

# Cálculo de la eficiencia en el uso de la capacidad de transmisión asignada a conversaciones telefónicas



• Marco Aurelio Alzate Monroy\*

**E**n las redes telefónicas actuales se suele asignar una capacidad de transmisión fija de 64 kbits/s full duplex para cada conversación telefónica, de acuerdo con la técnica de modulación PCM [6]. Sin embargo los abonados telefónicos sólo hacen uso de una fracción de esta capacidad debido a los períodos de silencio en los que el canal no se utiliza, produciéndose una ineficiencia en el aprovechamiento de este valioso recurso [8]. En este artículo se presenta un método analítico para la estimación cuantitativa de dicha ineficiencia y se discute brevemente la posibilidad de usar la capacidad desperdiciada para acomodar otras conversaciones o para prestar servicios adicionales de comunicación como la transmisión de datos interactivos.

## 1. Modelo de actividad de un abonado telefónico

Durante un diálogo se alternan cíclicamente las funciones de hablar y escuchar entre los dos participantes, como se muestra en la FIGURA 1. Mientras el abonado A habla (h) el abonado B lo escucha (e) y viceversa, existiendo un pequeño período de

silencio mutuo durante las transiciones. Puede suceder que los dos abonados hablen simultáneamente, como en una discusión acalorada, o que guarden silencio simultáneamente, como en una conversación entre dos novios adolescentes, pero normalmente la situación se sucede como en la figura 1.

Observando dicha figura se encuentra que la eficiencia en el uso de la capacidad asignada siempre es menor del 50%, pues es mayor el tiempo que cada abonado pasa en silencio que el que pasa hablando. Pero hay más aún. Durante el tiempo en que un abonado está hablando, produce períodos de sonido y períodos de silencio; los primeros corresponden a los fonemas que pronuncia y los segundos corresponden a las pausas durante el monólogo [16]. Es decir, la actividad en un canal de voz se puede representar mediante un proceso estocástico de estados discretos con parámetro de tiempo continuo, como se muestra en la FIGURA 2. Las tasas de transición entre estados pueden obtenerse experimentalmente para completar el modelo detallado de la actividad en los canales de voz. Sin embargo, no nos interesa aquí la distribución exacta de los tiempos de permanencia en cada estado sino el promedio de canales que permanecen activos (transmitiendo sonido) entre N canales ocupados por igual número de conversaciones. Esto es, el modelo de la figura 2 se puede simplificar si se consideran sólo dos estados: produciendo sonido o produciendo silencio, como se muestra en la FIGURA 3 [12]. Tucker [15] registró las duraciones de los períodos de silencio y de sonido de diez conversaciones de media hora cada una y encontró que los promedios de duración de cada período

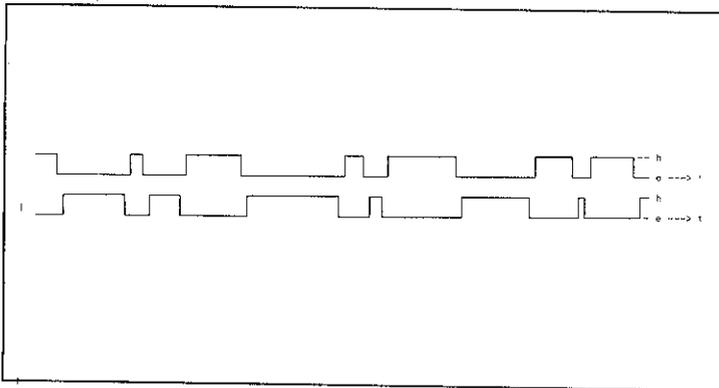


Figura 1. Actividades de hablar y escuchar en un diálogo.

