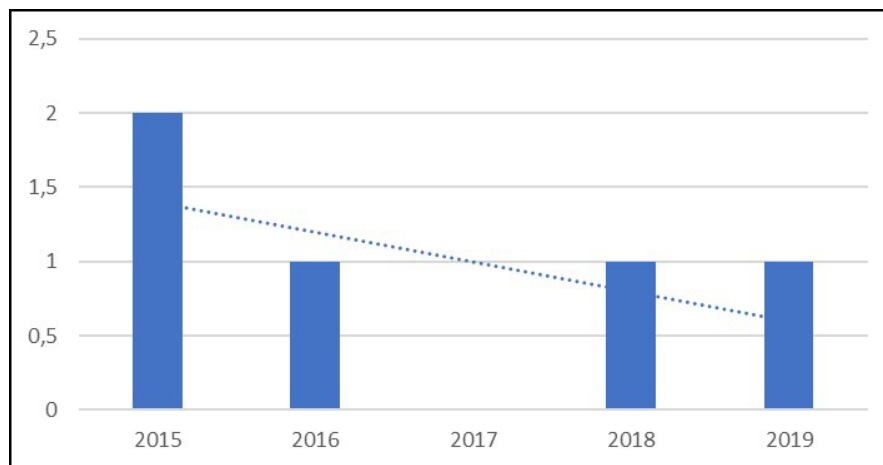


Figura 1. Tendencia anual de publicación de artículos relacionados con SIG y turismo.

Fuente: Los autores.

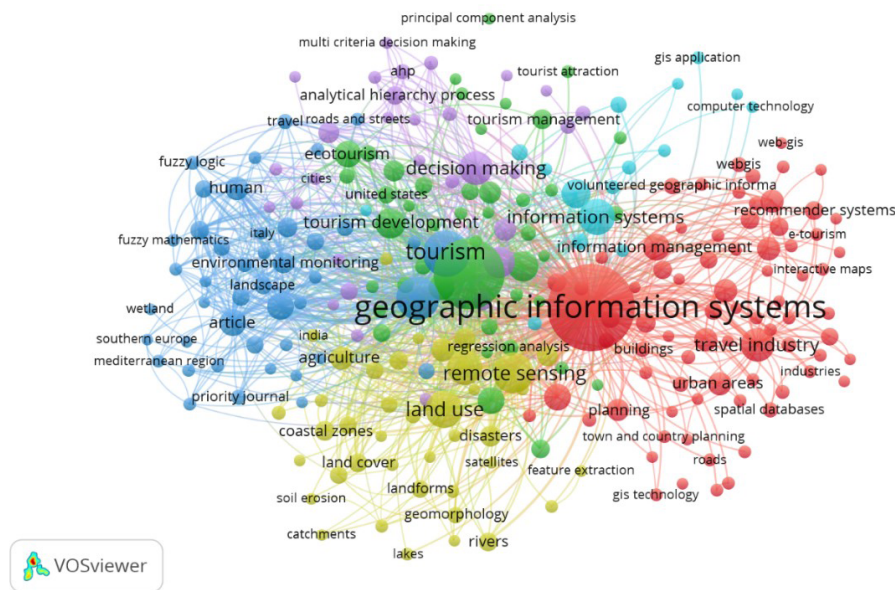


Figura 2. Mapa de clusters de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda: (TITLE-ABS-KEY (turism AND geographic information systems)).

Fuente: Los autores a partir de VOSviewer.

como sistemas de recomendación (*recommender systems*) de destinos turísticos.

Al mismo tiempo, se tiene que este tipo de sistemas permite realizar monitoreo ambiental (*environmental monitoring*) de paisajes (*landscape*) que se encuentren en sitios turísticos de gran potencial, que puedan ser fuente de crecimiento económico y desarrollo turístico (*tourism development*) para las regiones donde se encuentren ubicados.

Gracias al uso de la tecnología computacional (*computer technology*) ha sido posible el desarrollo de aplicaciones GIS (*gis application*). La utilidad de los GIS en el ámbito turístico ha impulsado el desarrollo de una gran cantidad de investigaciones relacionadas con esta temática, en función de esto, en el siguiente gráfico se ilustra el mapa de densidad relacional entre las palabras clave utilizadas en los artículos científicos consultados.

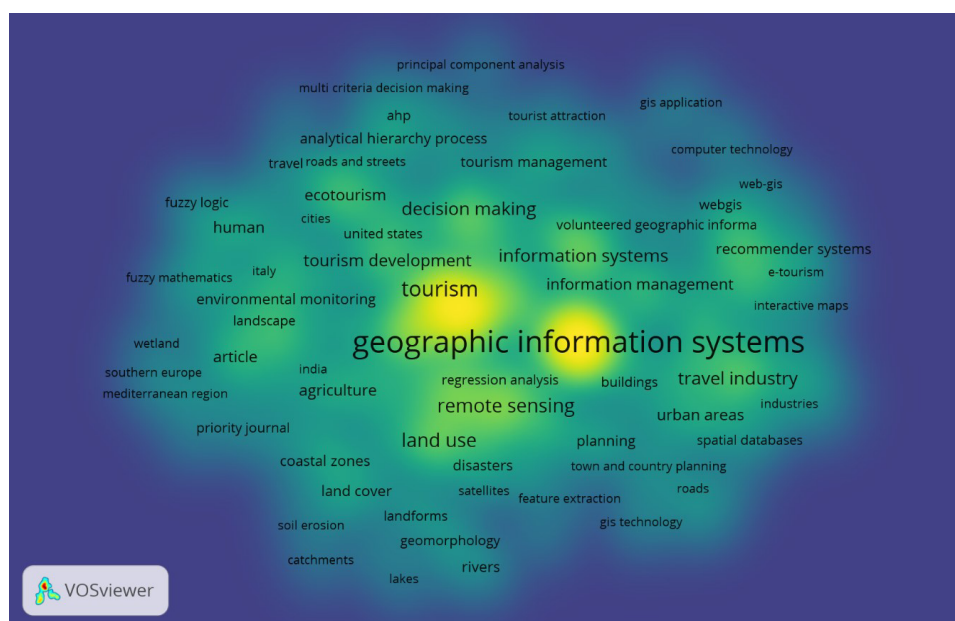


Figura 3. Mapa de densidad de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda: (TITLE-ABS-KEY (tourism AND geographic information systems)).

Fuente: Los autores a partir de VOSviewer.

La variable turismo (*tourism*) se encuentra estrechamente relacionada con los GIS (*geographic information systems*), puesto que la densidad relacional entre los artículos que abordan dichas palabras claves es alta. Revisando la literatura asociada a dichas variables, se obtuvo una de las aplicaciones de los SIG en turismo en el marco de la inteligencia de negocios es la implementación de un sitio de turismo de negocios utilizando un SIG, esta web apoya a tres sectores: gubernamental, sociedad y de *tours* (Taha, Rashid y Sallam, 2017).

En un estudio donde se analizó el uso de los SIG para determinar el potencial del turismo rural, se optó por utilizar el "QGis1, por ser un (...) SIG) de código abierto que permite trabajar en varios sistemas operativos, formatos diferentes, con multitud de bibliotecas, además de permitir integrar aplicaciones en lenguaje Python, lo que posibilita obtener aplicaciones específicas" (González *et al.*, 2016).

Asimismo, se tiene que el rápido desarrollo del turismo ha creado grandes desafíos en la planificación y la gestión del medio ambiente. Esto se debe a la necesidad de proporcionar sitios turísticos

atractivos y productos de apoyo como alojamientos y redes de transporte, así como proteger el medio ambiente. En este contexto, se han utilizado los SIG para mapear y medir la transformación del uso de la tierra y examinar áreas que probablemente experimentarán presión de desarrollo urbano. Las estrategias de zonificación como contener áreas urbanas dentro de las áreas urbanas existentes y promover el desarrollo sostenible del turismo en diversas regiones han logrado controlar la expansión de las áreas urbanas (Hashshim Rahman, Khalid, Manan, 2015).

Aunado a esto, el sector turístico ha contribuido significativamente a la economía y al desarrollo socioeconómico en diversas regiones. Además, los sitios potenciales para el desarrollo urbano identificados, utilizando el enfoque MCE basado en SIG, también han revelado que se pueden desarrollar miles de acres para diversas actividades, incluido el turismo. Dicho enfoque, proporciona un marco y una guía para los planificadores y tomadores de decisiones en la planificación y el desarrollo de tierras para actividades turísticas en las regiones que se han implementado (Hashshim *et al.*, 2015).

Inteligencia de negocios y turismo

Al analizar las variables inteligencia de negocios y turismo se observa que las interrelaciones son mucho menores en comparación con la búsqueda anterior; en la Figura 4 se ilustran los resultados obtenidos.

Aunado a lo anterior, en la Figura 5 se representa el mapa de densidad de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda (TITLE-ABS-KEY (tourism AND Business Intelligence)).

En este marco, la inteligencia artificial (*artificial intelligence*) constituye el principal indicador abordado en las investigaciones consultadas. Destacando que el pronóstico de la llegada de visitantes es de gran importancia ya que es un indicador de la demanda turística y puede servir como referencia para las políticas gubernamentales sobre el turismo y las estrategias comerciales de las industrias turísticas. En este contexto, la inteligencia de negocios ha sido útil para la

creación de un modelo de pronóstico preciso (Chang y Tsai, 2017).

Igualmente, en cuanto a los sistemas de soporte de decisiones (*decision support system*), destaca que, dado el crecimiento en el nivel de competitividad en las empresas de turismo, la mayoría de las organizaciones buscan estrategias efectivas para aumentar la escala de la base de clientes de los mercados locales e internacionales enfocándose en la satisfacción del cliente, ya que es un indicador clave de la intención de recompra y la lealtad del cliente. Debido a esta razón, las empresas siempre brindan a los clientes canales de comunicación como el correo electrónico para percibir las experiencias de los clientes. En consecuencia, se ha enviado una gran cantidad de correos electrónicos a las empresas (Chumwatana y Chuaychoo, 2016).

Sin embargo, extraer quejas de una gran cantidad de correos electrónicos en diferentes idiomas es muy difícil, por lo que surgió una metodología novedosa para extraer automáticamente los

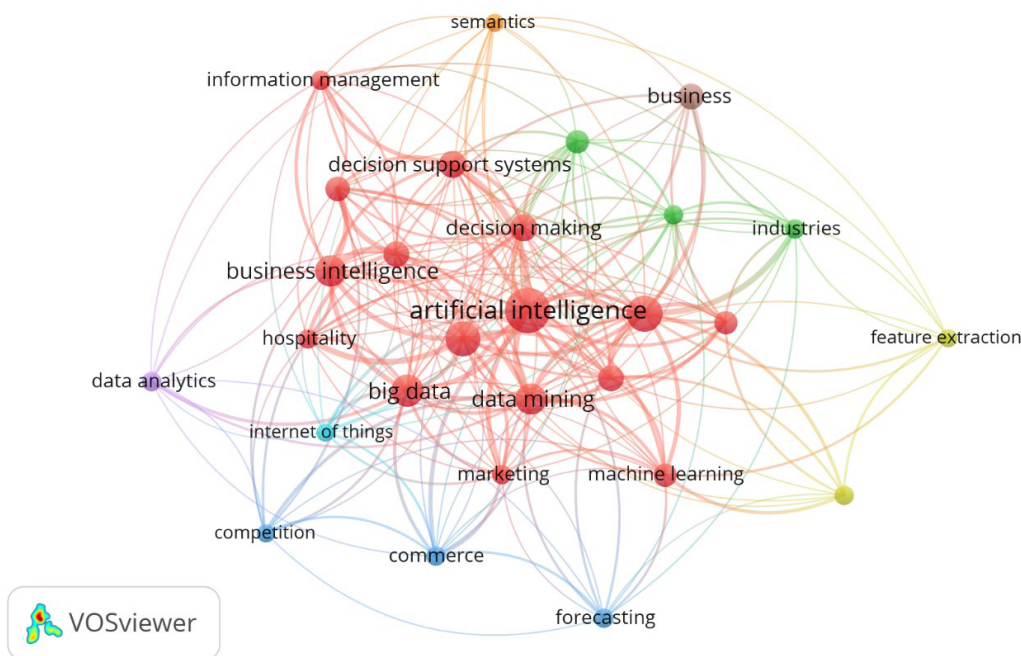


Figura 4. Mapa de clusters de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda: (TITLE-ABS-KEY (tourism AND Business Intelligence)).

Fuente: Los autores a partir de VOSviewer.

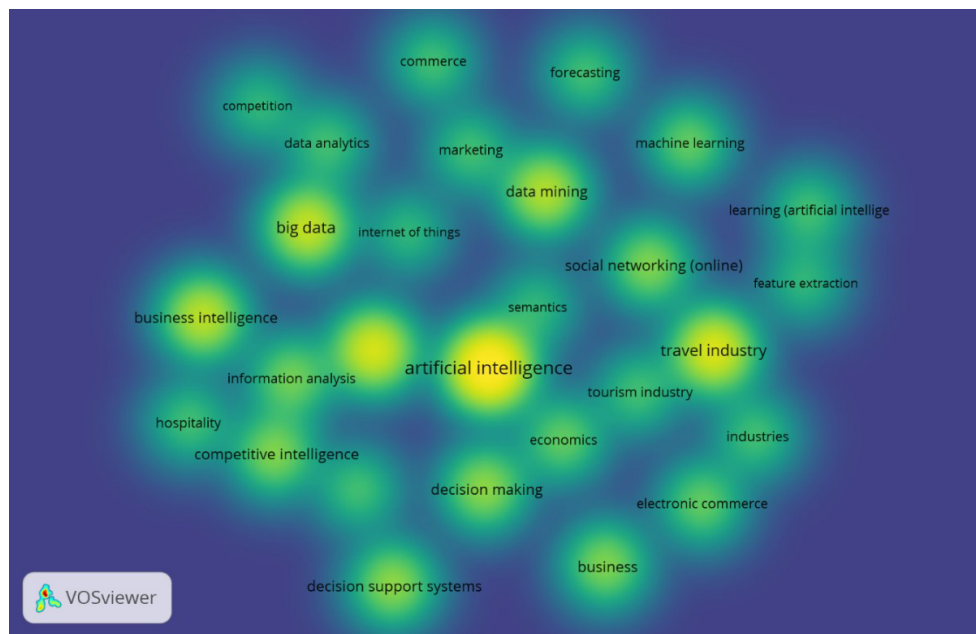


Figura 5. Mapa de densidad de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda (TITLE-ABS-KEY (tourism AND Business Intelligence)).

Fuente: Los autores a partir de VOSviewer.

correos electrónicos de quejas de la bandeja de entrada para cualquier idioma. La extracción de N-gram, que es independiente del lenguaje, y la técnica de clasificación se han aplicado en la técnica propuesta. Los resultados experimentales muestran que el rendimiento de clasificación de la técnica propuesta es aproximadamente del 90 %. Esto muestra ventajas significativas para que las empresas de turismo respondan de inmediato a los clientes que tienen experiencias negativas, a fin de mantener una buena relación y obtener un mayor número de clientes (Chumwatana y Chuaychoo, 2016).

Turismo, inteligencia de negocios y GIS

Con respecto a las investigaciones realizadas abordando las tres variables bajo estudio (turismo, SIG e inteligencia de negocios), se observa que la producción científica ha sido muy poca, en la Figura 6 se ilustran la cantidad de artículos publicados por año durante el periodo 2016-2019.

Como se observa, la producción científica que integra la investigación en función de SIG, turismo e inteligencia de negocios ha sido limitada durante los últimos cinco años, se muestra una tendencia decreciente desde el 2015 hasta el 2019. Al integrar a la búsqueda la variable Business Intelligence se establecen nuevas relaciones, en la Figura 7 se ilustran los clusters de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda: (TITLE-ABS-KEY (tourism AND SIG AND Business Intelligence)).

Uno de los hallazgos más significativos de las investigaciones consultadas es que, en el marco de la inteligencia de negocios, se puede utilizar un sistema de gestión de recursos turísticos de alguna región basado en SIG para proporcionar apoyo técnico para la gestión turística; mediante la base de datos de Access, que utiliza la tecnología SIG en la plataforma de desarrollo VB para el desarrollo del sistema, este tiene las ventajas de un ciclo de desarrollo corto, simple y rápido. El sistema puede proporcionar servicios de gestión de

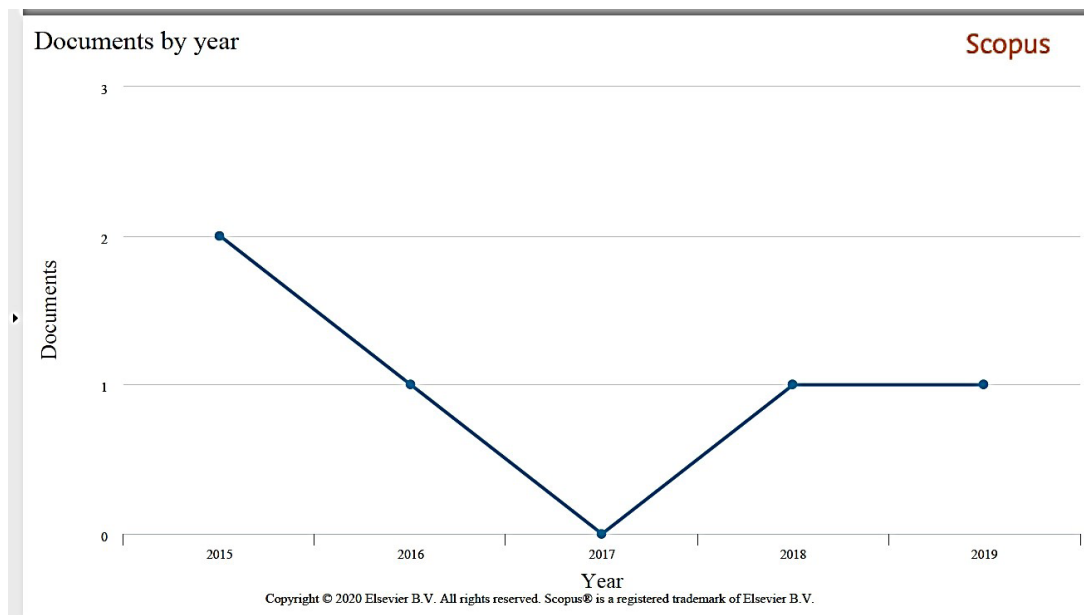


Figura 6. Tendencia anual de publicación de artículos relacionados con Inteligencia de negocios, SIG y turismo. Datos obtenidos de Scopus.

Fuente: Scopus.

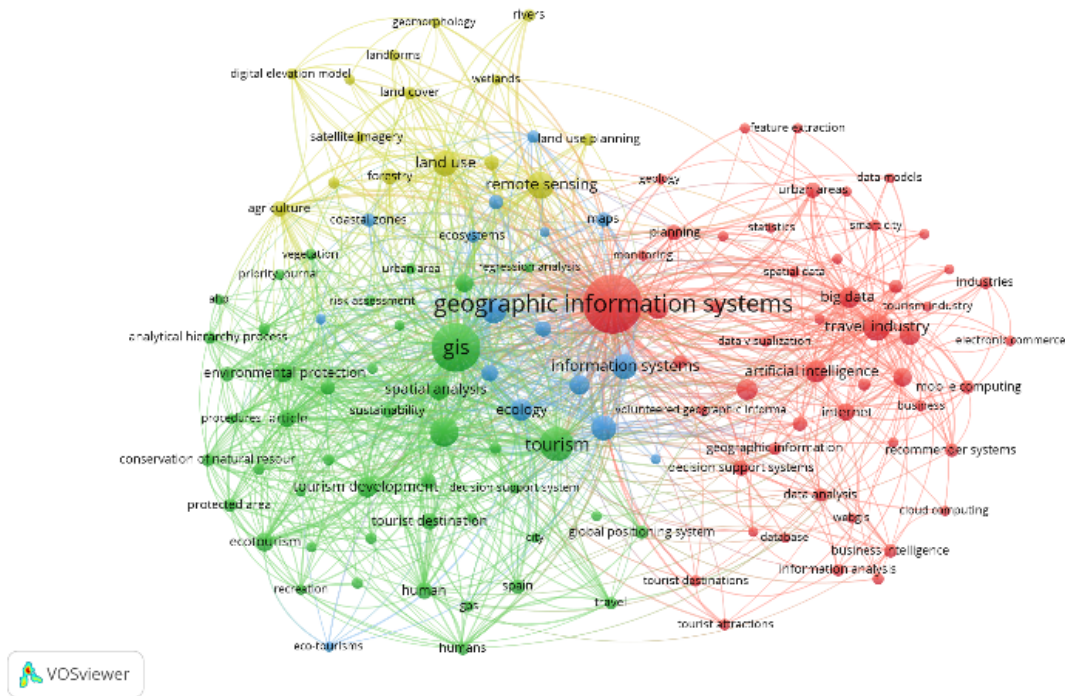


Figura 7. Mapa de clusters de las relaciones estrechas entre palabras clave resultantes de la fórmula de búsqueda: (TITLE-ABS-KEY (turism AND SIG AND Business Intelligence)).

Fuente: Los autores a partir de VOSviewer.

consultas de información detallada para satisfacer las necesidades de los gerentes (Ling, 2017).

Con el rápido desarrollo de redes y tecnología informática, WebGIS ha cambiado el modo tradicional de aplicación SIG, haciéndose cada vez más popular, incluso en el ámbito de las industrias turísticas. Al mismo tiempo, los proyectos de software Open Source GIS y los estándares técnicos abiertos se han desarrollado rápidamente. Durante el proceso de informatización en diferentes campos, la mayoría de los gerentes utilizan una plataforma de software SIG comercial o algún software SIG de código abierto que ha tenido una larga historia y un marco sofisticado para construir su sistema de gestión y servicio de información. Con base en el análisis de la tecnología Open Source GIS, se presentó un nuevo esquema de diseño WebGIS basado en la tecnología de middleware GIS Open Source. Y luego se usó un Sistema de Información de Recursos Turísticos como ejemplo para verificar la viabilidad de este proyecto (Lv et al., 2016).

También, se ha hecho uso del sistema de información geográfica y análisis de criterios múltiples para el diseño de rutas de viaje (Arthan et al., 2019). En este marco, se tiene que una de las formas más efectivas para mejorar la calidad de la gestión de las reservas naturales es integrar en profundidad todos los recursos de información basados en la tecnología de información geográfica espacial moderna y construir una plataforma de gestión de información digital de reservas naturales (Wu, Wangh, Zhong, Da y Zha, 2015).

Conclusiones

En los últimos años, la tendencia en investigaciones referentes a GIS y turismo ha sido creciente, utilizada en estudios que abordaron la temática de implementación de sitios de turismo de negocios utilizando un SIG, enmarcados en sectores de tipo gubernamental, social y de turismo (Taha, Rashid y Sallam, 2017). Igualmente, se ha abordado el tema del uso de GIS para estimar el potencial del turismo rural (González, Goncalves y Naranjo, 2016).

Todo ello, motivado por el hecho de que el sector turístico ha contribuido de forma significativa a la economía y desarrollo socioeconómico en diversas regiones a lo largo del mundo. Destacando que los sitios potenciales para el desarrollo urbano identificados utilizando el enfoque MCE basado en SIG han revelado que es posible desarrollar amplias extensiones de territorio para actividades turísticas (Hasshim et al., 2015).

Sin embargo, al indagar sobre la producción científica de los últimos 5 años, que comprende el periodo 2015 a 2019, los estudios y artículos investigativos que incorporen la inteligencia de negocios en el marco de los SIG y su uso en turismo ha sido escasa. Los aportes realizados han sido en materia de sistemas de gestión de recursos turísticos de diversas regiones basados en SIG (Ling, 2017), Sistema de Información de Recursos Turísticos (Lv et al., 2016) y plataformas de gestión de información digital de reservas naturales (Wu et al., 2015).

Referencias

- Alzua-Sorzabal, A., Rebon F., Kepa, J. (2016), *El Observatorio Turístico Avanzado, un sistema de Inteligencia Competitiva basado en Internet*. San Sebastián: Centro de Investigación Cooperativa en Turismo.
- Arthan, S., Pimonsree, L., Ket-ord, R., Ruelom, A., Thongpet, S., Kantawong, K. (2019). Using Geographical Information System and Multi-Criteria Analysis for Travelling Routing Design from Phayao Province to Luang Prabang. *The 4th International Conference on Digital Arts, Media and Technology and 2nd ECTI Northern Section Conference on Electrical, Electronics, Computer and Telecommunications Engineering*, Nan, Thailand. <https://doi.org/10.1109/ECTI-NCON.2019.8692294>
- Ballesteros-Ballesteros, V. A. (2019). La educación en energías renovables como alternativa de promoción del compromiso público ascendente entre los Indígenas Wayuu en la Alta

- Guajira. *Revista Científica*, 388-397. <https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/14773>
- Betancur, S., Gómez, M., Quintero, J. (2019). Inteligencia de negocios aplicada al ecoturismo en Colombia. Un caso de estudio aplicando la metodología CRISP-DM. *14th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)*, Coimbra, Portugal.
- Bocalandro, N., Krauthamer, D. (2007). Geomarketing: aplicaciones de sistemas de información geográficos e inteligencia de negocios. 2º *Congreso Metropolitano de Ciencias Económicas*, Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- Cabiddu, F., Lui, T., Piccoli, G. (2013). Managing Value Co-Creation in the Tourism Industry, *Annals of Tourism Research*, 42(1), 86-107. <https://doi.org/10.1016/j.annals.2013.01.001>
- Callejas-Cuervo, M., Martínez-Tejada, L., & Alarcón-Aldana, A. (2017). Emotion recognition techniques using physiological signals and video games –Systematic review–. *Revista Facultad de Ingeniería*, 26(46), 19-28. <https://doi.org/10.19053/01211129.v26.n46.2017.7310>
- Camargo, J., Joyanes, L., Giraldo, L. (2016). La inteligencia de negocios como una herramienta en la gestión académica. *Revista Científica*, 24, 110-120. <https://doi.org/10.14483/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.24.a11>
- Chang, Y., Tsai, C. (2017). Apply deep learning neural network to forecast number of tourists. *31st International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops*, Taipei. <https://doi.org/10.1109/WAINA.2017.125>
- Chumwatana, T., Chuaychoo, I. (2016). Automatic Filtering Non-English Complaint Emails in Tourism Industry Using Ngram Extraction and Classification Techniques. *4th International Symposium on Computational and Business Intelligence*, Olten. <https://doi.org/10.1109/ISCBI.2016.7743287>
- Eck, N., Waltman, L. (2019). Accuracy of citation data in Web of Science and Scopus. *Paper published in the Proceedings of the 16th International Conference of the International Society for Scientometrics and Informetrics*. Nueva York: Cornell University, 1087-1092.
- Godnov, U., Redek, T. (2019) The use of user-generated content for business intelligence in tourism: insights from an analysis of Croatian hotels, *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 32 (1), 2455-2480. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2019.1633372>
- González, A., Goncalves, G., Naranjo, J. (2016). Uso de los SIG para determinar el potencial del Turismo Rural. *Congreso Internacional de Turismo Rural y Desarrollo Sostenible*, Santiago de Compostela.
- Gutiérrez-Sabogal, L. H. (2016). Problemática de la educación ambiental en las instituciones educativas. *Revista Científica*, 3(23), 57-76. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a5>
- Hasshim, S., Rahman, A., Khalid, M. y Samad, A. (2015). Urban Development Pressure Towards Challenges in Ensuring Sustainable Tourism Development. *IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering*, Penang, Malaysia. <https://doi.org/10.1109/ICCSCE.2015.7482250>
- Korte, D., Ariyachandra, T., Frolick, M. (2013). Business Intelligence in the Hospitality Industry. *International Journal of Innovation, Management and Technology*, 4(4), 429-434. <https://doi.org/10.7763/IJIMT.2013.V4.435>
- Ling, J. (2017). Zaozhuang Tourism Resource Management System Research Based on GIS. *3rd International Conference on Information Management*. Zaozhuang, China.
- López, A. (2009). Sistema integrado de gestión para empresas turísticas. *Estudios Gerenciales*, 25(112), 127-150. [https://doi.org/10.1016/S0123-5923\(09\)70083-X](https://doi.org/10.1016/S0123-5923(09)70083-X)
- Lv, D, Ying, X., Gao, X., Tao, W., Cui, Y., Hua, T. (2016). WebGIS Platform Design and Implementation Based On Open Source GIS Middleware. *The 24th International Conference on Geoinformatics*, Galway, Ireland.

- Manterola, C. Astudillo, P., Arias, E., Claros, N. (2013). Revisiones sistemáticas de la literatura. Qué se debe saber acerca de ellas. *Cirugía española*. 91(3), 149-155. <https://doi.org/10.1016/j.ciresp.2011.07.009>
- Muñoz, H., Osorio, M., Zúñiga, P. (2016). Inteligencia de los negocios. Clave del éxito en la era de la información. *Clío América*, 10(20), 194-211. <https://doi.org/10.21676/23897848.1877>
- Nyanga, C., Pansiri, J., Chatibura, D. (2019). Enhancing competitiveness in the tourism industry through the use of business intelligence: a literature review. *Published in Journal of Tourism Futures*. Emerald Publishing Limited. <https://doi.org/10.21676/23897848.1877>
- Rojas-Montes, M., Pino-Correa, F., Martínez, J. (2015). Proceso de pruebas para pequeñas organizaciones desarrolladoras de software. *Revista Facultad de Ingeniería*, 24(39), 55-70. <https://doi.org/10.19053/01211129.3551>
- Rus, G. (2008). *Análisis Coste-Beneficio: Evaluación económica de políticas y proyectos de inversión*. Ginés de Rus Ariel Economía, 3.a Edición, Barcelona, 2008, 372 págs.
- Saavedra-Bautista, C., Cuervo-Gómez, W., Mejía-Ortega, I. (2017). Producción de contenidos transmedia, una estrategia innovadora. *Revista Científica*, (28), 6-16. <https://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.rc.2016.28.a1>
- Taha, T., Rashid, S., Sallam, O. (2017). Web-based GIS Business Hotels Tourism Sites In Khartoum, Sudan. *International Conference on Communication, Control, Computing and Electronics Engineering (ICCCCEE)*, Khartoum, Sudan.
- Topal, I., Uçar, M. (2019). Hybrid Artificial Intelligence-Based Automatic Determination of Travel Preferences of Chinese Tourists. *IEEE Access*, 7, 162530-162548. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2947712>
- Ulloa, L., Orozco, F., Orozco, J., Carrera, F. (2017). Sistema de información geográfica para la integración de información Geo referenciada de entidades públicas y privadas en la ciudad de Santo Domingo. *Revista Científica y Tecnológica UPSE*, 4(3), 13-27. doi: <https://doi.org/10.26423/rctu.v4i3.294>
- Wu, F., Wang, J., Zhong, X., Da, M., Zha, Z. (2015). Web GIS-based Information Management System of Dashanbao Black-Necked Crane National Natural Reserve in Zhaotong, Yunnan. *2015 23rd International Conference on Geoinformatics*, Wuhan, China. <https://doi.org/10.1109/GEOINFORMATICS.2015.7378610>





Mejora de la toma de decisiones en ciclo de ventas del subsistema comercial de servicios en una empresa de IT

Improvement of sales decision making of the commercial services subsystem in an IT company

Melhoria da tomada de decisão de vendas do subsistema de serviços comerciais em uma empresa de TI

Diego Armando Vanegas¹
Giovanny Mauricio Tarazona-Bermúdez²
Luz Andrea Rodríguez-Rojas³

Recibido: agosto 2019

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Vanegas, D.A., Tarazona-Bermúdez, G.M., Rodríguez-Rojas, L.A. (2020). Mejora de la toma de decisiones en ciclo de ventas del subsistema comercial de servicios en una empresa de IT. *Revista Científica*, 38(2), 174-183. <https://doi.org/10.14483/23448350.15241>

Resumen

El alto volumen de datos, el tiempo de procesamiento y la visualización de información son problemas que hoy en día deben afrontar las organizaciones en el sector de tecnología, y en particular el subsistema comercial. En esta investigación se desarrolló un modelo para la toma de decisiones basado en la interacción de los criterios y las etapas del ciclo de ventas. Se usó una herramienta especializada en inteligencia de negocios que facilitó el manejo de grandes volúmenes de datos, su procesamiento y la visualización de la información. Dentro de los resultados conseguidos se encontró una significativa reducción en el tiempo de obtención de la información, pasando de horas a minutos.

Palabras clave: analítica de datos, analítica de negocios, ETL, ventas.

Abstract

The high volume of data, the processing time and the visualization of information are problems that organizations in the technology sector, particularly the commercial subsystem, must face today. In this research, a model for decision-making based on the interaction of criteria and stages of the sales cycle was developed. A specialized business intelligence tool was used that facilitated the handling of large volumes of data, its processing, and the visualization of information. Among the results obtained, a significant reduction was found in the time of obtaining the information, it went from hours to minutes.

Keywords: data analytics, business analytics, ETL, sales.

1. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. diegovanegas@rocketmail.com
2. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. gtarazona@udistrital.edu.co
3. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. larodriguezr@udistrital.edu.co

Resumo

O alto volume de dados, o tempo de processamento e a visualização de informações são problemas que as organizações do setor de tecnologia, particularmente o subsistema comercial, devem enfrentar hoje. Nesta pesquisa, foi desenvolvido um modelo de tomada de decisão baseado na interação de critérios e etapas do ciclo de vendas. Foi utilizada uma ferramenta especializada de business intelligence que facilitou o manuseio de grandes volumes de dados, seu processamento e a visualização de informações. Entre os resultados obtidos, houve uma redução significativa no tempo de obtenção das informações, de horas para minutos.

Palavras-chaves: análise de dados, análise de negócios, ETL, vendas.

Introducción

La información desempeña un papel decisivo en una organización, hasta el punto de convertirse en algunos casos en su principal patrimonio (Yao *et al.*, 2010), ya que de esta depende el desarrollo de las actividades cotidianas y la posibilidad de alcanzar un alto nivel de competitividad y desarrollo. Es por esto que actualmente las empresas dedican gran parte de sus recursos a la obtención, procesamiento, aplicación y proyección de los datos con el fin de poder convertirlos en información que soporte la toma de decisiones. A esto se conoce como inteligencia de negocios y se espera, por tanto, que la información sea clara, precisa y adaptable a los requerimientos y perfiles de a quién va dirigida; además de ser rápida y estar disponible en el momento en que se necesite de una manera completa (Sharma *et al.*, 2016).

El entorno empresarial es un sistema de complejidad creciente en el que permanentemente hay generación y ganancia de nueva información a partir de la interacción entre las organizaciones que lo componen (Ahmad, 2012). En el subsistema comercial de servicios en empresas del sector de IT esta interacción está basada principalmente en la relación con los clientes; sin embargo, influyen otras variables como cambios políticos,

económicos, legales, así como el surgimiento de nuevas empresas con fuertes estrategias competitivas. Esto hace que elegir la mejor opción sea cada vez más complejo, sin mencionar los efectos de la globalización y el desarrollo de las tecnologías de la información, que son algunos de los factores que también influyen en el entorno (Hou, 2012).

Para el caso particular de la empresa de tecnología en estudio (con presencia a nivel latinoamericano) se realizan procesos manuales y desgastantes para obtener los datos que pretenden pronosticar las ventas de cada periodo. Estos datos son entregados, al final del mes, por cada uno de los responsables en cada país para obtener el pronóstico total. Estas proyecciones repercuten directamente en la eficacia y eficiencia con que operan las áreas de producción, mercadotecnia, ventas, finanzas, personal, logística y otros departamentos funcionales de la compañía.

Del mismo modo, para los gerentes la importancia del pronóstico de ventas radica en entender el desempeño de la organización y si se deben tomar ciertas medidas en función de los datos obtenidos. El pronóstico de ventas permite planificar el crecimiento futuro, revisar la estrategia comercial y mantener la ventaja competitiva, desconocer su importancia puede traer graves consecuencias para el futuro de la empresa. El objetivo de este estudio fue proponer un modelo basado en datos históricos que permita agilizar el proceso de pronóstico y optimizar los resultados para la toma de decisiones.

La metodología aplicada se constituyó en tres fases: la primera consistió en un análisis de datos históricos de las ventas en el subsistema de servicios empresariales teniendo en cuenta dos periodos anuales. En la segunda fase se llevó a cabo la socialización y discusión de este análisis con un panel de expertos compuesto por cuatro gerentes de ventas. Finalmente, en la tercera se unificó la información recolectada en los pasos uno y dos para, posteriormente, realizar pruebas sobre una plataforma web.

La herramienta utilizada permite la descarga, procesamiento y clasificación de los datos en las diferentes líneas de servicio del subsistema comercial. Se evidenció la reducción significativa del tiempo de obtención de la información de las ventas simplificando la labor. A su vez, la disminución de los costos y recursos asociados al incluir un método de pronóstico de ventas que genera importantes beneficios en comparación con la metodología previa.

Inteligencia de negocios

Conceptos

El concepto de *inteligencia de negocios* puede relacionarse con el concepto de éxito expresado en el libro *El arte de la guerra* de Sun Tzu. Para este autor, para alcanzarlo es imprescindible conocer tanto las fortalezas y debilidades de uno mismo, así como las del enemigo, ya que el desconocimiento de estas puede llevar a la derrota (Ahumada-Tello y Perusquia, 2016). Lo mismo ocurre en las organizaciones y en el ambiente empresarial, en donde los retos y las ventajas competitivas que se pueden lograr para alcanzar el éxito y la sostenibilidad en el mercado dependen en gran medida de obtener información significativa de los datos, diferenciando patrones y tendencias que permitan tomar decisiones más precisas (Dalla *et al.*, 2018; Pozzaab *et al.*, 2018).

La mejor forma de analizar el entorno no es el tratar de entenderlo como una colección de otros sistemas y organizaciones, sino como información a la cual la empresa debe acceder mediante actividades de investigación (Djatna y Munichputranto, 2015). No son los proveedores ni los clientes en sí mismos los que cuentan, sino la información disponible para la empresa acerca de sus metas, intereses, condiciones bajo las cuales se relacionan con la empresa y muchos otros aspectos de su comportamiento los que verdaderamente ayudan a identificar sus características y expectativas para con la organización (Safadi *et al.*, 2017).

El uso de la inteligencia de negocios ha evolucionado a pasos agigantados en proporción al auge de las tecnologías de la información y al crecimiento de la industria global (Del *et al.*, 2019). Son numerosas las definiciones del término *inteligencia de negocios* dadas por expertos en el área, pero suele definirse como la transformación de los datos de la compañía en conocimiento para obtener una ventaja competitiva (Gartner INC., 2019).

Se puede concluir que la inteligencia de negocios es el uso de tecnologías, procesos y herramientas para transformar los datos en información y la información en conocimiento, para que este último soporte y permita tomar decisiones más convenientes para que la empresa obtenga mejores resultados.

Tecnologías existentes

Por el nivel de confidencialidad de los datos a procesar, se determinó escoger entre las tres plataformas mejor calificadas desde el 2016 al 2019, según el cuadrante mágico de Gartner (figura 1). Esta organización año tras año lleva a cabo, mediante el estudio de casos aplicados y opiniones de expertos, un análisis de las mejores plataformas para inteligencia de negocios, basados en infraestructura, seguridad, gestión de datos, análisis y creación de contenidos, así como opciones para compartir contenidos y capacidades generales de la plataforma.

