



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**
FACULTAD DE INGENIERÍA

Revista Ingeniería

Volumen 18 • Número 2 • Año 2013 • ISSN 0121-150X

REVISTA CIENTÍFICA SEMESTRAL

2013

Revista Ingeniería

Volumen 18 • Número 1 • Año 2013 • ISSN 0121-150X • E-ISSN 2344-8393

REVISTA CIENTÍFICA SEMESTRAL

Publicación admitida en el Índice Nacional de Publicaciones Seriadadas Científicas y Tecnológicas de Colciencias



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS
FACULTAD DE INGENIERÍA

Carrera 7 No. 40-53 Piso 4 Bogotá, Colombia
Teléfono: + 57 (1) 323 93 00 ext. 2413
Correo electrónico: revista_ing@udistrital.edu.co
<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/reving>

EDITOR

Sergio A. Rojas, PhD.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

COMITÉ EDITORIAL

Jose Marcio Luna, PhD.
University of New Mexico

Jose Luis Villa, PhD.
Universidad Tecnológica de Bolívar

Cristina Gonzalez, PhD.
Universidad Autónoma de Bucaramanga

Victor Hugo Grisales, PhD.
Universidad Nacional de Colombia

Henry Diosa, PhD.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Marco Alzate, PhD.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Juan Carlos Figueroa, MSc.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

COMITÉ CIENTÍFICO

Germán Méndez, PhD.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Luz Esperanza Bohorquez, Msc.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Edwin Rivas, PhD.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Rodrigo Herrera, Msc.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Ana Maria Peña, PhD.
Universidad Distrital Francisco José de Caldas

DIRECTIVAS

Inocencio Bahamón C., MSc.
Rector

María Elvira Rodríguez, PhD.
Vicerrectora Académica

Octavio Salcedo Parra, MSc.
Decano Facultad Ingeniería

Ing. Felipe Forero, CAE (Cambridge)
SCIENTIFIC WRITING ADVISOR

ÁRBITROS EN ESTA EDICIÓN

Rubby Casallas, PhD.
Universidad de los Andes

Jorge Rodriguez, MSc.
Universidad Distrital

Jairo Hernan Aponte Melo, PhD.
Universidad Nacional

Katherine Baquero, MSc.
Universidad Nacional

Carolina Suarez, MSc.(c)
Universidad Cooperativa de Colombia

Jaime Alberto Rendón Acevedo, PhD.
Universidad de la Salle

Mauricio Restrepo López, MSc.
Universidad de la Sabana

Nestor Rodriguez, MSc.
Rosen Technologies

Helbert Eduardo Espitia, MSc.
Universidad Distrital

Diagramación y carátula
Diego Abello Rico

IMPRESIÓN
JAVEGRAF

POSTURA EDITORIAL Y AUDIENCIA

La Revista INGENIERÍA es editada por la Universidad Distrital, y publicada con periodicidad semestral. Su principal objetivo es difundir y debatir avances en investigación y desarrollo en las diferentes áreas de la ingeniería. El contenido de la revista está dirigido a investigadores, especialistas, docentes, estudiantes de pregrado y posgrado, ingenieros en ejercicio y al sector empresarial.

PERMISO DE REPRODUCCIÓN

Los textos de los artículos incluidos en esta edición pueden ser utilizados y reproducidos con fines sin ánimo de lucro y dando crédito a los autores.



Este trabajo está bajo una Licencia de Creative Commons Reconocimiento – No comercial – Sin Obra Derivada 3.0 Unported

SUSCRIPCIÓN

Cra. 7 No. 40-53 Piso 4 Decanatura Facultad de Ingeniería
Teléfono: + 57 (1) 3239300 ext. 2413
<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/reving/user/register>

INDIZADA EN

Publindex
Colciencias

PERIÓDICA
UNAM

latindex
UNAM

Dialnet
Universidad de la Rioja

Red Colombiana de Revistas de Ingeniería

INDEX COPERNICUS
INTERNATIONAL

Ni la Revista INGENIERÍA, Editor, Comité Editorial, Comité Científico, Facultad de Ingeniería de la Universidad Distrital F.J.C., otorgan ninguna garantía, expresa o implícita, a asumir responsabilidad alguna por la exactitud, completitud o utilidad de cualquier información, aparato, producto o proceso divulgado, o que represente que su uso no infrinja derechos privados. La mención o referencia a algún producto, proceso o servicio comercial en específico, por su marca comercial, marca registrada, fabricante o cualquier otra denominación, no implica ni constituye su endoso, recomendación o favorecimiento por parte de la Revista INGENIERÍA. Los juicios y opiniones expresadas por los autores en este medio son de su responsabilidad y no establecen, reflejan o comprometen los de la Revista INGENIERÍA.

CONTENIDO

EDITORIAL

- El Quehacer de los Editores: ¿Vocación o Profesión?** 4
Sergio A. Rojas

ARTÍCULOS REGULARES

- The KITE Model for Assessment of Academic Software Products** 6
Sergio Rojas-Galeano / Henry Alberto Diosa / Miguel Melgarejo

- Evolución y tendencias actuales de los Web crawlers** 19
Web crawlers: Evolution and current trends
Fernando Iván Camargo Sarmiento / Sonia Ordóñez Salinas

- Reconstrucción 3D de objetos sumergidos en aguas limpias** 36
3D reconstruction of objects submerged in clean water
Leydy Muñoz / Edilson Quiñónez / Héctor Victoria

- Análisis del Desempeño Estudiantil en las Pruebas de Estado para Educación Media en Colombia mediante Modelos Jerárquicos Lineales** 54
Analysis of Student Performance in Colombian High School Government Tests using Hierarchical Lineal Models
Jaime Orjuela

SECCIÓN ESPECIAL: MEJORES TRABAJOS "VI SIMPOSIO EN OPTIMIZACIÓN"

- Diseño de cadenas de distribución con demanda bajo incertidumbre: una aproximación de programación lineal difusa** 68
Design of distribution networks under uncertainty demand: A fuzzy linear programming approach
Eduyn Ramiro López-Santana / Germán Andrés Méndez-Giraldo / Carlos Franco-Franco

- Towards Solving Matrix Games with Interval Type-2 Fuzzy Uncertainty through Linear Optimization** 85
Hacia la solución de juegos matriciales con incertidumbre difusa Tipo-2 a través de optimización lineal
Juan Figueroa García / Germán Hernández / Carlos Franco

- Algunos problemas provenientes de la Teoría de Rayos Aplicada a las Ecuaciones de Onda Sísmica** 97
Some open problems from Ray Theory Applied to Seismic Wave Equations
Carlos César Piedrahita Escobar

Editorial

El quehacer de los editores: ¿vocación o profesión?

En las más recientes sesiones del Comité Editorial nos hemos visto abocados a la discusión de un tema de especial relevancia dentro de una revista de carácter científica como la nuestra, que muchas veces nos pasa desapercibido quizás por que lo asumimos sobreentendido, y para el cual muchos de nosotros jamás hemos recibido directrices explícitas. Nos referimos al asunto con el que hemos titulado esta nota, el quehacer del editor. Y de tal discusión hemos obtenido algunas reflexiones que a nuestro parecer ameritan ser sensibilizadas con nuestra comunidad científica y académica.

Comenzaremos por mencionar que hemos de considerar dos categorías de editores, los editores asociados (miembros del Comité Editorial), y los editores científicos (también denominados adjuntos). La línea que separa las dos categorías es muy tenue. De hecho difícilmente se encuentran referencias bibliográficas o manuales de funciones descriptivos que permitan realizar la distinción claramente. En nuestro consenso, el editor es la persona con amplia experticia y conocimiento en un campo o campos del saber de interés de la revista, reconocido investigador por pares en su comunidad académica, con una desinteresada inclinación -casi fascinación- por la divulgación de los avances de la ciencia en dichas áreas. Su labor primordial consiste en avalar la publicación del contenido científico de la revista en cada edición, así como aprobar su conformación y postura editorial, velando por su veracidad, actualidad, relevancia y conveniencia; de igual forma debe garantizar la imparcialidad, ética, confidencialidad y autorregulación que competen a la divulgación científica. Podría decirse que su papel es análogo al del notario, curador o veedor, en este caso, de la difusión de nuevo conocimiento. Con el fin de cumplir tan nobles propósitos, el editor estará encargado de realizar actividades relacionadas con la revisión de manuscritos sometidos a la revista, la asignación de árbitros y la supervisión de sus evaluaciones, el seguimiento al proceso de correcciones y maquetación; asimismo debe participar en las discusiones sobre lineamientos de la política editorial, calidad e impacto de las publicaciones y en la proposición de temáticas, invitación de autores, y en general, en la difusión de la revista en sus redes y eventos académicos.

En cuanto a la diferencia entre editor asociado y editor adjunto, solo vislumbramos que estos últimos son referentes autorizados para dirimir o asesorar en cuestiones polémicas que no puedan ser solucionadas de manera enfática por los primeros, los cuales a su vez, tienen un compromiso adicional de participación voluntaria en las sesiones que se convoquen del Comité Editorial. El editor general por su parte (editor-in-chief como es conocido en léxico anglosajón), además de todo lo anterior, debe ocuparse de las tareas propias del funcionamiento de la revista como aspectos presupuestales, administrativos y logísticos.

A la vista de las funciones y actividades mencionadas es congruente cuestionarse en qué medida estas responsabilidades, que a nuestro modo de ver no son pocas ni irrelevantes para la academia, deben venir acompañadas por el respaldo institucional decidido y sólido de las universidades. Si bien es cierto que en muchos casos, como el nuestro, la participación como editores ha sido circunstancial, quizás obedeciendo más a la vocación por el servicio a la comunidad académica que cualquier otro motivo, la experiencia nos ha llevado a comprender en detalle la rigurosidad, preparación y dedicación que el asunto requiere.