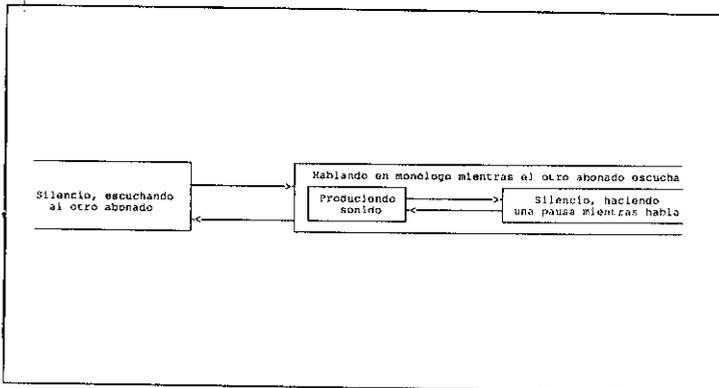


Figura 2. Modelo estocástico para el comportamiento de un abonado

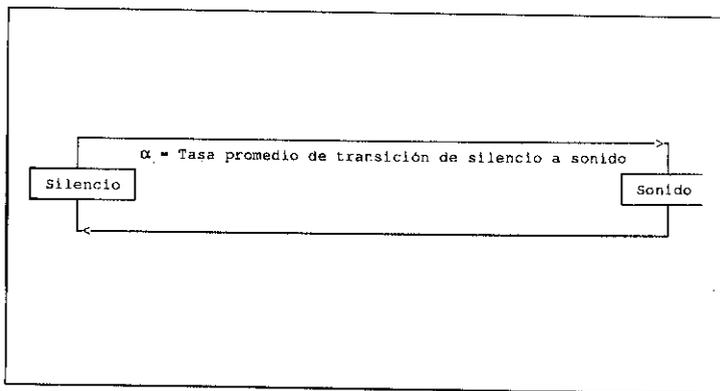


Figura 3. Modelo simplificado de la actividad de un abonado.

eran  $1/\alpha = 1.69$  segundos: Duración promedio de un período de silencio.  $1/\beta = 0.96$  segundos: Duración promedio de un período de sonido.

## 2. Multiplexaje de canales de voz

Considérese ahora el comportamiento de un número grande de abonados que deben compartir  $N$  canales ( $N$  líneas físicas, o  $N$  canales FDM o  $N$  intervalos en una trama TDM). Las llamadas llegan según un proceso Poisson con promedio  $\lambda$  por

Las tasas de transición entre estados pueden obtenerse experimentalmente para completar el modelo detallado de la actividad en los canales de voz. Sin embargo, no nos interesa aquí la distribución exacta de los tiempos de permanencia en cada estado sino el promedio de canales que permanecen activos (transmitiendo sonido) entre  $N$  canales ocupados por igual número de conversaciones.

segundo, y los tiempos de duración de cada llamada están distribuidos exponencialmente con promedio  $1/\mu$  segundos, según los modelos clásicos de teoría de tráfico telefónico. En el multiplexor se rechazan las llamadas que llegan cuando ya hay  $N$  cantidad de conversaciones en el sistema, siendo la probabilidad de bloqueo la principal medida de desempeño del multiplexor.

Sea  $X(t)$  una variable aleatoria que indica cuántos canales hay ocupados en el instante  $t$  y  $Y(t)$  otra variable aleatoria que indica cuántos de los  $X(t)$  canales ocupados se encuentran activos (produciendo sonido).  $X(t)$  puede tomar cualquier valor entre 0 y  $N$  mientras que  $Y(t)$  sólo puede tomar valores entre 0 y  $X(t)$ . En un momento cualquiera se pueden observar  $i$  canales ocupados de los cuales  $j$  se encuentran activos, en cuyo caso decimos que el sistema está en el estado  $(i, j)$  y definimos la probabilidad de ese estado como  $p_{ij}(t)$ ,

$$p_{ij}(t) = \text{Prob}[X(t) = i, Y(t) = j] \quad 0 \leq i \leq N, \quad 0 \leq j \leq i$$

Supondremos que el sistema alcanza un estado estable de manera que la distribución de probabilidades del estado del sistema se hace independiente del tiempo:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}(t) = P_{ij}$$

Suponiendo que el canal que se asigna a una llamada se activa inmediatamente después de la asignación (el típico "¿Aló?"), las tasas de transición