Dentro de las herramientas que lideran el mercado encontramos *Tableau*, una herramienta que cuenta con la mayor variedad de opciones en cuanto a gráficos y análisis de datos, lo que brinda diversidad y una alta tasa de crecimiento en su ambiente de desarrollo al enfocarse en la experiencia del cliente. Su precio es algo elevado con respecto a sus competidores, además carece de compatibilidad con modelos de datos complejos (Tableau, 2019).

Por otro lado, *Qlik View* es una herramienta desarrollada por Qlik, la cual se caracteriza principalmente por la facilidad en el procesamiento



Figura 1. Cuadrante mágico de Gartner 2019.

Fuente: Gartner INC (2019).

de datos con modelos robustos, cuenta con una gran red de socios que contribuyen en su desarrollo, con lo cual ofrece gran diversidad de herramientas. Fue de las primeras herramientas en ofrecer un entorno de tableros y modelos interactivos, en contraste a esto, debido a sus altos costos, presentan poco crecimiento, además su compatibilidad con bases de datos de terceros es limitada (Qlik, 2019).

Finalmente, *Power BI* es la herramienta desarrollada por Microsoft que se encuentra en lo más alto de la tabla clasificatoria con características atractivas gracias a su facilidad de uso y el atractivo visual que logran sus reportes para el usuario final, generando una excelente experiencia de uso. Tiene como ventajas el bajo costo en su

licenciamiento y su compatibilidad con múltiples fuentes en la nube, pero lastimosamente solo es posible realizar conexiones ágiles y de autoservicio con su nube en Azure, más no con bases de datos en SQL, para ello se debe recurrir a software de terceros (Microsoft, 2019). Por sus características esta es la opción seleccionada para el modelo propuesto.

Los gerentes como tomadores de decisiones

La toma de decisiones es la esencia del trabajo del gerente, de modo que la calidad de sus decisiones tiene gran influencia en el éxito o fracaso de una organización (Vera-Baquero *et al.*, 2014). A ello debemos sumarle que a diario se enfrentan a

limitaciones como la cultura de la organización, el medio externo, políticas internas y consideraciones de poder (Kim *et al.*, 2016).

Todos los gerentes toman decisiones que pueden abarcar temas relacionados a la supervivencia de la empresa hasta el cierre de un contrato de compra de insumos o el ascenso de un empleado. Así las cosas, el futuro de una empresa depende entonces de las decisiones que tomen sus gerentes para responder a las condiciones del mercado y de la competencia (Piontkewicz *et al.*, 2016).

Metodología

El modelo para la toma de decisiones se desarrolló mediante tres fases: la primera consistió en un análisis de datos históricos de las ventas en el subsistema de servicios empresariales teniendo en cuenta dos periodos anuales. En la segunda fase se llevó a cabo la socialización y discusión de este análisis con un panel de expertos compuesto por cuatro gerentes de ventas de diferentes líneas de negocio

en Latinoamérica. Finalmente, en la tercera fase se unificó la información recolectada en los pasos uno y dos, para a continuación llevar a cabo pruebas sobre una plataforma web (figura 2).

El modelo se alimenta de los datos referentes a negocios activos en el tercer año los cuales se encuentran en una plataforma en la nube y brinda al tomador de decisiones tres escenarios estimados para el cierre del periodo, estos son:

- Peor de los casos: en este escenario se encuentran los negocios de más alta probabilidad de cierre.
- Más probable: en este escenario se tienen en cuenta los negocios del primer escenario y los negocios con una probabilidad media.
- Mejor de los casos: este es el escenario optimista y se tienen en cuenta los dos primeros escenarios y los negocios de baja probabilidad.

En el mundo de ventas la persona encargada debe llevar a cabo seguimiento sobre los negocios

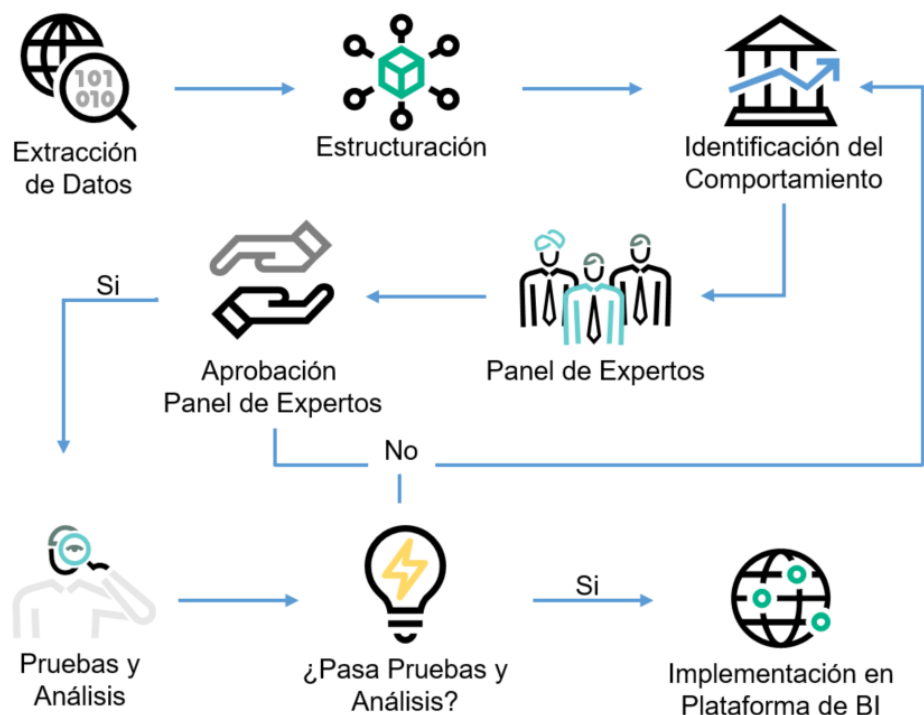


Figura 2. Metodología utilizada.

Fuente: elaboración propia de los autores.

que se presentan con diferentes clientes teniendo en cuenta parámetros para así determinar con facilidad el avance de cada negocio (Agnihotri *et al.*, 2017). Dichos parámetros están representados por los criterios y las etapas del ciclo de ventas. Los criterios hacen referencia al estado del negocio basado en las interacciones con el cliente y los riesgos tanto internos como externos. Estos criterios los define el vendedor según su experiencia con cada tipo de cliente o por el tipo de solución que se esté ofreciendo; además, son de alto impacto pues según como se clasifiquen se tienen o no en cuenta los negocios. Para el pronóstico se categorizaron cinco criterios, los cuales son:

- *Pipeline*: es el criterio inicial cuando se crea el negocio, en el cual hasta el momento se están haciendo la validación de datos y el tipo de negocio que se va a desarrollar; estos negocios se encuentran por fuera del pronóstico del periodo evaluado.
- *Upside*: son negocios con algún avance, que no tienen garantía de cerrarse en el periodo en curso, pero que podrían darse si sale todo según lo planeado; estos negocios se encuentran por fuera del pronóstico del periodo evaluado.
- *Commit*: estos negocios se encuentran en su etapa final y se cerraran en el periodo en curso, por lo cual se encuentran en el pronóstico del periodo evaluado.
- *Won*: son negocios de los cuales ya se recibió orden de compra por parte del cliente, por lo cual se encuentran en el pronóstico del periodo evaluado.
- *Omitted*: técnicamente este no es un criterio, pero es la forma de identificar los negocios que se perdieron por alguna razón.

En cuanto a las etapas del ciclo de ventas, estas permiten definir el estado de un negocio en un determinado periodo o momento. Dependen de la interacción entre el cliente y el vendedor con su equipo de soporte. Este proceso se representa por un embudo, pues conforme avanza se van

decantando los clientes que tienen real interés y recursos para hacer la compra. Las etapas definidas incluyen:

- Entendimiento del cliente: en esta etapa se busca entender las necesidades del cliente.
- Validación del negocio: en esta etapa se valida que se tiene la solución a las necesidades del cliente.
- Calificación del negocio: en esta etapa se determina la posible o posibles soluciones para satisfacer las necesidades del cliente.
- Desarrollo de la solución: en esta etapa el equipo de soporte de ventas desarrolla una solución acorde a las necesidades del cliente.
- Presentación de la solución: en esta etapa se presenta de manera formal la solución propuesta para que el cliente apruebe o pida cambios sobre esta.
- Negociación y cierre: en esta etapa se lleva a cabo la negociación final para fijar los términos económicos y legales.
- Ganado en desarrollo y entrega: en esta etapa se realiza la entrega y el desarrollo de la solución.

Por la sensibilidad de los datos y el comportamiento único de la información, se tomó como pronóstico la combinación de escenarios generados por la interacción entre los criterios y las etapas del ciclo de ventas, método que se comparó frente a la información histórica obtenida en el tercer año.

Resultados

Tras obtener la interacción óptima entre los criterios y las etapas del ciclo de ventas, se generó un modelo el cual se sometió a pruebas, en el cual se alimentó con datos correspondientes a las ventas durante dos periodos anuales y se comparó contra datos de pronóstico reales trimestrales en ese mismo periodo.

En la tabla 1 se muestran los resultados mensuales de cada escenario frente al cierre real de cada periodo. Las diferencias porcentuales del

escenario *esperado* frente al cierre real son mayores al 15 %, en apenas 5 meses; esto se debió a calidad de la información, pues en ocasiones los vendedores no reportan el valor real de los negocios sino hasta su cierre o por una mala evaluación de este frente al negocio.

El modelo se desarrolló de tal forma que el escenario *esperado* brinde un pronóstico estimado para el periodo en evaluación y los escenarios *peor de los casos* y *mejor de los casos* sirvan de límites inferior y superior, respectivamente. La robustez del modelo está respaldada por la fuente de la información que lo alimenta.

A continuación, se planteó una prueba de hipótesis de diferencia de medias para los datos obtenidos con el modelo para toma de decisiones, contra los datos reales para los años 1 y 2. Se definió un *alpha* de 0,05 para determinar si se acepta o no que los datos reales tienen diferencia con los datos calculados para el escenario *esperado*.

$$H0: \mu_{real} = \mu_{calculado}$$

$$H1: \mu_{real} \neq \mu_{calculado}$$

Se realizó Anova de un solo factor, con la cual se obtienen los siguientes resultados:

$$F = 1,067$$

$$P - Value = 0,307$$

$$F. Crit = 4,052$$

Observamos que el *p-Value* es de 0,307, mayor que el *alpha* de 0,05; por lo tanto, se acepta H_0 , lo cual nos indica que existe suficiente evidencia estadística para aceptar que la media de los datos reales es igual a la media de los datos calculados. Así las cosas, podemos concluir que el modelo de pronóstico es aplicable.

Tabla 1. Resultados modelo toma de decisiones, años 1 y 2.

Año	Periodo	Mes	Peor de los casos (%)	E esperado (%)	Mejor de los casos (%)
1	Q1	M1	-36	-3	29
		M2	-33	-6	12
		M3	-11	5	7
	Q2	M1	-16	12	45
		M2	-34	-6	19
		M3	9	32	33
	Q3	M1	-26	2	29
		M2	-37	-5	18
		M3	-20	0	2
	Q4	M1	-13	20	63
		M2	-30	3	35
		M3	-18	4	7
2	Q1	M1	-28	1	29
		M2	-32	-12	10
		M3	-21	-8	-5
	Q2	M1	-34	-6	21
		M2	-42	-15	8
		M3	-26	0	1
	Q3	M1	-40	-14	-4
		M2	-56	-9	10
		M3	-59	-32	-31
	Q4	M1	-38	-11	8
		M2	-46	-18	14
		M3	-24	-4	-2

Fuente: elaboración propia de los autores.

Tabla 2. Calculado vs. resultados 2018 (%).

Período	Mes	Peor de los casos (%)	Esperado (%)	Mejor de los casos (%)
Q1	1	-63	-10	2
	2	-59	-40	7
	3	-16	-2	0
Q2	1	-31	16	27
	2	-20	0	30
	3	-2	7	9
Q3	1	-49	-16	35
	2	-29	-12	15
	3	-13	-4	-3
Q4	1	-15	4	7
	2	-18	-5	10
	3	-12	-6	6

Fuente: elaboración propia de los autores.

También se evaluaron los resultados obtenidos en el escenario *esperado* con la información del año 3 (tabla 2), mediante una prueba de hipótesis de diferencia de medias con un α de 0,05 para determinar si se acepta o no que los datos reales tienen diferencia con los datos calculados para dicho escenario.

$$H_0: \mu_{real} = \mu_{calculado}$$

$$H_1: \mu_{real} \neq \mu_{calculado}$$

Se realiza Anova de un solo factor con la cual se obtienen los siguientes resultados:

$$F = 1,833$$

$$P - Value = 0,195$$

$$F. Crit = 4,494$$

Observamos que el p -Value es de 0,195 mayor que el α de 0,05; por lo tanto, se acepta H_0 , lo cual nos indica que existe suficiente evidencia estadística para aceptar que la media de los datos reales es igual a la media de los datos calculados. Por lo anterior, podemos concluir que el modelo de pronóstico es aplicable. Adicionalmente, se evidencia en la tabla 2 que los escenarios *peor de los casos* y *mejor de los casos* muestran resultados por encima y por debajo, respectivamente, del

número oficial de cierre para cada periodo; por lo que se mantiene la similitud a líneas de control en las cuales se busca que el resultado final no esté por fuera de estas.

Conclusiones

El uso de herramientas de inteligencia de negocios en combinación con un modelo para la toma de decisiones brinda a las empresas ventajas competitivas, tales como el tiempo de obtención y la precisión de la información. Durante la investigación se evidenció una mejora con respecto al método utilizado normalmente. Antes, para la realización del pronóstico, se usaba Microsoft Excel, seleccionando de forma manual los negocios que suministraban la información para el pronóstico del periodo y esto podía tomar alrededor de seis horas.

Al aplicar, mediante el uso de Microsoft Power BI, un modelo para la toma de decisiones relacionadas con las ventas (que se alimenta directamente de la plataforma) se generan opciones precisas, de forma automática, para el pronóstico del periodo que corresponda. La principal ventaja en el uso de esta herramienta es el tiempo en el cual se obtiene la información, pues este se estima en apenas seis a diez minutos, dependiendo de la conexión de internet del usuario.

Este modelo tiene una limitación importante: la calidad y la veracidad de la información cargada en la plataforma de ventas dependen de los vendedores, ya que ellos son encargados de subirla y actualizarla. Para contribuir a mitigar información ruidosa en el modelo se llevan cabo campañas de limpieza que aporten a mejorar la calidad.

Cabe aclarar que, durante la investigación, el modelo para la toma de decisiones no discriminó las líneas de negocio, por lo cual es posible encontrar diferentes tendencias dependiendo de la solución ofrecida. Tampoco se hizo una clasificación por clientes, teniendo en cuenta que hay clientes grandes, medianos y pequeños, los cuales tienen diferentes comportamientos en sus hábitos de compras.

Este artículo aporta al conocimiento al evidenciar una aplicación práctica y económica para pronosticar las ventas en una empresa del sector tecnológico sin recurrir a soluciones demasiado robustas o fuera del alcance. También permite ver cómo grandes empresas multinacionales con muchas fortalezas se enfrentan a este tipo de retos diariamente descuidando o desconociendo soluciones prácticas y eficientes.

Referencias

- Agnihotri, R., Trainor, K. J., Itani, O. S., Rodríguez, M. (2017). Examining the role of sales-based CRM technology and social media use on post-sale service behaviors in India. *Journal of Business Research*, 81, 144-154. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2017.08.021>
- Ahmad, M. S. (2012). Impact of Organizational Culture on Performance Management Practices in Pakistan. *Business Intelligence Journal*, 5(1), 50-55.
- Ahumada Tello, V. E., Perusquia, J. M. A. (2016). Inteligencia de negocios: estrategia para el desarrollo de competitividad en empresas de base tecnológica. *Contaduría y Administración*, 61(1), 127-158. <https://doi.org/10.1016/j.cya.2015.09.006>
- Dalla, I., Goetz, O., Michel, J. (2018). Implementation effects in the relationship between CRM and its performance. *Journal of Business Research*, 89, 391-403. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2018.02.004>
- Del, M., Giannone, D., Giannoni, M. P., Tambalotti, A. (2019). Global trends in interest rates. *Journal of International Economics*, 118, 248-262. <https://doi.org/10.1016/j.jinteco.2019.01.010>
- Djatna, T., Munichputranto, F. (2015). An analysis and design of mobile business intelligence system for productivity measurement and evaluation in tire curing production line. *Procedia Manufacturing*, 4, 438-444. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2015.11.060>
- Gartner INC. (2019). The 2019 Analytics and BI Magic Quadrant Highlights.
- Hou, C. K. (2012). Examining the effect of user satisfaction on system usage and individual performance with business intelligence systems: An empirical study of Taiwan's electronics industry. *International Journal of Information Management*, 32(6), 560-573. <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2012.03.001>
- Kim, A., Khon, N., Aidosova, Z. (2016). Emotional intelligence of a coach as a factor of coach-student interaction. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 236, 265-270. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.12.026>
- Microsoft (2019). Power BI | Herramientas de BI para la visualización de datos interactivos.
- Piontkewicz, R., Freitas, M. D. C. D., Kenczinski, A., Martin, C. D. S. (2016). Management of intellectual capital in a system of management accounting information. *6th International Conference on Computers Communications and Control, ICCCC 2016*, 180-187. <https://doi.org/10.1109/ICCC.2016.7496758>
- Pozzaab, I., Goetz, O., Sahutd, J. M. (2018). Implementation effects in the relationship between CRM and its performance. *Journal of Business Research*, 89, 391-403. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2018.02.004>

Qlik (2019). QlikView-Visual Intelligence.

Safadi, M., Ma, J., Wickramasuriya, R., Daly, D., Perez, P., Kokogiannakisb, G. (2017). Mapping for the future : Business intelligence tool to map regional housing stock. *Procedia Engineering*, 180, 1684-1694. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.04.331>

Sharma, M., Singh, G., Singh, R. (2016). Design and analysis of stochastic DSS query optimizers in a distributed database system. *Egyptian Informatics Journal*, 17(2), 161-173. <https://doi.org/10.1016/j.eij.2015.10.003>

Tableau (2019). Información | Tableau Software.

Vera-Baquero, A., Colomo-Palacios, R., Molloy, O. (2014). Towards a Process to Guide Big Data Based Decision Support Systems for Business Processes. *Procedia Technology*, 16(2212), 11-21. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2014.10.063>

Yao, Z., Eklund, T., Back, B. (2010). Using SOM-Ward Clustering and predictive analytics for conducting customer segmentation. *Proceedings-IEEE International Conference on Data Mining, ICDM*, 639-646. <https://doi.org/10.1109/ICDMW.2010.121>



T-overlap T-migrative Functions: A Generalization of Migrativity in t-Overlap Functions

Funciones t-migrativas t-overlap: una generalización de migratividad en funciones t-overlap

Funções T-sobrepostas T-sobrepostas: uma generalização da migração para funções T-sobrepostas

Hugo Alain Zapata-Ceballos¹

Humberto Bustince ² Graçaliz Pereira Dimuro ³

Received: November 2019

Accepted: April 2020

How to cite: Zapata-Ceballos, H., Bustince, H., Dimuro, G.P. (2020). T-overlap T-migrative Functions: a generalization of migrativity in t-overlap functions. *Revista Científica*, 38(2).

<https://doi.org/10.14483/23448350.15601>

Abstract

This paper introduces a generalization of migrative functions by extending the conditions of the product operation applied in the variables. We operate a number with the variables according to a t-norm instead of multiplying the variable x by this number. Such generalization, whenever it occurs, is called a t-migrative function with respect to such t-norm. Furthermore, we analyse the main properties of t-migrative and t-overlap functions. We introduce some interesting methods of construction of such functions.

Keywords: Migrative function, overlap function, t-norm.

Resumen

Este artículo introduce una generalización de funciones migrativas por extensión de la condición de la operación producto aplicada en las variables. Más específicamente, en lugar de exigir multiplicar la variable x por un número real α , en este trabajo se trabaja este número α con las variables de acuerdo a una t-norma. Se denomina a esta generalización función t-migrativa con respecto a tal t-norma. Luego se analizan las propiedades principales de funciones t-migrativas en funciones t-overlap y se introducen algunos métodos de construcción de este tipo de funciones.

Palabras clave: función migrativa, función overlap, normas triangulares.

¹Fundación universitaria Los Libertadores, Universidad de Sucre. Colombia. hazapatac@libertadores.edu.co
hugo.zapata@unisucra.edu.co

²Universidad Pública de Navarra. España. bustince@navarra.es

³Universidade Federal do Rio Grande, FURG, Brasil. gracaliz@furg.br

Resumo

Este artigo apresenta uma generalização das funções migratórias estendendo as condições da operação do produto aplicada nas variáveis. Mais especificamente, em vez de exigir a multiplicação da variável x por um número real α , neste trabalho operamos esse α número com as variáveis de acordo com a norma t . Chamamos essa generalização de uma função t -migrative em relação a essa norma t . Em seguida se analisa as principais propriedades das funções t -sobreposição migratórias e introduzimos alguns métodos de construção.

Palavras-chaves: função migratória, função de sobreposição, norma t .

Introduction

The purpose of this paper is to generalize the notion of migrative functions by relaxing one of the conditions of product operators applied in the variables. The notion of migrative function was introduced and studied in (Bustince, Montero and Mesiar, 2009). We follow a different approach. Rather than multiplying the variables of the function by a real number a , we operate this number with a t -norm. We allow it some kind of threshold, defined in terms of a t -norm T . We call such generalization a t -migrative function with respect to T and here after, we apply the migrativity to t -overlap functions. We observed that, this simple generalization allows us to state several interesting properties, which can be applied in fuzzy rule-based system to eliminated bad rules when computing the compatibility degree. Section 1 presents some preliminary concepts. In Section 2, we propose some method of construction of such function. We also study the main properties of the generalized functions.

1. Preliminaries

1.1. Triangular Norms

One of the basic concepts of the fuzzy theory is triangular norms or t -norms. In this paper, these functions are frequently used. We begin with the basic definition of t -norms.

Definition 1 (See Bustince, Burillo, and Soria (2003)) A triangular norm or t -norm is an aggregation function

$T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ such that:

$$(i) \quad T(x, 1) = x \text{ for all } x \in [0, 1],$$

$$(ii) \quad T(x, y) \leq T(z, u) \text{ if } x \leq z \text{ and } y \leq u,$$

$$(iii) \quad T(x, y) = T(y, x) \text{ for all } x, y \in [0, 1],$$

$$(iv) \quad T(T(x, y), z) = T(x, T(y, z)) \text{ for all } x, y, z \in [0, 1].$$

We then present some examples of t -norms which are of great interest.

Example 1 The function $T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, defined by $T(x, y) = \min\{x, y\}$ is a t -norm.

Definition 2 A t -norm function is strict if it is strictly increasing for its two variables, that is to say if $x_1 < x_2$ and $y \neq 0$ then $T(x_1, y) < T(x_2, y)$.

Definition 3 A t -norm function is positive if $T(x, y) = 0$ iff $xy = 0$.

1.2. Migrativity

The concept of α -migrativity was introduced by Durante and Sarkoci (2008). A bivariate operation's class having a property previously presented by Mesiar and Novak (1996) which was later studied by Fodor and Rudas (2007).

Definition 4 (Durante and Sarkoci 2008) Let $\alpha \in [0, 1]$ be fixed. A bivariate operation $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is α -migrative if $G(\alpha x, y) = G(x, \alpha y)$, for all $x, y \in [0, 1]$.

From the definition above, we can easily observed that all function $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is 1-migrative, as $G(x, y) = G(1 \cdot x, y) = G(x, 1 \cdot y)$. This definition is referred to as a predetermined α . We generalized the concept of α -migrativity the next form,

Definition 5 (See Bustince, Montero and Mesiar (2009)) A function $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is called migrative if and only if $G(\alpha x, y) = G(x, \alpha y)$ for all $x, y \in [0, 1]$ and for all $\alpha \in [0, 1]$.

Example 2 The function $h : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, defined by $h(x, y) = xy$, is migrative.

Example 3 La function $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$, defined by $G(x, y) = \frac{x+y}{2}$, shows that

$$\begin{aligned} G(1 \cdot x, y) &= \frac{1 \cdot x + y}{2} \\ &= \frac{x + 1 \cdot y}{2} \\ &= G(x, 1 \cdot y) \end{aligned}$$

thus G is a 1-migrative function, but if you take $\alpha = \frac{1}{2}$, it shows that $G(\frac{1}{2}x, y) \neq G(x, \frac{1}{2}y)$. This is easy to see, in particular if it is done $x = 1$ and $y = \frac{1}{2}$.

The following lemma is the characterization of the main migrative functions.

Lemma 1 (Bustince, et al., 2010) A function

$$G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$$

is migrative if and only if $G(x, y) = G(1, xy)$, for all $x, y \in [0, 1]$.

From the lemma (Bandler and Kohout, 1980), we deduce the following corollary, in which a characterization of bivariate migrative function is seen as a function of a variable.

Corollary 1 (Bustince, et al., 2010) A function $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is migrative if and only if there exists a function $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ such that $G(x, y) = g(xy)$ for all $x, y \in [0, 1]$.

1.3. Overlap and T-Overlap Functions

In this section, we present the definition of overlap function as well as some of its properties. This type of functions constitutes one of the most important pillars in this work.

Definition 6 (Bustince, et al., 2010) A function $G_S : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is an overlap function, if it satisfies the following conditions:

- (G_S1) G_S is symmetrical,
- (G_S2) $G_S(x, y) = 0$ if and only if $xy = 0$,
- (G_S3) $G_S(x, y) = 1$ if and only if $xy = 1$,
- (G_S4) G_S is not decreasing,
- (G_S5) G_S is continuous.

Example 4 An example of an overlap function is the product function $h(x, y) = xy$, with $x, y \in [0, 1]$.

Example 5 The function $G(x, y) = \sin(\frac{\pi}{2}xy)$ is an overlap function.

Example 6 Other example of overlap function is $G(x, y) = \tan(\frac{\pi}{4}xy)$.

The concept of the generalization of the overlap function, is obtained by changing the condition (G_S2) given in (Alcala-Fdez, Alcala and Herrera, 2011). This property requires that given an overlap function G_S , then $G_S(x, y) = 0 \Leftrightarrow xy = 0$. In this generalization, the product operation is replaced by a t-norm $T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$.

Definition 7 Let $T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ be a t-norm. A function $G_T : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is said to be a t-overlap function with respect to T if the following conditions holds:

- (G_T1) $G_T(x, y) = G_T(y, x)$,
- (G_T2) $G_T(x, y) = 0 \Leftrightarrow T(x, y) = 0$,
- (G_T3) $G_T(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y = 1$,
- (G_T4) G_T is increasing,
- (G_T5) G_T is continuous.

2. T-Migrativity

We then present a generalization of the migrativity concept where the multiplication operation is replaced by a t-norm.

Definition 8 A two-dimensional G function is said to be t-migrative with respect to a t-norm T if for all $\alpha \in [0, 1]$ we have that $G(x, T(\alpha, y)) = G(T(x, \alpha), y)$ for all $x, y \in [0, 1]$.

Traditionally, a migrativity property is given for the particular case in which $\alpha = 0$.

Proposition 1 A function $G : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ is 0-t-migrative if and only if $G(x, 0) = G(0, y)$

Proof 1 If G is 0-t-migrative then $G(x, 0) = G(x, T(0, y)) = G(T(x, 0), y) = G(0, y)$. If $G(x, 0) = G(0, y)$ then as for all t-norm $T(0, x) = 0$ then $G(x, T(0, y)) = G(T(x, 0), y)$.

The following theorem broadly generalizes theorem 1

Theorem 1 A function $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is t-migrative with respect to a t-norm T if and only if there exists a function $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ such that $G(x, y) = g(T(x, y))$.

Proof 2 Let $G(x, y) = g(T(x, y))$, then

$$G(x, T(y, z)) = g(T(x, T(y, z))) = g(T(T(x, y), z)) = G(T(x, y), z).$$

If G is t-migrative with respect to a t-norm T , then

$$G(x, y) = G(T(x, 1), y) = G(1, T(x, y))$$

for all $x, y \in [0, 1]$, if $G(x, y) = G(u, v)$ then $G(1, T(x, y)) = G(1, T(u, v))$ where $T(x, y) = T(u, v)$ thus g is well defined

The next corollary is a generalization of corollary 1

Corollary 2 G is t -migrative with respect to a t -norm T if and only if

$$G(x, y) = G(1, T(x, y))$$

The following corollary shows an obvious consequence of t -migrativity.

Corollary 3 If G is t -migrative with respect to a t -norm T then G is symmetrical.

Proof 3 $G(x, y) = G(1, T(x, y)) = G(1, T(y, x)) = G(y, x)$.

Below is a list of some of the properties of t -migrative functions.

Theorem 2 Let $G : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ be a t -migrative function, then:

1. G is non-decreasing if and only if g is non-decreasing.
2. G is strictly increasing in $[0, 1]^2$ if and only if g and T are strictly increasing.
3. $G(1, 1) = 1$ if and only if $g(1) = 1$.
4. $G(0, 0) = 0$ if and only if $g(0) = 0$.
5. G is continuous if and only if g and T are continuous.

Proof 4 1. Suppose that G is a non-decreasing function. Let $x, y \in [0, 1]$ such that $x \leq y$, then $G(x, 1) \leq G(y, 1)$, thus $g(T(x, 1)) \leq g(T(y, 1))$, therefore $g(x) \leq g(y)$. Suppose that g is a non-decreasing function and $x, y \in [0, 1]$ such that $x \leq y$ then for all $z \in [0, 1]$ is true that $T(x, z) \leq T(y, z)$, therefore $g(T(x, z)) \leq g(T(y, z))$ thus $G(x, z) \leq G(y, z)$.

2. Analogous.
3. $G(1, 1) \Leftrightarrow g(T(1, 1)) = 1 \Leftrightarrow g(1) = 1$
4. $G(0, 0) \Leftrightarrow g(T(0, 0)) = 0 \Leftrightarrow g(0) = 0$
5. G is continuous if and only if g and T are continuous.

One of the most important aspects of this work is the generalization of the migratives of overlap functions. One of the results of this generalization is shown.

Theorem 3 If G_T is a t -overlap function with respect to the continuous t -norm T , then

$$G(x, y) = G_T(1, T(x, y))$$

is a t -overlap t -migrative function with respect to T .

Proof 5 1. Evidently G is Symmetrical.

2. $G(x, y) = 0 \Leftrightarrow G_T(1, T(x, y)) = 0 \Leftrightarrow T(x, y) = 0$.
3. $G(x, y) = 1 \Leftrightarrow G_T(1, T(x, y)) = 1 \Leftrightarrow T(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y = 1$.
4. G is continuous.
5. G is no decreasing.

$$G(T(x, y), z) = G_T(1, T(T(x, y), z)) = G_T(1, T(x, T(y, z))) = G(x, T(y, z)).$$

The following theorem shows that the convex sum of t -overlap t -migrative functions with respect to a continuous t -norm is also t -overlap t -migrative function.

Theorem 4 If $\alpha_i \geq 0 \forall i = 1, 2, \dots, n$, $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$, G_i are overlap functions and T is a t -norm continuous, then

$$G(x, y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i G_i(1, T(x, y))$$

is t -overlap t -migrative function with respect to T .

Proof 6 1. G is symmetrical.

2. $G(x, y) = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i G_i(1, T(x, y)) = 0 \Leftrightarrow \alpha_i G_i(1, T(x, y)) = 0$. Given that $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ and $\alpha_i \geq 0 \forall i = 1, 2, \dots, n$ then exist $\alpha_k \neq 0$ thus if $\alpha_k G_k(1, T(x, y)) = 0$ then $G_k(1, T(x, y)) = 0 \Rightarrow T(x, y) = 0$. If $T(x, y) = 0$. then $G_i(1, T(x, y)) = 0$ for all $i = 1, 2, \dots, n$ thus $G(x, y) = 0$.
3. $G(x, y) = 1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i G_i(1, T(x, y)) = 1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i G_i(1, T(x, y)) = \sum_{i=1}^n \alpha_i$ thus $\sum_{i=1}^n \alpha_i (1 - G_i(1, T(x, y))) = 0$ then $\alpha_i (1 - G_i(1, T(x, y))) = 0$ for all $i = 1, 2, \dots, n$ since $\alpha_i \geq 0 \forall i = 1, 2, \dots, n$, and $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$, then exist $\alpha_k \neq 0$ thus if $\alpha_k (1 - G_k(1, T(x, y))) = 0$ then $1 - G_k(1, T(x, y)) = 0 \Rightarrow G_k(1, T(x, y)) = 1 \Rightarrow T(x, y) = 1 \Rightarrow x = y = 1$.
4. G is continuous.
5. G is non-decreasing.

Theorem 5 If T_1 and T_2 are continuous and G_T is a overlap function, then

$$G(x, y) = G_T(T_1(x, y), T_2(x, y))$$

is a t -overlap t -migrative function with respect to T_1 or T_2 .

Proof 7 1. G is symmetrical.

$$2. G(x, y) = 0 \Leftrightarrow G_T(T_1(x, y), T_2(x, y)) = 0 \Leftrightarrow T_1(x, y) = 0 \vee T_2(x, y) = 0.$$

$$3. G(x, y) = 1 \Leftrightarrow G_T(T_1(x, y), T_2(x, y)) = 1 \Leftrightarrow T_1(x, y) = 1 \wedge T_2(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y = 1.$$

4. G is continuous.

5. G is non-decreasing.

Corollary 4 If G is given as in the previous theorem and $T_1 = T_2$ then G is t -migrative.

Proof 8 $G(x, T(y, z)) = G_T(T_1(x, T(y, z)), T_2(x, T(y, z))) = G_T(T_1(T(x, y), z), T_2(T(x, y), z)) = G(T(x, y), z)$.

Corollary 5 If T is a t -norm and a strong negation n , then

$$G(x, y) = \frac{T(x, y)}{T(x, y) + nT(x, y)}$$

is a t -overlap t -migrative function with respect to T .

Theorem 6 If G_T is an overlap function and T is a continuous t -norm, then

$$G(x, y) = 2^{G(1, T(x, y))} - 1$$

is a t -overlap t -migrative function.

Proof 9 1. G is symmetrical.

$$2. G(x, y) = 0 \Leftrightarrow 2^{G(1, T(x, y))} - 1 = 0 \Leftrightarrow 2^{G(1, T(x, y))} = 1 \Leftrightarrow G(1, T(x, y)) = 0 \Leftrightarrow T(x, y) = 0.$$

$$3. G(x, y) = 1 \Leftrightarrow 2^{G(1, T(x, y))} - 1 = 1 \Leftrightarrow 2^{G(1, T(x, y))} = 2 \Leftrightarrow G(1, T(x, y)) = 1 \Leftrightarrow T(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y = 1.$$

4. G is non-decreasing.

5. G is continuous.

Theorem 7 Let M be a continuous and increasing function such that $M(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ and $M(x) = 1 \Leftrightarrow x = 1$. If G_T is an overlap function and T is a continuous t -norm, then

$$G(x, y) = M(G_T(1, T(x, y)))$$

is a t -overlap t -migrative function.

Theorem 8 Let M be a n -dimensional function, non-decreasing, continuous such that $M(x_1, \dots, x_n) = 0 \Leftrightarrow x_i = 0$ for some $i \in 1, \dots, n$ y $M(x_1, \dots, x_n) = 1 \Leftrightarrow x_i = 1$ for some $i \in 1, \dots, n$. Then

$$G(x, y) = M(G_1, \dots, G_n)(1, T(x, y))$$

is a t -overlap t -migrative function if G_i is an overlap function for all $i \in 1, \dots, n$ and continuous t -norm T .

Proof 10 1. G is symmetrical

$$2. G(x, y) = 0 \Leftrightarrow M(G_1, \dots, G_n)(1, T(x, y)) = 0 \Leftrightarrow M(G_1(1, T(x, y)), \dots, G_n(1, T(x, y))) = 0 \Leftrightarrow \exists k \in 1, \dots, n \text{ such that } G_k(1, T(x, y)) = 0 \Leftrightarrow T(x, y) = 0.$$

$$3. G(x, y) = 1 \Leftrightarrow M(G_1, \dots, G_n)(1, T(x, y)) = 1 \Leftrightarrow M(G_1(1, T(x, y)), \dots, G_n(1, T(x, y))) = 1 \Leftrightarrow \exists k \in 1, \dots, n \text{ such that } G_k(1, T(x, y)) = 1 \Leftrightarrow T(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y = 1.$$

4. G is non-decreasing.

5. G is continuous.

Theorem 9 Let M be an n -dimensional and continuous function, such that $M(x_1, \dots, x_n) = 0 \Leftrightarrow x_i = 0$ for some $i \in \{1, \dots, n\}$ y $M(x_1, \dots, x_n) = 1 \Leftrightarrow x_i = 1$ for some $i \in \{1, \dots, n\}$. Then

$$G(x, y) = M(G_1(1, T_1(x, y)), \dots, G_n(1, T_n(x, y)))$$

is a t -overlap function with respect to some t -norm T_k where T_i are continuous t -norms and G_i are overlap functions.

Theorem 10 A function $G_S : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ is an overlap t -migrative function if and only if $G_S(x, y) = g(T(x, y))$ for all $x, y \in [0, 1]$ holds for some non-decreasing function $g : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ such that $g(0) = 0$ y $g(1) = 1$.

Proof 11 Let G_S be an overlap t -migrative function, then there exists a non-decreasing function g such that $G_S(x, y) = g(T(x, y))$. Now $g(0) = g(T(0, 0)) = G_S(0, 0) = 0$. Besides $g(1) = g(T(1, 1)) = G_S(1, 1) = 1$. If $G_S(x, y) = g(T(x, y))$ then $G_S(x, T(y, z)) = G_S(T(x, T(y, z))) = g(T(T(x, y), z)) = G_S(T(x, y), z)$.

Theorem 11 If T is a continuous t -norm and n is a strong negation then $G(x, y) = \frac{T(x, y)}{T(x, y) + nT(x, y)}$ is a t -overlap t -migrative function with respect to T .

Proof 12 By corollary it can be said that G is a t -overlap function with respect to the t -norm T . On the other hand, $G(x, T(y, z)) = \frac{T(x, T(y, z))}{T(x, T(y, z)) + nT(x, T(y, z))} = \frac{T(T(x, y), z)}{T(T(x, y), z) + nT(T(x, y), z)} = G(T(T(x, y), z)) = G(T(x, y), z)$.

Theorem 12 Let G_1, \dots, G_n be t -migrative overlap functions with respect to T . If $\omega_1, \dots, \omega_n$ are not negative real numbers such that $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ then

$$G(x, y) = \sum_{i=1}^n \omega_i G_i(x, y)$$

is a t -migrative overlap function with respect the t -norm T .

Proposition 2 If G_T is a t -overlap function with respect to t -norm T , then G_T is t -migrative with respect to T .

3. Conclusions

In this article we present a generalization of the concept of migrativity applied to overlap function, this generalization expands and allow the migrativity and the applications of the overlap functions on the topics about artificial intelligence and we present how we can generate new migrative functions.