Por esto creemos que de la misma forma como muchos profesores universitarios incorporan la investigación, la extensión, la administración, la interventoría, la consultoría, la dirección de proyectos, hasta la misma autoría de contenidos didácticos o científicos, a su portafolio de servicios profesionales académicos, nos parece que la labor del editor debería ser ampliamente reconocida como un oficio suplementario en dicho portafolio, esto es, como alternativa de desempeño profesional. Es así que somos solidarios con las voces que claman por un reconocimiento de ámbito profesional a la actividad editorial y de revisión científica. Reconocemos que para ejercer esta labor de manera seria se requiere compromiso, dedicación, espacio, tiempo, entre otros. No de otra forma es posible que las revistas científicas alcancen los estándares de calidad que los organismos rectores y gubernamentales con tan buena intención están defendiendo (léase Colciencias, ver nuestra Nota Editorial, Vol. 2013, Num.1). Estamos seguros de que a la mayoría de editores miembros de comités editoriales, científicos y de arbitraje, nos satisface como recompensa de nuestro oficio la primicia de conocer los últimos avances en el nuevo conocimiento; esperaríamos sin embargo un acompañamiento adicional de las universidades, representado en el corto plazo en un reconocimiento formal de estas actividades en nuestros planes de trabajo e igualmente valorado como otro resultado legítimo de nuestro ejercicio profesional en nuestras evaluaciones. Aprovechamos pues para llamar la atención sobre estas reflexiones durante la definición de las normas y políticas de publicaciones de las universidades colombianas y muy particularmente, la que en la actualidad cursa como proyecto de Política Editorial Institucional en la Universidad Distrital.

Colofón. A propósito de posturas éticas, nos parece conveniente hacer referencia al artículo de autoría de tres profesores de la Facultad de Ingeniería, dos de ellos miembros de nuestro Comité Editorial (el editor general y un editor asociado) acerca de un modelo de medición de software académico. Dado el interés manifestado por Colciencias sobre su posible incorporación al modelo general de evaluación de producción de grupos de investigación, los autores consideraron oportuno que fuera publicado en la revista emblemática de la Facultad, por haber sido concebido en sus aulas, y a pesar de que originalmente los mismos contemplaban publicarlo en una tribuna de mayor visibilidad. El eventual conflicto de interés fue tratado en el Comité Editorial, en donde luego de solicitar el concepto de dos pares evaluadores expertos en software de la Universidad Nacional y de la Universidad de los Andes, a quienes reconocemos su disposición y diligencia, y previa realización de las correcciones requeridas, finalmente se aprobó su publicación en este número.

Por último agradecemos también a los autores y revisores de los demás artículos regulares, así como a los autores y revisores de los artículos extendidos de los mejores trabajos del “VI Simposio en Optimización” que complementan esta edición.

Ing. Sergio A. Rojas, MSc., PhD.
Editor General Revista *Ingeniería*

The KITE Model for Assessment of Academic Software Products

Sergio Rojas-Galeano

Grupo de investigación LAMIC
srojas@udistrital.edu.co

Henry Alberto Diosa

Grupo de investigación ARQUISOFT
hdiosa@udistrital.edu.co

Miguel Melgarejo

Grupo de investigación LAMIC
mmelgarejo@udistrital.edu.co



Abstract

We reflect on the topic of assessing the merit of software products developed by research groups within the academia. To this end, a model is proposed to define the score of an arbitrary software product. The model consists of four determinants, namely new knowledge dissemination effect (K), impact in target population (I), technological innovation (I), and engineering achievement (E). These determinants are integrated into a "KITE" graphical model. The model admits both geometric and numeric interpretations, enabling decision makers to analyze profiles of software productivity for a particular academic unit from a quantitative or qualitative viewpoint. The ratings, which enable software to be scored regarding each determinant, are also described. Following the model, preliminary test lists are sketched as a proposal of measurement instruments for these scores.

Key words: Assessment of software products, technological innovation, academic groups productivity.

Resumen

Se presenta a continuación una propuesta para valorar productos de software desarrollados por grupos de investigación en el ámbito académico. Con este objetivo, se describe un modelo que consiste de cuatro ejes determinantes para la medición o valoración de un producto de software cualquiera: El efecto en la diseminación avance en el conocimiento (K), el impacto en la población usuaria potencial (I), la innovación tecnológica (I) y los aspectos de calidad del producto desde la perspectiva de la disciplina de la Ingeniería de Software (E). Estos determinantes se integran en un modelo gráfico que hemos denominado KITE. El modelo admite tanto interpretación numérica como geométrica para facilitar, a los tomadores de decisiones, el análisis de perfiles de productividad de software de una unidad académica, desde el punto de vista cuantitativo o cualitativo. Las escalas de las valoraciones para cada determinante son también descritas de manera sucinta y están acompañadas de listas de chequeo preliminares, esquematizadas como una propuesta de instrumentalización de la medición en concordancia con el modelo.

Palabras claves: Evaluación de productos de software, innovación tecnológica, productividad de grupos académicos.

Fecha recibido: sep. 4/2013
Fecha modificado: oct. 29/2013
Fecha aceptado: oct. 31/2013



1. Introduction

Productivity of research groups is associated with the amount and calibre of their intellectual output, particularly in the form of research papers, books, patents, screen-plays, musical compositions, and so forth. Quality and visibility assessment of such output is achieved usually by means of self-regulatory dynamics of knowledge dissemination within academic communities. For example, an influential paper is expected to be published in a journal with a high impact factor, which guarantees a strict peer-review examination by some of the fellow experts in the corresponding field. Another example would be the case of a classic book whose permanent reader demand requires the published in several editions on a regular basis. Similar dynamics would apply to the other products (patents, scripts, scores). In other words, the assessment of these products is a relatively straightforward task using such implicit, and at the same time, objective mechanism (although well-documented criticisms and flaws have been presented for established metrics such as the impact factor [8], [11], [13], [16]).

In contrast, the case of academic software products seems blurry. This is because software is a product usually confined to the limits of industrial output, not faculty output. To the best of our knowledge there is no clear definition of ratings for quality, dissemination, usefulness, innovativeness or other software attributes in an academic context. On the other hand, however, software can be an important factor when defining aspects such as the orientation of an academic unit (scientific or technological), its target population (local, national, worldwide), its standards of community-interaction and so on. Therefore, a model for objective evaluation and assessment of such products is necessary and must be made clear and available to the community. As any measurement instrument, such a model should allow calibration of the software productivity of a particular academic unit, and also be helpful in guiding their efforts towards the production of high-quality, valuable and user-friendly academic software. The latter is a challenging task. Software evaluation is usually confined to the industry, where a wide range of metrics and estimation models have been proposed and consolidated [6], [12], [15]. There, software development is driven by profits. Within the academia however, software is developed on the basis of its contribution to research projects. In this context, software is driven by knowledge and innovation. The purpose of this paper is to discuss these elements and organize them into a model that can be used to evaluate the merit of software products and moreover, that serves as a tool for academic decision-makers when identifying the profiles of software productivity in their faculty, and also when making suitable policies to support, promote and reward any achievement accordingly.

2. The model

The difficulty in defining a model for software assessment within the academia lies in the fact that, besides the intrinsic complexity of software development, there are research-related factors that must be taken into account. Some examples of the sort of questions that may rise in this regard are as follows: Is the software product implementing and

distributing new ideas or technologies in a given field or subject? Is the software product needed by, relevant to or widely-usable by the community it was designed for? Is the software product robust, fast, well-documented, available, safe, reliable, reusable? Or even better, to what extent is the software product complying with all of the previous attributes?

Our attempt to solve these questions is described in the following. We devised four determinants that are relevant to define the value a software product within the academia, namely, new knowledge dissemination effect (K), impact in target population (I), technological innovation (T), and engineering practices adopted during its development (E). These determinants can be geometrically combined as the axes of four quadrants (K-I, I-T, T-E, and E-K) in a two-dimensional plane. We assume an arbitrary software product can be rated in each determinant; then, by joining with straight lines the scoring marks in each determinant, a frame is obtained whose inner area would define the product final score (assessment). Such frame visually resembles the shape of a rhomboidal kite, which inspired the name of the model (see Figure 1). As we shall discuss in the next section, the maximum ratings in each determinant would be different, as also would be the actual contribution to the total area from the triangular regions in each quadrant. Hence, the maximum contributions for a total score (area) of 100% according to the efforts devoted to the development as well as to the outlook for potential use of the software, were appraised as follows1 :

- **E-T quadrant.** The area of this component would depend on the quality of software engineering attributes adopted during product development, and also on the degree of technological innovation it comprises. Its measurement would be firmly supported by the standards embraced within the software industry, particularly in terms of what is commonly accepted as good engineering practices as well as the widely-known innovation frameworks. The ratings of the product

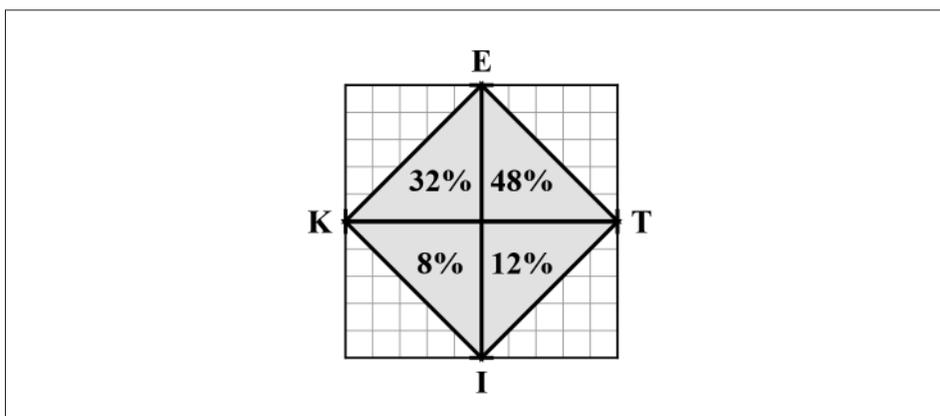


Figure 1: The KITE model for software assessment



regarding these aspects would be the core of the assessment model, thus allowing a maximum contribution to the total score of 48%.