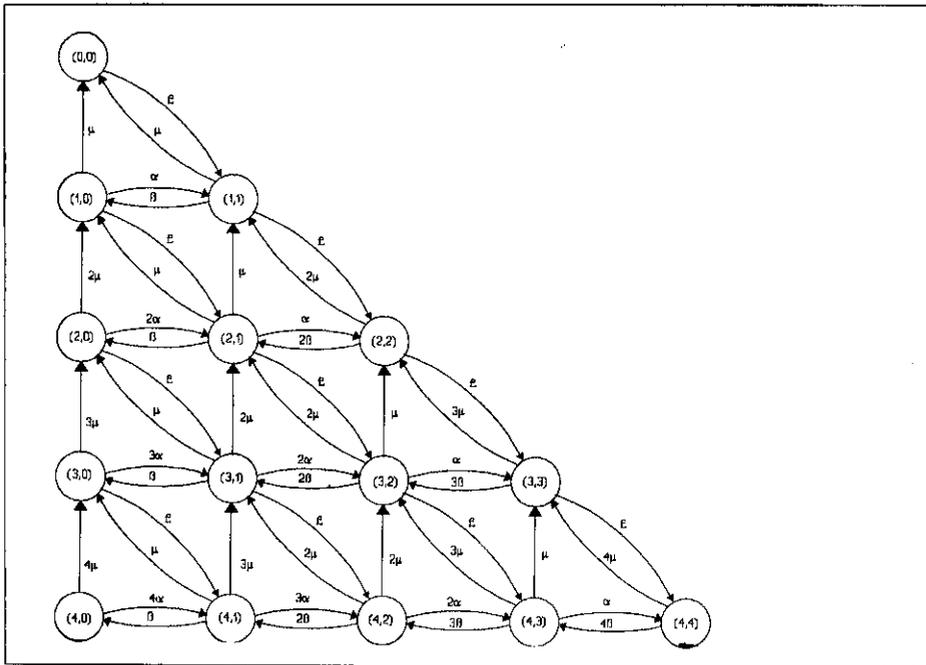


Figura 4. Diagrama de estados para N= 4 canales.

desde el estado (i,j) a los estados vecinos en estado estable es así:

-Al estado (i+1,j+1) se transita con una tasa  $\epsilon$ , puesto que el proceso de llegada de llamadas es independiente del número de canales ocupados (excepto cuando  $i=N$ , en cuyo caso las nuevas llamadas se rechazan).

-Al estado (i,j+1) se transita con una tasa  $(i-j)^*\alpha$ , pues hay  $i-j$  canales inactivos que se activan con una tasa  $\alpha$  cada uno (excepto cuando  $j=i$ , porque todos los canales ocupados ya están activos)

-Al estado (i,j-1) se transita con una tasa  $j*\beta$ , pues hay  $j$  canales activos que se desactivan con una tasa  $\beta$  cada uno (excepto cuando  $j=0$ , por supuesto).

-Al estado (i-1,j) se transita con una tasa  $(i-j)*\mu$  pues si termina una conversación y no se altera el número de canales activos, se terminó la conversación de un canal inactivo, de los cuales hay (i-j), cada uno finalizando con una tasa  $\mu$ .

-Al estado (i-1,j-1) se transita con una tasa  $j*\mu$ , pues la conversación que termina corresponde a un canal activo, de los cuales hay  $j$  cada uno terminando con una tasa  $\mu$ . Obsérvese que la tasa de transiciones de  $X=i$  a  $X=i-1$  es, en total,  $i*\mu$ .

La FIGURA 4 muestra un diagrama de estados con las tasas de transición entre ellos para el caso

particular  $N = 4$ . Tratándose de un sistema en estado estable, se deben cumplir las ecuaciones de "conservación de flujo" de transiciones entre estados:

$$\epsilon^*P_{0,0} = \mu^*P_{1,0} + \mu^*P_{1,1} \tag{1}$$

$$(\epsilon + i^*\mu + i^*\alpha)^*P_{i,0} = (i+1)^*\mu^*P_{i+1,0} + \mu^*P_{i+1,1} + \beta^*P_{i,1} \quad 1 \leq i \leq N-1 \tag{2}$$