References

Alcala-Fdez, J., Alcala, R., Herrera, F. (2011). A fuzzy association rule-based classification model for high-dimensional problems with genetic rule selection and lateral tuning. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 19(5), 857-872. <https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2011.2147794>

Bandler, W., Kohout, L. (1980). Fuzzy power sets and fuzzy implication operators. *Fuzzy Sets and Systems*, 4(1), 13-30. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(80\)90060-3](https://doi.org/10.1016/0165-0114(80)90060-3)

Bustince, H., Fernandez, J., Mesiar, R., Montero, J., Orduna, R. (2010). Overlap functions. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 72(3-4), 1488- 1499. <https://doi.org/10.1016/j.na.2009.08.033>

Bustince, H., Montero, J., Mesiar, R. (2009). Migrativity of aggregation functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 160(6), 766-777. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2008.09.018>

Durante, F., Sarkoci, P. (2008). A note on the convex combinations of triangular norms. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(1), 77-80. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2007.07.005>

Fodor, J., Rudas, I. J. (2007). On continuous triangular norms that are migrative. *Fuzzy Sets and Systems*, 158(15), 1692-1697. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2007.02.020>

Grabisch, M., Marichal, J. L., Mesiar, R., Pap, E. (2009). Aggregation Functions. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*, Cambridge University, New York. <https://doi.org/10.1017/CB09781139644150>



Educación Científica, Reflexiones y Propuestas desde los Feminismos

Scientific Education, reflections, and proposals from feminisms

Educação científica, reflexões e propostas de feminismos

Johanna Patricia Camacho-González¹

Recibido: septiembre 2019

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Camacho-González, J.P. (2020). Educación Científica, Reflexiones y Propuestas desde los Feminismos. *Revista Científica*, 38(2), 190-200. <https://doi.org/10.14483/23448350.15824>

Resumen

Este artículo presenta algunas reflexiones y propuestas desde los feminismos para la investigación en el área de la didáctica de las ciencias. Se trata de una discusión sobre los principales aportes de los estudios de género que pueden contribuir favorablemente a la discusión y coyunturas actuales en relación con el rol de los sujetos en la educación científica con el propósito de avanzar hacia sociedades que superan la inequidad y avanzan hacia la justicia social. En primer lugar, se presentan vínculos entre la investigación de los estudios de géneros y la didáctica de las ciencias en los últimos años. Posteriormente, la discusión se focaliza en tres estratégicos que permiten articular y orientar la discusión actual en relación con una educación científica con perspectiva de género. Finalmente, se señalan algunas reflexiones finales con el ánimo de generar nuevas propuestas y proyecciones futuras.

Palabras clave: Género, Educación Científica, Feminismos, Enseñanza y aprendizaje de las Ciencias.

Abstract

This article presents some reflections and proposals from feminisms for research in the area of science education. This is a discussion about the main contributions of gender studies that can contribute favorably to the current discussion and situations in relation to the role of subjects in scientific education with the purpose of moving towards societies that overcome inequality and move towards social justice. First, there are links between the research of gender studies and the teaching of science in recent years. Subsequently, the discussion focuses on three strategies that allow articulating and guiding the current discussion in relation to a scientific education with a gender perspective. Finally, some reflections are pointed out with the aim of generating new proposals and future projections.

Keywords: Gender, Scientific Education, Feminisms, Teaching and learning of Science.

1. Universidad de Chile. Santiago de Chile, Región Metropolitana. Chile. jpcamach@gmail.com

Resumo

Este artigo apresenta algumas reflexões e propostas de feminismos para pesquisas na área de ensino de ciências. Trata-se de uma discussão sobre as principais contribuições dos estudos de gênero que podem contribuir favoravelmente para a discussão e as situações atuais em relação ao papel dos sujeitos na educação científica, com o objetivo de avançar em sociedades que superam as desigualdades e avançam em direção à justiça social. Primeiro, há ligações entre a pesquisa de estudos de gênero e o ensino de ciências nos últimos anos. Posteriormente, a discussão enfoca três estratégias que permite articular e orientar a discussão atual em relação a uma educação científica com perspectiva de gênero. Finalmente, algumas reflexões finais são apontadas com o objetivo de gerar novas propostas e projeções futuras.

Palavras-chaves: Gênero, Educação Científica, Feminismos, Ensino e aprendizagem de ciências.

Introducción

El movimiento nacional feminista desarrollado por las estudiantes universitarias en Chile durante el año 2018 impulsó nuevos temas en relación a la visión patriarcal en la construcción de conocimiento y el sexismo en las prácticas cotidianas. Esta situación vivida intensamente durante los meses de movilización nacional, proponen grandes desafíos para la educación, puesto que exigen repensar la naturaleza del conocimiento, las prácticas pedagógicas, el currículo oculto, las representaciones sociales que tenemos como herencias culturales, entre otros aspectos, a fin de lograr una educación de calidad.

En este contexto resulta bastante relevante re-mirar la educación en general y la educación científica en particular como campos de reproducción del sistema que ha tomado como punto de partida una visión de ciencia tradicional y androcéntrica, que ha invisibilizado la producción científica femenina, ha limitado la participación de las mujeres en la actividad científica y ha reproducido estereotipos de género a través de las prácticas pedagógicas, lo que supone importantes

consecuencias en la vida de los niños, las niñas y jóvenes que no encuentran en la educación científica una oportunidad para comprender, tomar decisiones y transformar su vida.

El propósito de este artículo, es contribuir al debate sobre cómo los aportes desde los feminismos pueden enriquecer la educación científica, para transformar los procesos de enseñanza – aprendizaje en el contexto escolar en oportunidades que contribuyan a la equidad y la justicia social.

Feminismos y educación científica

El aporte de los movimientos feministas, se orientan hacia la superación de la desigualdad de género, la opresión/dominación de las mujeres por los hombres y las diferencias sociales de manera más transversal en donde se incluye como preocupaciones la clase, raza, etnicidad, sexualidad, discapacidad, entre otras. Entendemos que hay un escenario amplio de escuelas de pensamiento, organizaciones, colectivos y grupos que se agrupan en relación a focos específicos que cambian y se desarrollan según los tiempos y contextos y por tanto, es complejo asumir una única mirada del feminismo y por esto, consideramos la denominación *los feminismos*.

La investigación de los feminismos no se ha preocupado solo por comprender cómo y por qué se forma y perpetúan las desigualdades, también ha considerado cómo lograr cambios a través de la reflexión de la práctica del conocimiento (*praxis*) y en ese sentido la vinculación con la educación científica emerge relevando como punto central lo personal, *lo personal es político*, la dimensión subjetiva y experiencial, especialmente de las mujeres, las cuales se reconoce que son moldeadas por prácticas y estructuras de poder característicos de la ciencia, la educación y la escuela.

La relación ciencia, género y educación científica cuenta con gran trayectoria investigativa (Meyer, 2010) a través de los estudios sociales de la ciencia, los estudios de género y los estudios en educación / pedagogía a tal punto que desde hace

más de una década forman parte de las agendas internacionales estableciendo objetivos prioritarios y estratégicos en el desarrollo de la sociedad (ONU, 2000; UNESCO, 2009; Naciones Unidas, 2017). No obstante a este marco, dicha relación se ha considerado de manera paulatina como un área de investigación y formación, especialmente en Estados Unidos, España, Inglaterra, Noruega y Suecia (Camacho, 2013; Batista *et al.*, 2012; Gallego y Camacho, 2015). Las experiencias e investigación en América Latina aún son muy bajas con respecto a los demás países y la producción de artículos científicos al respecto es escasa en comparación con otras temáticas de la educación científica (Scantlebury, 2012).

Según la revisión realizada por Camacho (2013), la relación ciencia – género ha hecho parte de la agenda educativa en distintos niveles, atendiendo a la propuesta de Risman and Davis (2013) se puede decir que durante las décadas 80's y 90's se empiezan a manifestar declaraciones de la importancia que tiene la perspectiva de género para la educación científica, en particular para dar cuenta de las diferencias en los rendimientos escolares de chicos y chicas; al respecto, se propusieron iniciativas a nivel estructural y políticas públicas principalmente enfocadas hacia la equidad y acceso de las mujeres en la educación (Scantlebury and Baker, 2007; Scantlebury, 2012).

A finales del Siglo XX además se empezaron a desarrollar investigaciones que buscaban determinar algunos factores explicativos de esta situación y que son relacionados con el sistema escolar. Investigaciones sobre el profesorado, las actitudes científicas, motivaciones hacia las ciencias, análisis de los currículos, análisis de las expectativas, vocaciones científicas, cuyos resultados manifestaron la necesidad de proponer diferentes estrategias para reestructurar la educación científica desde la diversidad y multiculturalidad. A partir del año 2000, varias investigaciones estuvieron orientadas a levantar perspectivas teóricas que permitieran comprender esta relación, en particular sustentadas desde visiones epistemológicas

socioconstructivistas y feministas. En las investigaciones realizadas a partir del año 2010, se ha transitado más hacia un nivel simbólico, en relación al profesorado y se propone analizar con mayor énfasis sus creencias y además de la perspectiva de género, se tienen en cuenta otros aspectos socio-culturales como: raza, etnia, religión, sexualidad, nivel socio económico, los que se detallan a través de estudios de caso o con pequeños grupos.

A partir de las contribuciones de los feminismos es posible centrar la discusión en los siguientes tres puntos:

Re-significando la actividad científica y desenmarañando la tradición patriarcal

Históricamente se ha demostrado que existe una visión androcéntrica y tradicional de la actividad científica, que supone entender la ciencia como una actividad objetiva, racional, inductiva, neutra y analítica (Camacho, 2013; 2017; Fernández *et al.*, 1995; Longino, 1990; Lynch y Nowosnetz, 2009; Manassero y Vásquez, 2003), dominada por los hombres, en donde habitualmente se ha limitado e incluso invisibilizado la participación, la producción y el pensamiento de las mujeres (Schiebinger, 2004; Watts, 2007; Stadler, 2007; Buccheria *et al.*, 2011). Sandra Harding (1986), Donna Haraway (1985) y Evelyn Fox-Keller (1993) han cuestionado la naturaleza objetiva de la ciencia desde la perspectiva crítica feminista, ellas señalan que la hegemonía intelectual que existe es de orden masculina, una visión androcéntrica que tiene un trasfondo político cultural y conllevan a una

“imagen de ciencia distorsionada y empobrecida de la realidad que oculta las relaciones de poder y de posesión del orden simbólico masculino sobre las mujeres. Supone, además, la imposición de modelos únicos y arquetípicos de <<ser>>: un único modelo masculino y un único modelo femenino, enfrentados por oposición (González y Lomas, 2006, 223).

Es decir, que la ciencia como institución tradicionalmente sexista requiere un cuestionamiento interno como parte de su propia *praxis* que ofrezca una mirada crítica a sus particularidades, alejándose de una falsa neutralidad que ha caracterizado su contexto histórico y ha establecido una relación entre masculinidad y objetividad en su trabajo, aspecto que ha sido considerado en algunas publicaciones relevantes como el monográfico del día de la mujer de la Revista Nature (2013).

Analizar la actividad científica desde las miradas de los feminismos, supone comprender el género como una perspectiva transversal, una multiplicidad de intersecciones (culturales, demográficas, económicas, educativas, socioeconómicas, étnicas, políticas, raciales, sexuales, sociales) y no sólo una categoría biológica que define de manera homogénea dos grupos: hombres y mujeres (Exposito, 2012; Fausto Sterling, 2006); además de problematizar la propia naturaleza del conocimiento científico y sus mecanismos de producción, enseñanza, valoración y aplicación (Harding, 2012). Los aportes de la teoría crítica feminista de la ciencia permiten comprender la naturaleza de la ciencia de una manera dinámica, la relación de la actividad científica en contextos sociales, culturales y políticos, una visión holística, de heterogeneidad ontológica, de interacción mutua, aplicada a las necesidades, que resuelve problemas y de carácter explicativo, tal como lo señala la UNESCO (2009).

La perspectiva de género en la Educación Científica es más que la participación de las mujeres

Como señala Camacho (2018b), en Chile la educación científica desde sus orígenes hasta el día de hoy ha tensionado la perspectiva de género, tanto en la naturaleza de la ciencia y la tecnología que se enseña y aprende, como en los procesos de socialización que ocurren al interior del aula y de las instituciones. Esta tensión surge desde el momento en que se introduce el área científica

en la educación, la cual, según M. Isabel Orellana (2012), estuvo condicionada por el género, ella afirma que en 1860 el plan de estudio de la Escuela Normal Femenina excluía la geometría y la química, disciplinas exclusivas para los varones; mientras que a las mujeres se les enseñaba economía doméstica, costura, bordado y “labores de aguja”. Según esta misma autora, desde mediados del S. XIX las ciencias estuvieron presentes en los planes de estudio: en la educación primaria se enseñaba biología, botánica y zoología; y en la educación secundaria, se establecía con más fuerza la capacidad de observación, análisis y síntesis a través de la actividad experimental. Sin embargo, este último ciclo de profundización se reservaba para quienes querían seguir una carrera universitaria, que eran mayoritariamente hombres.

A fines del siglo XIX, a través del Decreto Amunátegui de 1877, se dio un gran impulso a la educación universitaria de las mujeres, especialmente para la emergente clase media. Fue así como a inicios del siglo XX, además de existir una red consolidada de liceos femeninos del Estado (que eran administrados de forma distinta que los liceos masculinos a través del Ministerio de Instrucción Pública) ya habían 17 mujeres con título universitario entre quienes figuraban dos abogadas, ocho profesoras de liceo, una farmacéutica y seis médicas cirujanas, entre ellas Eloísa Díaz Insunza, Ernestina Pérez Barahona y Eva Quezada Acharán, primeras con grado académico y título universitario de la Universidad de Chile y de Latinoamérica, quienes se ocuparon entre otros temas, por la salud pública femenina. A finales del siglo XX el número de mujeres universitarias alcanzaba a cuatrocientos veinte, siendo las profesoras y las farmacéuticas las más numerosas (Salas, 2016). Desde mediados del S. XX se han implementado varias iniciativas orientadas a aumentar la participación en los ámbitos científicos de las mujeres, de tal manera de lograr la alfabetización científica, la equidad de género y un mejor desarrollo científico y tecnológico. Estas iniciativas han ido desde la ampliación de la cobertura educativa para aumentar los

niveles de educación formal de la población (Guerrero, *et al.*, 2006), hasta fomentar políticas educativas orientadas a fortalecer el posicionamiento académico y el rol económico de las jóvenes en la educación terciaria y el sector productivo (Arcos, *et al.*, 2007).

Sí bien se ha incrementado la participación de las mujeres en todas las áreas, contamos con una mujer ex Presidenta de la República y cuatro Premios Nacionales en las áreas científicas son mujeres (una en ciencias exactas y tres en ciencias naturales), distintos estudios evidencian la deuda histórica que existe con las mujeres, en cuanto ellas han sido poco visibles en comparación a los hombres como referentes de los aspectos científicos, políticos, económicos, sociales y culturales, puesto que a pesar de estas iniciativas aún persisten brechas de género, Chile está en el lugar 63 – entre 144 naciones – del ranking del índice Global de Brecha de Género del Foro Económico Mundial (Global Gender Gap, 2017).

Según la encuesta CASEN (2015) la tasa neta de asistencia a la educación básica de hombres y mujeres es igual (91,1 %) y en la educación media es de 71,7 % para hombres y 75,6 % para mujeres. Este componente de género ha demostrado la dificultad que existe para el estudiantado chileno en general y para las chicas en particular, alcanzar los niveles de alfabetización científica esperados. Los resultados de PISA 2015 muestran puntajes promedios bajos respecto a los demás países OCDE (lugar 44 de 72) y además, indican que es el tercer país con mayor brecha negativa hacia las chicas tanto en los resultados de ciencias como en los de matemática (OCDE, 2016). Estos indicadores se pueden complementar además con la brecha que existe a favor de los hombres en los puntajes de la Prueba de Selección Universitaria (PSU) en las áreas de ciencias básicas, a pesar que las mujeres tienen mejor promedio las notas de enseñanza media (NEM) que los hombres (ellas 554 puntos, ellos 526 puntos, en el 2017) y por lo tanto, son gran parte de ellos (47,2 %) quienes ingresan a carreras de Tecnología (Ingenierías informática, electrónica y

electricidad) a diferencia de las mujeres que ingresan a estas carreras (9,1 %). En las áreas de ciencias básicas (biología, química, matemática, física, astronomía, estadística y geología) el ingreso es bajo con relación a otras carreras (2 %) y las diferencias entre el ingreso de hombres y mujeres, se da en términos específicos, los hombres ingresan más a las ciencias físicas y las mujeres superan el 50 % en las ciencias naturales.

Entonces, hombres y mujeres ingresan en la misma proporción al sistema educativo, en general el estudiantado chileno no alcanza los niveles esperados de alfabetización científica, en particular las chicas tienen menores resultados; las carreras de Tecnología son donde más ingresan estudiantes a nivel nacional, pero son las que tienen mayor desigualdad por sexo en la distribución de la matrícula y son masculinizadas, no solo en su composición sino además en su estructura (Cerón, 2018) y además, la matrícula en ciencias básicas es baja y mantiene estereotipos, en tanto que los chicos van a las carreras de ciencias físicas y las mujeres a las de ciencias naturales.

Con estos antecedentes se evidencia que el problema de la desigualdad en la educación científica no se resuelve con aumentar el acceso y la participación de las mujeres, por lo tanto, se propone evitar miradas reduccionistas de la perspectiva de género que la consideran como un factor o una variable definida por aspectos biológicos (sexo) y que junto con otras categorías sociales como variables permita explicar las brechas. En este sentido proponemos ampliar la mirada a una dimensión epistemológica y pedagógica, que permitan comprender la complejidad de los procesos educativos a través de niveles dinámicos y cambiantes que resignifican lo que es "femenino" y "masculino" como construcciones sociales.

Desafíos para una educación científica que promueva la equidad y la justicia social

Desde finales del siglo pasado y durante la primera década del Siglo XXI hay consenso general

en asumir que la ciencia ocupa un rol importante en el desarrollo sostenible de la sociedad. Por lo tanto, se considera que el conocimiento científico trasciende los aspectos cotidianos y hace parte de la cultura, es decir que la educación científica asume un objetivo social prioritario que aporta a la *inclusión y la equidad social* (Macedo y Katz-kowicz, 2005) en un sentido amplio, que abarca todos los niveles y modalidades del sistema escolar y que está orientada a que las personas sean capaces de usar el conocimiento científico con el fin de entender y ayudar a tomar decisiones sobre el mundo natural y los cambios realizados en él a través de la actividad humana (Harlen 2002), logrando la *alfabetización científica*.

La educación científica según los términos anteriores se relaciona de manera coherente con la perspectiva de género bajo un enfoque denominado *sensible o coeducativo*, que incluye propuestas a partir de la Teoría Crítica Feminista (Roser, 1990; Harding, 1996; Fox-Keller, 1993), ya que reconoce la formación integral de las personas y asume que las categorías asociadas a los sexos no son binarias, ni homogéneas en tanto incluyen elementos de la cultura y por lo tanto, no interpretan el mundo de la misma manera, así comprenden la ciencia como un conocimiento situado, todas las historias incluyendo historias científicas, son funciones de la política y la contextualización de la persona que realiza la investigación, es imposible tener una única verdad. Así, la o el estudiante se entiende como persona diversa que construye su identidad, la cual también es parcialmente definida y limitada por otros aspectos como la clase social, la raza, etnia, cultura, lenguaje entre otros.

Esto supone integrar explícitamente en la enseñanza – aprendizaje de ciencias en el contexto escolar, las dimensiones sociales, políticas y culturales de la actividad científica; la incorporación de otros sistemas de conocimiento; así como los diferentes puntos de vista que existen en las ciencias; materiales educativos que incluyan el desarrollo científico de minorías y otras culturas; visualizar

en la sala de clase que la actividad científica tiene una dimensión humana y que esto influye su desarrollo, además de promover las actividades en grupos mixtos con distintos intereses (Camacho, 2018b; Sinnes, 2006).

El rol del profesorado de ciencias es esencial para lograr una educación científica para la equidad y la justicia social, ya que se ha demostrado que a través del discurso y quehacer profesional de manera consciente o no, influye en los aprendizajes científicos (Catalán *et al.*, 2011; Cabezas, 2010; Scantlebury y Martin, 2010; Scantlebury y Baker, 2007), en la motivación y los intereses del estudiantado (Chiu, 2010; Uitto *et al.*, 2011), así como en la percepción que puede tener el estudiantado con respecto a la aplicabilidad de las ciencias en la vida cotidiana (Brickhouse *et al.*, 2000) y los estereotipos de género en el aula (Fernández *et al.*, 1995; Bianchini *et al.*, 2000; Izquierdo, García y Solsona, 2009; Bucheria *et al.*, 2011; Krapp y Prenzel, 2011). Según otras investigaciones, las/los docentes cumplen una función fundamental en los procesos de socialización en el aula (Barber y Mousher, 2007; Labudde *et al.*, 2000; Sernam, 2009; OCDE, 2012), por lo que se consideran un aspecto clave para mejorar la relación ciencia-género en la educación científica y por ello, se deben estudiar sus creencias y prácticas como aspectos fundamentales, para comprender el aula como un espacio socio cultural donde se construyen y discuten conocimientos escolares (OEI, 2008).

Según Chetcuti (2009) la/el docente es un sujeto que trae consigo al aula, una compleja red de experiencias, habilidades, conocimientos, perspectivas e intereses, incluida su propia experiencia, su identidad de género, así como sus expectativas frente a su estudiantado. Desde allí, se posiciona frente a las relaciones ciencia-género y establece modos de interacción y comunicación con sus estudiantes (Gray y Leith, 2004). Estas creencias se desarrollan a través de la socialización y hacen parte de una cultura heredada (Murphy y Whitelegg, 2006), que, según Duarte *et al.*, (2010) reflejan

lo que sucede en la sociedad y los estereotipos que existen acerca de la ciencia y el género.

Esta compleja configuración del profesorado como sujetos, no es condicionada por su sexo, no por ser mujer es necesariamente feminista, ya que se ha hecho énfasis en la *noción de sexo invariante*, en cuanto que sus creencias y prácticas están relacionadas con sus experiencias y su propia visión de lo qué es la ciencia, los propósitos de la educación y cómo configura a través de las experiencias personales, los procesos formativos y la práctica pedagógica su ejercicio docente y su reflexión sobre los propósitos de la enseñanza-aprendizaje de las ciencias en el contexto escolar.

Ahora bien, si prevalece una visión androcéntrica de la ciencia sustentada en la concepción más tradicional (objetiva, racional, inductiva, individual, neutral, experimental, analítica y competitiva) es altamente predecible que se proyecte una imagen estereotipada masculina en donde, los aspectos relacionados con el contexto valórico, social y cultural (heterogeneidad ontológica, interacción mutua, aplicabilidad a las necesidades, contextualización) y asociados con lo femenino son menos reconocidos, puesto que existe una barrera “objetiva” que no da cabida a la mirada de la ciencias desde los feminismos ya que supone implícitamente que la perspectiva de género no impacta la construcción de conocimiento porque la ciencia se sustenta en sí misma como un cúmulo de contenidos descontextualizados, ahistóricos, que no hacen parte de la cultura y que además pueden ser pasados en las clases “pasar la materia”.

Este *Modelo de Ciencia Neutral*, enmascara el patriarcado como igualdad entre hombres y mujeres al suponer que todos pueden construir el mismo conocimiento científico, siempre y cuando tenga el mismo rigor y objetividad y así se justifica que las mujeres/niñas deben esforzarse más porque históricamente han estado en una situación de desventaja; se omiten alusiones al sexo o roles de hombres y mujeres a través del currículo, los materiales y textos escolares (uso de lenguaje

genérico masculino; noción de cuerpo asexuado o binario, blanco y heterosexual; imágenes o fotografías mayoritariamente de hombres científicos); se generan interacciones diferenciadas que suponen más atención y mayor complejidad para quienes están más interesados o con quienes se puede desarrollar mejor el contenido (en general varones); se estereotipan los roles de los hombres y las mujeres (el hombre de ciencia, la esposa de un científico, las chicas son más ordenadas escriben los informes, los chicos son más concretos experimentan); los ejemplos cotidianos estereotipados y/o que responden a intereses concretos sesgados (la fuerza como noción física relacionada como característica de hombres; referencia amplia de la ciencia experimental –instrumentos, aparatos – que no se relacionan con el trabajo científico que realizan personas de manera grupal) y, se perpetúa una visión de ciencia en la escuela que además que no genera aprendizajes tampoco favorece la comprensión, la toma de decisiones y la transformación de la vida de los/las estudiantes y su entorno, es decir que la sala de clases de ciencias se convierte en un espacio de injusticia social (Iber, 2006).

Conclusiones

En ese sentido los feminismos y la investigación en didáctica de la ciencias relacionada, han generado algunas orientaciones para mostrar cómo la ciencia hace parte de la cultura y es una actividad socialmente construida y contextualizada y por tanto, la enseñanza – aprendizaje de las ciencias en el contexto escolar busca desarrollar y promover nuevas formas más equitativas e inclusivas a través de los enfoques pedagógicos, la formación del profesorado, el currículo y los materiales educativos.

Algunas propuestas concretas iniciales para transformar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las ciencias en la escuela, surgen con la necesidad de visibilizar las mujeres científicas, sus saberes y aportes a la ciencia en acuerdo

con Camacho (2015) y Álvarez, Ñuño y Solsona (2003), estas actividades pueden ser: a) elaboración de biografías de mujeres científicas – deseable que sean de Chile, vivas y activas – para que el estudiantado conozca modelos de personas de ciencias más cercanos y menos estereotipados; b) discusión del contexto socio-político y aspectos culturales para reflexionar acerca de cómo se construye el conocimiento científico –identificando obstáculos, errores, tensiones – para evitar la mirada triunfalista y exitista de la ciencia; c) incluir intencionadamente en las secuencias de enseñanza-aprendizaje textos o artículos con investigaciones, para dar a conocer los aportes de las mujeres, sus metodologías de trabajo y conclusiones; d) elaborar historietas acerca de las discusiones y los problemas que se desean resolver para construir explicaciones desde distintas miradas.

Esperamos que a partir del mayo feminista del 2018 se abran espacios de discusión, reflexión y formación que hasta el momento habían sido escasos en la formación inicial del profesorado de ciencias (Jara y Camacho, 2015), en un currículo nacional que en los últimos años ha intentado superar una visión tradicional de ciencia incluyendo aspectos históricos, sociales y culturales, pero que tímidamente propone estrategias concretas que asuma visiones sociocríticas y feministas de la actividad científica y, en un escenario nacional, que conoce la problemática y busca empoderar a las mujeres, pero que reclamará mecanismos de acción para iniciar cambios profundos.

Agradecimientos

Artículo Financiado por el Proyecto FONDECYT Regular 1201229

Referencias

- Álvarez, M., Ñuño, T., Solsona, N. (2003). *Las científicas y su historia en el aula*. Madrid, España: Síntesis Educación.
- Arcos, E., Figueroa, V., Miranda, C., Ramos, C. (2007). Estado del arte y fundamentos para la construcción de indicadores de género en educación. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 33(2), 121-130.
- Barber, M., Mourshed, M. (2007). *How the World's Best-Performing School Systems Come Out On Top*. www.mckinsey.com
- Batista, I. D. L., Torejani, A., Heerdt, B., Lucas, L. B., Ohira, M., Corrêa, M. L., ... Bastos, V. (2011). Gênero feminino e formação de professores na pesquisa em educação científica e matemática no Brasil. In *Segunda Conferencia Latinoamericana del International History, Philosophy and Science Teaching Group*.
- Bianchini, J.A., Cavazos, L.M., Helms, J.V. (2000). From professional lives to inclusive practice: science teacher and scientists' views of gender and ethnicity in science education. *Journal of Research In Science Teaching*, 37(5), 511-547. [https://doi.org/10.1002/1098-2736\(200008\)37:6%3C511::AID-TEA2%3E3.0.CO;2-3](https://doi.org/10.1002/1098-2736(200008)37:6%3C511::AID-TEA2%3E3.0.CO;2-3)
- Brickhouse, N.; Lowery, P., Schultz, K. (2000). What kind of girls does science? The construction of school science identities. *Journal of Research in Science Teaching*, 37(5), 441-458. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1098-2736\(200005\)37:5%3C441::AID-TEA4%3E3.0.CO;2-3](https://doi.org/10.1002/(SICI)1098-2736(200005)37:5%3C441::AID-TEA4%3E3.0.CO;2-3)
- Buccheri, G., Gürber, N. A., Brühwiler, C. (2011). The Impact of Gender on Interest in Science Topics and the Choice of Scientific and Technical Vocations. *International Journal of Science Education*, 33(1), 159–178. <https://doi.org/10.1080/09500693.2010.518643>
- Cabezas, V. (2010). Gender peer effects in school: Does the gender of school peer affect student achievement? (PhD. Thesis). Columbia University.
- Camacho, J. (2018a). Educación científica no sexista. Aportes desde la investigación en didáctica de las ciencias. *Nomadias*, (25), 101-120. <https://nomadias.uchile.cl/index.php/NO/article/view/51508>

- Camacho, J. (2018b). Percepción Social de la Ciencia y la Tecnología: una mirada desde la perspectiva de género. En: Garretón, M.A., Van den Eynde, A.M., Arancibia, M., Camacho, J., Molina, R.R. y Polino, C. *Ciudadanía, Ciencia y Tecnología*. Santiago, Chile. Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología (CONICYT), 208-258.
- Camacho, J. (2017). Identificación y caracterización de las creencias de docentes hombres y mujeres acerca de la relación ciencia – género en la educación científica. *Estudios Pedagógicos*, 43, 63-81. <https://doi.org/10.4067/S0718-07052017000300004>
- Camacho, J. (2015). Algunos aportes de las mujeres a la cristalografía. *Revista Educación en la Química*. 21(1), 32-41
- Camacho, J. (2013). Concepciones sobre ciencia y género en el profesorado de química: aproximaciones desde un estudio colectivo de casos. *Ciência y Educação*, 19(2013), 323-338. <https://doi.org/10.1590/S1516-73132013000200007>
- Catalán, M.A., García, R., Piedra, J., Vega, L. (2011). Diagnóstico de la cultura de género en educación: actitudes del profesorado hacia la igualdad. *Revista de Educación*, 355, 521-546.
- Chetcuti (2009). Identifying a gender – inclusive pedagogy from Maltese science teachers' personal practical knowledge. *International Journal of Science Education*, 31(1), 81-99. <https://doi.org/10.1080/09500690701647996>
- Chiu, M. S. (2010). Effects of science interest and environmental responsibility on science aspiration and achievement: gender differences and cultural supports. *Educational Research and Evaluation*, 16 (4), 345—370. <https://doi.org/10.1080/13803611.2010.527756>
- Duarte, C. (Coord). (2010). Representaciones sociales de Género, Generación e interculturalidad en textos escolares chilenos. *Informe Final*. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Sociales, Departamento de Sociología. http://www.textosescolares.cl/usuarios/tescolares/File/Informe%20Final%20Consolidado%204_01'10.pdf
- Einarsson, C., Granstrom, K. (2002) Gender-biased Interaction in the Classroom: the influence of gender and age in the relationship between teacher and pupil. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 46(2), 117-127. <https://doi.org/10.1080/00313830220142155>
- Expósito, C. (2012). ¿Qué es eso de la interseccionalidad? Aproximación al tratamiento de la diversidad desde la perspectiva de género en España. *Investigaciones Feministas*, 3, 203-222. https://doi.org/10.5209/rev_INFE.2012.v3.41146
- Fausto-Sterling, A. (2006) *Cuerpos sexuados. La política de género y la construcción de la sexualidad*. Barcelona: Melusina.
- Fernández, C., Porta, I., Rodríguez, M., Solsona, N., Tarín, R. (1995). *Una mirada no sexista a la clase de ciencias experimentales*. Barcelona: Institut de Ciénces de l'Educación.
- Fox-Keller, E. *Reflexiones sobre género y ciencia*. Valencia: Alfons el Magnànim. 1993
- Gallego, A.P., Camacho, J. (2015). Género, Ciencia e Ingeniería: Un problema sociocultural (Editorial). *Revista Científica*, 25(1), 5-6. <https://doi.org/10.14483/23448350.9650>
- González, A., Lomas, C. (Coords). (2006). *Mujer y educación. Educar para la igualdad, educar desde la diferencia*. Barcelona: Editorial Grao.
- Gray, C., Leith, H. (2004) Perpetuating Gender Stereotypes in the classroom: a teacher perspective. *Educational Studies*, 30(1), 3-17. <https://doi.org/10.1080/0305569032000159705>
- Guerrero, E., Provoste, P., Valdés, A. (2006). Acceso a la educación y socialización de Género en un contexto de reformas educativas. En: *Equidad de Género y Reformas Educativas* Santiago, Chile: Hexagrama, 99-150.
- Haraway, D. (2004). *Testigo_Modesto@Segundo_Milenio.hombrehembra@_Conoce _Oncoración@* Barcelona: UOC.
- Harding, S. (2012). ¿Una filosofía de la ciencia socialmente relevante? Argumentos en torno a la controversia sobre el Punto de vista feminista. En:

- Blazquez, N., Flores, F., Ríos, M. *Investigación Feminista. Epistemología, metodología y representaciones sociales*. Centro de Investigaciones Interdisciplinarias en Ciencias y Humanidades. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Harding, S. (1996). *Ciencia y feminismo*. Madrid. Ediciones Morata.
- Izquierdo, M., García, C., Solsona, N. (2009). *Géner i ensenyament de les ciénces: representacions i propostes*. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Jara, N., Camacho, J. (2015). Creencias sobre ciencia – género en la educación científica. Análisis de un estudio de caso en la formación inicial docente. *Revista Educação & Políticas em Debate*, 4(2), 344-361
- Krapp, A., Prenzel, M. (2011). Research on Interest in Science: Theories, methods, and findings. *International Journal of Science Education*, 33(1), 27–50. <https://doi.org/10.1080/09500693.2010.518645>
- Labudde, P., Herzog, W., Neuenschwander, M. P., Violi, E., Gerber, C. (2000). Girls and physics: Teaching and learning strategies tested by classroom intervention in grade 11. *International Journal of Science Education*, 22(2), 143-157. <https://doi.org/10.1080/095006900289921>
- Longino, H. (1990). *Science as social knowledge: values and objectivity in Scientific inquiry*. Princeton: Princeton University Press.
- López-Rivera, Z. C. (2015). La Enseñanza de las Ciencias Naturales desde el enfoque de la Apropiación Social de la Ciencia, la Tecnología y la Innovación ASCTI en la educación básica–media. *Revista Científica*, 2(22), 75-84. <https://doi.org/10.14483/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.22.a6>
- Lych, I., Nowosenetz, T. (2009). An exploratory study of students' constructions of gender in science, engineering and technology". *Gender and Education*, 21, 567-581.
- Macedo, B., Katzkowicz, R. (2005). *¿Cómo promover el interés por la cultura científica?* OREALC / UNESCO Santiago.
- Mannasero, M.A., Vásquez, A. (2003). Los estudios de género y la enseñanza de las ciencias. *Revista Educación*, (330), 251-280.
- Meyer, E. (2010). *Gender and Sexual Diversity in Schools*. Dordrecht, The Netherlands: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-90-481-8559-7>
- Murphy, P., Whitelegg, E. (2006). Girls and physics: Continuing barriers to 'belonging'. *The Curriculum Journal*, 17(3), 281–305. <https://doi.org/10.1080/09585170600909753>
- Naciones Unidas. (2017) *Objetivos de desarrollo sostenible (ODS) de la Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible*. <http://www.un.org/sustainabledevelopment/es/la-agenda-de-desarrollo-sostenible/>
- Orellana, M. I. (2012). *Educación: Improntas de Mujer Serie Itinerario y memoria de Bicentenario*. Santiago de Chile: Archivo Visual del Museo de Educación Gabriela Mistral. 2012
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) (2009). *Aportes para la enseñanza de las ciencias del SERCE*. Santiago, Chile.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD) (2012). *Resultados de PISA 2012 en Foco Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben*. Extraído de: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf
- Risman, B., Davis, G. (2013). From sex roles to gender structure. *Current Sociology*, 61(5-6), 733-755. <https://doi.org/10.1177/0011392113479315>
- Salas Neumann, E. (2006). *Las mujeres chilenas que recibieron el siglo XX y las que lo despidieron*. Santiago, Chile: Productora Gráfica Andros. 2006.
- Sánchez-Robayo, B. J., Torres-Duarte, J. (2016). Aprender a investigar investigando. Realización de una propuesta de formación. *Revista Científica*, 1(28), 17-31. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2017.28.a2>
- Scantlebury, K., Baker, D. (2007). Gender issues in science education research: Remembering where the difference lies. In S. Abell & N.

- Lederman (Eds.), *Handbook of Research on Science Education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 2007, 257 -286
- Scantlebury, K., Martin, S. (2010). How does she know? Re-visioning conceptual change from feminist perspectives". In W. Roth (Ed.), *Re/Structuring Science Education: Reuniting Sociological and Psychological Perspectives*. Rotterdam: Springer. 173–186. <https://doi.org/10.1163/9789460910869>
- Scantlebury, K. (2012). Still part of the conversation: Gender issues in Science Education. In B. Fraser, T. Kenneth, and M. Campbell (Eds.), *Second International Handbook of Science Education*, Dordrecht: Springer, 499–512. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9041-7_34
- Schiebinger, L. (2004). *¿Tiene sexo la mente?* Valencia: Ediciones Cátedra.
- Servicio Nacional de la Mujer (Sernam) (2009). *Análisis del género en el aula*. Documento de Trabajo 117. Santiago, Chile. Sernam.
- Sinnes, A. (2006). Three approaches to gender equity in science education. *Nordic Studies in Science Education Nordina*, 20(3), 72–83. <https://doi.org/10.5617/nordina.451>
- Solbes-Matarredona, J., Torres-Merchán, N. Y. (2015). Alternativas para reflexionar aspectos críticos de la ciencia en el aula. *Revista Científica*, 2(22), 31-44. <https://doi.org/10.14483/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.22.a3>
- Stadler, H. (2007). De-Constructing gender in science education. *Cultural Studies of Science Education*, 2, 68–979.
- Uitto, A., Juuti, K., Lavonen, J., Byman, R., Meisalo, V. (2011). Secondary school students' interests, attitudes and values concerning school science related to environmental issues in Finland. *Environmental Education Research*, 17(2), 167-186. <https://doi.org/10.1080/13504622.2010.522703>
- United Nations (ONU) (2000). *Goals, targets and indicators!* <http://www.unmillenniumproject.org/goals/gti.htm#goal3>
- Watts, R. (2007). Whose knowledge? Gender, education, science and history. *History of education*, 36(3), 283-302. <https://doi.org/10.1080/00467600701279088>





Competencia Científica y Resolución de Problemas de Física

Physics problems and development of scientific competence

Competência Científica e Resolução de Problemas em Física

Jaime Carrascosa-Alís¹

Salvador Martínez²

Manuel Alonso³

Recibido: enero 2020

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Carrascosa-Alís, J., Martínez, S., Alonso, M. (2020). Competencia Científica y Resolución de Problemas de Física. *Revista Científica*, 38(2), 201-215. <https://doi.org/10.14483/23448350.16211>

Resumen

Impulsar y desarrollar la competencia científica entre los estudiantes que cursan materias como la Física, es un objetivo contemplado actualmente de forma explícita en la mayoría de los currículos escolares y es compartido por muchos expertos en Didáctica de las Ciencias Experimentales. Sin embargo, cuando se trata este tema con el profesorado de ciencias, suele hacerse ignorando los contenidos concretos de la materia a enseñar, con lo cual, los profesores difícilmente pueden trasladar a sus clases aquello que les ha sido expuesto en términos demasiado generales o abstractos. En nuestra opinión, si realmente se quiere impulsar y desarrollar la competencia científica, ello ha de hacerse de forma conjunta a través de contenidos claves para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, como son: la introducción de conceptos, la resolución de problemas y los trabajos prácticos. El problema es que la mayor parte del profesorado de ciencias admite que muchos de los aspectos metodológicos inherentes a la competencia

científica, como la emisión de hipótesis, la elaboración de estrategias para su contrastación, el análisis de resultados, etc., se pueden incorporar con relativa facilidad a los trabajos experimentales, pero no lo ven tan claro cuando nos referimos a la introducción de conceptos teóricos o a la resolución de problemas de lápiz y papel. En este trabajo se intenta mostrar, a través de la resolución de un problema de Física concreto, cómo se pueden contemplar esos aspectos esenciales de la competencia científica, en la resolución de problemas. También se plantea la posibilidad de incorporar a la resolución, de manera funcional, elementos prácticos y nuevas tecnologías.