- **K-E quadrant.** In the context of academia, software production would be ideally closely related to research. The purpose of measuring this aspect is to grant additional merit to high-quality software intended to support or promote the dissemination and application of new knowledge. Consequently a relevant contribution to the total score of up to 32% is allocated to this component.
- **I-T quadrant.** The incorporation of the I determinant is aimed at promoting wider distribution and awareness of academic software. Therefore, this component is intended to evaluate the scope and impact on local and external target communities, where the software product may become useful technology. We decided to associate a maximum contribution of 12% of the total score to this aspect.
- **K-I quadrant.** Similar to the I-T component, the purpose here is to give some credit to the extent and capacity of the software to disseminate new embodied knowledge (if any) to its intended research audience. Although secondary from an industrial-oriented viewpoint, this aspect is regarded as a particularly important goal for academic-oriented software. Hence, a minor yet relevant maximum contribution of 8% to the total score is assigned.

Now, an arbitrary software product can be assessed by computing the score (S_{\diamond}) obtained from the sum of the areas in the resulting triangular regions in each quadrant. Let us denote the ratings of the software product in each determinant as K, I, T, E , and the area of triangles $K-E-T$ and $K-I-T$ as Δ_E and Δ_I respectively; then the final score is straightforward to compute:

$$\begin{aligned}
 S_{\diamond} &= \Delta_E + \Delta_I \\
 &= \left(\frac{KE}{2} + \frac{TE}{2} \right) + \left(\frac{KI}{2} + \frac{TI}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2}(K+T)(E+I)
 \end{aligned} \tag{1}$$

It is worth noting that the model can be regarded from two different points of view. In the first one, the kite can be split into an upper half and a bottom half. In this view the maximum contribution of the $K-E-T$ triangle (upper half) accounts for 80% of the total score. This percentage would be highly correlated to the E score, in other words, to the software engineering effort and practices involved during the development of the product, which is intuitively the most relevant aspect to be assessed in a software product. Notice that the final contribution of this triangle would be modulated by the degree of technological innovation as well as the new-knowledge injection. On the other hand, the $K-I-T$ triangle (bottom half) contribution represents the impact of the software product in terms of visibility and usage, once again, modulated by the K and T scores. The latter is an important aspect of communication in academia, which motivated the inclusion of this component. Nevertheless, we consider it as a less relevant target for software development, hence the smaller score allocation from the total score (a maximum of 20%).

From another point of view, the kite can be split into a right-hand half and left-hand half. In this view, the $E-T-I$ triangle (right half) would account for a maximum of 60% of the total score. This reflects the common scenario of a software product that becomes technology of choice, again depending on its engineering maturity and visibility impact. A higher weight in the final scoring is assigned to this aspect. The $E-K-I$ triangle (left half) however, also makes a contribution of up to 40% of the total score. This is specifically aimed at academic contexts where promoting the association between software production and research is extremely relevant.

In order to compute Equation (1), we have designed a number of tests that determine the merit of the software product in each determinant. The criteria, range, ratings and rationale of such tests are discussed next.

3 Determinants range and ratings

Let us assume that the finest academic software product will shape up a kite with an area equivalent to 100 points. Thus, we define the following range for the ratings in each determinant:

$$E \in [0, 16], K \in [0, 4], T \in [0, 6], I \in [0, 4]$$

Observe that within those ranges, a first-rate academic software product S^* would get the ratings $E = 16, K = 4, T = 6, I = 4$. By setting up unitary scales in each axis, the KITE model of S^* would be rendered as in Figure 2. Notice that despite the irregularity of the shapes in the resulting triangles, this arrangement will preserve the maximum proportion of contributions mentioned in Figure 1. In fact, the area (score) of S^* would amount to:

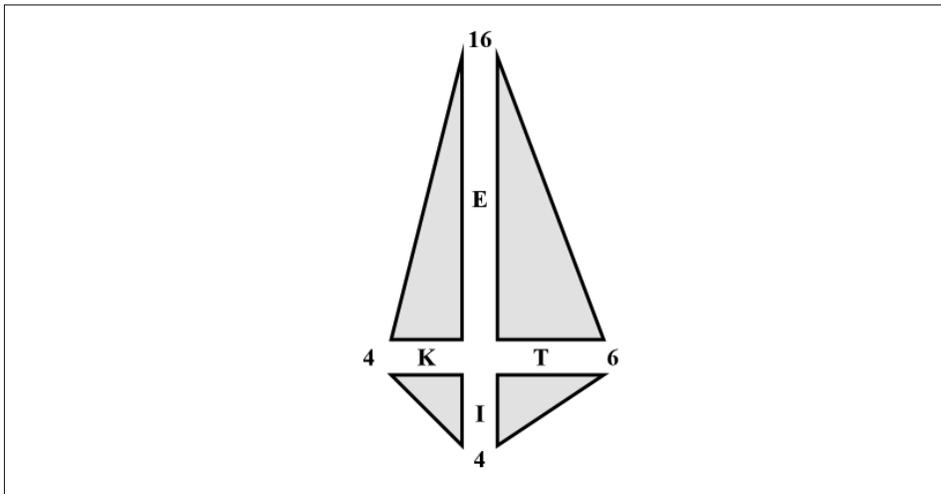


Figure 2: The unnormalised kite for S^*



$$\begin{aligned}
 S_{\diamond}^* &= \Delta_{KE} + \Delta_{ET} + \Delta_{TI} + \Delta_{IK} \\
 &= \left(\frac{16(4)}{2} + \frac{16(6)}{2} + \frac{4(6)}{2} + \frac{4(4)}{2} \right) = 100,
 \end{aligned}$$

which also equals the score that would have been computed through Equation (1). The remainder of this section focuses on the rationale behind these ranges, as well as on the proposal of tests designed to measure the ratings in each determinant. Assuming that engineering should be the crux behind of software creation process, we shall proceed first with the E determinant.

3.1 The E determinant

Academic software is on its own nature, commonly regarded as the early prototypes of proof-of-concept or proof-of-technology endeavours that stem from non-industrial academic factories (in the best scenario) or more frequently, from academic research groups. Nevertheless, we believe that academic software production must be guided by the principles of software engineering so as to guarantee to a certain extent the development of high-quality products that would eventually embark on a feasible trail of future industrial development. The more quality attributes the product achieves, the more potential benefit or profit the academic group receives in return for their invested efforts and costs. In the light of such remarks, this determinant is pivotal to the model, since it measures the degree of fulfillment of software engineering practices adopted during the making. Its purpose is to motivate compliance with minimal standards in order to guarantee the development of valuable software, software that would be really helpful or appreciated by its target community.

The measurement instrument of this determinant is inspired by established and widely-known software estimation models in the industry. The instrument consists on a series of check-lists for a number of technical attributes defined in [3]. The designs of these tests are based on the models of [6], [12], [15], adapted in scope and pertinence to an academic context. The definitions of each quality attribute $\{E_i\}_{i=1}^8$ are given below, where each E_i is a number between [0, 2]. The tests designed as measurement tools for these attributes are provided in different guides or technical books as [14], [12] while the preliminary KITE's checklists for this determinant are showed in Appendix B.

- E_1 : Robustness.** Resistance against improper, malicious or illegitimate inputs or operating environments for the software.
- E_2 : Maintainability-Extensibility.** Simplicity in updating the software product either by adding new features or changing existing (possibly flawed) features, or else, in scaling up its capabilities.
- E_3 : Performance.** Efficiency in managing machine resources (processor time, memory, bandwidth, etc.) in order to accomplish the intended purpose of the software, specially for large data volumes.

E_4 : Usability. User-friendliness: how easy or convenient to use the software product actually is.

E_5 : Integrity. The quality of maintaining consistency as well as safeguarding the information processed by the software product.

E_6 : Portability. Possibility of running the software product on more than one operating system or hardware platform with minimal effort.

E_7 : Compatibility. Support of input and output data formats and persistence schemes used by the same software in previous versions, or by other related software tools, without major conversion or modifications required.

E_8 : Documentation. The availability of technical documentation related to the development and utilisation of the software product (design diagrams, listings, test reports, manuals, user-guides, online help, etc.).

The final rating in this determinant would be given by the sum in Equation (2). The range would be clearly, $E \in [14]$.

$$E = \sum_{i=1}^8 E_i \quad (2)$$

3.2 The K determinant

In contrast to industry settings, research-driven development of software can be a relevant goal for an academic unit. Consequently, the model was designed so as to assign some merit to a software product developed as a dissemination device for new knowledge originated in either basic or applied research. In this respect the K determinant modulates the contribution of the E determinant to the overall assessment of the product, since the contribution of the Δ_{KE} would be $+\frac{KE}{2}$. In other words, the more firmly engineered and research-supporting is the product, the higher the score it will obtain.

In scoring this determinant we took some inspiration from the widely accepted practice of publishing scholarly papers, which is closely related to the premise of knowledge dissemination stated above. Thus, the following two criteria were defined:

K_0 : Ingenuity. Is the software product a realization of a previously unknown natural, social, organizational, scientific, algorithmic or computing model?

K_1 : Dissemination. To what extent the fundamental research associated to the software product has been communicated to the relevant scientific community?

The first criteria is an indicator variable that characterises the software product as either the output of a research study or not ($K_0 \in \{0, 1\}$). The second criteria is associa-



ted to the dissemination of the research foundation that prompted the creation of the software product, i.e. its publication in scholarly peer-reviewed journals, conferences or scientific repositories. The range of this variable is $K_1 \in [0, 4]$. The score of the determinant is computed using Equation (3). Evidently, $K \in [0, 4]$. The checklists designed to rate these criteria are given in Appendix A.

$$K = K_0 K_1 \quad (3)$$

3.3 The T determinant

This determinant is aimed at measuring the degree of technological innovation achieved through the software product. One of the difficulties in defining this measuring aspect is that there is no definitive agreement regarding the meaning of innovation in the software industry [4]. Based on discussions reported recently on the literature [4], [5], [9], [10] and also on our own experience in the field, we settled for the following viewpoint. Key to the concept of innovation is the formulation of a novel idea. With respect to the problem at hand, a novel idea would be realized when the software product is proposing a new usage of a known technology (e.g. in application software, when transferring technology from one field of application to another, or from one community to another), or when the software itself yields new technology (especially in system or embedded software when new architectures, protocols or models of computation are proposed). Thus, technological innovation would refer to the process of embarking on, testing, adjusting and refining that novel idea, in such a way that its materialisation within a new context or process produces a positive effect [9]. We focus now on defining how to measure technological innovation.