$$\begin{aligned} &(\epsilon + i^*\mu + (i-j)^*\alpha + j^*\beta)^*P_{i,j} = \\ &\epsilon^*P_{i-1,j-1} + (i-j+1)^*\alpha^*P_{i,j-1} + (i-j+1)^*\mu^*P_{i+1,j} \\ &+ (j+1)^*\mu^*P_{i+1,j+1} + (j+1)^*\beta^*P_{i,j+1} \quad 2 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq i-1 \end{aligned} \tag{3}$$

$$(\epsilon + i^*\mu + i^*\beta)^*P_{i,i} = \epsilon^*P_{i-1,i-1} + \alpha^*P_{i,i-1} + (i+1)^*\mu^*P_{i+1,i+1} + \mu^*P_{i+1,i} \quad 1 \leq i \leq N-1 \tag{4}$$

$$(N^*\mu + N^*\alpha)^*P_{N,0} = \beta^*P_{N,1} \tag{5}$$

$$(N^*\mu + j^*\beta + (N-j)^*\alpha)^*P_{N,j} = \epsilon^*P_{N-1,j-1} + (j+1)^*\beta^*P_{N,j+1} + (N-j+1)^*\mu^*P_{N,j-1} \quad 1 \leq j \leq N-1 \tag{6}$$

$$(N^*\mu + N^*\beta)^*P_{N,N} = \epsilon^*P_{N-1,N-1} + \alpha^*P_{N,N-1} \tag{7}$$

Las ecuaciones (2), (3), (4) y (6) forman un sistema de ecuaciones de diferencia cuyas soluciones están determinadas por las condiciones de frontera dadas por las ecuaciones (1), (5) y (7) junto con la condición de probabilidad total,

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^i P_{i,j} = 1$$

No obstante si se tiene en cuenta que los valores de  $\lambda$  y  $\mu$  son muchas veces menores que los de  $\alpha$  y  $\beta$  (los tiempos entre llegadas de llamadas y los tiempos de duración de cada llamada se miden en centenas de segundo mientras que la duración promedio de los periodos de sonido y silencio se miden en fracciones de segundo), las ecuaciones (1) a (7) se pueden aproximar así:

$$\gamma^* P_{0,0} = P_{1,0} + P_{1,1} \quad \gamma \equiv \lambda/\mu \quad (8)$$

$$i^* \cap^* P_{i,0} = P_{i,1} \quad \cap \equiv \alpha/\beta \quad 1 \leq i \leq N-1 \quad (9)$$

$$i^* P_{i,i} = \cap^* P_{i,i-1} \quad 1 \leq i \leq N-1 \quad (10)$$

$$((i-j)^* \cap - j) P_{i,j} = (j+1)^* P_{i,j+1} + (i-j+1)^* \cap^* P_{i,j-1} \quad 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N-1 \quad (11)$$

$$N^* \cap^* P_{N,0} = P_{N,1} \quad (12)$$

$$(j + (N-j)^* \cap)^* P_{N,j} = (N-j+1)^* \cap^* P_{N,j-1} + (j+1)^* P_{N,j+1} \quad 1 \leq j \leq N-1 \quad (13)$$

$$N^* P_{N,N} = \cap^* P_{N,N-1} \quad (14)$$

De la ecuación (11) se obtiene la relación de recurrencia

$$P_{i,j+1} = \frac{(i-j)^* n + j}{j+1} * P_{i,j} - \frac{(i-j+1)^* n}{j+1} * P_{i,j-1}$$

de la cual, teniendo en cuenta la ecuación (9), se obtiene

$$P_{i,1} = i^* \cap^* P_{i,0}$$

$$P_{i,2} = \frac{i*(i-1)}{2} * n^2 * P_{i,0}$$

$$P_{i,3} = \frac{i*(i-1)*(i-2)}{2*3} * n^3 * P_{i,0}$$

y, en general,

$$P_{i,j} = \binom{i}{j} * \cap^j * P_{i,0} \quad 1 \leq i \leq N-1, j \leq i-1 \quad (15)$$

La ecuación (15) también se cumple si  $j = i$ . En efecto, de la ecuación (10),

$$P_{i,i} = (\cap^i)^* P_{i,i-1} = (\cap^i)^* \binom{i-1}{i-1} \cap^{i-1} * P_{i,0} = \binom{i}{i} * \cap^i * P_{i,0}$$