Palabras clave: problemas de física, competencia científica, resolución de problemas.

Abstract

Boosting and developing scientific competence among students studying subjects such as Physics, is an objective currently contemplated in an explicit way in most school curricula and is shared by many

1. Universidad de Valencia. Didáctica de las Ciencias Experimentales. Valencia, España. jame.carrascosa@uv.es
2. Instituto de Enseñanza Secundaria: Cid Campeador. Valencia, España. savmart50@gmail.com
3. Sociedad Local de Alicante de la Real Sociedad Española de Física. Madrid, España. manuelaloso@inicia.es

experts in Science education. However, when this topic is discussed with science teachers, it is usually done by ignoring the specific contents of the subject to be taught, so that teachers can hardly transfer to their classes what has been exposed to them in terms that are too general. In our opinion, if to promote and develop scientific competence is really wanted, this must be done jointly through key content for the teaching and learning of science, such as the introduction of concepts, problem solving and laboratory experiments. The problem is that most science teachers admit that many of the methodological aspects inherent in scientific competence, such as the issuance of hypotheses, the development of strategies for their contrast, the analysis of results, etc., can be incorporated with relative ease to the experimental works, but they do not see it so clear when it concerns the introduction of theoretical concepts or the resolution of pencil and paper problems. This paper attempts to show, through the resolution of a specific Physics problem, how these essential aspects of scientific competence can be contemplated in problem solving. In addition, the possibility of incorporating practical elements and new technologies, in a functional way, into the resolution is also considered.

Keywords: physics problem, scientific competence, problem solving.

Resumo

Aumentar e desenvolver a competência científica entre os alunos que cursam disciplinas como Física, é um objetivo atualmente explicitamente contemplado na maioria dos currículos escolares e é compartilhado por muitos especialistas em Didática das Ciências Experimentais. No entanto, quando esse tópico é discutido com professores de ciências, geralmente é feito ignorando o conteúdo específico da matéria a ser ensinado, o que significa que os professores dificilmente podem transferir para suas aulas o que lhes foi explicado em termos muito gerais ou abstratos. Em nossa opinião, se você realmente deseja promover e desenvolver competência científica, isso deve ser feito em conjunto por meio de conteúdo essencial para o ensino e aprendizagem de ciências, como: introdução de conceitos, resolução de problemas e trabalhos práticos. O problema é

que a maioria dos professores de ciências admite que muitos dos aspectos metodológicos inerentes à competência científica, como a emissão de hipóteses, a elaboração de estratégias para seus testes, a análise de resultados etc., podem ser incorporados com relativa facilidade ao trabalho experimental, mas não o vêem tão claramente quando nos referimos à introdução de conceitos teóricos ou à resolução de problemas de lápis e papel. Este trabalho tenta mostrar, através da resolução de um problema específico de Física, como esses aspectos essenciais da competência científica podem ser contemplados na solução de problemas. Também é considerada a possibilidade de incorporar na resolução, de forma funcional, elementos práticos e novas tecnologias.

Palavras-chaves: problemas de física, competência científica, resolução de problemas.

Impulsar y desarrollar la competencia científica en la enseñanza de las ciencias

Dentro del cuerpo de conocimientos de la Didáctica de las Ciencias Experimentales (DCE), la competencia científica en una materia determinada (como, por ejemplo, la Física) se puede entender como: saber (sus contenidos teóricos), saber hacer (relacionado con aspectos procedimentales y metodológicos) y, también, saber ser y estar (relacionado con aspectos axiológicos tales como una actitud positiva, un mayor interés hacia la materia y su aprendizaje, trabajar bien en equipo, etc.).

Una conclusión ampliamente aceptada entre los investigadores en DCE es la necesidad de impulsar estrategias de indagación e investigación en el alumnado, dentro de lo que es la competencia científica. Así se enfatiza, por ejemplo, en un amplio y documentado estudio sobre la formación del profesorado de ciencias, realizado en Estados Unidos (National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine, 2015), en el que se afirma:

"Research has shown that students best understand scientific ideas when they actively apply their knowledge while engaging in the practices of

science, for example, modeling, developing explanations or solutions, and arguing about evidence..."

En el mismo sentido hay que interpretar las llamadas de atención realizadas para cambiar la práctica educativa más habitual y extendida, basada en la simple transmisión-recepción de conocimientos, hacia metodologías que se inspiren, dentro de lo que sea posible en cada nivel, en el proceso de investigación científica (Rocard *et al.*, 2007; National Research Council., 2012).

Las propuestas anteriores se pueden sintetizar en el objetivo de impulsar y desarrollar la competencia científica entre el alumnado. El profesorado de ciencias ha de apropiarse de dicho objetivo, y ello no solo porque este se contempla ya de forma explícita en la mayoría de los currículos actuales, sino también, y, sobre todo, porque avanzar hacia él es la mejor forma de aprender ciencias (con todo lo que ello conlleva). En cuanto a la metodología esto implica, al menos:

1. Plantear problemas de interés y saber precisarlos
2. Enunciar hipótesis teóricamente fundamentadas
3. Elaborar posibles diseños con los que poder contrastar las hipótesis
4. Llevar a cabo los diseños elaborados
5. Realizar análisis críticos, interpretar, argumentar, modelizar, búsqueda de coherencia y globalidad
6. Considerar las perspectivas abiertas por la investigación realizada.

Todo ello supone un cambio metodológico muy importante, que ha de romper con hábitos de pensamiento fuertemente enraizados, fruto de la forma ordinaria de abordar e interpretar las situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que dicho cambio conlleva unos determinados requerimientos y que no es posible avanzar en el mismo dejando de lado la adquisición de unos contenidos conceptuales que presenten una cierta amplitud, globalidad y coherencia interna.

El problema es que cuando se habla acerca de la competencia científica, a menudo se hace de forma genérica, desligada de unos contenidos conceptuales específicos, con lo cual es muy probable que los profesores y las profesoras a quienes nos dirigimos no sean capaces de trasladar a la enseñanza de su materia aquello que les ha sido expuesto en términos demasiado generales. En otras palabras: No se puede enseñar nada de la competencia científica en abstracto, de igual forma que tampoco es posible llevar a cabo ninguna investigación científica fuera de un marco teórico determinado, el cual desempeña un papel muy importante desde el mismo inicio hasta el final de esta.

La mayor parte del profesorado de ciencias de enseñanza secundaria admite que todas esas actividades citadas anteriormente (hipótesis, diseños, análisis de resultados, etc.), se pueden incorporar y desarrollar con relativa facilidad en los trabajos experimentales, sin plantearse ir más allá. Pero lo cierto es que, si realmente se quiere impulsar y desarrollar la competencia científica de forma eficaz, es preciso extender también dichas actividades a otros aspectos claves para la enseñanza y aprendizaje de materias científicas como la Física, tales como la introducción de conceptos teóricos o la resolución de problemas de lápiz y papel. Es justamente en este último aspecto, considerado por la mayoría del profesorado como una herramienta privilegiada de aprendizaje y de evaluación de lo aprendido, en el que se centra este trabajo.

Los problemas de Física y el desarrollo de la competencia científica

De acuerdo con las consideraciones anteriores, en este trabajo se intenta responder la siguiente cuestión: ¿Con qué características y cómo deberían plantearse los problemas de lápiz y papel en Física, para que contribuyan realmente a desarrollar la competencia científica en el alumnado?

Como ya se ha indicado anteriormente, impulsar y desarrollar la competencia científica implica, entre otras cosas, utilizar estrategias de enseñanza

coherentes con aspectos esenciales del trabajo científico. En el caso que nos ocupa (resolución de problemas de lápiz y papel), los detalles concretos al respecto ya fueron expuestos hace mucho tiempo (Gil *et al.*, 1992) y siguen vigentes en la actualidad (Martínez-Torregrosa, *et al.*, 2018). Concretamente, de acuerdo con estos autores, la utilización de dichas estrategias supone, entre otros aspectos, admitir que:

- Los problemas científicos son, en general, inicialmente “situaciones problemáticas confusas”. Los problemas no vienen “dados”, son situaciones que tienen interés (por distintas causas) pero que requieren ser simplificadas, modelizadas, definidas (operativizándolas, precisando cuál es el problema, qué es lo que se busca), partiendo, por supuesto, de los conocimientos que se poseen en el campo específico en el que se ubique la investigación.
- Es necesario “dar forma” a las situaciones problemáticas de interés, tomando decisiones para transformarlas en “investigables”.
- El avance en el problema está guiado por hipótesis, por “tentativas de respuesta”, que deben ser puestas a prueba lo más rigurosamente posible.
- No se razona en términos de certeza, ni tampoco el conocimiento científico se descubre “mirando directamente a la Naturaleza”. Por el contrario, se procura avanzar de un modo tentativo, que conlleva dudar sistemáticamente de los resultados obtenidos y de todo el proceso de resolución. Ello obliga a interpretar y contrastar los resultados, mediante su consistencia con las hipótesis formuladas, a probar caminos distintos para ver si se obtiene lo mismo, a revisar la coherencia global con lo conocido en ese campo, o a ver si lo hecho abre y/o permite avanzar en nuevos problemas de interés. Esto puede conducir a revisar las hipótesis, la estrategia de resolución y/o, incluso, a reformular el problema de forma distinta.
- A menudo un problema abre y/o permite avanzar en nuevos problemas de interés

Para poder contemplar aspectos como los anteriores en la resolución de problemas en materias como la Física, es necesario abandonar el modelo tradicional de enseñanza en el que estos se tratan al final como meros ejercicios de aplicación y manejo de unos contenidos teóricos previamente expuestos por el profesor, y cambiar a otro modelo de resolución, más coherente con la naturaleza de la ciencia y el trabajo científico en la que los problemas se traten como pequeñas investigaciones que realizan grupos de alumnos con la ayuda del profesor. Para ello es necesario tener muy en cuenta las investigaciones e innovaciones previas más relevantes realizadas en este campo (Gil-Pérez y Martínez Torregrosa, 1983; Gil *et al.*, 1991; Martínez Torregrosa y Sifredo, 2005), en las que se basa el modelo didáctico de resolución propuesto.

En este trabajo se comentan las orientaciones didácticas más importantes que se derivan de dicho modelo en la actualidad, a través de la resolución de un problema de Física concreto (acompañado de una cuestión previa), tratando así de alejarnos de la retórica excesivamente abstracta, que, con frecuencia, se utiliza en las llamadas de atención sobre la necesidad de impulsar y desarrollar la competencia científica en el alumnado. Para ello se han seguido las mismas pautas que otros autores desarrollaron ya en otros trabajos similares (Martínez-Torregrosa, *et al.*, 2018). No obstante, queremos destacar algunas aportaciones novedosas importantes que hemos intentado plasmar en este ejemplo. Concretamente, hemos tenido en cuenta que la separación clásica entre contenidos puramente teóricos, actividades experimentales y problemas de lápiz y papel no guarda paralelismo con la actividad científica real (Gil-Pérez, *et al.*, 1999) por lo que, si realmente se quiere desarrollar la competencia científica entre los estudiantes, se deberían aprovechar todas las ocasiones posibles para tratar todos esos contenidos de forma conjunta. Por ello, en el problema que se muestra a continuación, no solo se manejan contenidos teóricos básicos de gran importancia (principio de acción y reacción, concepto de la fuerza peso, fuerza de

empuje...) tratando explícitamente de salir al paso de algunas confusiones y errores conceptuales frecuentes, sino que también se incluye una sencilla actividad experimental, que se presenta como otra posible estrategia de resolución y se integra perfectamente en el desarrollo del problema. Esta actividad experimental puede desempeñar, en su caso, el papel de un verdadero conflicto cognoscitivo, cuando los estudiantes comprueban que la realidad contradice sus ideas previas. Además, se ha extendido esta integración entre contenidos, incluyendo también en el desarrollo del problema, la utilización funcional de las nuevas tecnologías como una parte fundamental del mismo.

Enunciado y desarrollo del problema

A continuación, se procede a enunciar, resolver y comentar el problema, de acuerdo con las consideraciones realizadas hasta aquí.

Sobre una balanza electrónica se coloca un recipiente con agua para a continuación, introducir una bola de acero que cuelga mediante un hilo de un soporte fijo, tal y como se muestra en la figura 1.

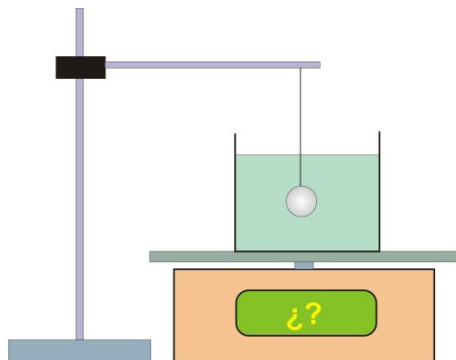


Figura 1. En la situación descrita, la balanza marcará (señala la propuesta que se estime más correcta, razonando nuestra elección):

- Más que antes de introducir la bola
- Igual que antes de introducir la bola
- Menos que antes de introducir la bola

Fuente: Los autores.

Una vez contestada la cuestión anterior, proceda a resolver el problema siguiente y utilice el

resultado obtenido por distintas vías, para confirmar o cambiar vuestra respuesta.

Sobre una balanza electrónica se coloca un recipiente con agua, observando que la balanza señala entonces 264 g. Una vez hecho esto, se introduce en el agua una bola de 1'25 cm de radio y una masa de 64'5 g que cuelga mediante un hilo de un soporte fijo externo, tal y como se muestra en la figura anterior. Se pide: En la situación descrita ¿qué marcará la balanza?

(Datos: densidad del agua $d_a = 1\text{g/cm}^3$, $g = 9'81\text{ N/kg}$).

Estudio cualitativo de la situación planteada

Comenzar por un análisis cualitativo de la situación, planteando con claridad qué es concretamente lo que se pide en el problema, aquello que se busca, qué interés puede tener, precisando las condiciones que se consideran imperantes en la situación abordada, y apoyándose, siempre que sea posible, en representaciones o esquemas gráficos apropiados.

Para poder resolver la cuestión planteada hay que reflexionar antes acerca de si por el hecho de introducir la bola en el vaso con agua, varía de alguna forma la fuerza vertical y hacia abajo que se ejerce sobre el plato de la balanza. En principio podría tenerse la tentación de pensar que no, dado que la bola está sujeta por el hilo. Pero, si se analiza la situación con cuidado, hay que concluir que sí varía, porque, de acuerdo con el Principio de Arquímedes, al sumergir la bola en el agua comienza a actuar sobre ella una fuerza de empuje hacia arriba. Dicha fuerza no afecta directamente a la fuerza normal que el conjunto vaso-agua ejerce sobre el plato de la balanza; no obstante, no se puede olvidar que, de acuerdo con el principio de acción-reacción, las fuerzas siempre se ejercen por parejas, de manera que, al igual que el agua empuja la bola hacia arriba, la bola empujará simultáneamente el agua hacia abajo con otra fuerza del mismo valor, pero de sentido contrario. Es razonable pensar, pues, que la presencia de esta

última fuerza se traduzca, de alguna manera, en un aumento del valor de la fuerza total (vertical y de sentido descendente) que se ejerce sobre el plato de la balanza.

El problema queda, pues, precisado como:

¿En cuánto se incrementa la fuerza normal que se ejerce sobre el plato de la balanza una vez que hemos introducido la bola totalmente en el agua?

Es importante resaltar la posibilidad de cuestionar de manera funcional alguna idea alternativa. Concretamente la de identificar fuerza peso de un objeto con la fuerza que se ejerce sobre la superficie horizontal en la que se encuentre. La existencia de esta idea alternativa, junto con un aprendizaje no significativo del principio de acción y reacción, lleva a considerar a muchos alumnos que la balanza marca lo mismo antes y después de introducir la bola. Este problema permite mostrar lo incorrecto de esa identificación, ya que, como se podrá constatar por distintas vías, el peso del conjunto vaso-agua es el mismo antes que después de introducir la bola, pero no sucede lo mismo con la fuerza normal que se ejerce sobre el plato de la balanza, que es la fuerza que realmente miden este tipo de balanzas en cualquier situación.

En el ejemplo propuesto, para una resolución rigurosa del problema conviene analizar, en primer lugar, todas las fuerzas que actúan en cada caso, con objeto de comparar la fuerza normal que se ejerce sobre el plato de la balanza antes y después de sumergir totalmente la bola en el agua. Para ello consideraremos como sistema "A" el conjunto agua-vaso y como sistema "B" la bola. Supondremos que el hilo del que cuelga dicha bola es inextensible y de masa despreciable y trabajaremos en un sistema de coordenadas cartesianas en el plano.

En los esquemas (Figura 2 y 3) se han representado las fuerzas que actúan sobre ambos sistemas, antes (1) y después (2) de introducir la bola en el agua:

En el esquema anterior, \vec{P}_v representa el peso de la bola, \vec{P}_v el peso del vaso, \vec{P}_{H_2O} el peso del agua, \vec{R}_1 la tensión del hilo del que cuelga la bola y \vec{R}_1 la fuerza que ejerce el plato de la balanza sobre el vaso (igual y de sentido contrario a la fuerza \vec{N}_1 que ejerce el vaso sobre el plato de la balanza y que no se ha representado en el esquema).

En este segundo esquema \vec{N}_2 representa la fuerza vertical y hacia arriba que ejerce el plato de la balanza sobre el vaso **después** de haber introducido la bola (igual y de sentido contrario a la fuerza \vec{N}_2 que ejerce el vaso sobre el plato de la balanza

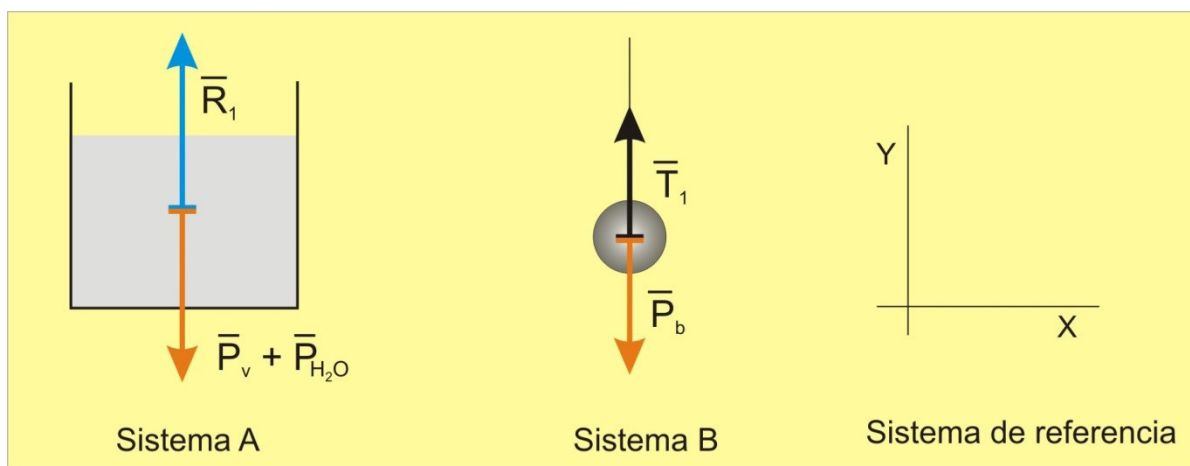


Figura 2: Fuerzas antes de sumergir la bola en el agua.

Fuente: Los autores.

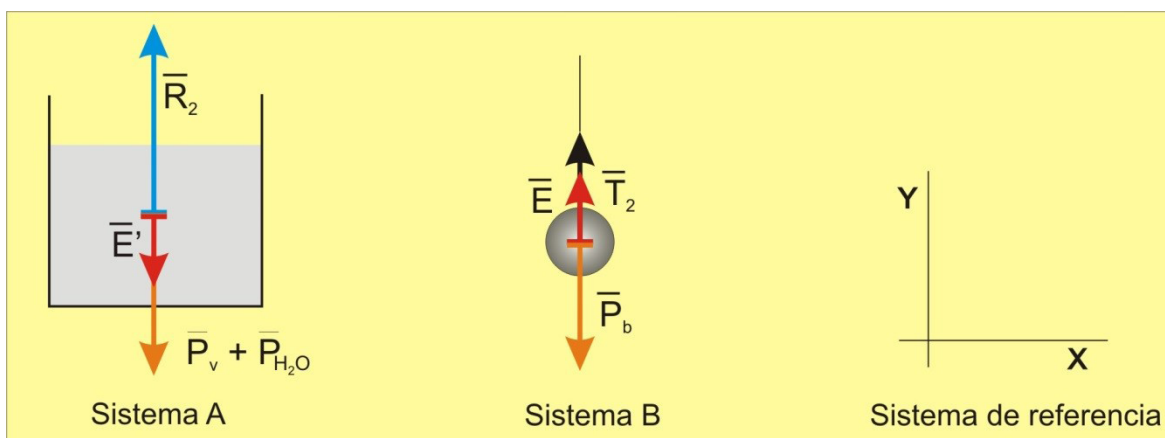


Figura 3: Fuerzas después de sumergir la bola en el agua.

Fuente: Los autores.

y que no se ha representado en el esquema). Como puede verse, aparece también una nueva fuerza que no existía en el anterior esquema, antes de introducir la bola dentro del vaso con agua. Se trata de la fuerza de empuje que, de acuerdo con el Principio de Arquímedes, actúa sobre la bola sumergida empujándola hacia arriba y que hemos designado como \vec{E}' . Dicha fuerza tiene su correspondiente pareja (acción-reacción) en otra fuerza del mismo módulo, pero de sentido contrario a ella, que actúa sobre el agua y que hemos designado como \vec{E} .

A la derecha de ambos esquemas se incluye también el sistema de referencia de coordenadas cartesianas a utilizar.

Resolver este ejercicio supone comprender previamente que lo que indica la balanza viene determinado por el valor de la fuerza \vec{R} que se ejerce sobre el plato de esta hacia abajo. Esta fuerza no hay que confundirla con el peso de lo que hay sobre dicho plato (aunque su valor numérico pueda coincidir en muchos casos) y, de acuerdo con el principio de acción-reacción, su módulo será siempre igual al de la fuerza hacia arriba \vec{R} que simultáneamente ejerce el plato sobre el vaso. Por tanto, una forma de resolver el problema será determinar los valores (módulo) de \vec{R} en las dos situaciones planteadas, que designaremos como R_1 (antes de introducir la

bola) y R_2 (después de introducir la bola) para compararlos.

Emisión de hipótesis

Emitir hipótesis fundadas sobre los factores de los que puede depender la magnitud buscada y sobre la forma de dicha dependencia, imaginando, en particular, posibles casos límite de fácil interpretación física.

La emisión de hipótesis es una de las actividades más importantes en cualquier investigación y en la enseñanza de las ciencias supone una excelente ocasión para poner de manifiesto, de manera funcional, la existencia de posibles ideas alternativas, que habrán de ser valoradas y contrastadas. Los datos necesarios para la resolución del problema vendrán marcados precisamente por aquellos factores que se hayan considerado en las hipótesis emitidas (estos serán los datos o parámetros del problema). El hecho de aventurar de qué forma pueden influir dichos factores y analizar algún caso límite evidente, contribuye especialmente a poder realizar después un mejor análisis crítico del resultado, lo cual es otro aspecto fundamental del trabajo científico. Finalmente, conviene tener en cuenta que los alumnos, al elaborar hipótesis y considerar casos límite, profundizan en su conocimiento físico acerca de los contenidos

manejados en la situación planteada, lo que favorece un aprendizaje realmente significativo.

Puesto que hemos planteado que la diferencia en la lectura de la balanza se ha de deber a la existencia de la fuerza de empuje, hemos de usar el principio de Arquímedes y considerar que la variación producida en la fuerza que se ejerce sobre el plato de la balanza dependerá de los factores que determinan el valor de dicho empuje, es decir: el radio r de la bola, la densidad d_a del agua, y la gravedad, g .

Más concretamente:

- El valor del empuje (y el de la correspondiente lectura de la balanza) aumentará en el caso de que (a igualdad de los restantes factores), aumente el radio de la bola, r , ya que dicho aumento supone un aumento del volumen de la bola, V_b , que, como sabemos, al estar totalmente sumergida, será igual al volumen de agua desalojada.
- Del mismo modo, si varía la densidad del agua, d_a , (podríamos, por ejemplo, sustituir agua dulce por agua salada, o, más en general, por cualquier otro líquido), el resultado del problema también debe variar. Si d_a aumenta se incrementará el valor de la lectura y si d_a disminuye, disminuirá dicho valor.
- Finalmente, si aumentase el valor de la gravedad también debería aumentar el valor del empuje (puesto que aumentaría el peso del agua desalojada) y el correspondiente incremento en el valor de la lectura de la balanza.

El resultado también debería contemplar algún caso límite evidente como, por ejemplo, que, si el radio de la bola tiende a 0, lo mismo deberá ocurrir con el empuje, y la lectura de la balanza sería cada vez más parecida a la inicial (antes de introducir la bola).

En la situación descrita, la masa de la bola, m_b , no debe influir en el resultado. Y ello por dos razones: En primer lugar, porque (a igualdad de los demás factores) ninguna modificación del valor de dicha masa afectará al peso del

agua desalojada por la bola (y, por tanto, tampoco afectará al empuje). En segundo lugar, porque la bola pende de un hilo sujeto a un soporte exterior y, por ello, es indiferente que pese más o pese menos, puesto que no descansa sobre ninguna parte del recipiente.

Estrategias de resolución

Elaborar y exponer de manera clara y concisa, una posible estrategia para la resolución del problema antes de proceder a esta, evitando recurrir al simple ensayo y error. Se trata de que los estudiantes, utilizando sus conocimientos de partida, elaboren de manera fundamentada una estrategia que pueda conducir a la resolución del problema y la expongan de forma resumida argumentando sobre ella y los pasos a seguir. Esta etapa sería equivalente a lo que en una investigación científica se considera como la elaboración de diseños para la contrastación de las hipótesis emitidas y es una actividad excelente para favorecer el desarrollo de la imaginación y la creatividad.

Hacer referencia cuando sea posible a otros métodos alternativos de resolución. La búsqueda de distintas vías para la resolución de un mismo problema y el debate sobre ellas es algo que no solo posibilita una mejor contrastación de los resultados obtenidos, sino que, además, puede contribuir decisivamente a que los alumnos se den cuenta de la coherencia global y la validez del cuerpo de conocimientos que se va construyendo. Por otra parte, contribuye a desarrollar una imagen de la ciencia más cercana a la realidad, ya que las contrastaciones por distintas vías desempeñan un papel fundamental en el trabajo científico.

Tanto antes como después de sumergir la bola en el agua, los dos sistemas A y B considerados (véanse los esquemas anteriores) se encuentran en equilibrio. Por tanto, la fuerza resultante sobre cada uno de dichos sistemas ha de ser nula. Podemos, pues, aplicar esa condición de equilibrio antes y después de introducir la bola, para tratar de hallar los valores de R_1 y R_2 que buscamos.

Otra posible estrategia para resolver este problema es optar por la vía experimental. Ello, además, es una forma de someter a prueba el resultado obtenido teóricamente (y también la respuesta dada a la cuestión previa). En este caso concreto, es posible realizar una contrastación experimental de forma rápida y sencilla en la propia aula. De hecho, los datos numéricos del enunciado provienen de la contrastación experimental realizada por un grupo de profesores en formación durante el curso 2019-20 en un taller sobre resolución de problemas. Basta con utilizar una balanza electrónica y realizar el montaje que se muestra en el mismo enunciado, para apreciar (y medir) el aumento que señala la balanza en cuanto se introduce la bola dentro del agua. Llevar a cabo esta estrategia no solo aumenta la coherencia con la actividad científica (en la que, como se ha señalado, no tiene sentido separar problemas, teoría y actividad experimental) sino que hace también el problema más interesante y motivador.

Resolución propiamente dicha

Proceder a la resolución del problema de acuerdo con la estrategia escogida, razonando lo que se hace y por qué se hace, sin caer en operativismos precipitados y carentes de significado. Se trata, esencialmente, de que se haga referencia a la información teórica disponible, se justifiquen las expresiones que se van a utilizar comprobando, por ejemplo, que su campo de validez es el adecuado según las condiciones que se consideran imperantes en la situación planteada y de que, sobre todo, se evite una resolución meramente mecánica o mimética del problema.

Siempre que sea factible, es importante efectuar una resolución literal, evitando la tendencia a trabajar desde el principio con los valores numéricos. Conviene tener en cuenta que no se trata de que los alumnos no manejen datos cuantitativos y obtengan un resultado final expresado numéricamente sino, más bien, de que hagan esto cuando corresponde. En muchos casos (como se podrá ver

en este ejemplo), es posible efectuar dicha resolución literal antes de sustituir los valores numéricos. Aunque para algunos estudiantes, acostumbrados a operar con los números de forma inmediata, puede resultar un paso difícil, es perfectamente superable y conviene trabajar sobre ello, ya que se trata de algo esencial para conseguir, entre otras cosas, que se pueda realizar un buen análisis crítico del resultado (otro aspecto fundamental de la metodología científica).

Dado que todas las fuerzas se ejercen en la dirección vertical, es posible trabajar únicamente con las componentes escalares de los vectores según el eje Y de coordenadas, con lo que siguiendo la primera de las estrategias de resolución propuestas, en el equilibrio, **antes** de introducir la bola (véase esquema 1), se ha de cumplir:

$$\text{Sistema A: } -P_v - P_{H_2O} + R_1 = 0 \rightarrow$$

$$-P_b + T_1 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Sistema B: } -P_b + T_1 = 0 \rightarrow T_1 = P_b \quad (2)$$

Siguiendo la misma estrategia para determinar R_2 , en el equilibrio, **después** de sumergir totalmente la bola colgada del hilo (ved esquema 2), se tendrá que:

$$\text{Sistema A: } -P_v - P_{H_2O} + R_2 - E' = 0 \rightarrow$$

$$R_2 = P_v + P_{H_2O} + E' \quad (3)$$

$$\text{Sistema B: } -P_b + T_2 + E = 0 \rightarrow T_2 = P_b - E \quad (4)$$

Teniendo en cuenta (1), la ecuación (3) queda como: $R_2 = R_1 + E'$ (5)

Por tanto, se concluye que, tal y como se había avanzado, después de introducir la bola en el agua, la balanza señalará un valor más alto que antes de introducirla y que la diferencia es justamente igual al valor del empuje sobre la bola.

Estamos ahora en condiciones de obtener el valor de R_2 , que es la magnitud buscada. Dado que se conoce R_1 (es un dato del enunciado) y que sabemos que $E' = E$, obtener R_2 pasa por determinar

el valor de la fuerza de empuje E que el agua ejerce sobre la bola. Como E coincide con el peso del agua desalojada P_{ad} por la bola, utilizaremos esta igualdad (en módulos de fuerzas) para obtener dicho valor:

$$E = P_{ad} = d_a \cdot V_{ad} \cdot g \rightarrow E = d_a \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g \quad (6)$$

Y si ahora tenemos en cuenta que $E = E'$ podemos sustituir (6) en (5) y obtener finalmente:

$$R_2 = R_1 + d_a \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot g$$

Sustituyendo ahora los valores propuestos por el enunciado (en unidades internacionales), se obtiene el valor de R_2 :

$$R_2 = 2.59 + 0.08 = 2.67 \text{ N}$$

Lo que implica una nueva lectura (en gramos) de 272.45 en lugar de los 264 que indicaba la balanza antes de sumergir la bola.

Análisis de resultados

Analizar el o los resultados obtenidos mediante resolución literal, a la luz de las hipótesis elaboradas y, en particular, de los casos límites considerados. Realizar también un sencillo análisis dimensional.

El análisis de los resultados de un problema se puede realizar cuando estos vienen dados en forma de una expresión literal, ya que entonces es posible comprobar (de acuerdo con las hipótesis y casos límite de partida), la influencia de las magnitudes que aparecen en ellos. Además, conviene tener presente que es aquí, precisamente, donde se puede producir algún conflicto cognoscitivo (por ejemplo, cuando en el resultado no aparece alguna magnitud que sí había sido considerada como influyente durante el planteamiento cualitativo), convirtiéndose así los problemas en poderosos instrumentos para un desarrollo realmente efectivo de la competencia científica.

Analizar también el resultado cuantitativo, viendo si los valores encontrados son lógicos o no. A veces es posible que un resultado numérico se desvíe tanto que se convierta en absurdo y, sin embargo, no suponga ninguna inquietud en alumnos que no están acostumbrados a este tipo de análisis. Este es el caso de quienes, ante un problema determinado, obtienen, por ejemplo, que un átomo de oxígeno tiene una masa de 16 g, o que el periodo de la Luna en su giro alrededor de la Tierra es de millones de años y aceptan el resultado sin más.

En nuestro caso, la expresión literal obtenida contempla todas las hipótesis consideradas y, además, es dimensionalmente homogénea (F en ambos lados). Por otra parte, el aumento obtenido en la lectura de la balanza por el hecho de introducir la bola en el agua (8.45 gramos) es una cantidad perfectamente razonable, comparada con el resto de los valores que se están manejando.

Como ya se indicó anteriormente, R_2 coincide con el valor de N_2 o fuerza normal que se ejerce sobre el plato de la balanza (no representada en el esquema), que es la fuerza que realmente mide siempre la balanza. Así, pues, el hecho de introducir la bola en la forma que se muestra en el enunciado implica que la balanza señale inmediatamente una fuerza mayor que antes, siendo el aumento producido justamente igual al valor del empuje sobre la bola.

Consideración de nuevas perspectivas abiertas

Considerar las perspectivas abiertas tras la resolución del problema. Contemplar, por ejemplo, la posibilidad de abordarlo con un mayor nivel de complejidad, estudiando sus implicaciones teóricas (profundización en la comprensión de algún concepto), prácticas (situaciones similares de interés técnico), etc.

Además de las orientaciones anteriores, en nuestra opinión, conviene contemplar también (en la medida de lo posible), otros aspectos:

Uno de ellos será la posible utilización de elementos de las nuevas tecnologías para mejorar el aprendizaje derivado de la resolución del problema. Se puede, por ejemplo, utilizar applets u otras aplicaciones informáticas que refuercen, complementen o amplíen elementos del problema, etc. Ahora bien, hay que asegurar que el uso de estas tecnologías se haga de forma coherente con el modelo de resolución de problemas que estamos desarrollando, poniendo especial cuidado en evitar antiguas metodologías, que pudieran, incluso, ser antagónicas a dicho modelo (Marchesi, *et al.*, 2005). Aquí hemos incorporado este aspecto, elaborando una animación sobre el problema, con la que, como veremos más adelante, los estudiantes pueden poner a prueba sus hipótesis acerca de la influencia de los parámetros del problema, probar casos límite, introducir los datos del enunciado y/o los datos reales manejados (en su caso) en la actividad experimental propuesta como otra posible estrategia de resolución, etc.

Otro elemento a incorporar, será conectar el problema con aspectos prácticos, científico-tecnológicos, históricos, sociales o del medio natural. Siempre que la naturaleza de la situación lo permita conviene incluir, como mínimo, algunas reflexiones sobre su posible interés científico-tecnológico o sus implicaciones en la vida de las personas y en la naturaleza. Con ello se contribuye no solo a una toma más fundamentada de decisiones sino también a poner en cuestión una imagen descontextualizada de la Ciencia y del trabajo científico. En este caso se puede plantear un trabajo bibliográfico (podría ser a través de internet, lo que nos remite otra vez al uso de las nuevas tecnologías), sobre la balanza hidrostática, cuya invención se atribuye a Galileo, y su importancia histórica. La balanza hidrostática utiliza provechosamente el hecho, aprendido en este problema, de la influencia concreta que tiene el empuje de los cuerpos sumergidos en la lectura de la balanza, para así poder medir experimentalmente las densidades de dichos cuerpos.

Los problemas muchas veces pueden sugerir otras situaciones próximas, cuyo estudio o consideración también puede interesar incorporar con objeto de profundizar en algunos de los conceptos involucrados. En este problema, se ha reforzado la idea de que la balanza electrónica no indica ni el peso ni la masa del objeto que se coloca encima de su plato, sino la fuerza normal ejercida sobre la superficie de dicho plato. En la mayoría de las situaciones cotidianas, el valor (módulo) de dicha fuerza normal, coincide con el de la fuerza peso y, por este motivo, las balanzas suelen calibrarse de forma que indican directamente en su pantalla la masa del objeto. Pues bien, si queremos reforzar el concepto citado, podemos plantear otros supuestos en los que ocurra lo mismo que aquí, es decir, en los que la lectura de la balanza no coincida con el peso. Por ejemplo, se puede plantear el uso de una balanza dentro de un ascensor, ya que la lectura de esta no coincidirá con el peso si se efectúa la medida cuando dicho ascensor comienza a descender o cuando frena para pararse (sólo se dará esa coincidencia mientras el ascensor esté descendiendo con velocidad constante, que es la única de las tres situaciones propuestas en la que el valor de la fuerza normal sobre la balanza coincide con el valor del peso de la persona u otro objeto que se coloque encima de ella).

Finalmente, conviene referirse a una de las propiedades más inherentes al trabajo científico, que también ha de incorporarse a los problemas planteados como investigación: el hecho de que la bondad de toda investigación depende, no solo de las cuestiones que resuelve o ayuda a resolver, sino que también se valora por su capacidad para generar nuevas preguntas o promover nuevas investigaciones. Concretamente en este problema, podemos plantearnos, entre otras muchas, las siguientes cuestiones:

¿Qué ocurre con la tensión del hilo?

Si se compara la ecuación (4) con la (2), puede verse que el hilo está menos tenso y que la diferencia es justamente el valor de la fuerza de empuje.

¿Qué ocurre si se rompe el hilo y la bola queda en reposo en el fondo del vaso? ¿Qué marcaría entonces la balanza?