We restrict ourselves to the concept of product innovation since other facets of innovation (process, marketing, or organizational) in our opinion are not intrinsically relevant to a software product. Building upon the approach in [10], which has been rigorously validated in the industry, the following aspects are considered, suitably adjusted to the context of academic software (they are denoted $\{T_i\}_{i=1}^6$ with $T_i \in [0, 1]$). The corresponding checklists are reported in Appendix D.

T_1 : **Novelty.** Does the software product embody new technology or a previously unknown application (to a field or problem) of a known technology?

T_2 : **Scope.** Is the software product new to the world/country/academic institution?

T_3 : **Competitiveness.** In what ways does the software product outperform other known similar products or previous versions (aesthetic/core/performance)?

T_4 : **Continuous improvement.** To what extent are the software attributes improved over previous versions (in any attribute $E_1 - E_8$ or in saving costs)?

T_5 : **Originality.** Is it a self-contained software product (pioneering innovation), an add-on to an existing installation (incremental innovation) or an upgrade (boosting innovation)?

T_6 : **Endogenicity.** Is the source of innovation endogenous to the academic unit, exogenous or combined?

The final rating would be given by Equation (4) in a scale $T \in [0, 6]$.

$$T = \sum_{i=1}^6 T_i \quad (4)$$

3.4 The I determinant

This determinant was included to adjust the assessment of the software product with respect to aspects such as visibility, availability, openness and utilisation by its target community. These aspects are combined into what we regard as the “impact” of the software product. The rationale is that the merit of the software product should be proportional not only to the quality of the software *per se* but also to the impact it is having or might have on its latest or future releases. In this sense the model attempts to promote, on the one hand, continuity of software projects for the academic group that creates the software product (to allow improvement through new technologies and functionalities as the product spreads and popularises within its target community). On the other hand, this will motivate the academic units to evaluate the relevance, effect and scope of their associated software authors or factories on a regular basis.

The definition of these criteria, denoted $\{I_i\}_{i=1}^4$ with $I_i \in [0, 1]$, was tailored to the context of academia as explained below. The checklists designed to measure this determinant are provided in Appendix C.

- I_1 : **Coverage.** The extent to which the software product is visible for its intended audience (local/regional/world-wide).
- I_2 : **Availability.** Convenient support regarding the deployment of the software product (release/versioning/ download/installation).
- I_3 : **Utilisation.** Evidence of usage and positive feedback from the community (academic/otherwise).
- I_4 : **Openness.** The level of restriction when distributing, using or changing the source code of the software product (open source/source available/proprietary).

The final rating associated to this determinant is computed using Equation (5), resulting in a range $I \in [0, 4]$.



$$I = \sum_{i=1}^4 I_i \quad (5)$$

4 Conclusions

Increasing rates of academic research output, due to the growth of their corresponding software production lines, motivate the proposal of comprehensive and impartial models for the evaluation of such products so as to provide unbiased assessment of their quality, impact, innovation and originality. Furthermore, such models may become useful tools for researchers and decision-makers alike. Researchers can use them to open up new perspectives in considering academic software development seriously (as one of their career aims). Decision-makers can use them to identify the suitable software production profiles of their institutions, and also to support and reward their faculty accordingly. We expect the rationale behind the KITE model described in this paper to contribute to taking initial steps towards such scenario.

In addition to its hypothetical use as an academic software productivity-profiling tool, the model can also be considered as an evaluation instrument within compensation schemes in the academia. Such schemes are designed to award faculty with salary bonuses proportional to the quality and visibility of their academic products. A well-balanced appraisal between the merit and the reward of software products in this context will encourage academic groups to develop first-class research-oriented or technology-oriented software. The latter is likely to have a positive impact on academic productivity, as it has been already highlighted in various studies in other areas [1], [7].

As a final remark with respect to the KITE model itself, it is worth noting that its modularity and conceptual abstraction make it feasible to extend the model to the assessment of other kinds of academic products, such as hardware, business processes, integrated circuit layouts, industrial designs and technical standards or any other engineering prototypes. In fact, these products share a common technological nature as artifacts resulting from engineering and scientific principles. The extension of the model would require a deeper insight into some definitions in order to achieve generalization, perhaps as a meta-model formulation. We anticipate that, in such formulation, the notions ascribed to the E determinant would be pivotal (those concerning the rigorous exercise of the relevant engineering branch or other involved disciplines in order to create a first-class product). The path to develop this meta-model is still under discussion considering that either a deductive or an inductive construction may be possible. For the time being, we are working on the concrete instruments needed to make the KITE model operative. Instrumentation and validation of the model will be reported in a forthcoming study.

References

- [1] Elie A. Akl, Joerg J. Meerpohl, Dany Raad, Giulia Piaggio, Manlio Mattioni, Marco G. Paggi, Aymone Gurtner, Stefano Mattarocci, Rizwan Tahir, Paola Muti, and Holger J. Schnemann. Effects of assessing the productivity of faculty in academic medical centres: a systematic review. *Canadian Medical Association Journal*, 184(11):E602–E612, 2012.
- [2] Dino Dai Zovi Chris Wysopal, Lucas Nelson and Elfriede Dustin. *The Art of Software Security Testing. Identifying Software Security Flaws*. Symantec-Press, 2007. [3] Colciencias. Resolución No. 00285 de 2004, 2004.
- [4] Henry Edison, Nauman Bin Ali, and Richard Torkar. Towards innovation measurement in the software industry. *J. Syst. Softw.*, 86(5):1390–1407, May 2013.
- [5] Organisation for Economic Co-operation, Development, and Statistical Office of the European Communities. *Oslo manual: guidelines for collecting and interpreting innovation data. Measurement of Scientific and Technological Activities*. 2005.
- [6] Carlo Ghezzi, Mehdi Jazayeri, and Dino Mandrioli. Software qualities and principles. In *The Computer Science and Engineering Handbook. Second Edition*, pages 101–1 a 101–25. 2004.
- [7] Claudia Gonzalez-Brambila and Francisco M. Veloso. The determinants of research output and impact: A study of mexican researchers. *Research Policy*, 36(7):1035–1051, September 2007.
- [8] Bob Grant. New impact factors yield surprises. *The Scientist*, 2010.
- [9] Paul H. Jensen and Elizabeth Webster. Another look at the relationships between innovation proxies. *Australian Economic Papers*, 48(3):252–269, 2009.
- [10] Gary Jordan and Esbjrn Segelod. Software innovativeness: outcomes on project performance, knowledge enhancement, and external linkages. *R & D Management*, 36(2):127–142, 2006.
- [11] Eugenio Matijasevic. Acta Médica Colombiana y las fuerzas de producción social. *Acta Médica Colombiana*, 35:107 – 112, 09 2010.
- [12] J. McGovern. *A Practical Guide to Enterprise Architecture*. The Coad series. Prentice Hall PTR, 2004.
- [13] Tom Misteli. Eliminating the impact of the impact factor. *The Journal of Cell Biology*, 201(5):651–652, 2013.
- [14] Glenford J. Myers. *The ART of SOFTWARE TESTING*. John Wiley and Sons Inc., 2004.
- [15] I. Sommerville. *Software Engineering*. International computer science series. Addison-Wesley, 2007.
- [16] A. W. Wilhite and E. A. Fong. Coercive citation in academic publishing. *Science*, 335(6068):542–3, 2012.

Appendix A. K tests

<i>K</i> attributes	
K_0	The software implements a previously not known natural, social, organizational, scientific, algorithmic or computing model.
K_1	The research study originating the software has been disseminated to the academic community in recognised scholarly journals or well-known academic conferences on a relevant field.
<i>K</i> final score: $K = K_0 K_1$	



Appendix B. E tests

E attributes	
E_1	Resistance towards invalid input data or incorrect commands.
	Fault-tolerance to operating system or hardware crashes.
	Agreement between the software product and its specification.
	The software product can be adjusted to unforeseen changes in its underlying operating environment.
E_2	The software product admits incorporation of external changes with low effort.
	Support to functionality extensions in future versions.
	A well-defined version control procedure for the software.
	The software product adheres to architectural styles allowing easy scalability (e.g. blackboard style, publish-subscribe style)..
	Capability of scaling-up designs in order to improve performance.
	The software uses configuration files for operating parameter settings.
	The user interface is decoupled from the domain logic.
	The software can be easily debugged.
	The software exhibits adaptive maintainability.
Well-documented architectural design.	
E_3	Compliance with stated expected response times for each use-case or functionalities.
	The software delivers within admissible stated response times (average, minimal, maximal).
	The software is able to handle concurrency.
	Usability under lower or bad rates of performance.
	Compliance with stated expected response times for batch processing, if any.
E_4	The user interface is self-explained or easy to understand.
	The user interfaces is customizable.
	Depth vs breadth ratio of user options is appropriate.
	The software can be adapted easily to new operating systems or hardware.
E_5	The software mitigates the impact of expected security breaches.
	The software properly catches security breaches.
	High safety level against known vulnerabilities.
	High data-reliability level for simulated operating system or hardware breakdowns.
E_6	High data-integrity level for unexpected breakdowns or unauthorized access.
	The software is platform-independent.
	New layers of software can be added to the original product.
E_7	The software provides portability to other hardware platforms.
	The software supports standard technologies for system integration.
	The software architecture (subsystems or components) is well-documented and comprehensible.
E_8	The software provides versioning information for subsystems and components.
	Functional model documentation is provided.
	Structure, domain and persistence models are well-documented.
	Dynamic and behaviour models are well-documented.
	User guide and administrator manual are well-documented and comprehensible.
The software is equipped with extensive and friendly online help assistance.	
E final score: $T = \sum_{i=1}^4 I_i$	