Más aun, si  $i = N$  se sigue cumpliendo la ecuación (15) pues de las ecuaciones (12) y (13) se obtiene la misma relación de recurrencia que condujo a este resultado. Así pues,

$$P_{i,j} = \binom{i}{j} * \cap^j * P_{i,0} \quad (16)$$

Para encontrar el valor de  $P_{i,0}$  obsérvese que

$$Prob[X=1] = \sum_{j=0}^i P_{i,j} = P_{i,0} * \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} * n^j = P_{i,0} * (1+n)^i$$

de donde

$$P_{i,0} = \frac{Prob[X=i]}{(1+n)^i}$$

Para evaluar  $Prob[X=i]$  obsérvese que X es una variable aleatoria que se puede modelar como el estado de una cola M/M/N/N. Esto es, se tienen llegadas tipo Poisson, la duración de una llamada es una variable aleatoria con distribución exponencial, existen N canales y las llamadas que llegan cuando X es igual a N son rechazadas. De los resultados del análisis de una cola M/M/N/N se obtiene

$$Prob[X=j] = \frac{\gamma^j / j!}{\sum_{k=0}^N \gamma^k / k!} \quad i = 0, 1, \dots, N \quad (18)$$

Reemplazando la ecuación (18) en la ecuación (17) se obtiene  $P_{i,0}$ , con la cual se puede calcular  $P_{i,j}$  mediante la ecuación (16). Con los  $P_{i,j}$  se puede encontrar la probabilidad  $Prob[Y=j]$  y el promedio  $E[Y]$ , así:

$$Prob[Y=j] = \sum_{i=j}^N P_{i,j} \quad E[Y] = \sum_{j=1}^N j * Prob[Y=j] \quad (19)$$

Para la evaluación de estas expresiones se escribió un programa en lenguaje Pascal, y sus resultados se compararon con los de un programa de simulación escrito en lenguaje SimScript II.5. La FIGURA 5 muestra los resultados para  $\mu^{-1} = 180$  s, después de promediar 10 simulaciones independientes en las que se observaron las líneas de abonado durante diez horas.

### 3. Conclusiones

Se ha visto que en un multiplexor de canales de voz nunca se ocupa totalmente la capacidad de transmisión ofrecida, sino sólo una fracción de ella. En efecto, aún cuando se mantengan constantemente ocupados los canales, sólo se aprovecha un 36% de la capacidad total. Por supuesto, mantener los N canales ocupados significa un grado de servicio inadecuado pues la probabilidad de bloqueo es 1. Normalmente el número de canales se dimensiona de acuerdo con la intensidad de tráfico en la hora pico, siendo común el criterio de 1 llamada rechazada cada 100 llamadas solicitadas<sup>[6]</sup>. Esto es, la probabilidad de bloqueo en la hora pico será de 0.01, en cuyo caso la utilización de la capacidad es de sólo el 16%. El tráfico promedio suele ser varias veces menor que el tráfico en la hora pico, de manera que la eficiencia en el uso de la capacidad puede llegar a ser, en promedio, menor del 10%.

Esta característica del tráfico de voz se ha utilizado para "multiplicar" los circuitos digitales de enla-