Si se considera ahora como único sistema el vaso junto con el agua y la bola sobre el fondo y que dicho sistema se encuentra en equilibrio, se puede expresar la fuerza resultante sobre el mismo como:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \vec{P}_v + \vec{P}_{\text{H}_2\text{O}} + \vec{P}_b + \vec{E} + \vec{E}' + \vec{R} = 0$$

En la ecuación anterior, $P_{\text{H}_2\text{O}}$ representa la fuerza normal que el plato de la balanza ejerce sobre el vaso (igual y de sentido contrario a la que realmente buscamos). Dado que todos los vectores se encuentran sobre el eje Y de coordenadas, es posible trabajar con esta única componente, con lo que, teniendo en cuenta que las fuerzas E y E' son iguales y de sentido contrario, la ecuación anterior se puede expresar como:

$$-P_v - P_{\text{H}_2\text{O}} - P_b + R = 0$$

Y despejando, obtenemos $R = P_v + P_{\text{H}_2\text{O}} + P_b$. Teniendo en cuenta que:

$P_b = m_b \cdot g = 64'5 \cdot 10^{-3} \cdot 9'81 = 0'63 \text{ N}$, y que $P_v + P_{\text{H}_2\text{O}} = R_1 = 2'59 \text{ N}$ podemos sustituir estos valores y obtener finalmente: $R = 2'59 + 0'63 = 3'22 \text{ N}$. Como puede verse, un valor más alto que cuando la bola pendía del hilo.

En esta situación, la fuerza normal ejercida sobre el plato de la balanza sí que coincide numéricamente con el peso de lo que hay encima de ella, pero, naturalmente, siguen siendo fuerzas distintas, que responden a interacciones distintas y que se ejercen sobre cuerpos distintos.

Utilización funcional de las nuevas tecnologías

Para reforzar algunos de los conceptos involucrados en este problema hemos creado una animación

Modellus. En la pantalla se muestra el montaje, incluyendo la lectura de la balanza (en gramos).

La animación es interactiva, de tal forma que los alumnos pueden modificar cualquiera de los parámetros del problema entrando en la ventana de las condiciones iniciales. Adicionalmente disponen en la propia pantalla de tres controladores manuales para modificar ahí directamente, si lo desean, el radio de la bola, la densidad del agua y la masa de la bola. Al intervenir sobre estos parámetros, pueden poner a prueba sus hipótesis y los casos límite. Por ejemplo: pueden constatar que, si modifican la masa de la bola, no se altera la lectura de la balanza (pero sí el peso de la bola y la tensión del hilo). En cambio, si modifican la densidad del agua y/o el radio de la bola, constatarán que sí se altera la lectura de la balanza. El profesor les puede pedir que, antes de manipular la animación, adelanten estos resultados en términos cualitativos. También se pueden considerar otras situaciones interesantes e instructivas. Por ejemplo, se puede hacer que disminuya paulatinamente el radio de la bola, lo que equivale a hacer que también lo haga la fuerza de empuje y que, por tanto, se tienda a que no haya una diferencia de lecturas, por estar el cuerpo sumergido; también se pueden introducir datos reales, obtenidos experimentalmente, etc. La imagen (figura 4) corresponde a la situación planteada con los datos del enunciado.

Conclusiones

En este trabajo, a través de un ejemplo, se ha intentado mostrar los aspectos u orientaciones concretas a tener en cuenta para conseguir que los problemas de Física puedan contribuir de una forma más eficaz al desarrollo de la competencia científica entre el alumnado de enseñanza secundaria (aunque el modelo también es aplicable con estudiantes de ciencias universitarios y en la formación didáctica del profesorado).

Se ha visto la potencialidad de este ejemplo para cuestionar algunas ideas alternativas, como

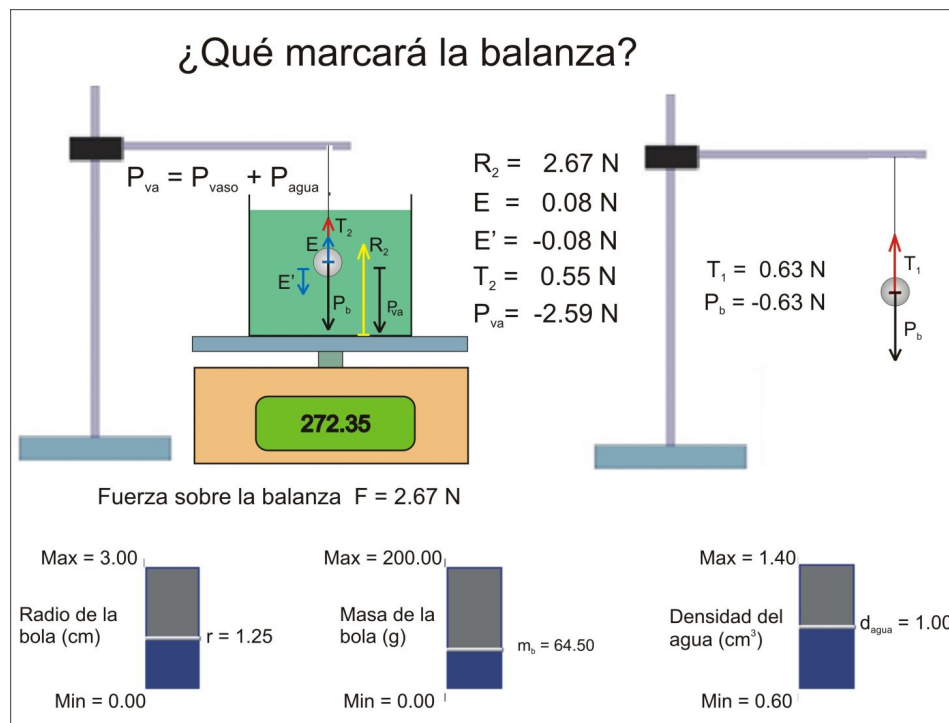


Figura 4. Situación planteada con los datos del enunciado. La animación y el programa para hacerla correr están disponibles en la página “Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física”, de la Sección Local de Alicante de la Real Sociedad Española de Física (RSEF). <http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm>

la idea de que la fuerza peso de un objeto es la fuerza normal que se ejerce sobre cualquier plataforma horizontal en la que se halle dicho objeto, así como para profundizar en algunos principios importantes como el de acción-reacción y el principio de Arquímedes.

También se ha mostrado que es posible integrar actividades que aparecen estrechamente ligadas en el trabajo científico pero que se suelen tratar como aspectos totalmente separados en la enseñanza tradicional, donde los problemas se utilizan como simples actividades de manejo de los conceptos y principios previamente introducidos y las prácticas como una comprobación de leyes y expresiones que ya se han tratado anteriormente. Por el contrario, en este ejemplo se han tratado conjuntamente, contenidos teóricos, problema, actividad experimental y nuevas tecnologías. Otros ejemplos muy similares a este, elaborados por nosotros, se pueden encontrar en la web: didactafisicaquimica.com.

es, así como en la página “Web de Materiales para la Enseñanza y la Divulgación de la Física”, de la Sección Local de Alicante de la RSEF. <http://rsefalicante.umh.es/fisica.htm>

Conviene tener en cuenta que las orientaciones precedentes no pretenden ser ninguna receta cuyo seguimiento paso a paso garantice el éxito asegurado en la resolución de problemas. Se trata, por el contrario, de indicaciones muy generales que alertan contra determinados vicios metodológicos que impiden tratar los problemas como tales (algo para lo cual, de entrada, no se dispone de una solución evidente) y que permiten que la resolución de problemas se pueda convertir en una herramienta más eficaz con la que impulsar y desarrollar la competencia científica.

Para que las orientaciones anteriores se puedan contemplar en una programación y, lo que es más importante, para que el profesorado pueda apropiarse de ellas como punto de partida en el que

apoyarse, es absolutamente necesario disponer de colecciones de problemas, acordes con dichas orientaciones. Desgraciadamente, los ejemplos de estos materiales educativos innovadores son escasos y, sobre todo, poco conocidos por la mayoría del profesorado. Esta situación se debe a diversas causas. Vilches y Gil-Pérez (2013), se refieren a este respecto a la existencia, entre algunos investigadores en DCE, de una concepción según la cual los trabajos deberían centrarse en estudiar problemas relativos a la enseñanza y aprendizaje de las ciencias, pero sin descender a la elaboración de propuestas de actuación concretas en el aula (lo que sería ya calificado como "simple" innovación). Esta situación es coherente, por otra parte, con que en algunas revistas de investigación didáctica a menudo se rechacen aquellos trabajos que se consideren de innovación, por muy fundamentados que puedan estar. No se tiene en cuenta el hecho de que, análogamente a como ocurre en otros campos de la investigación científica como la Física o la Química, tampoco pueden darse realmente por válidos los análisis críticos o las explicaciones a los problemas estudiados en una investigación didáctica, hasta que no vayan acompañados de pruebas sólidas que muestren cómo al incidir sobre las supuestas causas, se producen resultados coherentes con las hipótesis manejadas. Por otra parte, desde la propia administración educativa, tampoco se facilita la edición y difusión de este tipo de materiales.

Es necesario tener en cuenta que no todos los problemas se pueden plantear del mismo modo, ni tampoco se pueden contemplar siempre en un problema todas las orientaciones comentadas anteriormente. No obstante, aunque la mayor parte de los problemas planteados como investigación se han venido desarrollando principalmente en el cuerpo de conocimientos correspondiente a la mecánica newtoniana, también se ha mostrado la viabilidad de la propuesta aplicada, con sus oportunas variantes, en otros temas de Física (Gil-Pérez, Martínez-Torregrosa y Ramírez de Castro, 1994) y también de Química (Furió y Reyes, 1990; Furió,

Iturbe y Reyes, 1995). Por nuestra parte (Alonso, Carrascosa y Martínez, 2018), hemos puesto a libre disposición del profesorado sendas colecciones de problemas de cinemática relativista y dinámica relativista junto con otra de más de 30 problemas en la que se involucran diferentes temas de Física y de Química del currículum español de Enseñanza Secundaria (alumnado de 12 a 17 años).

Modestamente, abogamos por que se supere la "amnesia crónica" que con frecuencia afecta a la Didáctica de las Ciencias Experimentales y se ponga de nuevo el foco en el diseño, experimentación y evaluación de propuestas concretas con las que desarrollar la competencia científica entre el alumnado a través de los contenidos específicos de las asignaturas que el profesorado imparte.

Nota final: La cuestión cualitativa propuesta en el problema fue presentada por la profesora Wanda Kaminski -Université Paris 7- en un taller desarrollado en el III Congreso Internacional sobre Didáctica de las Ciencias y de las Matemáticas, realizado en Santiago de Compostela (España) en 1989.

Referencias

- Alonso Sánchez, M.; Carrascosa Alís, J.; Martínez Sala, S. Problemas de Física. Cinemática relativista. Dinámica relativista. Problemas de Física y Química como investigación. Problemas de hidrostática. Problemas de estática. 2019. didacticaquimica.es
- Becerra Labra, C., Gil Pérez, D., Guisasola, J., Martínez Torregrosa, J. (2005). ¿Podemos mejorar la enseñanza de la resolución de problemas de lápiz y papel en las aulas de Física y Química?. *Educación química*, 16(2), 230-245. <https://doi.org/10.22201/fq.18708404e.2005.2.66116>
- Furió, C. J., Iturbe, J., Reyes, J. V. (1995). ¿Cuánto contaminará una central térmica que funciona con fuel?: Un ejemplo de resolución de problemas como investigación. *Alambique*, 5, 27-36.
- Furió, C.; Reyes, J.V. (1990). O Modelo de Resolução de Problemas como Investigaçao. Sua

- aplicação à Química. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Química*, 41(2), 11-16.
- Gil Pérez, D., Carrascosa, J., Furió, C., Martínez Torregrosa, J. *La enseñanza de las ciencias en la educación secundaria*. ICE/ Universidad de Barcelona. Barcelona: Horsori, 1991. cap. 2, p. (41-54).
- Gil Pérez, D., Martínez Torregrosa, J., Ramírez De Castro, L. (1994). *La resolución de problemas de Física y de Química como investigación*. Madrid: Centro de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia CIDE.
- Marchesi, A., Martín, E., Casas, E., Ibáñez, A., Monguillot, I., Riviere, V., Romero, F. *Tecnología y aprendizaje. Investigación sobre el impacto del ordenador en el aula*. Madrid: Ediciones SM, 2005.
- Martínez Torregrosa, J., Sifredo, C. ¿Cómo convertir los problemas de lápiz y papel en auténticos desafíos de interés? En: Gil- Pérez, D., Macedo, B., Martínez Torregrosa, J., Sifredo, C., Valdés, P., Vilches, A. (Eds.). *¿Cómo promover el interés por la cultura científica? Una propuesta didáctica fundamentada para la educación científica de jóvenes de 15 a 18 años*. Santiago: OREALC/UNESCO, 2005. cap. 5, p. 103-121.
- National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine. *Science Teachers Learning: Enhancing Opportunities, Creating Supportive Contexts*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://www.nap.edu/catalog/21836/science-teachers-learning-enhancing-opportunities-creating-supportive-contexts>.
- National Research Council. *A framework for K–12 science education: Practices, crosscutting concepts, and core ideas*. Washington, DCE: National Academies Press, 2010.
- Niaz, M. (2016). History and Philosophy of Science as a Guide to Understanding Nature of Science. *Revista Científica*, 1(24), 7-16. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.24.a1>
- Pérez, D. G., Furió-Mas, C., Castro, P. V., Salinas, J., Torregrosa, J. M., Aranzabal, J. G., de Carvalho, A. M. P. (1999). ¿Tiene sentido seguir distinguiendo entre aprendizaje de conceptos, resolución de problemas de lápiz y papel y realización de prácticas de laboratorio?. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 17(2), 311-320.
- Pérez, D. G., Martínez-Torregrosa, J., Ramírez, L., Carrée, A. D., Gofard, M., de Carvalho, A. M. P. (1992). Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. *Caderno Brasileiro de Ensino de Física*, 9(1), 7-19. <https://doi.org/10.1080/0140528830050408>
- Pérez, D. G., Torregrosa, J. M. (1983). A model for problem-solving in accordance with scientific methodology. *European Journal of Science Education*, 5(4), 447-455.
- Rocard, M., Csermely, P., Jorde, D., Lenzen, D., Walberg-Henriksson, H., Hemmo, V. (2007). Science Education Now: A renewed pedagogy for the future of Europe, European Commission Directorate-General for Research Science. *Economy and Society, Information and Communication Unit*. Brussels. http://ec.europa.eu/research/sciencesociety/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf.
- Sánchez-Robayo, B. J., Torres-Duarte, J. (2016). Aprender a investigar investigando. Realización de una propuesta de formación. *Revista Científica*, 1(28), 17-31. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2017.28.a2>
- Solbes-Matarredona, J., Torres-Merchán, N. Y. (2015). Alternativas para reflexionar aspectos críticos de la ciencia en el aula. *Revista Científica*, 2(22), 31-44. <https://doi.org/10.14483/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.22.a3>
- Vilches, A., Pérez, D. G. (2013). Investigación e innovación en la enseñanza de las ciencias. Necesidad de una mayor vinculación. *Tecné Episteme y Didaxis: TED*, (34). <https://doi.org/10.17227/01213814.34ted15.27>





Transformación del método cartesiano en las ediciones de la geometría de Bernard Lamy

Transformation of the cartesian method in the editions of the Geometry of Bernard Lamy

Transformação do método cartesiano nas edições da Geometria de Bernard Lamy

Jhon Helver Bello-Chávez¹

Recibido: agosto 2019

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Bello-Chávez, J. H. (2020). Transformación del método cartesiano en las ediciones de la geometría de Bernard Lamy. *Revista Científica*, 38(2), 216-228. <https://doi.org/10.14483/23448350.14580>

Resumen

Este artículo presenta una contribución a la historia de la enseñanza del álgebra, el estudio del método cartesiano de resolución de problemas geométricos en las diferentes ediciones del libro *Les Élémens de Géométrie* (Lamy, 1685). Este libro de texto circuló en Francia durante casi un siglo, se usó en los colegios de la congregación de los oratorianos y estableció un modelo de enseñanza de la geometría que desarrolló el análisis propuesto en la *Géométrie* (Descartes, 1637). Al analizar la sección sobre el método en las ediciones del libro desde 1685 hasta 1756 se evidenció que la enseñanza se concentró en desarrollar una técnica por medio de reglas para usar el análisis. En cada edición la importancia de los diagramas en la aplicación del método fue disminuyendo y la construcción de la solución de ecuaciones de primer y segundo grado fue perdiendo importancia. Como cartesiano, Lamy recurrió al principio de simplicidad de esta filosofía y del método, por lo tanto, usó relaciones entre líneas descritas por medio de la proporcionalidad y la semejanza de triángulos como medio para organizar sus justificaciones.

Palabras clave: historia de la matemática, enseñanza del álgebra, educación siglo XVIII, resolución de problemas, educación matemática.

Abstract

This article presents a contribution to the history of the teaching of algebra, the study of the Cartesian method of solving geometric problems in the different editions of the book *Les Élémens de Géométrie* (Lamy, 1685). This textbook circulated in France for almost a century, was used in colleges of the congregation of the Oratorians and established a teaching model of geometry that developed the analysis proposed in the *Géométrie* (Descartes, 1637). When analyzing the section on the method in the editions of the book from 1685 to 1756 it was evident that the teaching focused on developing a technique by means of rules to use the analysis. In each edition the importance of the diagrams in the application of the method was decreasing and the construction of the solution of equations of first and second degree was losing importance. As a Cartesian, Lamy resorted to the simplicity

1. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. jhbello@udistrital.edu.co

principle of this philosophy and method, therefore, he used relationships between lines described by means of proportionality and the similarity of triangles as a means to organize their justifications.

Keywords: history of mathematics, teaching of algebra, education XVIII century, problem solving, mathematics education.

Resumo

Este trabalho apresenta uma contribuição para a história do ensino de álgebra, o estudo do método cartesiano de resolver problemas geométricos nas diferentes edições do livro *Les Éléments de Géométrie* (Lamy, 1685). Este livro circulou na França por quase um século, foi usado nas escolas da Congregação do Oratório e estabeleceu um modelo de ensino da geometria que se desenvolveu a análise proposta *Géométrie* (Descartes, 1637). Ao analisar a seção sobre o método nas edições do livro de 1685 a 1756, ficou evidente que o ensino se concentrava em desenvolver uma técnica por meio de regras para usar a análise. Em cada edição a importância dos diagramas na aplicação do método foi diminuindo e a construção da solução de equações de primeiro e segundo grau foi perdendo importância. Como cartesiano Lamy virou o princípio de simplicidade desta filosofia e método, portanto, ele utilizou relações entre as linhas descritas pela proporcionalidade e triângulos semelhantes, como um meio para organizar as suas justificações.

Palavras-chaves: história da matemática, ensino de álgebra, educação do século XVIII, resolução de problemas, educação matemática.

Introducción

La divulgación de un saber matemático por medio del sistema educativo requiere una adecuación del conocimiento para la enseñanza. Nos interesa el caso del libro de texto de Lamy por ser uno de los primeros en proponer para la educación las ideas cartesianas; específicamente el método de resolución de problemas geométricos para la enseñanza de la geometría.

En la actualidad se piensa que el método contribuye con la conformación del sistema simbólico

de las matemáticas y se le atribuye al trabajo de Descartes este horizonte (Stacey *et al.*, 2004; Sutherland *et al.*, 2002). Sin embargo, los análisis históricos de la obra muestran la naturaleza geométrica de los símbolos. Estos existieron para referirse a relaciones y objetos geométricos.

Lamy fue un ferviente seguidor de las ideas cartesianas. Dentro de su obra trabajó para la enseñanza una interpretación del método para resolver problemas geométricos. Descartes, en la regla V, describe el método de la siguiente manera:

Todo el método consiste en el orden y disposición de aquellas cosas a las que se ha de dirigir la mirada de la mente a fin de que descubramos alguna verdad. Y la observaremos exactamente si reducimos gradualmente las proposiciones complicadas y oscuras a otras más simples, y si después intentamos ascender por los mismos grados desde la intuición de las más simples hasta el conocimiento de todas las demás. (Descartes, 2010, p. 93)

En el caso de las matemáticas, se consolidó a través del método de descubrimiento llamado por Pappus: análisis. Lo enunció así:

Si, pues, deseamos resolver un problema, inicialmente debe suponerse efectuada la resolución, dando nombre a todas las líneas que se estimen necesarias para su construcción, tanto a las que son desconocidas como a las que son conocidas. A continuación, sin establecer distinción entre líneas conocidas y desconocidas, debemos descifrar el problema siguiendo el orden que muestre, de modo más natural, las relaciones entre estas líneas, hasta que se identifique un medio de expresar una misma cantidad de dos formas [...]. (Descartes, 1996, p. 392)

El uso del método al nombrar las líneas y sus relaciones supuso la existencia de una solución a través de un diagrama. Es decir, la técnica partió de la construcción de una herramienta dentro de la práctica específica de la geometría cartesiana, lo

que permitió externalizar la información del problema en un espacio de trabajo en donde se suscitó la inferencia.

El contexto de estos diagramas fue una nueva teoría de magnitudes que se desarrolló a partir de interpretar las operaciones de suma, sustracción, producto, división y extracción de raíz cuadrada utilizando relaciones entre líneas. Esta estructura se convirtió en el escenario que permitió interpretar los problemas desde una nueva metafísica, en la cual los objetos están definidos a partir de relaciones (Macbeth, 2004).

Parte del proceso se llevó a cabo en la conformación y análisis del diagrama, luego las relaciones eran expresadas algebraicamente. Descartes lo afirma al inicio de la *Geometría*: “Todos los problemas de la geometría pueden ser deducidos fácilmente a términos tales que no sea necesario posteriormente para construirlos, sino conocer la longitud de algunas líneas” (1996, p. 389).

Después de obtener la expresión simbólica que representa las relaciones que posibilitaban la solución del problema, el método continuó con la construcción de la solución de una ecuación. Descartes condicionó la aceptabilidad de una curva como geométrica a los medios de construcción con los que fue construida (Bos, 2001). En *Geometría* se superó las limitaciones de la regla y el compás mediante la aceptación de otros instrumentos para validar la existencia de una curva. El resultado es otro diagrama que mostró las relaciones entre segmentos o curvas que permitieron definir cada punto de una nueva curva y obtener el conjunto de puntos que la define. Todas las ecuaciones que cumplían una característica se identificaron en una clase curva, de primer grado, segundo..., etc.

El material de estudio

Todas las ediciones del texto *Les éléments de Géométrie ou de la mesure du corps* de Lamy tuvieron su contenido distribuido entre varios libros y al interior de cada uno por capítulos. Este estudio

analizó en siete impresiones el apartado dedicado al método. Las impresiones fueron organizadas en tres grupos de ediciones, en cada grupo el contenido del libro es el mismo, pero entre estos existen modificaciones en el texto. Para el grupo 1: impresiones de 1685 y 1692, se analizó el libro V; para el grupo 2: ediciones de 1710, 1732, 1734 y 1740, y el grupo tres la edición de 1758, el libro VI.

Siguiendo el método propuesto para el análisis de libros de texto antiguos de Schubring (1987), se revisó la práctica matemática propuesta por Lamy en cada grupo de ediciones. Se develó la transformación que hubo para la enseñanza de la geometría analizando la definición de método, su cambio en relación con el propósito de desarrollo de las ideas cartesianas, la evolución en el uso de los diagramas y en el tratamiento de las proporciones.

Análisis sobre el método. Primer grupo

El método para la solución de problemas propuesto por Lamy en el capítulo V se describe a través de las siguientes ocho reglas (1685, pp. 282-289):

- Como todo no es desconocido en una pregunta, representar lo conocido y suponer lo desconocido.
- Si se propone una pregunta debemos saber elegir ciertas cantidades y en consecuencia comprender si la pregunta es determinada o indeterminada.
- Se debe considerar cuidadosamente qué buscar en una pregunta, para indicar lo que se conoce y para distinguir lo que no. Las cantidades conocidas se indican con las primeras letras del alfabeto y las desconocidas con las últimas.
- En una pregunta se descubre lo que relaciona una magnitud desconocida por las propiedades de la figura que se aprovecha para resolver esta cuestión y por las relaciones que las cantidades desconocidas tienen con las conocidas.
- Examinar las cantidades y expresar lo desconocido de dos maneras se llama ecuación.

- Los términos que representan una pregunta deben expresarse de modo que si es posible solo hay una letra desconocida.
- Realizar procedimientos para igualar las cantidades desconocidas.
- Es necesario reducir los términos de una pregunta a los términos más simples.

Estas reglas relataron exhaustivamente las actividades que configuraron el método y que permitieron llevar a cabo la resolución de los problemas. Cada regla era un paso en la conformación de la resolución. Lamy interpretó el método a través de una técnica que consistió en pasar del análisis de la pregunta a la formulación de una ecuación que la representa, mediante el desarrollo de un diagrama.

En los cuatro capítulos que anteceden a la formulación de las reglas se dedicó a mostrar la importancia de analizar la pregunta por medio de una figura, que es un diagrama. Expresó que esta forma de entender una pregunta permitía evidenciar las relaciones que solucionan la situación. Por ejemplo:

El área de un triángulo es igual a la mitad de la suma de sus tres lados multiplicados por el radio de un círculo que se inserta en él.



Figura 1. Problema círculo inscrito en triángulo.

Fuente: Lamy (1685, p. 269).

Lamy afirmó que al apreciar la figura se evidencia que la propiedad que enuncia el problema es verdadera y se puede garantizar por medio del

diagrama. Como se observa en la figura 1 se forman tres triángulos cuyas bases son cada uno de los lados del triángulo CBD y con altura igual al radio del círculo inscrito. El triángulo CBD queda compuesto por los triángulos CAB, BAD y CAD. El diagrama es fundamental para inferir la solución.

Coincidiendo con el método propuesto por Descartes, el diagrama inicial del problema entrega las relaciones que se necesitan para suponer la solución. Este es el primer paso en el proceso de análisis, el cual en este grupo de ediciones es amplio en explicaciones y ejemplificaciones. La propuesta de análisis de la pregunta y la conformación de una figura que permita evidenciar las relaciones del problema está acompañada por una heurística alrededor de la descomposición en triángulos (Barbin, 2010). Esta técnica, que aparece en el libro II de los *Elementos* de Euclides, se sugirió en el transcurso del texto para la resolución y comprensión de todos los problemas. En este aspecto recae la simplicidad que proporcionó el método, reducir los problemas a triángulos fue la manera de establecer las relaciones más simples, un principio de relación entre segmentos, una proporción por medio del teorema de Tales.

En el capítulo IV describe cuatro medios para analizar la figura con el fin de encontrar las relaciones que permitan resolver una pregunta, a saber: el conocimiento de las propiedades de los objetos involucrados, de los ángulos, de las razones y proporciones, y reducir las figuras a triángulos semejantes (Lamy, 1685, p. 274).

Lamy antes de presentar las reglas enseñó dónde encontrar las relaciones que posibilitan solucionar un problema. El estudio del diagrama implicó comprender la posibilidad de establecer representaciones simbólicas para las relaciones que se establecían o inferían a partir de la solución. Por ejemplo, en la siguiente situación:

El producto o el rectángulo que hacen las diagonales AC y BD es igual a la suma de los rectángulos BC por AD y AB por DC . Lados opuestos del cuadrilátero $ABCD$ que está inscrito en una circunferencia.

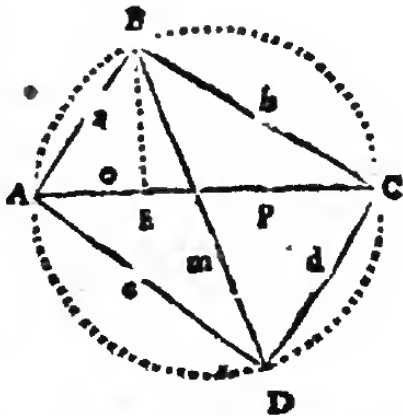


Figura 2. Cuadrilátero inscrito.

Fuente: Lamy (1685, p. 274).

Después de asignarle una letra a los segmentos de recta, Lamy propone una línea auxiliar BE , con la característica que los ángulos ABE y DBC sean iguales. De esta relación deduce las siguientes proporciones $\frac{BD}{AD} = \frac{BC}{CE}$; $\frac{m}{c} = \frac{b}{p}$.

A continuación, evidencia que consecuencia de la condición de BE , los triángulos BDC, BAE son semejantes y, por tanto, es posible plantear varias proporciones para llegar al resultado. Una muestra del estudio de la figura por medio del uso de los medios propuestos; el diagrama al igual que en la obra de Descartes se convierte en una herramienta de exploración de la solución.

Finalmente, muestra que la mejor solución de un problema es cuando se obtiene por medio del método una expresión para la generalización de la situación. Algunos ejemplos se plantearon al final del libro:

Sea BAD un triángulo isósceles, proponemos cortar sus lados AB, AC por una paralela a la base BC ; de modo que esta paralela sea igual a lo que queda de los lados; es decir, que $DB=DE$

Primera solución

Supongo que está hecho. Que $BD = DE$, entonces el triángulo BDE es isósceles y los ángulos DBE y DEB son iguales. Los ángulos CBE y EBD son iguales, dejando que EBC y EBD sean

iguales. Por lo tanto, la línea BE corta la mitad del ángulo DBC . De donde se deduce que son triángulos isósceles, como BAC . Por esta propiedad del triángulo isósceles, encuentro este medio para resolver el problema propuesto (Lamy, 1685, p. 314).

Segunda solución

Supongo el problema resuelto, nombro a AB que es conocido a y d a la base BC , también conocido. Llamo x al tamaño desconocido AE ; así que $EC = a - x$, también $DE = a - x$ entonces $a:d :: x:a - x$ obtenemos $aa - ax = dx$. Agrego a ambos lados ax , entonces $aa = dx + ax$. Suponiendo que $c = d + a$ entonces $cx = dx + ax$ y por lo tanto, en lugar de $dx + ax$ coloco cx , tengo $aa = cx$; dividiendo la ecuación por c tengo por consecuencia, $\frac{aa}{c} = \frac{cx}{c}$, a, x Entonces solo se trata de agregar un tercio proporcional a dos líneas conocidas, que son los primeros dos términos de una progresión. La línea AB unida con la línea BC es el primer término y AB el segundo (Lamy, 1685. p. 314).

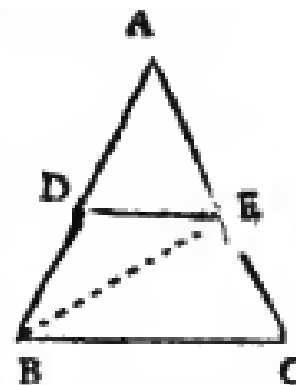


Figura 3. Problema con dos soluciones.

Fuente: Lamy (1685, p. 314).

En las dos formas de resolver el problema usó pasos del método, sin embargo, optó por recomendar la segunda solución; pues indicó que es una forma analítica general y no es particular del problema. Se puede aplicar este mismo razonamiento en la solución de todo triángulo isósceles. El análisis permitió establecer la ecuación que representa esta solución.

Análisis sobre las proporciones. Primer grupo

Lamy afirma que por las características educativas de la obra va a abordar los problemas lineales y planos. Es decir, problemas cuya solución requiere una ecuación de primer o segundo grado. Solo nombró la posibilidad de existencia de otros tipos de ecuaciones; por ejemplo, planteó la ecuación de tercer grado que resuelve el problema de la trisección del ángulo.

La construcción para las ecuaciones de grado uno y dos los trabajó a partir de la media y tercera proporcional. Mostró la correspondencia entre la representación simbólica y las relaciones más básicas de la matemática. De esta manera, aplicó el método llevando la solución a un principio de la geometría.

Para el caso de las ecuaciones de segundo grado presentó la siguiente construcción:

Sea $yy = bb + yd$ encuentre el valor de y . Levanto en una de las extremidades de b una perpendicular igual a la mitad de d . Desde la parte superior de esta perpendicular como centro, hago un círculo y por su centro conduzco una secante hasta D . (Lamy, 1685, p. 298)

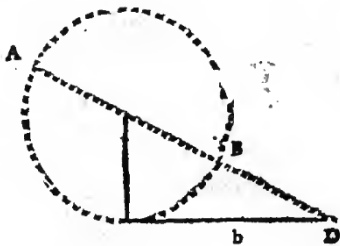


Figura 4. Construcción ecuaciones de segundo grado.

Fuente: Lamy (1685, p. 299).

La línea b es una tangente por construcción, y dado que el radio del círculo es igual a la mitad de d , el diámetro entero $AB = d$, llamo y a la secante AD , y x la parte DB que está fuera del círculo. Dado que el todo multiplicado por las partes es el producto del todo por el todo, $yy = yd + yx$,

entonces $yx = bb$ sustituyendo así en la ecuación anterior $yy = yd + yx$ el cuadrado bb en lugar de yx , se obtiene $yy = bb + yd$; haciendo lo que hicimos encontramos la línea AD , que es igual a la magnitud, previamente desconocida (Lamy, 1685, p. 299).

En la presentación de Lamy existen cambios significativos respecto al tratamiento realizado por Descartes en 1637. Se usa la misma construcción y resulta el mismo diagrama, pero los argumentos son diferentes a los originales. En Descartes se llega a que $z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + bb}$ por medio del teorema de Pitágoras, haciendo uso de la siguiente construcción:

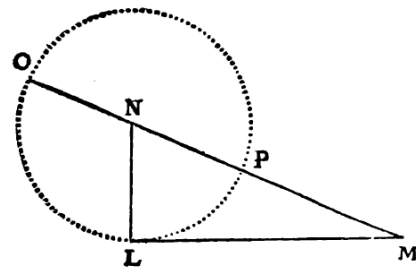


Figura 5. Construcción ecuaciones de segundo grado.

Fuente: Descartes (1996, p. 394).

Construyo el triángulo rectángulo NLM , cuyo lado LM es igual a b (raíz cuadrada de la cantidad desconocida bb) y el otro lado LN es igual a $\frac{1}{2}a$, esto es: la mitad de la otra cantidad conocida que estaba multiplicada por z , la cual he supuesto que es la línea desconocida. Seguidamente prolongando MN , que es la base de este triángulo, hasta O , de suerte que NO sea igual a NL , la línea OM es z , la línea buscada. (Descartes, 1996, p. 394)

Usando el teorema de Pitágoras Descartes concluye que la hipotenusa del triángulo es:

$$NM = \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

por lo tanto,

$$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$$

Esta diferencia en la argumentación de la solución de las ecuaciones de segundo grado entre Lamy y Descartes permite comprender que para Lamy la tercera proporcional se convirtió en una forma simple de relación matemática, la cual permitía llegar a una generalización del tratamiento aritmético sin construcción. Por ejemplo, en la descripción del capítulo IX enuncia: “las ecuaciones bidimensionales se pueden reducir a una progresión de tres términos, lo que proporciona una forma más natural de resolver problemas planos” (1685, p. 301).

Son las proporciones y en especial la tercera proporcional, la idea simple que permite generalizar el procedimiento para hallar la raíz de la ecuación. Lamy muestra como a partir del método, del análisis, se establece el principio fundamental que sustenta la resolución, la relación básica que permite la existencia y justificación de una idea matemática: “[...] al buscar por análisis la resolución de un problema, después de llegar a una de las tres ecuaciones anteriores, debe reducirse a una progresión de tres términos, en la que siempre se conoce la media proporcional [...]” (1685, p. 305).

Los elementos que justificaron este tipo de deducciones fueron las proporciones. En consecuencia, algunas “fórmulas” para la solución de ecuaciones van desplazando la construcción geométrica. Para el caso de las ecuaciones de segundo grado, trabajó los siguientes casos:

- La ecuación $xx = ax + bb$ se reduce a $x - a, b, x$ porque $xx - ax = bb$, al sumar ax en ambos lados, se tiene la ecuación en cuestión $xx = ax + bb$.
- La ecuación $xx = ax - bb$ se reduce a $x, b, a - x$. Como $ax - xx = bb$ al sumar xx en ambos lados, se tiene $ax = bb + xx$, eliminando bb en ambos lados, se tiene $ax - bb = xx$.
- La ecuación $xx = bb - ax$ se reduce a $x + a, b, x$ porque $xx + ax = bb$, eliminando en cada lado, tenemos $xx = bb - ax$.

Estas tres maneras de expresar las ecuaciones median entre la construcción de la solución de la ecuación y la representación simbólica. La pretensión de Lamy de hacer conocer las cosas de la manera más natural termina siendo reducir los problemas que trabaja a un principio elemental para las matemáticas, como lo es la tercera y la cuarta proporcional. Este proceso mediador y generalizador es más aritmético que geométrico.

Cambios en relación con el método. Segundo grupo de ediciones

Este grupo de ediciones va desde 1710 hasta la impresión de 1740. Del prefacio se deduce que fue revisada y ampliada por el mismo Lamy. Se adicionó un libro sobre las propiedades que cumple cualquier magnitud y al final del texto un apartado sobre secciones cónicas. En la introducción indicó que el libro VI lo dedicaba al método, lo que los geómetras llamaban análisis y que esta forma de proceder contribuye a formar mentes más exactas y penetrantes.

En este libro anunció la diferencia en el abordaje de los problemas con los libros anteriores “el método que hemos seguido hasta ahora ha sido considerar la idea de las cosas de las que hablamos y luego derivar sus propiedades [...] este método supone lo conocido” (Lamy, 1710, pp. 374-375). Enuncia que durante el capítulo va a trabajar con un nuevo método: “hay otro método con el que uno encuentra lo que no sabe [...] por eso se llama método de invención, mientras al primero se puede llamar método de doctrina” (Lamy, 1710, p. 375).

Tres asuntos llaman la atención en el tratamiento de problemas con el método, el primero, la distribución de las reglas² durante el libro, se adecuó un capítulo para explicar de cada una. Segundo, se perdió el énfasis en la elaboración del diagrama, por lo menos en términos de extensión

2. El autor no habla explícitamente de reglas; sin embargo, los enunciados tienen la misma intención y práctica que en la primera edición.

y ejemplificación en el texto. En algunos problemas al tener que resolver la ecuación solución del problema, se recurre al diagrama de otro problema o a uno general. Tercero, en esta edición no se ve un énfasis en la heurística de descomposición de triángulos.

Las seis reglas que se deducen de las descripciones de los capítulos son más específicas en la actividad que se debe realizar:

- Es necesario concebir y expresar claramente la pregunta por medio de una figura.
- Podemos expresar las líneas de todas las magnitudes de las que hablamos en una pregunta y hacer sobre ellas todas las operaciones de aritmética, sin conocerlas todas.
- Distinguir lo conocido de lo desconocido, para considerar si el problema está determinado o es indeterminado y distinguir entre tres cosas; las líneas que se conocen, aquellas líneas que no se conocen y todas las relaciones entre líneas conocidas y desconocidas.
- El conocimiento de las relaciones que están entre las líneas que conforman la figura de un problema da la forma de igualar o encontrar expresiones dobles de la misma magnitud.
- Encontrar tantas ecuaciones como líneas desconocidas y reducir todas estas ecuaciones a una.
- Reducir los términos de una ecuación a la expresión más simple y luego dejar la magnitud desconocida en uno de los lados de la ecuación.