Appendix C. I tests

I attrbtes	
I_1	The software has been announced or advertised in worldwide/local coverage.
	The software is released in English language or is parameterisable to a suitable language for the intended public
I_2	The software is hosted and distributed in a public software repository or in private dedicated down- loading server.
	The software is provided with an install/setup assistant application.
I_3	The reported number of different users of the software is larger than 10/100/1000.
	More of 50% of users have given positive reviews to the software.
I_4	The software was released with an open source or proprietary license.
I final score: $I = \sum_{i=1}^4 I_i$	

Appendix D. T tests

T attributes	
T_1	The software is a new technology as such or an unknown application to a field or problem of a known technology.
T_2	The software is new to the world/country/institution.
T_3	The software implements a distinct core or aesthetic feature compared to similar products or previous versions.
	The software improves over memory consumption or execution times compared to similar products or previous versions.
T_4	The software improves any of its quality attributes E1 · · · E8 .
	The software saves in installation costs.
T_5	The software is released as a new installation or an upgrade version.
T_6	The idea originating the innovation realised by the software was conceived by authors affiliated to the institu- tion or affiliated to an external institution or both.
T final score: $T = \sum_{i=1}^6 T_i$	

Sergio A. Rojas-Galeano

He has received a BEng. in Systems Engineering from National University of Colombia, a MSc. in Intelligent Systems from University of London (2005), and a PhD. in Computer Science from University of London (2009). His areas of research interest include machine learning, data mining, optimization, and scientific software. He is currently an assistant professor at the District University of Bogota and also a researcher in the LAMIC research group. e-mail: srojas@udistrital.edu.co

Henry Diosa

He has received a BEng. in Systems Engineering from National University of Colombia, a MSc. in Information Sciences from District University of Bogota, and a PhD. in Computing Science from Valle University. His areas of research interest include software architecture and software engineering. He is currently an assistant professor at the District University of Bogota and also the leader of the ARQUISOFT research group. e-mail: hdiosa@udistrital.edu.co

Miguel Melgarejo

He has received a BEng. in Electronics Engineering from District University of Bogota, a MSc. in Elec- tronics Engineering from Los Andes University, and is currently a PhD in Electronics Engineering at Javeriana University. His areas of research interest include machine learning, fuzzy logic systems, com- plex systems and scientific software. He is currently an assistant professor at the District University of Bogota and also a researcher in the LAMIC research group. e-mail: mmelgarejo@udistrital.edu.co

Evolución y tendencias actuales de los Web crawlers

Web crawlers: Evolution and current trends

Fernando Iván Camargo Sarmiento

Estudiante MCIC-UD
Grupo GESDATOS
ficamargo@hotmail.com

Sonia Ordóñez Salinas

Docente MCIC-UD
Directora Grupo GESDATOS
soniaords@gmail.com



Resumen

La información disponible en redes de datos como la Web o las redes sociales se encuentra en continuo crecimiento, con unas características de dinamismo especiales. Entre los mecanismos encargados de rastrear los cambios en dicha información se encuentran los *Web crawlers*, los cuales por la misma dinámica de la información, deben mejorarse constantemente en busca de algoritmos más eficientes. Este documento presenta el estado actual de los algoritmos de rastreo de la *Web*, sus tendencias, avances, y nuevos enfoques dentro del contexto de la dinámica de las redes sociales.

Palabras clave: Procesamiento de Lenguaje Natural, rastreador, buscador, *Web crawler*, redes sociales, rastreador social.

Abstract

The information stored through the social network services is a growing source of information with special dynamic characteristics. The mechanisms responsible for tracking changes in such information (*Web crawlers*) often must be studied, and it is necessary to review and improve their algorithms. This document presents the current status of tracking algorithms of the Web (*Web crawlers*), its trends and developments, and its approach towards managing challenges emerging like social networks.

Key words: Natural Language Processing, crawler, search engine, Web crawler, social network, social network crawler.

1. Introducción

Los servicios de redes sociales actuales involucran a millones de usuarios en internet. Entre el año 2008 y el 2013, dicho número de usuarios en Latinoamérica ha pasado de 53.248.000 [1] a 139.000.000 [2], lo que representa un crecimiento de más del 250% en 4 años.

Fecha recibido: abr. 8/2013
Fecha modificado: nov. 6/2013
Fecha aceptado: nov. 29/2013

Debido a esto, la información almacenada a través de dichos servicios se convierte en una fuente creciente de información útil para la búsqueda de relaciones y patrones implícitos en ella; pueden verse como repositorios de información con unas características de dinamismo especiales. Con tales características, el hecho de explorar periódicamente el contenido y mantenerlo catalogado para su utilización representa un reto creciente.

Los mecanismos diseñados para tal fin son llamados *rastreadores*. Son herramientas que permiten (como su nombre lo indica), rastrear un sitio web para extraer de él cualquier contenido existente. Los rastreadores hacen uso de la estructura de los documentos, sus etiquetas de hipertexto y sus meta-etiquetas para catalogar el contenido.

Sin embargo, los rastreadores que utilizan estos conceptos están diseñados para obtener datos generalizados, que por su dinámica pueden actualizar sus catálogos en periodos que oscilan entre días y semanas [3]. El tiempo promedio en que un usuario actualiza su información en sus servicios de redes sociales es menor a 3 días [4]. Esta dinámica implica la necesidad de técnicas de rastreo cada vez más eficientes, enfocadas a ciertos temas e incorporando métodos de clasificación basados en el procesamiento de lenguaje allí contenido.

A continuación se presenta la revisión de dichos rastreadores (*Web crawlers*), sus tendencias y avances, y su enfoque hacia el manejo de redes sociales. Para ello, se ha consultado diferentes librerías académicas como Springer, IEEE y ACM, con búsqueda desde 1995 hasta 2013. A partir de una búsqueda de todos los trabajos sobre *crawlers*, rastreadores y arañas, se han revisado un promedio de 250 trabajos organizados por relevancia y por número de citaciones.

2. Contextualización

Para entender la evolución de los rastreadores actuales (especialmente los rastreadores focalizados que se explicarán más adelante) es necesario conocer el tema en el cual se enmarcan, es decir, el Procesamiento del Lenguaje Natural (PLN). En el siguiente capítulo se presentan los conceptos relevantes sobre dicho tema, y luego se aborda el estado del arte de los rastreadores Web, especificando sus objetivos, arquitecturas y avances.

2.1. Procesamiento de lenguaje natural

El término “procesamiento de lenguaje natural” es normalmente utilizado para describir la función de componentes de hardware o software en su sistema de cómputo, que analizan lenguaje hablado o escrito [5]. Combinado con la minería de datos, definida como la “tarea de identificar patrones de interés y describirlos de una forma concisa y con significado [6]”, presenta variantes como la minería de texto y la minería Web.



2.1.1. Minería de texto y minería Web

La minería de texto es el proceso de extraer patrones interesantes a partir de grandes colecciones de textos para descubrir conocimientos [7]. Es también el descubrimiento de reglas de asociación importantes dentro de un corpus de texto [8].

En la Web, dicha minería podría ser aplicada a una serie de tareas como la recuperación de información (obtención de documentos ante una solicitud de búsqueda [9]), la extracción de información (búsqueda de información a partir de documentos previamente recuperados), resolución de pregunta – respuesta, entre otras, lo cual hace aparecer otra rama de investigación llamada minería Web, definida como el proceso global de descubrir información o conocimiento, potencialmente útil y previamente desconocido a partir de datos en la Web [10].

En la literatura también se encuentran a su vez tres subdivisiones de la minería Web [11]: Minería de contenido (analiza el contenido disponible en documentos Web), minería de estructura (se enfoca en la información vinculada, es decir, los enlaces entre documentos) y minería de uso (que analiza los datos transaccionales generados cuando los usuarios interactúan en la Web).

2.1.2. Los Rastreadores y el procesamiento del lenguaje natural

Uno de los grandes retos a la hora de utilizar la información existente en la Web es la recolección, clasificación y adaptación de la misma. Dichas tareas a su vez son propias del procesamiento del lenguaje natural.

Si bien es cierto que existen grandes volúmenes de información en los diferentes servidores Web listos para ser procesados, también es cierto que la consecución de dicha información actualizada y organizada no es una tarea fácil [12]. Generalmente para recolectar esta información se utilizan los *Web crawlers* que permiten “visitar” los diferentes repositorios Web de información y extraer lo que allí reside. Del producto de las “visitas” depende la calidad y fiabilidad de los resultados de la tarea en cuestión [13]. Para aclarar estos conceptos se expondrá una de las tareas que se han mencionado y su relación con los *Web crawlers*.

2.1.3. Recuperación de información

La recuperación de información consiste en buscar material de naturaleza no estructurada, que satisfaga una necesidad de información dentro de grandes colecciones [14]. Se ocupa del pre-procesamiento, la representación, el almacenamiento, la organización y el acceso a ítems de información [15]. Puede abarcar la localización y presentación a un usuario de información relevante a una necesidad de información expresada como una pregunta [16].

Los sistemas de recuperación de información pretenden determinar entonces qué contenido es relevante dado uno o varios criterios. Para ello, se deben tener en cuenta dos etapas o instancias [17]:

1. Elección de un modelo para calcular la relevancia de los documentos a la consulta. El modelo adoptado determina las predicciones sobre lo que es relevante (por ejemplo, la noción de relevancia implementada por el sistema). Su bondad se mide comparando las respuestas del sistema contra las que un conjunto de expertos consideran relevantes. Hay diferentes modelos para calcular la relevancia; entre ellos se pueden encontrar el modelo booleano (en el cual un documento puede pertenecer a dos únicas clases: “relevante” o “no relevante”) [14], el modelo vectorial (en el cual, cada documento puede incluirse en una lista de valores cerrados, es decir que hay un número finito de clases mayor a 2) [18], probabilístico (el cual le asigna una ponderación o porcentaje de probabilidad a cada documento, indicando “la probabilidad de que un documento pertenezca a una clase determinada”) [19], y los modelos avanzados (conjuntos difusos [20], indexación por semántica latente [21], redes neuronales [22], entre otros)
2. Diseño de algoritmos y estructuras de datos que lo implementen (índices). Su bondad se mide considerando el tiempo de respuesta del sistema, espacio extra de los índices, tiempo de construcción y actualización del índice, entre otros [23].