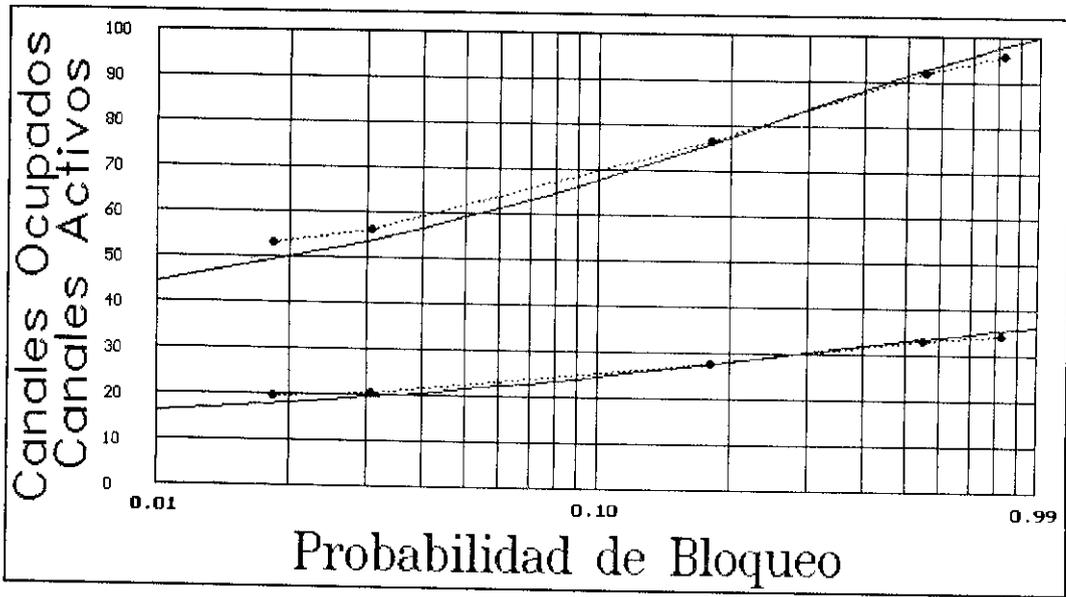


Figura 5. Comparación de los resultados analíticos y de simulación para el comportamiento de los abonados en un multiplexor de 100 canales.

ces costosos (cables submarinos y enlaces satelitales) mediante la "interpolación digital de voz" (DSI -Digital Speech Interpolation-) [17]. Con esta técnica se pretende aprovechar los períodos de silencio de algunas conversaciones para acomodar los períodos de sonido de otras, de manera que se puedan atender  $N$  conversaciones con  $MN$  canales o circuitos de voz. Entre mayor se quiera hacer la relación  $N/M$ , más degradación se produce en la calidad de la voz debido a los retardos que deben imponerse a los períodos de sonido que no encuentren canales desocupados (o el recorte de los períodos de sonido, si el retardo resulta excesivo) [9].

**S**e ha visto que en un multiplexor de canales de voz nunca se ocupa totalmente la capacidad de transmisión ofrecida, sino sólo una fracción de ella. En efecto, aún cuando se mantengan constantemente ocupados los canales, sólo se aprovecha un 36% de la capacidad total. Por supuesto, mantener los  $N$  canales ocupados significa un grado de servicio inadecuado pues la probabilidad de bloqueo es 1.

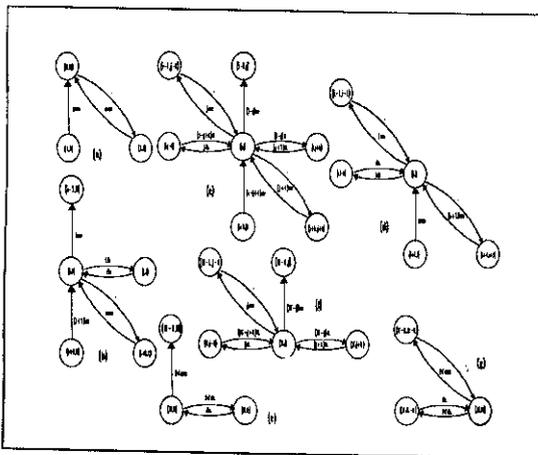


Figura 6. Deducción de las ecuaciones (1) a (7)

Sin embargo otra posibilidad que aún se está estudiando y que parece prometedora consiste en aprovechar los períodos de silencio de las señales de voz para transmitir otro tipo de información menos susceptible al retardo, tal como datos interactivos [5]. Si bien las recomendaciones internacionales para Redes Digitales de Servicios Integrados de Banda Ancha incluyen este concepto al adoptar

el modo de transferencia asincrónico (ATM - Asynchronous Transfer Mode-) [10], aún es necesario adelantar más estudios para aplicar el concepto DSI en la integración de servicios sobre redes privadas con PBX [4] o, inclusive, sobre redes locales de transmisión de datos mediante conmutación de paquetes [18]. □