En general el método es más técnico, más instructivo que el anterior. Se dedica mayor espacio a explicar cómo reducir ecuaciones, cómo expresar una misma magnitud a partir de una expresión simbólica diferente y en hacer operaciones de términos semejantes. Estos aspectos fortalecen la necesidad de conocimiento de aspectos de los libros anteriores. Por ejemplo, en el capítulo IV plantea:

Lo que hemos visto en el tercer libro sobre las razones, también es una fuerte de ecuaciones diferentes;

si $a + b = x$, entonces $aa + 2ab + bb = xx$. Si x es la hipotenusa de un triángulo rectángulo y los lados son a y b , entonces $aa + bb = xx$ así $xx - aa = bb$ o $xx - bb = aa$. (Lamy, 1710, p. 386)

En esta edición recurrió a propiedades algebraicas, a la relación entre la multiplicación y la cuarta proporcional y en general a aspectos que permitieron ir generalizando ecuaciones, eso hace que las explicaciones sobre las reglas fueran más operativas que en la versión anterior.

Cambios en relación con las proporciones

En los primeros planteamientos de esta edición Lamy propone las relaciones entre proporción y la estructura de la magnitud. Por ejemplo, al plantear la multiplicación lo hace en los términos planteados por Descartes y luego dice:

[...] por lo tanto el producto de tres letras, como abc , puede establecer estas dos proporciones $1:c :: ab:abc$ y $1:ab :: c:abc$, esto muestra que el producto de cuatro líneas $abcd$ establece tres proporciones; el producto de cinco líneas $abcde$ cuatro proporciones y en todas estas proporciones el producto final es una línea. (Lamy, 1710, p. 380)

Describió una generalización en el producto, para lo cual no usó construcciones de las ecuaciones. Al mostrar las posibles proporciones, Lamy inicia un proceso de separación entre la operación entre segmentos y su construcción. Ese estilo es frecuente en esta edición. El último capítulo lo dedicó a resolver algunos problemas; las ecuaciones producto del tratamiento de proporciones y la solución de ecuaciones por medio de la tercera proporcional son las técnicas usadas. Consideró soluciones en donde no se presenta ni el diagrama del problema, ni la construcción de la ecuación. Por ejemplo:

Encontrar cada lado del triángulo ABC, conociendo la suma de cada uno de sus lados.

Si $AB = x$ y $AB + BC = a$ y $AB + AC = b$ y $BC + AC = c$, entonces $BC = a - x$ y $AC = b - x$ y $AC + BC = c$, entonces $a - x + b - x$ o $a + b - 2x = c$. Sumando $2x$ en ambos lados, tendremos $a + b = c + 2x$, estando c en ambos lados tendremos $a + b - 2x = c$. Entonces para encontrar el valor de x , tenemos que unir las dos líneas a y b para restar la línea c , la mitad de lo que quede será el valor de x . (Lamy, 1710, p. 405)

Para el caso de las ecuaciones de segundo grado se hace referencia a realizar la construcción que determina la tercera proporcional.

Considere esta progresión de tres líneas $x + d, b, x$ o $x - d, b, x$. Se conoce el promedio b , y la diferencia d entre los extremos $x + d$ y x , halle el valor de x

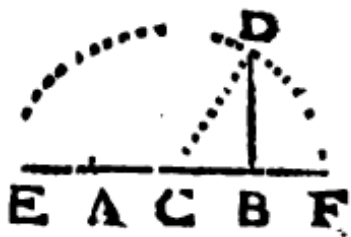


Figura 6. Solución de ecuaciones de segundo grado por progresiones.

Fuentes: Lamy (1710, p. 304).

Sea AB igual a d , y en B , elevo perpendicularmente BD igual a b . Luego C es la mitad de AB . Con el intervalo CD hago un círculo. Prolongo AB hasta el círculo. Después AE o $BF = x$, porque $x + d, b, x$. Si la progresión es $x - d, b, x$ debemos hacer lo mismo, pero en este caso donde $x = EB$, el término más pequeño es BF igual a $EB - AB$ o $x - d$. (Lamy, 1710, p. 304)

En conclusión, la distribución por capítulos para cada una de regla permitió un mejor detalle de las reglas algebraicas involucradas. Se eliminó el énfasis en el diagrama de la primera edición y se fortaleció la generalización de procedimientos

para la solución de problemas. La tercera y cuarta proporcional se convirtieron en una forma de razonamiento para la solución de varios problemas por medio de la misma construcción; por tanto, la relación entre álgebra y geometría quedó encapsulada por el razonamiento proporcional.

Cambios respecto al método. Tercer grupo

La séptima edición del texto data de 1758, momento para el cual Lamy ya había fallecido. No es posible saber el nombre de sus editores; se deduce por la autorización que manifiesta la congregación que las adiciones y alteraciones al texto fueron realizadas por personas de esta organización. Específicamente, en el aviso a las bibliotecas siempre se refieren a nosotros en términos de la comunidad. Para el libro VI sobre el método y el tratado de secciones cónicas se refieren a uno de nosotros, un oratoriano que se comprometió a realizar estas adecuaciones.

En este mismo apartado se anuncia que el capítulo VI es un curso sobre análisis y síntesis en problemas que son solucionables con ecuaciones de primer, segundo y tercer grado. De igual manera, anuncian que el libro sobre secciones cónicas fue modificado, de tal manera que incluye todas las proposiciones esenciales para estudiar la física de Newton. La física matemática fue un objetivo de la educación universitaria en Francia entre 1740 y 1770 (Belhoste, 1993, pp. 2 y 3).

Respecto a las ediciones anteriores las modificaciones al libro VI se leen desde el inicio del texto, ahora el método tiene nombre, analítico y sintético. Se aclara que su uso es solucionar problemas que presentan una aplicación del álgebra a la geometría.

En esta edición se reconoce que el análisis busca un principio, una proposición fundamental que determine la veracidad sobre el supuesto mismo, aspecto que se comprueba por la síntesis. Aunque se describen dos métodos por separado, Lamy reconoce interacción entre estas dos formas, hablando sobre los métodos: “[...] no son

tan incompatibles, pueden estar juntos, la mayoría de las veces se ayudan mutuamente” (Lamy, 1758, p. 515).

Relacionó el método analítico con una buena enseñanza; afirmó que los pasos del método son los aspectos que un maestro debe privilegiar en vez de “el conocimiento seco de los teoremas de la geometría” (Lamy, 1758, p. 516). Mostró su oposición a la enseñanza desde la estructura del texto de Euclides. Esta discusión sobre lo analítico y lo sintético en la enseñanza seguirá hasta después de la Revolución francesa, momento en el cual grupos de filósofos y pedagogos apostaron por el método analítico y el lenguaje algebraico. Sin embargo, años más tarde se daría un restablecimiento del método sintético (Schubring, 2005, pp. 291-293).

En esta edición el autor reconoce al álgebra como un instrumento que posibilita un buen análisis: “podemos estar convencidos de que el álgebra aplicada a la geometría es el álgebra sujeta a las reglas del análisis, en la medida en que el objeto es el descubrimiento de las propiedades de las líneas [...]” (Lamy, 1758, p. 519).

En este sentido, los objetivos del texto cambian, el conocimiento sobre el método se instrumentó por medio del álgebra. Como afirma el autor, es suficiente que la mano desarrolle los cálculos para liberar a lo desconocido.

En esta edición las reglas del método son cinco y están explicadas en el primer capítulo:

- Tener conocimiento previo que nos ayude a comprender la naturaleza de lo desconocido.
- Las condiciones establecidas en el problema deben ser discutidas cuidadosamente.
- Discutir las relaciones entre lo conocido y lo desconocido, son estas expresiones los instrumentos de análisis. Por lo tanto, debe prestar toda la atención a: eliminar de la pregunta todas las ideas que no conducen a la verdad. Examinar la pregunta en todas sus partes, una después de la otra en orden natural, comenzando por la más simple, es decir, por las que

tiene menos relaciones. Reconponer las relaciones de acuerdo con las condiciones más complicadas del problema y si no es posible hacer las relaciones comparado las condiciones, recurra a una idea intermedia que finalice con dos relaciones para asignar su relación de mediación.

- Abreviar las relaciones, expresarlas de la manera más simple posible, ordenarlas y con signos reconocibles.
- Cuando se comprenden y simplifican las relaciones de lo conocido con lo desconocido, formamos ecuaciones o proporciones.

En estas reglas se enfatiza en hacer operativas las relaciones que se determinan a partir de reflexionar sobre el problema. Este aspecto se confirma en los capítulos II y III, en los que se trabajan las propiedades y operaciones de las ecuaciones.

Sin embargo, en la sección de problemas las situaciones se plantearon a través de diagramas, los cuales no están inmersos en el texto como en los libros anteriores, las construcciones están en la parte final del libro, como un anexo. Esto solo sucede en el libro VI y en el tratado de secciones cónicas. En estos libros se separó la construcción de la ecuación de la solución del problema. El autor afirma en dos ocasiones que las construcciones son más elegantes que el trabajo algebraico, pero este último permite hallar la solución de manera más ágil. Por ejemplo:

Conociendo las diferencias en ambos lados de un triángulo rectángulo con la hipotenusa, encuentre los tres lados de este triángulo.

Deje x ser la hipotenusa, a el exceso con el lado más largo, b el exceso de la hipotenusa con el lado más pequeño. Entonces, el lado más grande $x - a$, y el más pequeño $x - b$. La condición de ángulo recto da $xx - 2ax + aa + xx - 2bx + bb = xx$ se reduce a $xx - 2bx - 2ax = -aa - bb$ de donde tenemos la ecuación $x = a + b \pm \sqrt{2ab}$. (Lamy, 1758, p. 546)

Para encontrar la solución a la ecuación, se presenta la siguiente construcción:

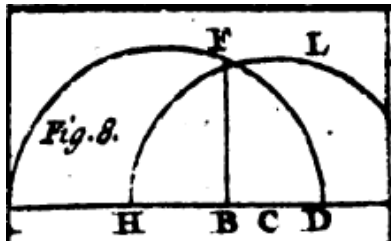


Figura 7. Construcción de ecuaciones.

Fuente: Lamy (1758, p. 637).

Tome una línea $AB = b$ y en esta línea $BC = a$, extendemos la línea BC a G y tomamos $CD = BC$; en AD , describimos un semicírculo AFD , en el punto B , se eleva una recta BF y siguiendo al punto C como centro y con BF para el radio, se describe un nuevo semicírculo HLG , y las líneas AG, AH serán las raíces de la ecuación. (Lamy, 1758, p. 546)

La construcción geométrica es usada para expresiones como la del problema anterior, en el caso de ecuaciones que están clasificadas como de primer y segundo grado, el texto refiere a la facilidad de la construcción.

Cambios en relación con las proporciones. Tercer grupo

En esta edición se afirmó que las propiedades que se cumplen en la aritmética también se cumplen para la geometría. En el caso de la multiplicación indicó que la operación se reduce a encontrar una tercera línea recta que es el producto bajo una unidad, este hecho se justifica —como en Descartes— por medio de una cuarta proporcional.

Se precisaron combinaciones de las reglas de las operaciones, suma, resta, producto, división y raíz cuadrada. En este sentido, se indica que es posible construir fracciones como por ejemplo,

$$\frac{\sqrt{a^3bc}}{\sqrt{fg^2}},$$

el procedimiento que presentó y que consideran el más fácil:

Sea primero $f : a :: b \frac{ab}{f} = d$. La fracción, por sustitución de esta línea se convertirá en $\frac{a^2dc}{g^2}$, busco de nuevo un pro $\frac{a^2h^2}{g^2}$ io proporcional entre d y c que llamo b que da $\frac{a^2}{g^2}$ desde donde vemos, haciendo las raíces, solo para tener el valor de esta fracción y desde ahí el de la primera, que es igual, solo hay que encontrar un cuarto proporcional a las líneas g, a y b . (Lamy, 1758, p. 534)

En el sentido de dar existencia a la fracción anterior como línea geometría, se puede concluir que cualquier expresión algebraica podría ser expresada a partir de sustituciones proporcionales. En estos apartados no se muestra ningún tipo de construcción geométrica, se enuncia que todas pueden ser construidas por medio de triángulos semejantes, incluyendo cualquier fracción. En el texto se propuso que las proporciones sean interpretadas como fracciones, aspecto que relacionó la operación con una intención numérica, más que con una relacional.

En esta edición se otorga otro papel a las expresiones algebraicas; ahora desde ellas es posible solucionar los problemas transformando las expresiones indeterminadas en determinadas, por medio del remplazo de las letras por números.

[...] y estos también deben entenderse como problemas indeterminados que solo podemos resolver mediante la construcción de una infinidad de problemas definidos; lo cual se hace dando sucesivamente diferentes valores finitos a todas las incógnitas de la ecuación, excepto una, que siempre se considera desconocida [...]. (Lamy, 1758, p. 537)

En el caso de las ecuaciones de segundo grado se construyen los valores de las raíces por medio de las construcciones que aparecen en la *Geometría* (Descartes, 1996).

$$x = \pm \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} aa - bb\right)} ; x = \pm \frac{1}{2} a \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4} aa + bb\right)}$$

, según corresponda la ecuación. Se describe un análisis de la expresión $\sqrt{\frac{1}{4}aa \pm bb}$ para determinar los casos en que existen raíces.

Conclusiones

Al comparar el tratamiento del método durante las ediciones de texto se encuentran dos tipos de enunciados para las reglas; unas más amplias, menos técnicas, menos matematizadas y más filosóficas, como las del primer y tercer grupo de ediciones. En el segundo grupo se encuentran reglas más algorítmicas, tratadas con un lenguaje más matemático, más técnico, menos filosófico.

Hubo una transformación durante las ediciones del papel de las imágenes en el texto. En la primera edición la reflexión sobre el diagrama producto de las condiciones del problema era fundamental para que el lector entendiera la importancia del método. Fundamentalmente, las preocupaciones estuvieron sobre la relación entre las magnitudes conocidas y desconocidas, su importancia en el montaje del diagrama y en la solución del problema. En las otras ediciones el diagrama tuvo poca reflexión, aunque en una gran parte de los problemas se usa. En algunos casos un mismo diagrama sirvió para solucionar más de un problema, se intentaba mostrar que un problema era parte de una situación que se podría generalizar.

En el caso de las construcciones para la solución de ecuaciones de primer y segundo grado, estas fueron desapareciendo a medida que las ecuaciones fueron clasificadas por la forma de los términos de la progresión que las solucionaba. En la última edición se evidencia el uso de fórmulas producto del uso algebraico de las proporciones, hay una modificación del método plateado por Descartes y se acerca a lo que hoy se considera es la actividad en la escuela.

El análisis del texto permite identificar que el método tuvo varias adaptaciones para convertirlo en un tema en el ámbito de enseñanza. Sus énfasis estuvieron marcados por la necesidad de solucionar problemas cada vez más generalizados, lo que implicó generar una dependencia cada vez más mayor de técnicas algebraicas.

Agradecimientos

El artículo es producto de las conversaciones con el profesor Gert Schubring, a quien agradezco su tiempo y los aportes realizados a este documento.

Referencias

- Barbin, E. (2010). Evolving Geometric Proofs in the Seventeenth Century: From Icons to Symbols. En H. Dans, H. Jahnke y H. Pulte (eds.), *Explanation and Proof in Mathematics. Philosophical and Educational Perspectives* (pp. 237-252). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0576-5_16
- Belhoste, B. (1993). L'Enseignement des mathématiques dans les collèges oratoriens au XVIIIe siècle. En Dans J. Ehrard (ed.), *Le collège de Riom et l'enseignement oratorien en France au XVIIIe siècle* (pp. 141-160). CNRS-éditions, et Oxford, Voltaire foundation.
- Bos, H. (2001). Redefining Geometrical Exactness. Descartes' Transformation of the Early Modern Concept of Construction. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-0087-8>
- Descartes, R. (1996). *Discurso del método. La dióptrica. Los meteoros. La geometría* (G. Quintás, trad.) Circulo de Lectores S. A.
- Descartes, R. (2010). *Reglas para la dirección del espíritu* (J. Navarro Cordón, trad.). Alianza Editorial.
- Lamy, B. (1685). *Les éléments de Géométrie ou de la mesure du corps*.
- Lamy, B. (1692). *Nouveaux éléments de Géométrie ou de la mesure du corps*.
- Lamy, B. (1710). *Les éléments de Géométrie ou de la mesure de L'étendue*.
- Lamy, B. (1731). *Les éléments de Géométrie ou de la mesure de L'étendue*.
- Lamy, B. (1734). *Les éléments de Géométrie ou de la mesure de L'étendue*.
- Lamy, B. (1740). *Les éléments de Géométrie ou de la mesure de L'étendue*.

- Lamy, B. (1758). *Les éléments de Géométrie ou de la mesure de L'étendue..*
- Macbeth, D. (2004). Viète, Descartes and the emergence of Modern Mathematics. *Graduate Faculty Philosophy Journal*, 25(2), 87-117. <https://doi.org/10.5840/gfpj200425212>
- Schubring, G. (1987). On the methodology of Analysing Historical Textbook: Lacroix as Textbook Autor. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.
- Schubring, G. (2005). *Conflicts between generalization, rigor, and intuition*. Springer.
- Stacey, K., Chick, H., Kendal, M. (eds.) (2004). *The Future of the Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study*. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/1-4020-8131-6>
- Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A., Lins, R. (eds.) (2002). *Perspectives on School Algebra*. Kluwer Academic Publishers. <https://doi.org/10.1007/0-306-47223-6>





Estudio de las representaciones sociales de los docentes sobre el cambio climático antropogénico

Study of the social representations of the teachers on anthropogenic climate change

Estudo das representações sociais dos professores sobre mudanças climáticas antropogênicas

Adriana Patricia Gallego-Torres¹
Jhonn Edgar Castro-Montaña²

Recibido: enero 2020

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Gallego-Torres, A.P., Castro-Montaña, J.E. (2020). Estudio de las representaciones sociales de los docentes sobre el cambio climático antropogénico. *Revista Científica*, 38(2), 229-242. <https://doi.org/10.14483/23448350.16190>

Resumen

Este trabajo realizado con los docentes de la Facultad de Ciencias y Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Tiene como objeto caracterizar las representaciones sociales que los docentes en formación han elaborado sobre el cambio climático antropogénico. Para avanzar en el problema y los objetivos se acudió a plantear una metodología acorde al tipo de estudio social, con un enfoque cualitativo de corte interpretativo, lo que permitió identificar las representaciones sociales de los docentes, que configuran una manera de interpretar y de pensar la realidad cotidiana y sus actitudes e intereses frente al problema del cambio climático y su inferencia en su labor docente.

Palabras clave: cambio climático, representaciones sociales, enseñanza de las ciencias, docencia.

Abstract

This work carried out with the teachers of the Faculty of Sciences and Education of the District University Francisco José de Caldas, has as an objective to characterize the social representations that the teachers in formation have elaborated on anthropogenic climate change. In order to advance the problem and the objectives, a methodology according to the type of social study was proposed, with a qualitative approach of interpretive cut, which allowed to identify the social representations of the teachers, which configure a way of interpreting and thinking about the everyday reality and their attitudes and interests in the face of the problem of climate change and its inference in their teaching work.

Keywords: climate change, social representations, science education, teaching.

1. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. adpgallegot@udistrital.edu.co

2. Fundación Universitaria Los Libertadores. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia. jecastrom@udistrital.edu.co

Resumo

Este trabalho realizado com os professores da Faculdade de Ciências e Educação da Universidade do Distrito Francisco José de Caldas, visa caracterizar as representações sociais que os professores em formação elaboraram sobre mudanças climáticas antropogênicas. Para avançar no problema e nos objetivos, propusemos uma metodologia de acordo com o tipo de estudo social, com uma abordagem qualitativa de natureza interpretativa, que permitiu identificar as representações sociais dos professores, que configuram uma maneira de interpretar e pensar sobre o realidade cotidiana e suas atitudes e interesses em relação ao problema das mudanças climáticas e sua inferência no trabalho de ensino..

Palavras-chaves: cambio climático, representações sociais, sentido das ciências, docência.

Introducción

Estudiar el cambio climático antropogénico desde las representaciones sociales tiene su trasfondo fundamental ya que éstas son entendidas como sistemas de interpretación, que orientan y organizan las conductas y las comunicaciones sociales; intervienen en procesos como la difusión y la asimilación de conocimientos, el desarrollo individual y colectivo, la definición de las identidades personales y sociales, la expresión de los grupos y las transformaciones sociales (Domínguez, 2006).

El cambio climático Antropogénico es un problema social, lo que hace necesario conocer las representaciones sociales que los docentes en formación han elaborado a través de su interacción con la sociedad y con la enseñanza. En este sentido nuestras conjeturas nos llevan a pensar que el conjunto de conocimientos que los docentes en formación inicial y continua han elaborado sobre el cambio climático obedecen a un sistema complejo de representaciones sociales, asumidas como modelos que encierran una serie de patrones que los ciudadanos utilizan a la hora de tomar decisiones, en nuestro caso relacionadas con mitigar el cambio climático. Teniendo en cuenta esto la pregunta central de nuestra investigación fue:

¿Cuáles son las Representaciones Sociales de los Profesores en Formación de la Facultad de Ciencias y Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas sobre el cambio climático antropogénico?

Como se ha dejado planteado, la teoría de las representaciones sociales podría estar íntimamente relacionada con el problema y una posible solución del cambio climático, dado que, las representaciones hacen referencia a objetos que, por su misma naturaleza, contienen la integración de las experiencias individuales subjetivas y de los sistemas de interacción social. Estas representaciones sociales no sólo permiten las interacciones entre los sujetos sociales, sino que les definen posiciones complementarias respecto a los objetos representados y les proporcionan la impresión de formar parte de culturas o comunidades determinadas (Wagner y Elejabarrieta, 1994).

Las representaciones que poseen los docentes en formación sobre el cambio climático son adquiridas y compartidas por la sociedad a través de los medios de comunicación por un lado y por otro las transmitidas por la enseñanza habitual. Como plantea Moscovici (1986) "cada vez que aparece una nueva teoría y capta la imaginación, observamos como miles de personas hablan de ella, intentan comprender su significado y en qué les concierne." Recordemos que las preconcepciones son un conjunto de conocimientos cotidianos que al que los ciudadanos acuden cuando necesitan explicar los fenómenos que los rodean.

Por lo tanto, nos atrevemos afirmar que los docentes en formación de ciencias, como sujetos de una realidad sociocultural, llevan al aula las representaciones sociales que han elaborado acerca del cambio climático, ya que muchos de los conceptos asociados al mismo, se han filtrado por los diferentes canales de información.

Fundamentos conceptuales

Para poder estudiar el problema propuesto se hace necesario acudir por un lado al cambio climático

antropogénico y por otro a las representaciones sociales como se especifica a continuación:

Cambio Climático Antropogénico

El cambio climático antropogénico es uno de los problemas más graves a los que se enfrenta hoy la humanidad, sin embargo, a pesar de la amplia difusión que ha tenido en los medios de comunicación masiva, muchos aspectos aun no son claros, dificultando la comprensión del problema y la proyección de soluciones viables para hacer frente a dicho problema.

Entre las causas por las cuales se le atribuye al hombre el cambio climático se esgrimen las siguientes:

- a. **Emisión de gases de efecto invernadero.** Uno de los fenómenos que regula la temperatura promedio de la tierra es el efecto invernadero, descrito y explicado teóricamente en principio en 1800 por el físico Svante Arrhenius y de manera más profunda y formal en 1861 por J. Tyndall. El efecto invernadero consiste básicamente en la retención y emisión de energía térmica a la superficie terrestre y al espacio, por gases que constituyen la atmósfera, que ha sido emitida por la superficie terrestre luego de haber sido irradiada por el sol, es decir que gran parte de energía irradiada por la superficie terrestre es devuelta por la acción de los gases de efecto invernadero, que posteriormente vuelve a ser capturada por dichos gases, configurando un proceso casi cíclico que permite mantener una temperatura promedio determinada (Caballero, Lozano, y Ortega, 2007).
- b. **El uso de combustibles de origen fósil.** El uso de combustibles de origen fósil se ha acentuado históricamente a partir de las revoluciones industriales, la necesidad de producir hierro, acero, combustible para los automóviles y los aviones y generar energía eléctrica, durante el siglo XIX y comienzos del siglo XX, generó un crecimiento vertiginoso del uso de recursos de

origen fósil como el carbón mineral y el petróleo, y hoy en día prácticamente bajo las mismas demandas se combina con el uso de gas natural también de origen fósil, lo que ha implicado un aumento en las emisiones de CO² a la atmósfera (Castro y Gallego, 2015).

- c. **La deforestación.** Otra de las fuentes del calentamiento global antropogénico es la deforestación de grandes zonas donde se realiza la fotosíntesis. A principios del siglo XX el área forestal del planeta era aproximadamente de cinco billones de hectáreas hoy en día quedan algo más o menos que 3.9 billones de hectáreas (Brown, 2008), al disminuir la cantidad de plantas vivas en especial lo que corresponde a bosques, selvas y algas marinas y aumentar las zonas áridas y desérticas, se disminuye uno de los sumideros naturales de CO² ya que en el proceso de fotosíntesis las plantas convierten la energía radiada por el sol en energía química, en dicho proceso se fija una gran cantidad de dióxido de carbono y se produce oxígeno.
- d. **La urbanización.** En la búsqueda del bienestar, los seres humanos se han concentrado en algunas regiones geográficas donde aceleradamente se aumenta la concentración demográfica. Este proceso de asentamiento generalmente se realiza en lugares con características rurales que anteriormente eran ricos en recursos naturales, lo que implica sin duda algunos procesos de deforestación (NG y REN, 2017). El quebranto de los recursos naturales de las zonas periféricas, como es el caso en Bogotá de los asentamientos realizados en los cerros orientales de la ciudad y en los humedales, desencadenando un aumento en los niveles de contaminación del agua, la falta de una infraestructura tratar las aguas residuales, lo que en muchos casos pone en peligro la vida de los ciudadanos.
- e. **La industria.** Desde el ámbito industrial que tiene un lugar en las ciudades, difícilmente se logra una disposición adecuada de los desechos producidos en sus procesos. Todo lo

anterior, pone en situación de mayor vulnerabilidad ante desastres naturales (Almazán, 2008).

- f. El abuso de la energía eléctrica.** Las ciudades se han convertido en grandes consumidores de energía eléctrica para poder satisfacer todas sus necesidades a través de un gran número de artefactos que permanentemente como son las estufas, calentadores, bombillas, computadores, televisores, teléfonos móviles, etc. (Li, Yang y Long, 2018).
- g. El transporte.** Un informe realizado por el Instituto Goddard de Estudios Espaciales de la NASA identifica el transporte por carretera como el mayor causante del cambio climático. La generación de energía, aun siendo responsable del mayor impacto a nivel global, también produce un gran número de compuestos que aumentan la reflexividad de las nubes y otros efectos que servirían para reducir o paliar los efectos del calentamiento de los que son responsables.

Representaciones Sociales y el Cambio Climático

Las representaciones sociales entendidas en sentido genérico como los discursos científicos, filosóficos, políticos, religiosos, etc. conforman el conocimiento cotidiano, que incluye creencias y actitudes socialmente compartidas que les sirven para explicar, clasificar, predecir y, en último término, guían la toma de decisiones (Moscovici, 1976, 1986; Moscovici y Hewstone, 1986; Farra, 1986; Jodelet, 1986, Gaffé, 2004; Lacolla, 2005). Basándonos en que una de las causas del cambio climático, es debido a las acciones del hombre y su relación con la naturaleza, lo que nos lleva a pensar que las representaciones sociales, se forman entre la intersección de la enseñanza de las ciencias y los aprendizajes informales que les ofrece la sociedad, y que pueden convertirse en verdaderos obstáculos epistemológicos, pueden ser una de las causas principales del cambio climático

antropogénico (Portillo, *et al*, 2017; Ballesteros y Gallego, 2019).

Una representación social puede considerarse como "la transformación de lo no familiar en familiar". El pensamiento de sentido común, plagado de teorías implícitas y basado fundamentalmente en lo perceptivo, que intenta recepcionar todo el bombardeo de información acerca de los descubrimientos, las nociones y los lenguajes de la ciencia (Lacolla, 2005). Comprender los mecanismos de formación de las representaciones sociales sobre el cambio climático podría contribuir a mejorar las acciones del hombre con su entorno, bajo una óptica más integral y social (Porras y Pérez, 2018, Gallego, 2018).

Bernardino *et al.* (2007) comentó que la Teoría de las Representaciones Sociales en el posibilita entender que los diferentes grupos sociales tienen representaciones distintas de un mismo objeto y éste, a su vez, dirige la manera en que se comportan. La formación de las representaciones de un objeto se produce constantemente en la interacción entre los individuos sociales, un proceso llamado anclaje y objetivación. Para Sá (1995), en el anclaje, los significados se asignan al objeto de vincular a ella las concepciones y valores existentes, por lo que el desconocido se asocia con una categoría conocida. La objetivación de los conocimientos sobre el objeto se concreta, por lo que el concepto abstracto se convierte en el concreto (Niaz, 2016).

Las representaciones sociales sobre el cambio climático antropogénico pueden ser estudiadas desde tres campos de investigación: Las concepciones sobre el CC, las actitudes y el campo de la representación (Díaz Clemente, 1992; Wagner y Elejabarrieta, 1994; Pereira de Sá, 1998; Mora, 2002; López Alonso y Stefani, 2005, Castro y Gallego, 2015).

El primero, concierne a la perspectiva inicial de las concepciones sobre el CC. Es decir, las modalidades que el conocimiento cotidiano asume en las sociedades contemporáneas. Como resultado de la secularización creciente de vastos sectores

sociales, la ciencia, el conocimiento científico, se populariza, se hace parte de la vida cotidiana. (Wagner y Elejabarrieta, 1994). Que no es otra cosa que las representaciones sociales, no solo de la ciencia, sino también de la tecnología y que se van transformando en la "ciencia popular" que incide sobre la manera de ver el mundo y de actuar de todos quienes pertenecen a una determinada comunidad (Gutiérrez, 2016).

El segundo campo de investigación se refiere al estudio de la influencia social y cultural. Se trata de aquellos fenómenos e interacciones cuyas representaciones tienen un arraigo y han estado presentes en los seres humanos durante mucho tiempo. Estas representaciones sociales no sólo permiten las interacciones entre los sujetos sociales, sino que les definen posiciones complementarias respecto a los objetos representados y les proporcionan la impresión de formar parte de culturas o comunidades determinadas (Wagner y Elejabarrieta, 1994). Entre sus características merece destacarse que son construcciones mentales que actúan como motores del pensamiento, que funcionan y perduran con independencia de tales o cuales individuos concretos y generan conductas relacionadas con ellas (Lacolla, 2005).

Un tercer campo de investigación hace referencia a la actitud de los ciudadanos frente al problema del cambio climático. Acudiendo a Banchs, este campo separa los desarrollos teóricos de las representaciones sociales. Conciernen a los diferentes presupuestos ontológicos y epistemológicos y axiológicos que asumen la vertiente procesual y la vertiente estructural (Banchs, 2000). Lo que conlleva a reflexionar en torno a la actitud hacia el CC, las actuaciones individuales, de grupo o sociales en relación con la generación, aplicación o transformación del proceso de construcción del conocimiento racional, empírico y objetivo.

Desde esta perspectiva, podemos acudir a las representaciones para el planteamiento de propuestas que conlleven a las nuevas generaciones a adquirir comportamientos, valores e interés más acordes con la necesidad de mitigar el cambio climático.

Establecer las actitudes, los valores o los intereses que se relacionan e interaccionan con el fenómeno del cambio climático es uno de los problemas actuales por resolver en la enseñanza de las ciencias y no es otro que establecer planteamientos innovadores desde la didáctica de las ciencias que integren la historia, la filosofía, la sociología, etc. Las cuales, muy seguramente determinarían nuevos matices en la lucha global por la supervivencia de la especie humana (Ballesteros y Gallego, 2019).

Si partimos del hecho de que las representaciones sociales tienen un componente conceptual (el modelo del cambio climático) un componente actitudinal (las actitudes y los valores) como base la representación social podría explicarse la actitud pasiva de algunos colectivos hacia el cambio climático como el resultado de una representación social es necesario que se ha ido construyendo acerca del problema.

Metodología

En concordancia con los objetivos de la investigación el tipo de estudio adoptado es estadístico-descriptivo de corte cuantitativo, que mide cómo es y cómo se manifiesta el fenómeno de las representaciones sociales.

Enfoque Metodológico

En tanto el objeto de este estudio es un fenómeno social, el enfoque es mixto cualitativo de corte interpretativo, en ese sentido, Vasilachis sostiene al respecto de la investigación cualitativa "[...] permite al especialista satisfacer todos los requisitos básicos de la ciencia empírica: enfrentarse a un mundo susceptible de observación y análisis, suscitar problemas con respecto al mismo, reunir los datos necesarios a través de un examen detenido y disciplinado, descubrir relaciones entre las respectivas categorías de los datos, formular proposiciones respecto de esas relaciones, incorporarlas a un sistema teórico, y verificar problemas, datos,

relaciones, proposiciones y teorías por medio de un nuevo examen del mundo empírico." (Vasilichis, 1992, Hurtado, 2014). Desde esta perspectiva La teoría fundamentada es uno de los enfoques de la metodología cualitativa que permite crear propuestas teóricas basándose exclusivamente en los datos lo que permite la categorización, la recolección de datos y el análisis de las representaciones de los docentes sobre el cambio climático (Glaser y Strauss, 1967)

VARIABLES Y UNIDADES DE ANÁLISIS PARA EL ESTUDIO DE LAS REPRESENTACIONES SOCIALES DE LOS DOCENTES SOBRE EL CAMBIO CLIMÁTICO

Para la recolección de la información se procedió a la elaboración de un cuestionario que nos permitiera conocer y analizar las diferentes representaciones sociales en los docentes en formación inicial de las licenciaturas de física, química y biología de la Facultad de Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas conformado por 28 preguntas. Para ello se seleccionaron de 3 grupos de docentes quienes ya habían realizado al menos una práctica docente.

A partir de la fundamentación teórica de la investigación, las categorías que emergieron se ubicaron en torno a tres categorías, que quedaron identificadas y definidas tal y como se pueden observar en la tabla 1.

Resultados

Para poder realizar el análisis estadístico se seleccionaron un conjunto de setenta estudiantes de diferentes proyectos curriculares de la facultad de ciencias y educación. A continuación, se realiza un análisis interpretativo, de algunas estadísticas calculadas sobre las respuestas dadas en la encuesta (28 ítems), elaborada por el grupo de investigación IREC donde cada ítem presentaba 5 posibles respuestas: muy en desacuerdo (1), en desacuerdo (2), indiferente (3), de acuerdo (4) y muy de acuerdo (5).

Población (N): Docentes en formación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Muestra (n): 70 estudiantes seleccionados aleatoriamente.

Objetivo: Identificar concepciones sobre cambio climático adquiridas en el proceso de formación docente.

Forma de recolección de la información: Encuesta.

Análisis estadístico grupal por dimensiones

En el siguiente apartado, se presentan los resultados del análisis de las preguntas realizadas en las encuestas, el propósito principal consiste en analizar desde una perspectiva que agrupe las preguntas teniendo como criterio las tres dimensiones

Tabla 1. Categorías identificadas

Categoría	Definición Operacional	Dimensión	Indicador
Representaciones del Cambio climático antropogénico	¿Qué es el cambio climático antropogénico?	Aspectos conceptuales del CCA	Identifica y reconoce las problemáticas asociadas a los parámetros del CCA
Representaciones sobre aspectos Históricos, sociales y culturales.	Relaciones, históricas, culturales y sociales del cambio climático antropogénico que conforman las actitudes.	Fundamentos actitudinales, comportamentales frente al CC	Identifica y reconoce, los temas relacionados las causas y los efectos del CCA
Representaciones sobre Cambio climático la formación docente.	Representaciones sobre el CC conformadas por las actitudes, valores y creencias de los docentes en formación frente al CCA	Aspectos educativos, Axiológicos y actitudinales que conforman la RS	Determinar las RS del CCA en la formación docente que reconocen los profesores

Fuente: Los autores

construidas a partir de las categorías teóricas. Primero se calculó para cada una de las preguntas el promedio a partir de las valoraciones entregadas por los 69 estudiantes. Luego se agruparon todas aquellas preguntas que están enfocadas a describir la dimensión, y a partir de la comparación de las medianas utilizando como método estadístico la prueba de Kruskal y Wallis se desarrolló un análisis de varianza desde una perspectiva no paramétrica.

Representaciones conceptuales sobre el CCA

La primera categoría hace referencia a las representaciones sociales *conceptuales* que los docentes en formación han elaborado sobre el cambio climático y que hemos denominado **aspectos** conceptuales sobre el CCA, en esta dimensión se ubicaron un total de nueve preguntas, a continuación, se presenta una tabla 2 que reúne las preguntas y su rango promedio.

El valor de la estadística de prueba para este conjunto de preguntas es de 316,752. El p-valor es menor del 0,05, lo que indica que existe diferencia significativa entre las puntuaciones de las medianas de las valoraciones entregadas por los estudiantes agrupados en este conjunto de preguntas.

La menor valoración se encontró a la pregunta No me interesan las consecuencias del cambio climático con un rango promedio de 113,8, y a La naturaleza tiene una capacidad inagotable y se puede recuperar fácilmente de los daños provocados por las acciones humanas, con 132,5 lo que indica que los estudiantes se encuentran preocupados por los problemas relacionados con el cambio climático. Lo cual concuerda con los valores entregados a las preguntas que indagaban sobre las consecuencias que se podrían derivar del cambio climático entre ellas; Las acciones que afectan actualmente el equilibrio del planeta tendrán drásticas consecuencias en el futuro con un rango promedio de 469,7 y La mayoría de las personas deben cambiar su manera de actuar con relación al cambio climático con 458,9.

Aspectos actitudinales sobre el CCA

La segunda agrupación corresponde a la dimensión: los aspectos históricos, sociales y culturales del problema del cambio climático antropogénico. Con el propósito de analizar en profundidad esta dimensión, se realizó una interpretación de aquellas preguntas que estaban enfocadas al aspecto mencionado. Las preguntas seleccionadas se presentan en la tabla 3.

Tabla 2. Preguntas y su rango promedio.