2.1.4. Clasificación de texto

Los Web *crawler* - como se ya ha mencionado - permiten recolectar (copiar) información de diferentes servidores Web. Sin embargo, este tipo de información puede provenir de diferentes servicios (páginas, documentos *pdf*, redes sociales) que hacen que presenten diferentes formatos, lenguajes y estructuras [24]. Con el fin de poder homogenizar dicha información de acuerdo a un fin particular como la indexación o la extracción de patrones se hace necesario utilizar técnicas propias de la minería de texto como la clasificación.

Un clasificador es una técnica capaz de diferenciar elementos de acuerdo con sus características y agruparlos en órdenes o clases [25]. Estos algoritmos se pueden dividir en dos grandes grupos. Por un lado, se encuentran los que parten de un conjunto de datos para los que se desconocen las clases en las que se pueden agrupar (clasificación no supervisada). Por otro lado están los algoritmos de aprendizaje supervisado, en los que se dispone de un conjunto de datos con ejemplos de entrenamiento que han sido etiquetados previamente [26].

Dentro de los algoritmos de clasificación supervisada, que se utilizan habitualmente para clasificar texto, pueden encontrarse entre otros los algoritmos de SVM (*Support Vector Machine* o Máquinas de Vectores de Soporte [27]), ANN (Artificial Neural Networks o Redes Neuronales Artificiales [28]), Regresión [29], clasificadores Bayesianos (probabilísticos) [30], k-NN (clasificador de vecinos más cercano) [31] y árboles de decisión [27]. Cada uno de ellos presenta características diferentes de rendimiento según su uso [27].



2.2. Rastreadores (crawlers)

Para definir qué es un rastreador, es importante primero definir el entorno: para ello, se explica qué es un buscador Web, sus diferentes componentes y posteriormente se explicará en detalle el concepto de *crawler*.

2.2.1. Crawlers y buscadores Web

Un buscador Web es un sistema de recuperación de información en Internet, basado en páginas previamente catalogadas, y cuyos resultados son enlaces a las páginas reales que contengan ciertos parámetros o criterios. El buscador habitualmente toma como referencia meta-etiquetas de marcado como títulos, descripción o palabras clave dentro de los documentos, y con base en ello clasifican o ponderan los documentos. De esta forma, un documento con sus meta-etiquetas completas y con contenido relevante será mejor ponderado por un buscador web que un documento que no contenga tales etiquetas [32]. A esta optimización se le conoce como “Optimización para Motores de Búsqueda”, o SEO por sus siglas en inglés (*Search Engine Optimization*) [33, 34].

Los creadores de Google, Larry Page y Sergei Brin [35] definen un buscador Web en función de cinco componentes: un Web *crawler*, un indexador, un ponderador (o algoritmo de ponderación), un motor de búsqueda y un repositorio de páginas. El *Web crawler* es el componente responsable de descargar la información disponible en la Web hacia el repositorio del motor de búsqueda, para su procesamiento posterior. El indexador genera un índice de términos, información del archivo y algunas otras características importantes de la información descargada por el Web *crawler*. El motor de búsqueda es responsable de procesar una consulta de usuario con una o más palabras y combinaciones de comodines y conectores lógicos. El ponderador es responsable de ordenar la mayoría de entradas del indexador. El repositorio de páginas es a menudo un medio físico para alojar una versión de las páginas rastreadas, en un formato útil para el motor de búsqueda.

2.2.2. Funcionamiento de un crawler

El objetivo principal de un *Web crawler* es proporcionar datos actualizados a un motor de búsqueda [36]. Son utilizados principalmente para crear una copia de todas las páginas rastreadas para su posterior procesamiento por un motor de búsqueda luego de ser indexadas para proporcionar resultados de una forma rápida [37]. Las metas de un *crawler* óptimo son su fácil escalabilidad, su habilidad de determinar qué contenido es susceptible de descarga y cuál se debe desechar, mantener su “responsabilidad social y ética” [38, 39], y su competencia directa con adversarios [40].

A nivel conceptual, el funcionamiento de un *crawler* es sencillo: tomar una dirección URL (o identificador de un sitio Web) a partir de una lista, descargar su contenido (sus páginas HTML), clasificarlo y aprovechar los enlaces de dichas páginas para hacer una

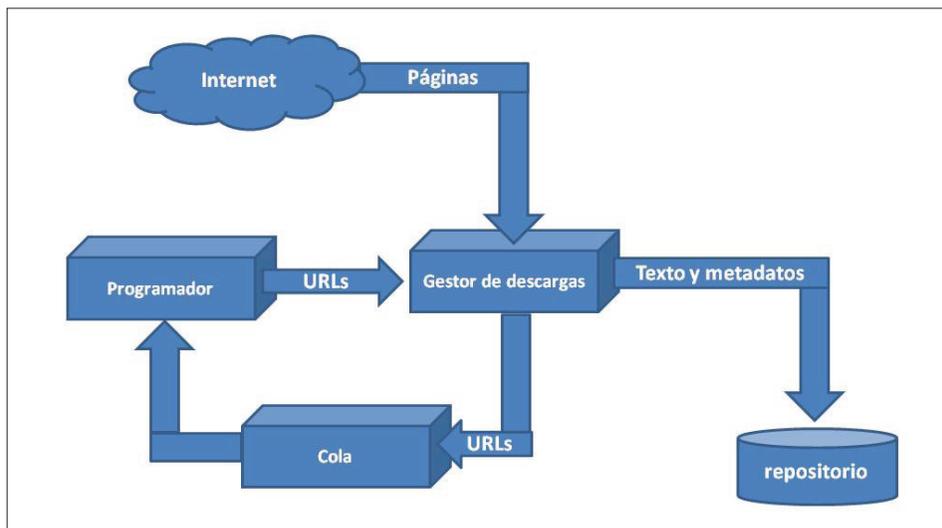


Figura 1. Esquema de funcionamiento de un *crawler* tradicional. Fuente: elaboración propia

nueva búsqueda con cada documento vinculado. A su vez, cada nuevo documento vinculado se clasifica nuevamente. En la figura 1 se puede observar cómo es realizado dicho proceso: un componente llamado “gestor de descargas” examina el contenido de un sitio web, crea un documento con sus metadatos y almacena el contenido en un repositorio. A su vez, busca en dicho sitio más enlaces o URLs, los cuales son enviados a una cola de espera para su procesamiento posterior. Por otro lado, hay un módulo llamado “programador”, que se encarga de tomar los enlaces de la cola de espera para enviarlos al programador y realizar con él un nuevo proceso, llamado barrido de segundo nivel.

Sin embargo, debido a la cantidad de sitios web y la cantidad de páginas con que cuenta cada uno de ellos, un *crawler* debe considerar una forma rápida de seleccionar las páginas por descargar, y una forma óptima de verificar qué cambios han tenido dichas páginas a través del tiempo.

Para mantener un corpus actualizado, 10 mil millones de páginas en un estado razonable de actualización, por ejemplo de 4 semanas, el *crawler* debe descargar alrededor de 4000 páginas por segundo; para hacerlo, el *crawler* se debe distribuir sobre múltiples computadores y procesar las búsquedas en paralelo [3]. Por dicha velocidad de actualización, y por el crecimiento de internet planteado, el desarrollo de técnicas, algoritmos y arquitecturas ha sido constante y el tema permanece vigente.

Uno de los tipos de *crawlers* por estudiar son los denominados *crawlers* focalizados [41]. El principal atributo de los *crawlers* focalizados es que no necesitan coleccionar todas las páginas Web, sino que se enfocan en aquellas relevantes o importantes respecto de un conjunto predefinido de tópicos antes de comenzar a rastrear [42].



2.2.3. Evolución histórica

Los *crawlers* más conocidos son UbiCrawler [43], Viuva Negra [44], y el módulo de rastreo distribuido de Google [35], además de otros de naturaleza comercial previos a Google (Altavista, Infoseek, Lycos, Excite y HotBot). En cuanto a *crawlers* de código abierto, se destacan Heritrix [45], Nutch [46], Combine [47] y WIRE [48].

El primer *crawler* oficialmente reconocido es el “Wanderer” de Matthew Gray; fue un algoritmo de rastreo simple en la Web desarrollado en 1993 [49]. Fue presentado como un rastreador para el MIT, con el único propósito de generar estadísticas, y no fue publicado o expuesto a la comunidad científica. Posteriormente aparecen otros cinco en un periodo de dos años: JumpStation [50], RBSE [51], WebCrawler[52], WWWorm [53] y MOMspider [54]. Dichos *crawlers* han dado origen a la mayoría de los actuales.

Sin embargo, el algoritmo de referencia obligatoria es PageRank, propuesto por Lawrence Page y Sergei Brin [35]; en él se expone cuál debería ser la estructura de un motor de búsqueda Web, incluyendo *crawler*, indexación y búsqueda. En un artículo posterior [55], resultado de un proyecto de investigación de la Universidad de Stanford, los autores describen públicamente este algoritmo que sería el fundamento de Google durante sus primeros diez años. En este documento, definen métricas importantes en el rastreo como similaridad de página (medida para descartar páginas iguales en la Web), “conteo regresivo” (para aumentar el peso a una página entre más referenciada esté en otras páginas), PageRank (ponderar mejor las páginas referenciadas por portales importantes), completitud de la información y ubicación (según el lugar del código en el que se encuentre un resultado). Igualmente presentan un algoritmo simple de rastreo basado en estos criterios.

En el 2002, se presenta un *crawler* llamado WebRACE [56], con capacidades de procesamiento distribuido, almacenamiento temporal de objetos y servicio de filtrado. Para ello, se utilizó un motor desarrollado por la Universidad de California, llamado eRACE, capaz de recolectar, anotar y diseminar información de fuentes heterogéneas. Los autores establecieron que en promedio, 1 de cada 10 documentos cambiaba luego de una semana, con lo que no era necesario reprocesarlo. Para evitar que el *crawler* descargase de nuevo páginas que no habían sido actualizadas, planteó adicionar a cada sitio web un “meta-documento” en XML con la información necesaria para ser descartado o reprocesado.