### Bibliografía

- [1] ALZATE, M. Multiplexaje de Voz y Datos para Servicios Integrados. Universidad de los Andes, Febrero de 1991.
- [2] CHEN, T., WALRAND, J. and MESSERSCHMITT, D. Dynamic priority protocols for packet voice. IEEE Journal on selected areas in communications, junio de 1989.
- [3] CHOI, J., SEO, J. and UN, C. Performance analysis of a packet switched synchronous voice/data transmission system. IEEE Transactions on communications, septiembre de 1990.
- [4] COOVER, E. Voice-Data Integration: A PBX Approach. IEEE Communications Magazine, julio de 1986.
- [5] FISCHER, M. J. Data Performance in a system where data packets are transmitted during voice silent periods - Single channel case. IEEE Transactions on communications, septiembre de 1979.
- [6] FREEMAN, R.L. Ingeniería de sistemas de telecomunicaciones. Ed. Limusa, México, 1989.
- [7] GAVIRIA, J.F. y CASTRO C.A. RDSI: Arquitectura, señalización, protocolos e interfaces. Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, 1990.
- [8] GRUBER, J. A comparison of measured and calculated speech temporal parameters relevant to speech activity detection. IEEE Transactions on communications, abril de 1982.
- [9] JANAKIRAMAN, N., PAGUREK, B. and NEILSON, J. Delay versus TASI advantage in a packet voice multiplexer. IEEE Transactions on communications, marzo de 1984.
- [10] KANO, S., KITAMI, K. and KAWARASAKI, M. ISDN Standardization. Proceedings of the IEEE, Vol. 79, N°2, Febrero de 1991.
- [11] KAROL, M. and HLUCHYJ, M. Using a packet switch for circuit switched traffic: A queueing system with periodic input traffic. IEEE Transactions on communications, junio de 1989.
- [12] LI, S. and MARK, J. Performance of voice/data integration on a TDM system. IEEE Transactions on communications, diciembre de 1985.
- [13] PETR, D., DASILVA, L. and FROST, V. Priority discarding of speech in integrated packet networks. IEEE Journal on selected areas in communications, junio de 1989.
- [14] SRIRAM, K. and LUCANTONI, D. Traffic smoothing effects of bit dropping in a packet voice multiplexer. IEEE Transactions on communications, julio de 1989.
- [15] TUCKER, R. Accurate method for analysis of a packet speech multiplexer with limited delay. IEEE Transactions on communications, abril de 1988.

[16] WEINSTEIN, C. Fractional speech loss and talker activity model for TASI and for packet switched speech. IEEE Transactions on communications, agosto de 1978.

[17] WEINSTEIN, C. and HOFSTETTER, E. The tradeoff between delay and TASI advantage in a packetized speech multiplexer. IEEE Transactions on communications, noviembre de 1979.

[18] WONG, P. and YUM, T. An integrated services token controlled ring network. IEEE Journal on selected areas in communications, junio de 1989.

[19] YING, N., LI, S. and STERN, T. Congestion control for packet voice by selective packet discarding. IEEE Transactions on communications, mayo de 1990.

[20] YING, N. and LI, S. Voice packet loss: Destination versus internodal links. IEEE Transactions on communications, diciembre de 1991.

[21] YUAN, C. and SILVESTER, J. Queueing analysis of delay constrained voice traffic in a packet switching system. IEEE Journal on selected areas in communications, junio de 1989.

[22] ZIEGLER, C., WEISS, G. and FRIEDMAN, E. Implementation mechanism for packet switched voice conferencing. IEEE Journal on selected areas in communications, junio de 1989.

□ Ingeniero Electrónico, Universidad Nacional. Ms. Ingeniería. Docente Programas de Postgrado de la Universidad Distrital.



¿Dónde está la vida que hemos perdido viviendo?  
¿Dónde está la sabiduría que hemos perdido en el conocimiento?  
¿Dónde está el conocimiento que hemos perdido en la información?

T.S. Elliot

Aquello que es bien conocido, justo porque es bien conocido, no es del todo conocido.

Hegel

Una nueva mentalidad es más importante que una nueva ciencia y que una nueva tecnología.

A. N. Whitehead

**JOSE M. RODRIGUEZ RENGIFO**

**ECONOMISTA, M.A.  
Consultoría económica y financiera**

**Tel: 2124691 A.A. 21264**