Pregunta	Numero de datos	Rango promedio
El conocimiento que he construido sobre el cambio climático es el necesario para comprender sus causas, consecuencias y participar en el desarrollo de alternativas que permitan hacerle frente.	69	329,978
No me interesan las consecuencias del cambio climático	69	113,884
Colombia es un país que debe considerarse como un proveedor de riquezas naturales infinitas.	69	318,065
El bienestar de las personas depende de la capacidad de consumo de bienes materiales	69	206,145
La mayoría de las personas deben cambiar su manera de actuar con relación al cambio climático	69	458,993
La naturaleza tiene una capacidad inagotable y se puede recuperar fácilmente de los daños provocados por las acciones humanas	68	132,529
Incluyo acciones en mi vida que permiten minimizar los efectos del cambio climático.	69	386,486
Las acciones que afectan actualmente el equilibrio del planeta tendrán drásticas consecuencias en el futuro	69	469,797
Intento reducir el consumo de los diferentes bienes que ofrece la sociedad actual, con el fin de disminuir mi huella ecológica sobre el planeta	69	372,456

Fuente: Los autores

Tabla 3. Preguntas seleccionadas

Pregunta		Promedio	Desviación Estándar	Coef. of variación
No me interesan las consecuencias del cambio climático	69	1,27	0,70	55 %
Las personas exageran al decir que son graves las consecuencias de contaminar la atmosfera cuando se hace uso del automóvil como medio de transporte.	69	1,78	0,98	55 %
El consumo excesivo de los recursos ha venido agravando la problemática ambiental actual.	69	4,40	1,01	23 %
El manejo adecuado de las basuras es responsabilidad exclusiva de las empresas de aseo.	69	1,42	0,77	54 %
Colombia es un país que debe considerarse como un proveedor de riquezas naturales infinitas.	69	3,04	1,57	51 %
Los procesos de autorregulación que mantienen el equilibrio de la naturaleza son lo suficientemente flexibles para asumir los impactos de la producción de las multinacionales.	68	1,82	1,05	57 %
El bienestar de las personas depende de la capacidad de consumo de bienes materiales.	69	2,02	1,11	54 %
La mayoría de las personas deben cambiar su manera de actuar con relación al cambio climático.	69	4,27	0,90	21 %
La naturaleza tiene una capacidad inagotable y se puede recuperar fácilmente de los daños provocados por las acciones humanas.	68	1,41	0,88	62 %
Los ciudadanos del común no son responsables del aumento de la temperatura del planeta.	68	2,02	1,34	66 %
Hacer frente al cambio climático es una responsabilidad exclusiva de los gobiernos y no de los ciudadanos.	69	1,53	0,93	60 %
Incluyo acciones en mi vida que permiten minimizar los efectos del cambio climático.	69	3,75	0,75	20 %
Las acciones que afectan actualmente el equilibrio del planeta tendrán drásticas consecuencias en el futuro.	69	4,31	1,13	26 %
Es necesario que se revisen los procesos de fabricación de insumos y comprobar que cuenten con los estándares de sostenibilidad.	68	4,27	0,86	20 %
Intento reducir el consumo de los diferentes bienes que ofrece la sociedad actual, con el fin de disminuir mi huella ecológica sobre el planeta.	68	3,61	0,84	23 %
Reconozco el impacto que sobre el sistema planetario tiene la producción de los artefactos tecnológicos que utilizo a diario.	69	3,75	0,99	26 %

Fuente: Los autores.

Como resultado del cálculo de los promedios y su correspondiente desviación estándar para cada una de las preguntas se encontró, que en general, los encuestados no son indiferentes a los problemas causados por el cambio climático, ya que otorgaron valoraciones muy bajas a la pregunta seis *No me interesan las consecuencias del cambio climático* con un promedio de 1,27 y una desviación estándar bastante baja 0,70. Esta idea está fuertemente asociada a la intención observada en relación que es necesario el cambio de actitudes por parte de las personas y sus

costumbres, de hecho la pregunta *la mayoría de las personas deben cambiar su manera de actuar con relación al cambio climático*, fue calificada con valores altos 4,27 y desviación de 0,9. También es posible inferir en el mismo sentido que los encuestados le otorgan una gran cantidad de culpa al calentamiento global a las costumbres de los ciudadanos, por tanto, dieron valoraciones muy bajas a las preguntas, *los ciudadanos del común no son responsables del aumento de la temperatura* con media aritmética de 2,02 y desviación 1,34.

Pero además advierten que la responsabilidad debe ser compartida con los gobiernos cuando asignan calificaciones muy bajas en la pregunta *hacer frente al cambio climático es una responsabilidad exclusiva de los gobiernos y no de los ciudadanos* con promedio de 1.53 y desviación de 0.93, lo cual indica que hay una amplia aceptación de la influencia de las personas dentro de los problemas relacionados con el calentamiento global. De la misma manera el promedio para la pregunta nueve *Las personas exageran al decir que son graves las consecuencias de contaminar la atmosfera cuando se hace uso del automóvil como medio de transporte*, fue de 1.78 con desviación estándar de 1,78, indica una fuerte preocupación por el uso de combustibles fósiles.

Con relación al problema del consumo y su correspondiente efecto sobre la cantidad de desperdicios, se puede observar que existe un alto grado de intranquilidad, ya que los valores promedio para la pregunta *El manejo adecuado de las basuras es responsabilidad exclusiva de las empresas de aseo* fue de 1,42 y desviación estándar de 0,77, idea que está en correspondencia con las altas valoraciones entregadas en la pregunta *El consumo excesivo de los recursos naturales ha venido agravando la problemática ambiental*, que fueron de 4,4 y desviación estándar de 1,01.

De todas maneras, los encuestados no se encuentran muy convencidos con relación a la transformación o cambio de sus hábitos, actuaciones o conductas que permitan una menor influencia en el cambio climático actualmente, ya que sus valoraciones para las preguntas que indagaban sobre este tópico fueron intermedias. En la pregunta *incluyo acciones en mi vida que permiten minimizar los efectos del cambio climático* la media aritmética fue de 3,75 y desviación estándar de 0,75, de la misma manera, cuando se indaga sobre si están dispuestos a realizar una reducción en el consumo, elemento esencial para tratar de detener los efectos del calentamiento global se encontró una situación similar, porque a la pregunta *intento reducir el consumo de los diferentes bienes que ofrece la*

sociedad actual, con el fin de disminuir mi huella ecológica sobre el planeta la media también fue muy parecida 3,61 y desviación de 0,84. Este escenario contrasta de todas maneras con el hecho que los encuestados son conscientes que los efectos se verán en un tiempo posterior, ya que a la pregunta *las acciones que afectan actualmente el equilibrio del planeta tendrán drásticas consecuencias en el futuro*, asignaron valoraciones altas 4,31 y la desviación fue de 1,13. Tal vez la alternativa que proponen que puede ser efectuada rápidamente está relacionada con la idea de desarrollar procesos donde la producción sea más limpia, en efecto a la pregunta *Es necesario que se revisen los procesos de fabricación de insumos y comprobar que cuenten con los estándares de sostenibilidad*, la cual fue valorada con 4,27 con desviación de 0,86.

Representaciones sociales del cambio climático como eje transversal

Los resultados se presentan en la siguiente tabla, responden a la tercera dimensión, que hace referencia a la transversalidad del modelo del cambio climático en la Facultad de Ciencias y Educación y la hemos denominado: El cambio climático como eje transversal.

La prueba Kruskal Wallis prueba la hipótesis nula que todas las medianas de las valoraciones por pregunta son iguales y se basa en la asignación de rangos para cada una de las preguntas, el valor de la estadística de prueba es entonces iguala a 312,357, que alcanza un p-valor menor al 0.05, lo que nos indica que existe diferencia significativa entre las valoraciones entregadas por pregunta.

A partir de los contrastes múltiples se encontró que los docentes en formación inicial le asignan una importante valoración al hecho que la escuela debe asumir la responsabilidad de hacer frente al cambio climático, de la misma manera esperan que la Facultad de ciencias y educación debería ofrecer espacios académicos relacionados con el cambio climático, pero también le entregan una gran responsabilidad a los profesores en el trabajo,

Tabla 4. Transversalidad del modelo climático en la Facultad de Ciencias y Educación.

Pregunta	Numero de datos	Rango promedio
Siento que en el proyecto curricular me ofrecen suficiente formación sobre el problema del cambio climático.	69	168,094
Las publicaciones científicas, artículos e información en los medios de comunicación sobre el cambio climático son escasas	69	272,732
Los problemas concernientes con el cambio climático no son importantes en mi vida académica	67	98,6493
Los problemas relacionados con el cambio climático son requisito en mi formación académica	69	358,391
Pienso que la Facultad de Ciencias y Educación debería ofrecer espacios académicos relacionados con el cambio climático.	69	445,754
La Facultad de Ciencias y Educación induce al estudio de los problemas del cambio climático.	68	198,816
Pienso que la escuela también debería asumir la responsabilidad de hacer frente al cambio climático	69	450,565
Los profesores no asumen de manera adecuada el cambio climático en las clases porque le hace falta formación al respecto	69	344,312
Los profesores deben asumir la responsabilidad de trabajar el cambio climático en las aulas escolares.	69	440,471

Fuente: Los autores.

lo que está fuertemente asociado con la creencia que los docentes no asumen de manera adecuada el cambio climático en sus clases. De la misma manera, están muy desacuerdo con la idea que los problemas concernientes con el cambio climático no son importantes en su vida académica.

Los resultados obtenidos arrojaron en resumen las siguientes representaciones sociales:

RS Conocimiento Cotidiano: Los profesores de la Facultad de Ciencias y Educación, poseen una idea vaga en torno al modelo científico del cambio climático y sus elaboraciones son fruto de la popularización que se hecho del mismo y que en muchos casos es obtenida de los programas televisivos de divulgación y de la red, lo que lleva a determinar que la RS es fruto del conocimiento cotidiano. Los profesores en formación inicial le asignan una importante valoración al hecho que la escuela debe asumir la responsabilidad de hacer frente al cambio climático, lo que está fuertemente asociado con la creencia que los docentes no asumen de manera adecuada el cambio climático en sus clases. Lo que ha llevado a contribuir a la transmisión de teorías implícitas sobre el CC y en el

peor de los casos a errores conceptuales que por su condición de docentes de ciencias, serán transmitidas por ellos a las siguientes generaciones

RS Modelo Científico CC: La formación científica que ellos han obtenido no les haya posibilitado adentrarse en la problemática y, por tanto, son poco rigurosos sus conocimientos alrededor del CC. El modelo científico sobre el cambio climático no se desarrollado teniendo en cuenta los factores socio- culturales, lo que llevaría a que los conocimientos y las representaciones elaboradas sean poco consistentes. El agravante de estas representaciones mayormente cotidianas se hace más grave al ser la educación superior y más aún en la formación docente una de las principales responsables de construir conocimientos científicos rigurosos, pertinentes y de calidad sobre el Cambio Climático. Es preciso formular propuestas didácticas que permitan conocer y reflexionar sobre los procesos de formación en educación en ciencias en torno al CC que permitan desde una perspectiva cultural y representacional la trasmutación de los modelos cotidianos a los modelos de representación científica del CC.

Entre los docentes participantes en el estudio se pudo notar errores conceptuales entre el cambio climático y otros problemas ambientales relacionados como son: la capa de ozono, la lluvia ácida, la contaminación atmosférica, entre otros. Lo que nos refuerza el hecho de que no han construido un modelo científico sobre el CC.

RS Actitudes Frente al CC: Aunque en muchas ocasiones reconocen que no realizan ninguna acción para mitigar el problema del CC, también reconocen contribuir con el efecto invernadero, ya que desconocen en la mayoría de los casos, que sus actos contribuyen al calentamiento del planeta. En este sentido, sus representaciones frente a la huella ecológica son bastante pobres, hasta llegar al punto de no reconocerla como parte del problema y no sentirse plenamente involucrados en tomar conciencia y/o actitudes positivas hacia el problema del cambio climático y el calentamiento global, esto se ve claramente representado en el hecho de que los docentes, no se encuentran muy convencidos en relación a la transformación o cambio de sus hábitos, actuaciones o conductas que permitan una menor influencia en el cambio climático actualmente, ya que sus valoraciones para las preguntas que indagaban sobre este tópico fueron intermedias. Esto se debe principalmente a que los docentes derivan el problema a los gobiernos y a las políticas públicas, la gran mayoría opina que no es responsabilidad de la escuela ni de los ciudadanos asumir el problema del cambio climático, lo que nos lleva a asumir, que dentro de sus representaciones sociales sobre el cambio climático no asumen la responsabilidad del ser humano como principal detonador del problema. Por el contrario, son bastante indiferentes a tomar partida frente a la necesidad de frenar las emisiones de gas carbónico y cuidar los recursos naturales, entre otros.

RS cambio climático antropogénico: En Los docentes no se evidencian los conceptos claves para comprender el campo climático antropogénico. Lo que supone que ellos no han elaborado un modelo ciudadano que les permita adoptar medidas

para mitigar los graves efectos del cambio climático. Esto se evidencia en que ellos no se hacen responsables, del consumo excesivo de los recursos naturales, la deforestación, la contaminación, las emisiones de CO₂, el gasto energético, etc. Todo esto producto de la falta de formación y una postura clara y coherente frente al modelo antropogénico. De este modo, aun aceptando la magnitud del problema, los docentes no están convencidos de la necesidad de contribuir a su solución y de promover entre sus estudiantes y futuros ciudadanos comportamientos y actitudes que permitan a las nuevas generaciones vivir en condiciones decorosas.

En los docentes no se manifiesta un puente entre el modelo científico sobre el CC y la percepción del riesgo a las actividades de la vida diaria con la excepción, a acciones puntuales sustitución de bombillos ahorradores, electrodomésticos bajo consumo y el reciclaje de las basuras, etc.

En resumen, las Representaciones Sociales sobre el cambio climático y el calentamiento global, están permeadas por el conocimiento cotidiano, lo que agrava el problema dadas las implicaciones sociales y culturales de los docentes frente a las nuevas generaciones.

En este sentido, hemos de resaltar la necesidad de abordar el problema del cambio climático y el calentamiento global desde la didáctica de las ciencias experimentales; proceso que debe comenzar con la introducción del modelo científico sobre el cambio climático en los programas de formación inicial y continua de profesores de ciencias, no como una asignatura sino como un eje transversal de los currículos, ya que debe ser visto desde la complejidad ambiental que sugiere una nueva epistemología donde se fundan los valores y se interdisciplinen los saberes, además, se requiere de transposiciones didácticas adecuadas, desde la perspectiva del movimiento CTSA, ya que además de la introducción de los modelos, no podemos dejar de lado, los valores, las actitudes, los imaginarios, los intereses, las concepciones, entre otros. De este modo, el énfasis en fomentar la

construcción de un modelo científico sobre el CC no necesariamente llevará a los docentes a adoptar comportamientos y actitudes sobre el estilo de vida que contribuye a mitigar el CC y a adquirir una formación científica ciudadana que incrementa la responsabilidad individual sobre el problema y sobre la huella que cada uno de ellos deja sobre el planeta y la semilla que siembra en sus estudiantes.

Conclusiones

El enfoque metodológico, permitió determinar que los docentes en formación de la Facultad de Ciencias y Educación a través de un cuidadoso análisis estadístico de la información, nos permitió establecer las siguientes Representaciones Sociales basadas en las tres categorías emergentes establecidas.

A partir de los análisis realizados, podemos concluir, que lo que los docentes en sus clases transmiten a sus estudiantes, va más allá de las concepciones sobre el modelo del cambio climático y el calentamiento global, convirtiéndose en Representaciones Sociales del mismo, al tener componentes teóricos y actitudinales. Acudiendo a lo propuesto por Lacolla en 2005 "la transformación de lo no familiar en familiar". El pensamiento de sentido común, plagado de teorías implícitas y basado fundamentalmente en lo perceptivo, que intenta recepcionar todo el bombardeo de información acerca del cambio climático, las nociones y los lenguajes del modelo.

Referencias

- Ballesteros-Ballesteros, V., Gallego-Torres, A.P. (2019). La educación en energías renovables desde las controversias socio-científicas en la educación en ciencias. *Revista Científica*, 2(35), 192-200. <https://doi.org/10.14483/23448350.14869>
- Ballesteros-Ballesteros, V., Gallego-Torres, A. (2019). Modelo de educación en energías renovables desde el compromiso público y la actitud energética. *Revista Facultad De Ingeniería*, 28(52), 27-42. <https://doi.org/10.19053/01211129.v28.n52.2019.965>
- Banchs, M. A. (2000). Aproximaciones procesuales y estructurales al estudio de las representaciones sociales. En: *Papers on social representations*. 9(3):1-15.
- Barona, J. L. (1994). *Ciencia e historia. Debates y tendencias en la historiografía de la ciencia*. Valencia: Guada.
- Caballero, M., lozano, S., Ortega, B. (2007). Efecto invernadero, Calentamiento Global y cambio climático: Una perspectiva desde las ciencias de la tierra. *Revista digital universitaria*, 8(10), 2-12
- Capuano, V. Y., Martín, J. (2007). El calentamiento global del planeta Tierra: un ejemplo de equilibrio dinámico. *Revista de Enseñanza de la Física* 20(1-2), 91-110.
- Castro-Montaña, J. E., Gallego-Torres, A. P. (2015). La educación energética una prioridad para el milenio. *Revista Científica*, 1(21), 97-110. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.21.a11>
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Díaz-Clemente, M. (1992). *Psicología Social (Métodos y Técnicas de investigación)*. Madrid-España, Ed. Eudema. pp. 391-400.
- Domínguez-Gutiérrez, S. (2006). Las representaciones sociales en los procesos de comunicación de la ciencia, I Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Sociedad e Innovación CTS+ 1, Ponencia presentada en el Palacio de Minería, México.
- Echeverría, J. (1998). *Filosofía de la ciencia*. Madrid: Akal.
- Farra, P. (2009). *Breve historia de la ciencia*. Madrid: Ariel
- Bernardino, C. F., Freire, L. M., Ferreira, A., & Ruiz, R. (2007). Análise das representações sociais sobre meio ambiente de técnicos e professores das Secretarias de Educação e Meio Ambiente de municípios da Bacia de Campos – RJ. In:

- Encontro Nacional De Pesquisa Em Educação Em Ciências*, 6., 2007, Florianópolis. Brasil, Florianópolis. ENPEC,
- Ferreira, V.C.P., Santos Júnior, A.F., Azevedo, R.C., Valverde, G. (2005). A representação social do trabalho: uma contribuição para o estudo da motivação. *Estação científica*, 1, 1-13.
- Gallego-Torres, A. P. (2018). Las representaciones sociales, un concepto a tener en cuenta. *Revista Científica*, 2(32), 128. <https://doi.org/10.14483/23448350.13301>
- Graca, M., Moreira, M. A. y Caballero, C. (2004). Representacoes sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem: um estudo exploratório. *Revista Investigações em Ensino de Ciências*, 9, 1, 37-93, 2004.
- Gutiérrez-Sabogal, L. H. (2016). Problemática de la educación ambiental en las instituciones educativas. *Revista Científica*, 3(23), 57-76. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.23.a5>
- Hurtado, G. E. (2014). ¿Cuáles son las tendencias en las metodologías de enseñanza de la última década en iberoamérica? *Revista Científica*, 1(18), 86 - 99. <https://doi.org/10.14483/23448350.5564>
- López-Rivera, Z. C. (2015). La Enseñanza de las Ciencias Naturales desde el enfoque de la Apropiación Social de la Ciencia, la Tecnología y la Innovación ASCTI en la educación básica-media. *Revista Científica*, 2(22), 75-84. <https://doi.org/10.14483/10.14483/udistrital.jour.RC.2015.22.a6>
- Lacolla, L. (2005). Representaciones sociales: una manera de entender las ideas de nuestros alumnos. *Revista Electrónica de la Red de Investigación Educativa* 1, (3), 1-17.
- Li, J., Yang, L., Long, H. (2018). Climatic impacts on energy consumption: Intensive and extensive margins. *Energy Economics*, 71(1), 332-343. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.03.010>
- López Alonso, A. O., Stefani, D. (2005). Representaciones sociales de la vida: su variación a través del género y la edad de las personas. Su convergencia y divergencia. *Revista Signos Universitarios*, 41, 23-118.
- Martínez Filomeno, M. S. (2003). La representación social de la profesión docente: creencias respecto de la ciencia y la enseñanza. Buenos Aires: *Memorias de las Primeras Jornadas sobre Representaciones Sociales*, Ciclo Básico Común, Universidad de Buenos Aires.
- Mora, M. (2002). La teoría de las Representaciones Sociales de Serge Moscovici. *Athenea Digital. Revista de pensamiento e investigación social*, 1(2). <https://doi.org/10.5565/rev/athenea.55>
- Moscovici, S. (1976). *"Psicología Social"* Tomos I y II. Edit. Paidós.
- Moscovici, S. (1986). *El Psicoanálisis, su imagen y su público*. Buenos Aires: Huemul.
- Moscovici, S., Hewstone, M. (1986). De la ciencia al sentido común. En: Moscovici, S. *Psicología social II*. Barcelona: Paidós.
- Ng, E., Ren, C. (2017). China's adaptation to climate and urban climatic changes: A critical review. *Urban Climate*, 23(1), 352-372 <https://doi.org/10.1016/j.uclim.2017.07.006>
- Niaz, M. (2016). History and Philosophy of Science as a Guide to Understanding Nature of Science. *Revista Científica*, 1(24), 7-16. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.24.a1>
- Pereira de Sá, C. (1998). *A construção do objeto de pesquisa em representações sociais*. Ed. Universidade Statal de Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Porrás Contreras, Y. A., Pérez Mesa, M. R. (2018). Identidad ambiental: múltiples perspectivas. *Revista Científica*, 1(34), 123-138. <https://doi.org/10.14483/23448350.14003>
- Portillo Páez, F., Vega Vega, M., Cadavid Velásquez, E., Pérez Vásquez, N. (2017). Representaciones Sociales Sobre El Cambio Climático Y sus Efectos En Adolescentes de Instituciones Oficiales y Privadas De Montería – Córdoba. *Bio-grafía*, 10(19), 839-847. <https://doi.org/10.17227/bio-grafia.extra2017-7217>
- Sánchez-Robayo, B. J., Torres-Duarte, J. (2016). Aprender a investigar investigando. Realización de una propuesta de formación.

Revista Científica, 1(28), 17-31. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2017.28.a2>

Vasilachis De Gialdino, I. (1992). *Métodos cualitativos I: los problemas teórico-epistemológicos*. Buenos Aires: Centro Editor de América Latina.

Wagner, W., Elejabarrieta, F. (1994). Representaciones sociales. En: J. Francisco Morales, M. Moya, E. Reboloso, J. M. Fernández Dols, C. Huici, J. Marques, D. Páez y J. A. Pérez. *Psicología social*. McGraw-Hill,





El aprendizaje móvil en educación superior: una experiencia desde la formación de ingenieros

Mobile learning in higher education: an experience from Engineering Education

Aprendizagem móvel no ensino superior: uma experiência com a educação de engenheiros

Vladimir Alfonso Ballesteros-Ballesteros¹
Óscar Iván Rodríguez-Cardoso²
Sébastien Lozano-Forero³
Jorge Luis Nisperuza-Toledo⁴

Recibido: agosto 2019

Aceptado: abril 2020

Para citar este artículo: Ballesteros-Ballesteros, V. A., Rodríguez-Cardoso, O. I., Lozano-Forero, S., Nisperuza-Toledo, J. L. (2020). El aprendizaje móvil en educación superior: una experiencia desde la formación de ingenieros. *Revista Científica*, 38(2), 243-257. <https://doi.org/10.14483/23448350.15214>

Resumen

Este artículo presenta los resultados de un proyecto de investigación desarrollado en la Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas de la Fundación Universitaria Los Libertadores (Bogotá, Colombia). Este tuvo como objetivo describir los efectos y las experiencias de la incorporación de la aplicación Calculadora Gráfica de GeoGebra durante el aprendizaje de la noción de límite a partir de la integración de dispositivos móviles al aula de clase. Se empleó un diseño explicativo secuencial con el ánimo de validar la hipótesis relacionada con una influencia positiva del aprovechamiento de teléfonos inteligentes y tabletas en el desempeño académico. En la etapa cuantitativa se realizó un diseño experimental de cuatro grupos de Solomon y durante la etapa cualitativa se

aplicó un test actitudinal y se desarrollaron entrevistas semiestructuradas con estudiantes que participaron del tratamiento con la aplicación móvil. Los resultados obtenidos en el postest por los grupos experimentales superaron a los obtenidos por los grupos control que participaron de una intervención mediada por recursos didácticos tradicionales. Los estudiantes que recibieron el tratamiento experimental demostraron mayor interés y motivación por el aprendizaje del tema abordado, por lo que se puede inferir que la integración de dispositivos móviles en el aula promueve formas innovadoras de aprender cálculo.

Palabras clave: aprendizaje móvil, formación de ingenieros, noción de límite, tecnologías digitales, Geogebra.

1. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá D.C., Colombia. vladimir.ballesteros@libertadores.edu.co
2. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá D.C., Colombia. oscar.rodriguez@libertadores.edu.co
3. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá D.C., Colombia. sebastien.lozano@libertadores.edu.co
4. Fundación Universitaria Los Libertadores. Bogotá D.C., Colombia. jorge.nisperuza@libertadores.edu.co

Abstract

This article presents the results of a research project performed at the Faculty of Engineering and Basic Sciences of the Fundación Universitaria Los Libertadores (Bogotá, Colombia), whose objective was to describe the effects and experiences of incorporating the GeoGebra Graphing Calculator app on learning the notion of limit from the integration of mobile devices in the classroom. A sequential explanatory design was used in order to judge the hypothesis linking a positive influence of the use of smartphones and tablets and academic performance. In the quantitative stage, an experimental design of four Solomon groups was carried out and during the qualitative stage, an attitudinal test was applied and semi-structured interviews were carried out with students who participated in the treatment with the mobile application. The results obtained in the posttest by the experimental groups surpassed those obtained by the control groups that participated in an intervention based on traditional teaching resources. The students who received the experimental treatment showed greater interest and motivation for learning about the topic addressed, so it can be inferred that the integration of mobile devices in the classroom promotes other innovative ways of learning calculus.

Keywords: mobile learning, engineering education, notion of limit, digital technologies, Geogebra.

Resumo

O presente artigo apresenta os resultados de um projeto de pesquisa realizado na Faculdade de Engenharia e Ciências Básicas da Fundación Universitaria Los Libertadores (Bogotá, Colombia), cujo objetivo foi descrever os efeitos e experiências da incorporação do aplicativo Graphing Calculator do GeoGebra sobre o aprendizado da noção de limite com a integração de dispositivos móveis na sala de aula. Utilizou-se o desenho explicativo seqüencial para validar a hipótese relacionada à influência positiva do uso de smartphones e tablets no desempenho acadêmico. Na etapa quantitativa, foi realizado um planejamento experimental de quatro grupos de Solomon e, na etapa qualitativa, foi aplicado um teste de atitude e entrevistas semiestruturadas com os alunos que participaram do tratamento com o aplicativo

móvel. Os resultados obtidos no postest pelos grupos experimentais excederam os obtidos pelos grupos controle que participaram de uma intervenção mediada pelos recursos tradicionais de ensino. Os alunos que receberam o tratamento experimental demonstraram maior interesse e motivação para aprender sobre o tema abordado, para que seja possível inferir que a integração de dispositivos móveis na sala de aula promove outras formas inovadoras de aprender cálculo.

Palavras-chaves: aprendizagem móvel, educação de engenheiros, noção de limite, tecnologias digitais, Geogebra.

Introducción

Algunos resultados de investigaciones recientes han señalado la transición de las notaciones matemáticas tradicionales en papel a las notaciones en pantalla (incluyendo símbolos algebraicos, gráficos, tablas y figuras geométricas) con cierto efecto dramático (Ioannou *et al.*, 2017; Sangwin y Köcher, 2016). A diferencia del uso del papel y el lápiz, que solo admite notaciones estáticas y aisladas, el de computadores admite notaciones dinámicas vinculantes con varias ventajas útiles (Potkonjak *et al.*, 2016). El uso adecuado de las TIC permite a los estudiantes tener la libertad de elegir su propio tiempo, lugar y ritmo de estudio. Los materiales de aprendizaje se mejoran con diversos medios como el sonido, la narración, el video, la animación, los gráficos, etc.; lo que proporciona a los estudiantes posibilidades que se adaptan a sus diferentes estilos y ritmos de formación. A través de una planificación y una implementación adecuada, la educación apoyada por TIC puede promover la adquisición de conocimientos y habilidades como la creatividad y el pensamiento crítico (Koh *et al.*, 2015). De este modo, las nuevas formas de aprender y enseñar asientan la transformación de una pedagogía centrada en el profesor a otra centrada en el estudiante (Feist y Reid, 2018).

En el campo de la educación matemática la tecnología puede reorientar el esfuerzo dedicado a la ejecución de operaciones y dirigir la atención de

los estudiantes hacia el contexto que rodea los problemas en matemáticas. La tecnología puede favorecer las representaciones matemáticas, de manera que los estudiantes puedan resignificar sus conceptos (Stacey y Wiliam, 2012). Los recursos tecnológicos disponibles, como los sistemas de álgebra computacional, el software de geometría interactiva y los *applets*, constituyen nuevos recursos didácticos para redefinir la enseñanza de las matemáticas y, de este modo, desarrollar la resolución de problemas y la toma de decisiones entre los estudiantes, a partir de una reconceptualización que podría conducir a estrategias eficaces para mejorar el apoyo en el uso de las TIC por parte de los profesores en el aula (Sinclair, 2020). Y en esta reconceptualización el profesor de matemáticas enfrenta el desafío de facilitar el aprendizaje proporcionando a los estudiantes acceso a la tecnología de enseñanza que incluye los dispositivos móviles, el software especializado y la conexión a internet. De ahí que se establezcan nuevas formas de enseñar y, por supuesto, de aprender en las cuales los estudiantes logren incorporar las TIC con el propósito de redefinir el alcance de sus resultados de aprendizaje.

En este contexto, aparece el aprendizaje móvil (*mobile learning* o *m-learning*) como una oportunidad de aprender a través de contextos diversos e interacciones múltiples a través de dispositivos móviles (Ballesteros *et al.*, 2020). El *m-learning* constituye una etapa renovada del aprendizaje mediado por la tecnología en la que los estudiantes pueden acceder a la información, aprender de forma individual o grupal, en el aula tradicional de clase y fuera de ella, utilizando como herramienta de apoyo sus dispositivos móviles personales (Al-Emran *et al.*, 2018). Se trata, en todo caso, de una concepción tecnocéntrica que enriquece el quehacer pedagógico centrada en el estudiante y que, al mismo tiempo, debe desarrollar aspectos motivacionales y afectivos como el control, la propiedad, la diversión, la comunicación, el aprendizaje en el entorno y la continuidad entre contextos (Jeno *et al.*, 2019). El *m-learning* involucra los intereses de los estudiantes que se identifican como

parte de una comunidad digital que utiliza, a diario, artefactos tecnológicos para dinamizar su cotidianidad. Así pues, el profesor de matemáticas se ve abocado a integrar los dispositivos móviles al aula de clase o continuar negando una realidad plural abiertamente tecnológica y que distancia a la escuela de los sucesos que acontecen en la sociedad, con el mecanismo de la prohibición unilateral de estos dispositivos.

Con este escenario y con reconocimiento consciente de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes de ingeniería de la Fundación Universitaria Los Libertadores, se propuso la siguiente pregunta de investigación: ¿qué influencia tiene en el desempeño académico y el desarrollo actitudinal de los estudiantes el uso de la aplicación móvil Calculadora Gráfica de GeoGebra (en adelante ACCG) para el aprendizaje de la noción de límite? Para responder a esta pregunta se planteó como objetivo general la necesidad de describir los efectos y las experiencias de la incorporación de la ACCG para el aprendizaje de la noción de límite con estudiantes de Ingeniería Aeronáutica a partir de la integración de dispositivos móviles al aula de clase y, de este modo, validar la hipótesis asociada a una influencia positiva del uso de esta aplicación móvil en el aprendizaje de esta noción.

Revisión de la literatura

La revisión literaria para esta investigación se realizó con dos ejes vertebradores: el aprendizaje móvil y el software de geometría dinámica.

Aprendizaje móvil o *m-learning*

Con la creciente cobertura de las redes móviles y el aumento en el uso de dispositivos como teléfonos inteligentes, tabletas o iPads, que son compañeros constantes para muchas personas, la industria móvil ha experimentado un rápido crecimiento tanto en los países desarrollados como en vías de desarrollo. Con una tasa de propiedad personal alta y en constante aumento, los servicios de aprendizaje

pueden desempeñar un papel cada vez más importante y eficaz en la educación. En otras palabras, la tecnología de comunicación móvil se ha infiltrado en la vida cotidiana en todo el mundo (Hao *et al.*, 2017). En años recientes han aparecido nuevos términos como aprendizaje electrónico y aprendizaje móvil. Este último se ha posicionado como la adquisición de conocimientos, habilidades y actitudes mediante la utilización de tecnologías móviles tales como teléfonos inteligentes, tabletas, iPads, etc. (Hamidi y Chavoshi, 2018). El *m-learning* permite el acceso continuo al conocimiento en cualquier momento y lugar. Mediante los dispositivos móviles se crean facilidades especiales como el envío y el almacenamiento del contenido de aprendizaje, al igual que se generan otros métodos de instrucción y un aumento de los recursos de enseñanza y de las interacciones bidireccionales; además de aportar a la flexibilidad de aprendizaje al ser decisión del estudiante el momento y lugar que desee disponer (Tang y Hem, 2017).

Todos los enfoques de enseñanza que se apoyan en las TIC se han desarrollado con la intención de mejorar la calidad de la enseñanza y promover el acceso a distintos recursos para aprender (Prada y Hernández, 2016). Aunque el aprendizaje móvil ha estado presente en la educación superior durante varios años, sigue configurándose como una tecnología emergente y aún existen preguntas sobre su despliegue. ¿Será que los estudiantes preferirán los dispositivos móviles y tendrán un mejor rendimiento si los usan en lugar de un computador?, ¿cómo se integra mejor el aprendizaje móvil en un contexto de aprendizaje?, ¿el aprendizaje móvil simplemente proporcionará otro punto de acceso a la información y la comunicación, o surgirá una pedagogía transformadora? (Hao *et al.*, 2017). Desde distintas orillas se han abordado estas inquietudes y se han desarrollado experimentos de enseñanza que enfrentan el rendimiento logrado con dispositivos móviles y el rendimiento alcanzado con otros recursos, tal vez, tradicionales (Martin y Ertzberger, 2013; Tossell *et al.*, 2015; Wong *et al.*, 2015, Saavedra, 2016).

Software de geometría dinámica

El software de geometría dinámica (en adelante SGD) ha estado presente durante más de 30 años, llegando a la mayoría de las aulas de todo el mundo y convirtiéndose en un componente insustituible de la educación matemática. Desde el principio las herramientas de los SGD se han diseñado alrededor de un escenario central donde el usuario define varios puntos móviles y, a través de ellos, construye nuevos puntos y otros objetos geométricos que dependen de ellos para lograr su manipulación y explorar sus rutinas de variación (Plaza, 2016; Selaković *et al.*, 2019). A continuación, en la tabla 1, se relacionan las principales referencias bibliográficas que documentan el avance del SGD a lo largo del tiempo:

Tabla 1. Evolución del SGD

Denominación	Artículo
Geometric Supposer	Yerushalmy y Houde (1986)
Cabri	Laborde y Strasser (1990)
Cinderella	Richter-Gebert y Kortenkamp (1999)
The Geometer's Sketchpad	Jackiw (2001)
GeoGebra	Hohenwarter y Fuchs (2004)
GCLCprover	Janičić y Quaresma (2006)
Dr. Geo II	Fernandes <i>et al.</i> (2007)
KSEG	Baran (2007)
Eukleides	Obrecht (2010)
QuickDraw	Cheema <i>et al.</i> (2012)
Sketchometry	Ehmann <i>et al.</i> (2013)

Fuente: elaboración propia de los autores.

La característica de arrastre es simple pero muy atractiva y efectiva en la educación matemática; en lugar de explorar las figuras geométricas estáticas los estudiantes pueden explorar figuras estrechamente relacionadas arrastrando algunos puntos libres para poder observar propiedades o invariantes sobre ellas (Hussin *et al.*, 2018).

Metodología

Para el desarrollo de este proyecto de investigación se diseñaron dos unidades didácticas. Ambas

tuvieron como objetivo central aproximar a los estudiantes a la noción de límite. La primera se centró en recursos didácticos tradicionales como la calculadora científica, lápiz y papel. La segunda fue diseñada para facilitar la interacción con la ACCG en dispositivos móviles a partir de tres actividades de aprendizaje y dos actividades de evaluación, un *pretest* y un *postest*. En comparación con otras herramientas de geometría dinámica, se optó por la ACCG porque combina el álgebra y la geometría dinámica con la función de arrastre de puntos construidos para generar nuevas interacciones con objetos matemáticos, de modo que se puede representar una amplia variedad de funciones (Hohenwarter y Fuchs, 2004).

Construcción geométrica dinámica

El objetivo de esta construcción es generar la noción visual del límite:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

A través de herramientas de arrastre mediante la interacción con dispositivos móviles y argumentar en qué condiciones dicho límite existe. Se definen la función $f(x)$ junto con dos puntos móviles A y X sobre el eje de las abscisas, que pueden cambiar de posición por medio de arrastre cuando se manipulan dos deslizadores, hecho que permite ver la tendencia de x al valor de a tanto por izquierda

($x \rightarrow a^-$) como por derecha ($x \rightarrow a^+$) (figura 1). Es importante resaltar que la manipulación de estos dos puntos es el factor que hace dinámica la construcción.

Luego, haciendo uso de las herramientas que ofrece la ACCG tales como funciones, puntos de intersección, rectas y vectores se crea un ambiente dinámico donde se ve la tendencia de $f(x)$ cuando $x \rightarrow a$ (figura 2).

Con esta construcción geométrica dinámica los estudiantes pudieron observar cuál era la tendencia de la función $f(x)$ cuando, a través de arrastre, aproximaban el valor de x al valor de a .

Primera actividad

Con esta actividad se buscó que los estudiantes pudieran explorar el límite $f(x)$ cuando la función $f(x)$ es continua en $x = a$. En la figura 3 se muestra un ejemplo desarrollado durante el tratamiento experimental donde se observó el $\lim_{x \rightarrow 0,5} \cos(x)$.

Sin embargo, se trabajaron más ejemplos con funciones racionales, exponenciales, trigonométricas y composiciones en puntos del dominio donde se sabe que son continuas. Esto permitió a los estudiantes ver que si la función $f(x)$ es continua en $x = a$, entonces:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

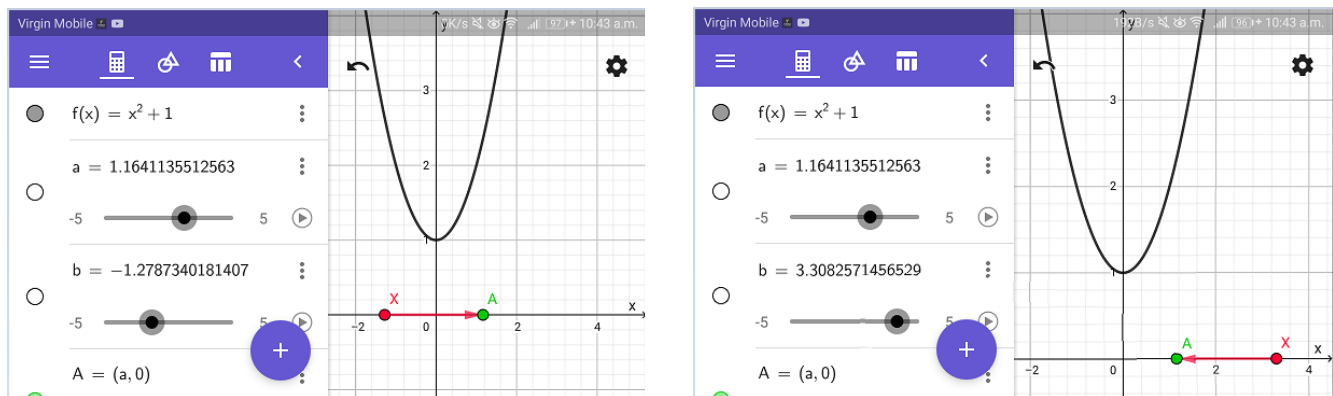


Figura 1. Puntos móviles A y X que por medio de arrastre permiten ver la tendencia de x al valor de a .

Fuente: elaboración propia de los autores.