Otra propuesta que merece mencionarse es Ubicrawler, un *crawler* distribuido, programado en Java con todas las funciones descentralizadas, el cual es presentado por Boldi et al. en 2004 [57]. Ya que su algoritmo es distribuido, los autores reportan que en cada CPU en la cual se ejecute el *crawler* se pueden procesar hasta 660 páginas por segundo. Este trabajo fue actualizado en el 2009 [43] y [58] donde se expusieron aspectos para tener en cuenta en la optimización de sus resultados .

En ese mismo año se desarrolló un *crawler* para idioma español en Java y Oracle como repositorio de base de datos, capaz de extraer información de Facebook e ingresarla a un modelo relacional [59]. Este crawler actualmente no permite extraer la información debido a los cambios de seguridad implementados por Facebook desde entonces.

En el año 2010 hubo una serie de trabajos alrededor de métodos de rastreo; por ejemplo Tadapak [60] propone un *crawler* para un idioma específico (Thai), con métodos supervisados. Shaojie y otros [61] proponen una mejora al algoritmo de PageRank utilizando medidas de similitud, bajo el nombre de SimRank. Qureshi y otros autores [62] diseñan un *crawler* llamado “visionerBOT”. Su principal aporte es el uso de MAPreduce [63], el *framework* de Google para manejo de computación distribuida.

También en 2010, se presenta un proyecto de *crawler* focalizado en base de datos de tópicos (DTB) [64]. Una de las propuestas del trabajo es que se cuente con una base de tópicos estáticos, y una base de tópicos dinámicos con auto-aprendizaje.

En el año 2011, Anbukodi [65] propone el uso de “agentes móviles” para reducir la sobrecarga de máquinas de los *crawlers* actuales. La arquitectura sugiere que cada agente cuente con un conjunto de páginas iniciales (llamadas “semilla”) y rastree los vínculos que contenga dicha página recursivamente (cada página contiene vínculos de un nuevo nivel, los cuales contienen a su vez vínculos de un segundo nivel y así sucesivamente); cuando un vínculo tenga una gran cantidad de niveles debajo de él, el agente tiene la capacidad de pasar dicho vínculo a un nuevo agente, liberando recursos y balanceando su carga.

2.2.3.1. Crawlers focalizados

Este concepto fue introducido por Chakrabarti en 1999 [66], y ha sido ampliamente utilizado en los últimos años como herramienta para rastrear la web para problemas específicos. Un *crawler focalizado* (o *focused crawler* por su nombre original) es un tipo de crawler que recibe uno o varios parámetros de entrada (como frases o palabras) y rastrea la web para localizar sitios con contenido relevante a dichos términos. La característica principal de los *crawlers* focalizados es que no necesitan coleccionar todas las páginas web visitadas, sino que se enfocan en URLs relevantes o importantes respecto de un conjunto predefinido de tópicos antes de comenzar a rastrear [42].

Puesto que los crawlers focalizados se utilizan para seleccionar contenido sobre un tema en particular, es usual que incorporen técnicas de clasificación y conceptos tradicionales del procesamiento de lenguaje natural. Por esto mismo, es importante tener en cuenta los retos que implica el uso de lenguaje humano, como la dependencia del idioma, el tratamiento de excepciones y la desambiguación de términos, entre otros [5, 9, 67], que son temas tradicionales en el procesamiento de lenguaje natural.

A partir de 2007 los trabajos sobre crawlers focalizados han sido frecuentes. En ellos ha habido diferentes modelos y técnicas de clasificación como el bayesiano ([68]), k-



Nearest Neighbours [31], modelos de asociación semántica [42], en ontologías [69] y algunos mezclando diferentes modelos como clasificación Bayesiana con el algoritmo de lógica difusa [70]. Los más utilizados por la precisión y exactitud son aquellos basados en Máquinas de Vectores de Soporte (SVM). A nivel de arquitectura, se han utilizado principalmente sistemas multiagente [71]. En términos generales, los *crawlers* expuestos en las diferentes librerías consultadas se basan en idioma inglés.

2.2.3.2. Crawlers sociales

Existen estudios sobre Web *crawlers* dirigidos al contenido de redes sociales, tales como el propuesto por S. Ibrahim [72]; aunque el objetivo de dicho estudio era el desarrollo de una red social, propone utilizar agentes *multicrawler* o MCA (Multi *Crawler* Agents). Los autores centran el trabajo en la extracción de información relevante para los negocios, pero no utilizan un *crawler* focalizado para ello. Lo que hacen es limitar los enlaces del estudio, de modo que solamente se consulten ciertas páginas web previamente seleccionadas. Con ello, el índice de precisión en la búsqueda posterior, es del 100% al consultar 100 documentos, y del 93% con 500 documentos.

Este mismo año se publica un artículo sobre técnicas de minería Web para redes sociales [73], Los autores hacen una revisión documental sobre el tema, y clasifican dichas técnicas en 3 diferentes tipos según su uso: Minería de contenido web (se analiza el contenido de la web como textos y gráficos y se enfoca en el procesamiento de texto), minería de estructuras web (se centra en el análisis de la estructura de los sitios web a partir de los enlaces de los sitios) y minería de uso web (se basa en analizar cómo son utilizados los sitios web, es decir, analizar el comportamiento de los usuarios cuando visitan cada sitio). Los autores concluyen que un *crawler* para redes sociales debería estar construido con la técnica de “minería de estructuras Web” debido a que la comprensión de la estructura de los sitios podría mejorar la forma en que los *crawlers* sociales se construyen.

Fard, [74] introduce el concepto de “minería colaborativa”, en un proyecto para descubrir patrones de grupos criminales dentro de las redes sociales; utiliza un sistema multiagentes, con un regla de asociación basadas en el algoritmo “*a priori*” (el algoritmo *a priori* es uno de los 10 algoritmos más conocidos en la minería de datos según la IEEE hasta el 2007 [75], y consiste en la creación de clases candidatas basadas en agrupamiento dinámico). El trabajo es presentado en documentos en inglés.

2.2.4. Métricas

Aún cuando los buscadores tienen métricas de evaluación de acuerdo con la confiabilidad de sus resultados, los *crawlers* no tienen una definición comúnmente aceptada sobre la forma de ser evaluados. En los *crawlers* tradicionales hay trabajos que proponen parámetros de medición como la exactitud o “*accuracy*” (número de fallas / número de fallas corregidas) y la disponibilidad o “*availability*” (exactitud en el tiempo) [76] pero estos parámetros no son utilizados en la mayoría de estudios. Sin embargo, en los *crawlers* focalizados sí hay

una aceptación generalizada de dos métricas de evaluación: a partir de 2004, Menczer [77] propuso utilizar los índices de exhaustividad (*recall*) y precisión (*precision*) [9] en ellos.

El índice de recall es la proporción de documentos recuperados que son relevantes para la búsqueda, y su índice viene dado por la siguiente fórmula [5]:

$$recall = \frac{|\{\text{documentos_relevantes}\} \cap \{\text{documentos_recuperados}\}|}{|\{\text{documentos_recuperados}\}|} \quad (1)$$

Dicho índice busca determinar qué porcentaje de los documentos recuperados son realmente relevantes, debido a que cualquier modelo de recuperación de información puede retornar documentos que no son relevantes a juicio de un experto en el tema, y cuanto mayor sea el porcentaje de documentos relevantes, más preciso será el método estudiado.

El índice de precisión es la proporción de documentos relevantes a la consulta que se han recuperado satisfactoriamente, y su índice viene determinado por la siguiente fórmula:

$$precision = \frac{|\{\text{documentos_relevantes}\} \cap \{\text{documentos_recuperados}\}|}{|\{\text{documentos_relevantes}\}|} \quad (2)$$

El índice de *precision* busca determinar cuántos documentos relevantes han sido excluidos de los resultados. Cuando este índice se utiliza combinado con el índice de *recall*, se puede determinar la efectividad de determinado modelo.

2.2.5. Arquitecturas

La mayoría de sistemas de recuperación de información en la Web se basan en las siguientes arquitecturas [17] [35]:

- **Arquitectura centralizada:** está conformada por el *crawler*, un indexador (mantiene un índice de las páginas encontradas), máquina de búsqueda (interfaz con la que interactúa el usuario), un repositorio de páginas y un ponderador (quien se encarga de elegir los resultados a partir del repositorio, y enviarlos a la máquina de búsqueda). El funcionamiento de un buscador centralizado puede verse en la figura 2.
- **Arquitectura distribuida:** es una versión mejorada de la arquitectura centralizada. Cuenta con dos elementos adicionales (robots): los *gatherers* que extraen la información a recopilar periódicamente y los *brokers* encargados de indexar la información recopilada por los *gatherer* y otros *brokers*. Permite compartir el trabajo y evita transmitir mucha información. Su funcionamiento puede verse en la figura 3.

Los buscadores con arquitectura centralizada se utilizan en entornos con capa-

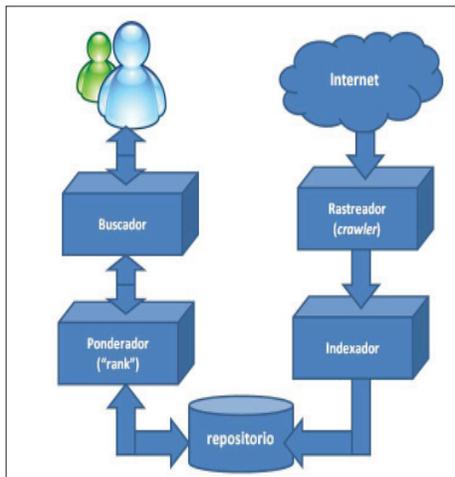


Figura 2. Arquitectura de un buscador centralizado.
Fuente: elaboración propia.