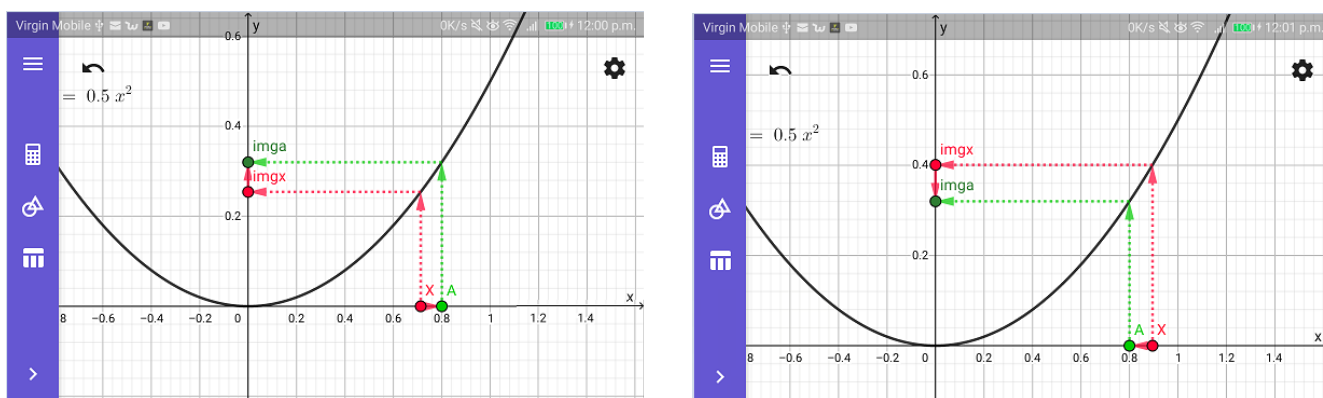


Figura 2. Tendencia de $f(x)$ cuando $x \rightarrow a^+$ y cuando $x \rightarrow a^-$.

Fuente: elaboración propia de los autores.

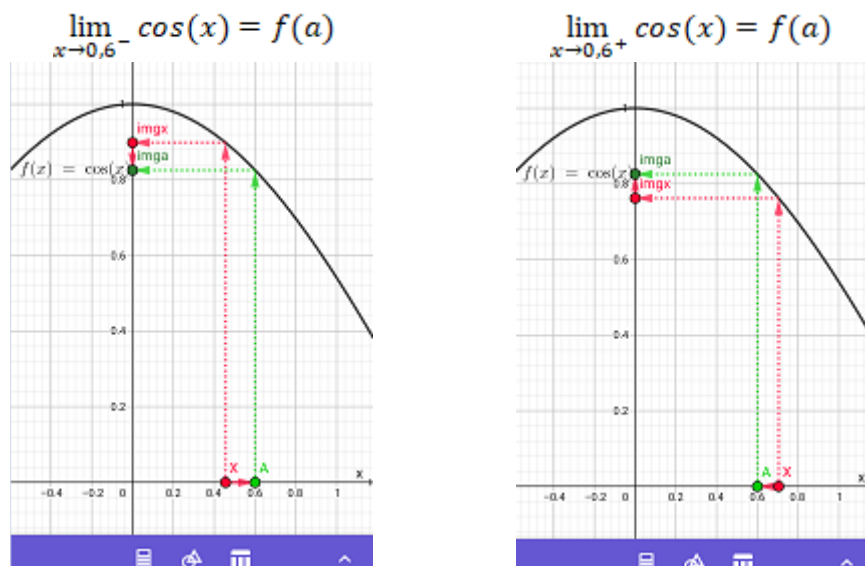


Figura 3. Ejemplo de la interacción de los estudiantes con la ACCG para la noción de límite en puntos de continuidad.

Fuente: elaboración propia de los autores.

Segunda actividad

En esta actividad se abordó el concepto de límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ para valores $x = a$ del dominio de $f(x)$ donde la función presenta discontinuidades de salto. Para esto se estudiaron funciones a trozos como:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 1 \\ x + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Observando a través de arrastre la tendencia de $f(x)$ cuando $x \rightarrow a$ por izquierda y por derecha de a (figura 4).

También se estudiaron otras funciones particulares como la función parte entera en valores enteros de x (figura 5).

El trabajo con este tipo de funciones y la exploración de las mismas a través del uso de las herramientas de arrastre que ofrece la ACCG permitió a los estudiantes interactuar con valores cercanos a a para ver que si la función $f(x)$ tiene una discontinuidad de salto en $x = a$, entonces:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Consecuentemente $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ no existe.

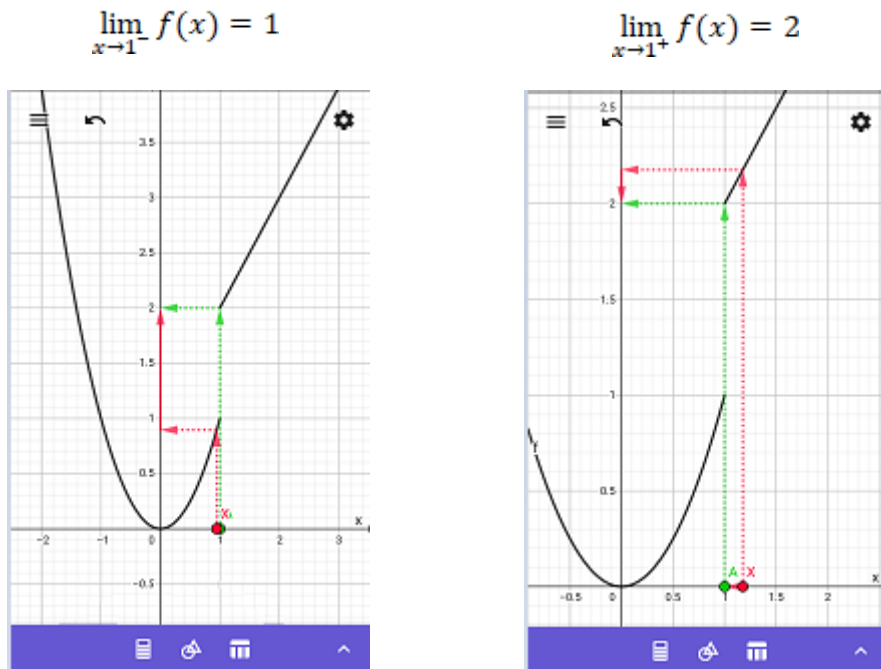


Figura 4. Análisis de la no existencia de $f(x)$ mediante la observación de límites laterales en dispositivos móviles con la ACCG.

Fuente: elaboración propia de los autores.

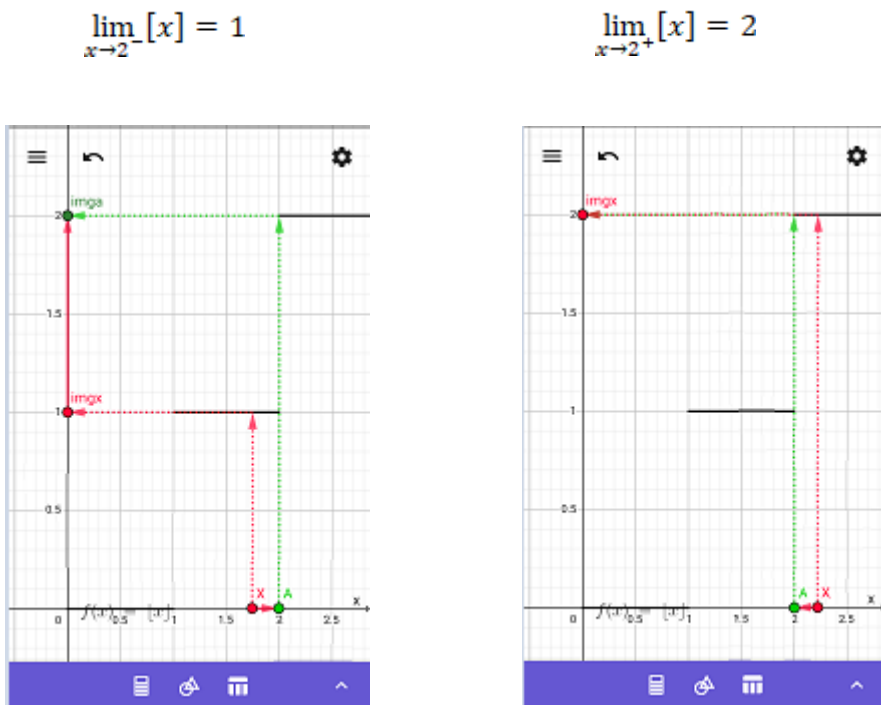


Figura 5. Análisis de la no existencia de $[x]$ mediante límites laterales en dispositivos móviles con la ACCG.

Fuente: elaboración propia de los autores.

Tercera actividad

En esta actividad se trabajaron límites infinitos. Para ello se consideraron funciones racionales como:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-4} & \text{si } x \neq \pm 2 \\ 0 & \text{si } x = \pm 2 \end{cases}$$

Y mediante herramientas de arrastre se examinaron límites como por ejemplo $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ (figura 6).

Esta actividad permitió que los estudiantes observaran mediante arrastre que en funciones que tienen discontinuidades infinitas en $x = a$ cuanto más se aproxima el valor de x tanto por la izquierda como por la derecha de a , los valores de $f(x)$ decrecen o crecen sin cota. Los ejercicios en esta actividad consistieron en explorar límites de diferentes funciones con límites infinitos, por ejemplo

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\text{sen}(x)}{x+2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{cos}(x)}{x^2}.$$

Resultados

Para el análisis de resultados se tomó como variable de interés para el respectivo análisis el puntaje

del *postest* y la presencia (o no) del *pretest*. La figura 6 presenta la distribución observada de los cuatro grupos y la relación entre ellos en términos de la presencia o ausencia del *pretest* y de la intervención.

En este punto, y desde una perspectiva enteramente descriptiva y exploratoria, es posible hacer los siguientes comentarios:

- De manera visual puede conjeturarse que la intervención tiene un efecto positivo en los grupos, pues los grupos GE1 y GE2 lograron mejores resultados que los grupos que no tuvieron la intervención con la herramienta propuesta.
- Se considera que se debe destacar la diferencia en el efecto del *pretest* (presentarlo o no) en la calificación obtenida en *postest* en los grupos control (no recibieron la intervención). Es decir, la presencia del *pretest* afecta la calificación en el *postest*.
- Podría conjeturarse inicialmente que sí existe un efecto del *pretest* en el *postest* en los grupos que sí recibieron la intervención, pues el grupo GE2 (que no presentó *pretest* y tuvo la

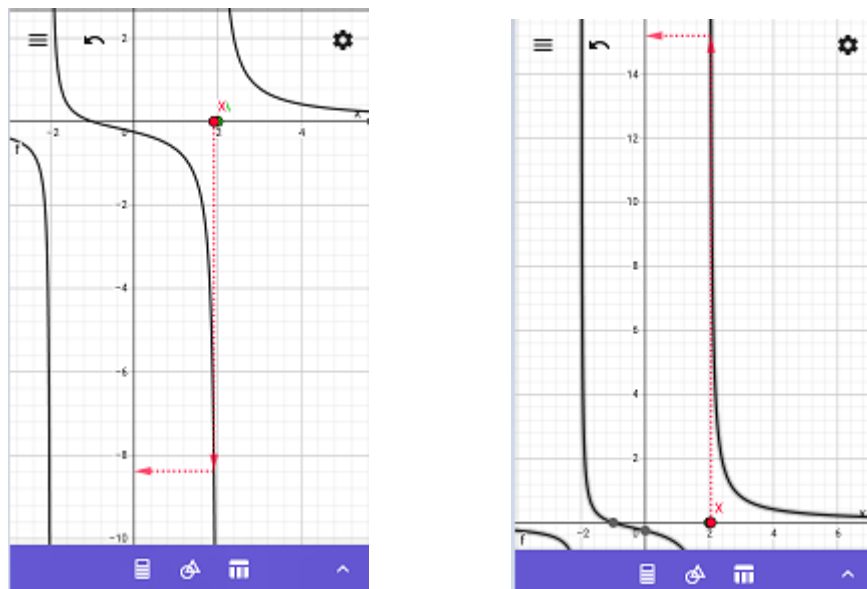


Figura 6. Observación de límites laterales que dan infinito mediante arrastre con la ACCG.

Fuente: elaboración propia de los autores.

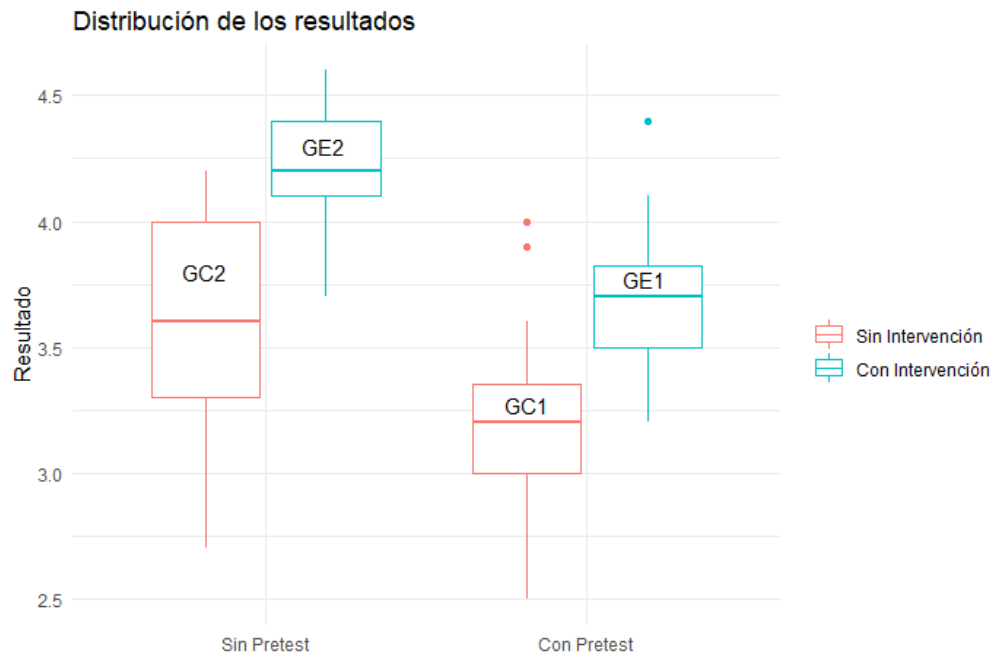


Figura 7. Distribución observada de los resultados en los cuatro grupos considerados.
Fuente: elaboración propia de los autores.

intervención mediada por la aplicación móvil) tuvo un mejor desempeño que el grupo GE1 (que sí presentó *pretest* y también contó con intervención mediada por dicha aplicación).

Para el análisis inferencial de la información recolectada se procedió de acuerdo con Braver y Braver (1988), quienes plantean una estrategia general para el análisis de este tipo de información (cuatro grupos de Solomon). Para este caso se descarta la influencia de la interacción, con una Anova de 2x2 con interacción, por lo que es pertinente analizar los resultados con una Anova de 2x2 de efectos principales en el experimento (*pretest* e intervención). La implementación computacional del estudio se realizó en el paquete estadístico R (versión 3.6.0) sobre un sistema operativo Ubuntu 18.04.4 LTS.

La tabla 2 presenta el resultado obtenido para el montaje de una Anova de 2x2 con efectos fijos. La figura 8 presenta una distribución adecuada para los residuos alrededor del intervalo de confianza (en azul) del 95 % de confianza para los residuos.

Además, el p-valor de la prueba de normalidad de Jarque-Bera para los residuos del mismo es 0,938, lo que permite concluir la normalidad de los mismos.

Tabla 2. Resultados de Anova de 2x2 de efectos principales sin interacciones.

	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Estadístico de prueba (F)	p-valor
Intercepto	3,63665	0,05449	66,739	<2e-16
Pre-test	-0,46120	0,06454	-7,146	1,22e-10
Intervención	0,54823	0,06457	8,490	1,45e-13

Fuente: elaboración propia de los autores.

La figura 9 presenta una buena distribución para los valores observados respecto a sus valores estimados, lo cual muestra que no existe evidencia de desviación de alguno de los supuestos del modelo general. De esta manera, con un nivel de significancia del 5 %, hay evidencia relevante para afirmar que el modelo es válido.

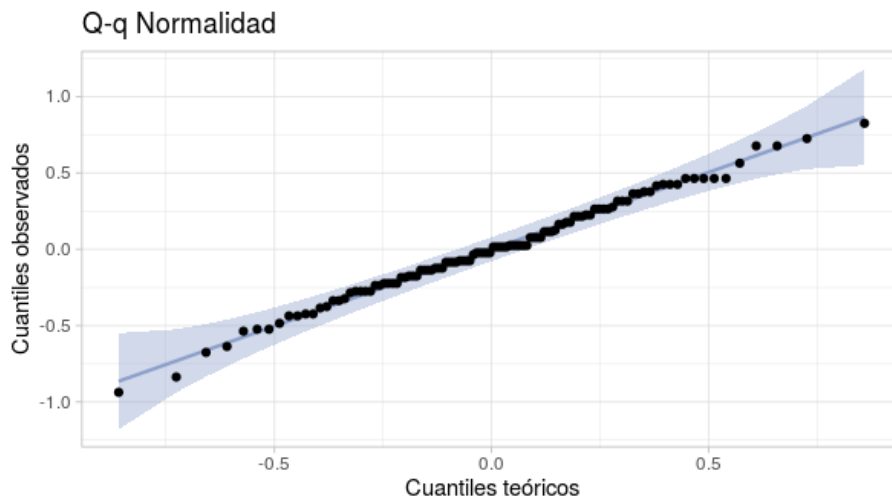


Figura 8. Distribución observada de los resultados en los cuatro grupos considerados.
Fuente: elaboración propia de los autores.

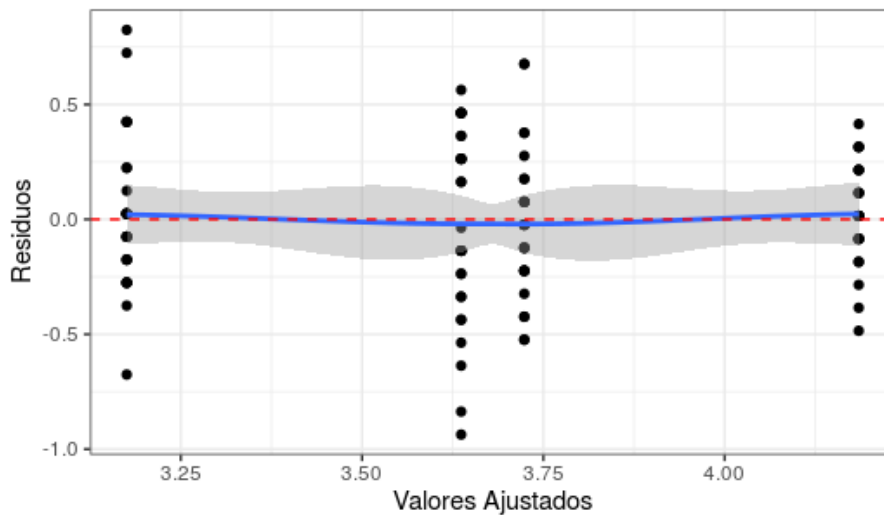


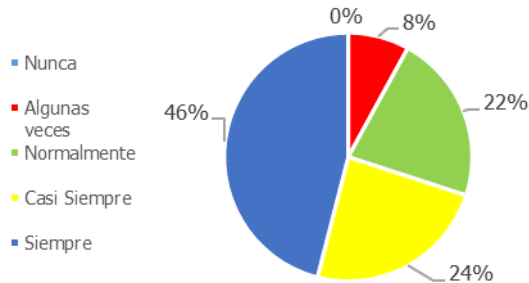
Figura 9. Residuos versus valores ajustados para el modelo considerado.
Fuente: elaboración propia de los autores.

Según la información de la figura 9, y asumiendo un nivel de significancia del 5 %, se infiere la existencia de evidencia estadísticamente significativa para concluir que la intervención mediada por la aplicación móvil tiene efecto en los resultados del *postest*. De la misma manera, se concluye también que existe evidencia estadísticamente significativa a favor de la hipótesis de que el *pretest* sí influye en los resultados del

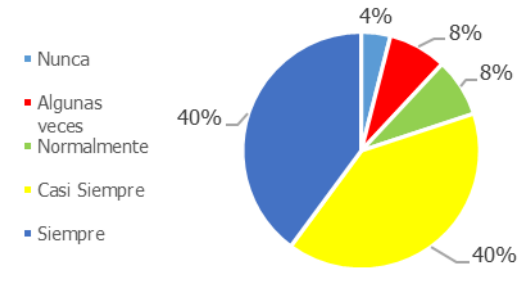
postest. En otras palabras, la existencia (más allá de la calificación) de la prueba de entrada tiene un efecto condicionador sobre los estudiantes durante su proceso de aprendizaje mediado por la ACCG sobre el estudio de la noción de límite para la prueba de salida. Es decir, la experiencia del *pretest* condiciona el resultado del *postest*, impidiendo así que la obtención de resultados sea clara y únicamente atribuible al tipo de

intervención. De esta forma, además de resaltar el uso de las tecnologías en el aula como medio para facilitar el aprendizaje del cálculo, se debe destacar la importancia del *pretest* en el montaje de experimentos para verificar la eficacia de una estrategia didáctica particular.

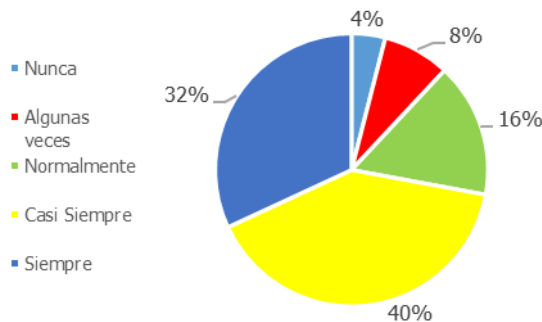
Por otra parte, en la figura 10 se presenta el análisis de la encuesta actitudinal que se aplicó a los 66 estudiantes de los grupos experimentales, en la cual se puede evidenciar una aceptación importante de la ACCG como recurso didáctico para el aprendizaje del concepto de límite.



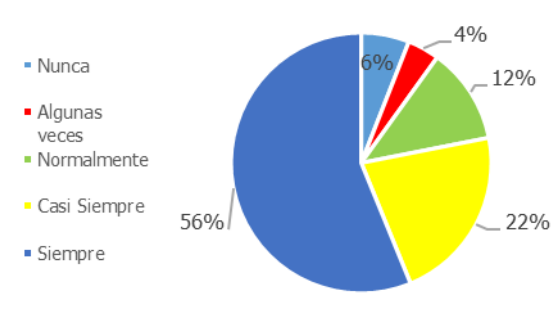
Ítem 1. Para mí es fácil usar ACCG: la mayor cantidad de observaciones en este ítem se concentró en la categoría "Siempre".



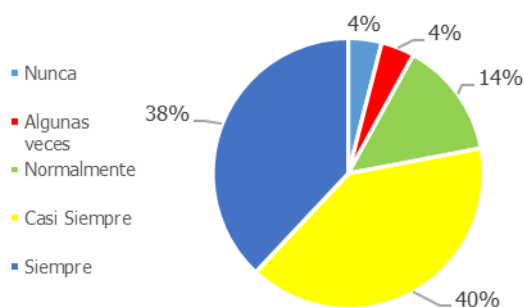
Ítem 2. Me gusta utilizar ACCG en clase de cálculo: la mayor cantidad de observaciones en este ítem se concentraron en la categoría "Siempre" y "Casi Siempre".



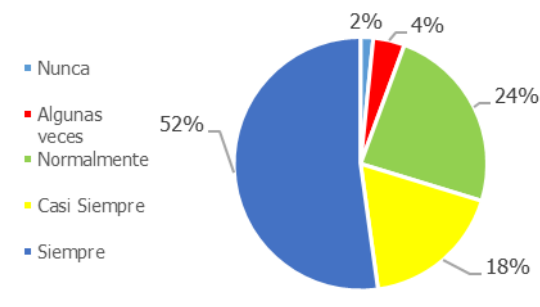
Ítem 3. Tener la aplicación de ACCG en mi celular o tableta me permite aprender en cualquier momento y cualquier lugar: la mayor cantidad de observaciones en este ítem se concentró en la categoría "Casi siempre".



Ítem 4. La ACCG me permite integrar la noción de límite y su representación en una función dada: la mayor cantidad de observaciones en este ítem se concentró en la categoría "Siempre".



Ítem 5. La ACCG me ayuda a aprender conceptos matemáticos: la mayor cantidad de observaciones en este ítem se concentró en la categoría "Casi siempre".



Ítem 6. Me gusta que se use el celular o la tableta en las clases de cálculo: la mayor cantidad de observaciones en este ítem se concentró en la categoría "Siempre".

Continua...

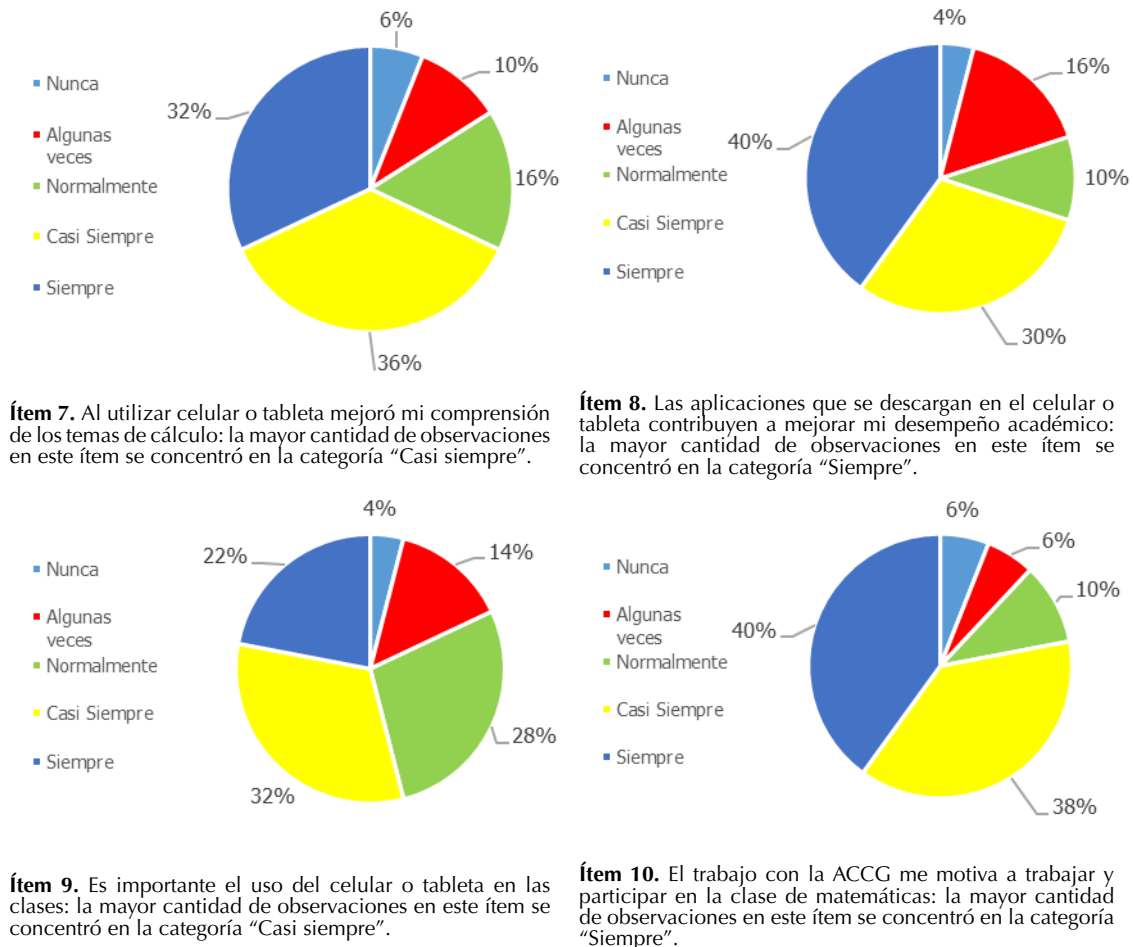


Figura 10. Resultados de la encuesta actitudinal.

Fuente: elaboración propia de los autores.

De acuerdo con Hamidi y Chavoshi (2018), también se observa a partir de los resultados de esta investigación que el aprendizaje móvil podría ser una de las tecnologías educativas prometedoras para el desarrollo en los entornos educativos. En coherencia con Maulyda *et al.* (2019), se encontró que los estudiantes lograron entender qué sucede al variar ciertos parámetros de las funciones analizadas así como los desplazamientos que sufren y cómo lograron comprender la noción de límite mediante la interacción con la ACCG a través de acercamientos por izquierda y derecha a un determinado valor con el uso de herramientas de arrastre.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este proyecto de investigación refuerzan los hallazgos de Al-Emran *et al.* (2016), que reconocen la emergencia de tecnologías revolucionarias que han alcanzado un impacto significativo en la sociedad a través de la tecnología educativa. A renglón seguido, el uso de GeoGebra produce efectos de gran valor en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación superior; una elección apropiada de contenidos reforzados con GeoGebra y el rediseño de actividades puede conducir a los estudiantes hacia el aprendizaje de la noción

de límite y, por lo tanto, a mejorar su rendimiento académico en cursos posteriores de cálculo para ingeniería en concordancia con los hallazgos de Wassie y Zergaw (2019).

En concordancia con Willemse *et al.* (2019), los resultados presentados en este artículo permiten considerar los dispositivos móviles como herramientas útiles en los procesos de aprendizaje en el aula y vincularlos no debe asociarse con la presencia de distractores, sino que conjugados con aplicaciones como la ACCG pueden lograr efectos positivos sobre los procesos de aprendizaje de las matemáticas. También, en sintonía con Alwraikat y Al Tokhaim (2014) y Alwraikat (2017), mediante el análisis de evidencias estadísticas significativas las actitudes de los estudiantes deben ser positivas hacia el *m-learning* para que este pueda generar resultados favorables. Tomar la decisión de diseñar construcciones geométricas dinámicas desde dispositivos móviles y llevarlas al aula constituye un cambio en la educación matemática congruente con el cambio que ha tenido la sociedad cada vez más permeada por el uso de la tecnología.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Fundación Universitaria Los Libertadores por la financiación del proyecto de investigación, así como a los estudiantes y profesores de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas que facilitaron el desarrollo del mismo.

Referencias

- Al-Emran, M., Elsherif, H. M., Shaalan, K. (2016). Investigating attitudes towards the use of mobile learning in higher education. *Computers in Human Behavior*, 56, 93-102. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2015.11.033>
- Al-Emran, M., Mezhuyev, V., Kamaludin, A. (2018). Technology Acceptance Model in M-learning context: A systematic review. *Computers & Education*, 125, 389-412. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.06.008>.
- Alwraikat, M. (2017). Smartphones as a New Paradigm in Higher Education Overcoming Obstacles. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (IJIM)*, 11(4), 114-135. <http://dx.doi.org/10.3991/ijim.v11i4.6759>.
- Alwraikat, M. A., Al Tokhaim, H. (2014). Exploring the potential of mobile learning use among faculty members. *International Journal of Interactive Mobile Technologies (ijIM)*, 8(3), 4-10. <http://dx.doi.org/10.3991/ijim.v8i3.3682>
- Ballesteros, V., Lozano, S., Rodríguez, Ó. (2020). Noción de aproximación del área bajo la curva utilizando la aplicación Calculadora Gráfica de GeoGebra. *Praxis & Saber*, 11(26), 1-16. <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9989>
- Baran, I., (2007). KSEG. www.mit.edu/~ibaran/kseg.html
- Braver, M., Braver, S. (1988). Statistical treatment of the Solomon four-group design: A meta-analytic approach. *Psychological Bulletin*, 104(1), 150. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.104.1.150>.
- Cheema, S., Gulwani, S., LaViola, J. (2012). QuickDraw: improving drawing experience for geometric diagrams. En *Proceedings of the SIGCHI Conference on Human Factors in Computing Systems* (pp. 1037-1064). <https://doi.org/10.1145/2207676.2208550>
- Ehmann, M., Gerhauser, M., Miller, C., Wassermann, A. (2013). Sketchometry and jsxgraph-dynamic geometry for mobile devices. *South Bohemia Mathematical Letters*, 21(1), 1-7.
- Feist, D., Reid, D. (2018). Technology and teaching: Technology and student-centered pedagogy in 21st century classrooms. En *Handbook of Research on Digital Content, Mobile Learning, and Technology Integration Models in Teacher Education* (pp. 69-87). <https://doi.org/10.4018/978-1-5225-2953-8>.
- Fernandes, H., Ducasse, S., Carron, T. (2007). Dr. Geo II: Adding interactivity planes in interactive dynamic geometry. In *Fifth International Conference on Creating, Connecting and*

- Collaborating through Computing (C5'07)* (pp. 153-162). IEEE. <https://doi.org/10.1109/C5.2007.12>
- Hamidi, H., Chavoshi, A. (2018). Analysis of the essential factors for the adoption of mobile learning in higher education: A case study of students of the University of Technology. *Teleomatics and Informatics*, 35(4), 1053-1070. <https://doi.org/10.1016/j.tele.2017.09.016>
- Hao, S., Dennen, V. P., Mei, L. (2017). Influential factors for mobile learning acceptance among Chinese users. *Educational Technology Research and Development*, 65(1), 101-123. <https://doi.org/10.1007/s11423-016-9465-2>.
- Hohenwarter, M., Fuchs, K. (2004). Combination of dynamic geometry, algebra and calculus in the software system GeoGebra. En *Computer algebra systems and dynamic geometry systems in mathematics teaching conference* (pp. 3810-193).
- Hussin, S., Yusoff, J. M., Mustafa, S. S., Mokmin, N. M. (2018). The Effectiveness of Using GeoGebra Software in Teaching Angle in Circle. *International Journal of Computer and Information Technology*, 7(05). <https://doi.org/10.26666/rmp.ajtve.2018.3.1>
- Ioannou, P., Rodiou, E., Iliou, T. (2017). Pictures with Narration versus Pictures with On-Screen Text during Teaching Mathematics. *Research in Pedagogy*, 7(1), 57-68. <https://doi.org/10.17810/2015.48>
- Jackiw, N. (2001). The Geometer's Sketchpad (Version 4.0) [Computer software]. Emeryville, CA: KCP Technologies.
- Janičić, P., Quaresma, P. (2006). System description: Gclcdprover+ geothms. In *International Joint Conference on Automated Reasoning* (pp. 145-150). Springer. https://doi.org/10.1007/11814771_13
- Jeno, L. M., Adachi, P. J. C., Grytnes, J., Vandvik, V., Deci, E. L. (2019). The effects of m-learning on motivation, achievement and well-being: A Self-Determination Theory approach. *British Journal of Educational Technology*, 50(2), 669-683. <https://doi.org/10.1111/bjet.12657>
- Koh, J. H. L., Chai, C. S., Benjamin, W., Hong, H. Y. (2015). Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) and design thinking: A framework to support ICT lesson design for 21st century learning. *The Asia-Pacific Education Researcher*, 24(3), 535-543. <https://doi.org/10.1007/s40299-015-0237-2>
- Laborde, J. M. (1990). Cabri-géomètre: A microworld of geometry for guided discovery learning. *Zentralblatt für didaktik der mathematik*, 5, 171-177.
- Martin, F., Ertzberger, J. (2013). Here and now mobile learning: An experimental study on the use of mobile technology. *Computers & Education*, 68, 76-85. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.04.003>.
- Maulida, M. A., Hidayanto, E., Rahardjo, S. (2019). Representation of Trigonometry Graph Function Colage Students Using GeoGebra. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2(4), 193-196.
- Plaza-Galvez, L. F. (2016). Obstáculos presentes en Modelación Matemática. Caso Ecuaciones Diferenciales en la formación de Ingenieros. *Revista Científica*, 25(2), 176-187. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a1>
- Potkonjak, V., Gardner, M., Callaghan, V., Mattila, P., Guetl, C., Petrović, V. M., Jovanović, K. (2016). Virtual laboratories for education in science, technology, and engineering: A review. *Computers & Education*, 95, 309-327. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2016.02.002>
- Prada-Núñez, R., Hernández-Suárez, C., Ramírez-Leal, P. (2016). Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de Ingeniería. *Revista Científica*, 25(2), 188-205. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.RC.2016.25.a3>
- Richter-Gebert, J., Kortenkamp, U. (1999). The interactive geometry software Cinderella: [covers Euclidean, hyperbolic and elliptic geometry;

- unique mathematical and technical treatment of continuity, complete and fast loc; Cinderella runs on Windows, MacOS, Solaris, Linux and any other Java TM-1.1-enabled platform]. Springer.
- Saavedra-Bautista, C., Cuervo-Gómez, W., Mejía-Ortega, I. (2017) Producción de contenidos transmedia, una estrategia innovadora. *Revista Científica*, 28, 6-16. <https://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.rc.2016.28.a1>
- Sangwin, C. J., Köcher, N. (2016). Automation of mathematics examinations. *Computers y Education*, 94, 215-227. <https://doi.org/doi.org/10.1016/j.compedu.2015.11.014>
- Selaković, M., Marinković, V., Janičić, P. (2019). New dynamics in dynamic geometry: Dragging constructed points. *Journal of Symbolic Computation*, 97, 3-15. <https://doi.org/10.1016/j.jsc.2018.12.002>.
- Sinclair, N. (2020). On Teaching and Learning Mathematics–Technologies. En *STEM Teachers and Teaching in the Digital Era* (pp. 91-107). https://doi.org/10.1007/978-3-030-29396-3_6
- Stacey, K., Wiliam, D. (2012). Technology and assessment in mathematics. In *Third international handbook of mathematics education* (pp. 721-751). <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2>
- Tang, Y., Hew, K. F. (2017). Is mobile instant messaging (MIM) useful in education? Examining its technological, pedagogical, and social affordances. *Educational Research Review*, 21, 85-104. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2017.05.001>
- Tossell, C. C., Kortum, P., Shepard, C., Rahmati, A., Zhong, L. (2015). You can lead a horse to water but you cannot make him learn: Smartphone use in higher education. *British Journal of Educational Technology*, 46(4), 713-724. <https://doi.org/10.1111/bjet.12176>
- Wassie, Y. A., Zergaw, G. A. (2019). Some of the Potential Affordances, Challenges and Limitations of Using GeoGebra in Mathematics Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), 1-11. <https://doi.org/10.29333/ejmste/108436>.
- Willemse, J. J., Jooste, K., Bozalek, V. (2019). Experiences of undergraduate nursing students on an authentic mobile learning enactment at a higher education institution in South Africa. *Nurse Education Today*, 74, 69-75. <https://doi.org/10.1016/j.nedt.2018.11.021>
- Wong, K., Wang, F. L., Ng, K. K., Kwan, R. (2015). Investigating acceptance towards mobile learning in higher education students. En K. C. Li, T. L. Wong, S. K. S. Cheung, J. Lam, K. K. Ng (eds.), *Technology in education. Transforming educational practices with technology* (pp. 9-19). Springer. <https://doi:10.1007/978-3-662-46158-7>
- Yerushalmy, M., Houde, R. A. (1986). The geometric supposer: Promoting thinking and learning. *The Mathematics Teacher*, 79(6), 418-422. <https://www.jstor.org/stable/27964981>