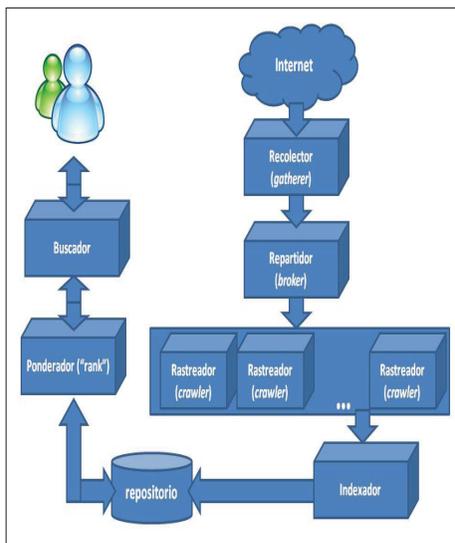


Figura 3. Arquitectura de un buscador distribuido.
Fuente: elaboración propia.

relacionadas, e incluyendo en la búsqueda otros documentos de dicha persona. En este trabajo se menciona explícitamente el concepto de “*social crawling*”.

También en 2010, se puede encontrar una propuesta de arquitectura de *crawler* desarrollada por Hsieh, Gribble & Levy [81]. En ella se indica que cada página debe ser tratada con dos posibles algoritmos: enfocado o generalizado. Si la página es por ejemplo un blog, o una página con una serie de enlaces, debe generalizarse, adicionando la tarea dentro de una lista de tareas controladas por un agente llamado “programador”, pero si

idades limitadas; por ejemplo en proyectos que residen en una sola máquina. Los buscadores con arquitectura distribuida pueden ser alojados en diferentes servidores, y es habitual que utilicen agentes para gestionar cada rastreador. Uno de ellos es el propuesto por Risvik, como tesis doctoral [78], quien habla de un *crawler* escalable, encargada de repartir el trabajo en cada uno de los nodos del *crawler*, de modo que puedan trabajar en paralelo.

En 2008, [79] se plantea utilizar dos componentes: un servidor para despertar cada proceso de *crawling* como un hilo (servidor multi-hilo) y *crawlers* cliente, cada una de las cuales se encuentra en su propio equipo haciendo rastreo en una parte de la Web. La técnica no difiere de los ya tradicionales *crawlers* en paralelo, pero ofrece algoritmos de sincronización entre cada cliente. Igualmente sugiere un único *crawler* ejecutándose sobre cada equipo. Dos años más tarde, Horowitz & Kamvar [80] hacen una analogía con el algoritmo propuesto por Page y Brin, pero incorporando un concepto básico de redes sociales: las personas. Además de catalogar el contenido de las páginas, localiza “entidades nombradas” (busca personas en cada página), y las relaciona con el contenido de la página. De esta forma, cuando el motor de búsqueda recibe una petición, el algoritmo intenta localizar “qué persona podría contestar dicha petición”, asignando relevancia a los documentos que tengan personas

es un sistema frecuente como una fuente RSS (tecnología para intercambio de noticias en formato XML) o un portal de noticias de actualización frecuente, debe utilizarse el algoritmo focalizado, y mantener el hilo abierto para los hijos de dicho enlace; El autor plantea que la búsqueda de segundo nivel no se ejecute directamente después de la primera, sino que en principio se agrupe y se determine qué hacer con cada uno de los enlaces, y según se decida, programarlos en la cola (cabe recordar que un *crawler* examina un sitio web y posteriormente examina los enlaces que contenga, y así sucesivamente por múltiples iteraciones llamadas niveles).

Igualmente en 2010, se presenta una mejora a la arquitectura en paralelo [82] por medio de un *bróker* que asigne dinámicamente las URL a cada hilo del *crawler*. Lo novedoso del trabajo es que dicha asignación se hace mediante lógica difusa.

Hay trabajos sobre arquitecturas extensibles [81]; estas arquitecturas buscan permitir que el *crawler* pueda crecer con el tiempo a varios equipos o nodos sin que ello implique cambios en los algoritmos, sino que contengan técnicas de distribución de carga flexibles para su crecimiento posterior.

3. Conclusiones

La investigación sobre rastreadores y minería Web en el ámbito mundial es actual, y el interés se ha incrementado en los últimos años, como se desprende del número de publicaciones sobre este tema; la mayoría de trabajos encontrados han sido desarrollados desde el año 2008 al 2012, variando técnicas, métodos y resultados.

Los rastreadores como elementos de exploración se han direccionado principalmente a la búsqueda de documentos *html*; hay diferentes tipos de rastreadores, según su nivel de especificidad, arquitectura o algoritmo de rastreo. La tendencia en los últimos años ha sido la de especializar la búsqueda, y para ello han surgido los *crawlers* focalizados. La cantidad de información en Internet y la velocidad de actualización de la misma, ha hecho que sea necesario este tipo de rastreo.

Pese a que la arquitectura distribuida ha sido adoptada debido al crecimiento que puede tener un buscador, y a que el uso de agentes ha sido una técnica utilizada para lograrlo, no hay más temas que hayan sido adoptados como norma en la creación de *crawlers*. En la actualidad no existe un método generalizado de rastreo, y tampoco hay consenso en cómo se debe abordar el procesamiento de lenguaje natural cuando se trata de *crawlers* focalizados. De hecho, hay una gran debilidad en cuanto al manejo de diferentes idiomas, y las técnicas y metodologías dependen en muchos casos del problema específico a tratar con dicho *crawler*.

Si bien el tema ha sido ampliamente explorado, no solo por la comunidad académica sino por las grandes multinacionales del software, es claro que los *crawlers* aún no presentan los resultados esperados. Este hecho se refleja, por ejemplo, en que la mayoría de los buscadores incluyen dentro de sus resultados, contenidos iguales bajo diferentes direcciones (urls), fuentes que no se corresponden al contexto deseado por el usuario



y resultados que direccionan a sitios que han dejado de existir. Situaciones que pueden obedecer a cualquiera de los componentes propios de los *crawlers* como son los métodos de indexación (ya que se repite una misma fuente), los métodos de recorrido, la frecuencia del recorrido, los métodos de proximidad para saber si dos páginas o elementos digitales son iguales, o los métodos para identificar cual es la fuente real. Lo anterior permite concluir que el tema de los *crawlers* amerita continuar su investigación.

Referencias bibliográficas

- [1] A. Lipsman, "Social Networking Explodes Worldwide as Sites Increase their Focus on Cultural Relevance," comScore2008.
- [2] A. L. Zain, "Futuro digital Latinoamérica 2013: El estado actual de la industria digital y las tendencias que están modelando el futuro," ComScore2013.
- [3] M. Najork, "Web Crawler Architecture," *Encyclopedia of Database Systems*, 2009.
- [4] J. Seguic, "El Crecimiento de Redes Sociales en América Latina: La Influencia de Los Medios Sociales en el Escenario Digital de América Latina. Septiembre 2011.," ComScore2011.
- [5] P. Jackson and I. Moulinier, *Natural language processing for online applications: text retrieval, extraction and categorization*: John Benjamins Pub., 2007.
- [6] G. Piatetsky-Shapiro and W. Frawley, *Knowledge discovery in databases*: AAAI Press, 1991.
- [7] A. H. Tan, "Text Mining: promises and challenges," *South East Asia Regional Computer Confederation, Sigapore*, 1999.
- [8] M. Delgado, N. Marin, D. Sanchez, and M. A. Vila, "Fuzzy association rules: general model and applications," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 11, pp. 214-225, 2003.
- [9] C. D. Manning and H. Schütze, *Foundations of statistical natural language processing*: MIT Press, 1999.
- [10] O. Etzioni, "The World-Wide Web: quagmire or gold mine?," *Commun. ACM*, vol. 39, pp. 65-68, 1996.
- [11] S. K. Madria, S. S. Bhowmick, W. K. Ng, and E.-P. Lim, "Research Issues in Web Data Mining," presented at the Proceedings of the First International Conference on Data Warehousing and Knowledge Discovery, 1999.
- [12] Springer-Verlag, Ed., *Advances in Web Mining and Web Usage Analysis: 9th International Workshop on Knowledge Discovery on the Web, WebKDD 2007, and 1st International Workshop on Social Networks Analysis, SNA-KDD 2007, San Jose, CA, USA, August 12-15, 2007. Revised Papers*. Springer-Verlag, 2009, p. ^pp. Pages.
- [13] K. Oyama, H. Ishikawa, K. Eguchi, and A. Aizawa, "Analysis of Topics and Relevant Documents for Navigational Retrieval on the Web," in *Web Information Retrieval and Integration, 2005. WIRI '05. Proceedings. International Workshop on Challenges in*, 2005, pp. 157-163.
- [14] C. Manning, Raghavan, P., Schütze, H, *An introduction to information retrieval*, 2009.
- [15] R. R.-N. Baeza-Yates, Berthier, *Modern Information Retrieval*: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. , 1999.
- [16] R. R. Korfhage, *Information storage and retrieval*: Wiley Computer Pub., 1997.
- [17] E. Lorenzo. (2005, 2011-10-01). Recuperación de información basada en contenido. Material de estudio, Doctorado en Sistemas Software inteligentes y adaptables. Available: <http://travinca.ei.uvigo.es/~evali/doctorado0507/sri/>

- [18] M. W. Berry, Z. Drmac, and E. R. Jessup, "Matrices, vector spaces, and information retrieval," *SIAM review*, vol. 41, pp. 335-362, 1999.
- [19] M. E. Maron and J. L. Kuhns, "On relevance, probabilistic indexing and information retrieval," *Journal of the ACM (JACM)*, vol. 7, pp. 216-244, 1960.
- [20] G. Bordogna and G. Pasi, "A fuzzy linguistic approach generalizing boolean information retrieval: A model and its evaluation," *JASIS*, vol. 44, pp. 70-82, 1993.
- [21] S. C. Deerwester, S. T. Dumais, T. K. Landauer, G. W. Furnas, and R. A. Harshman, "Indexing by latent semantic analysis," *JASIS*, vol. 41, pp. 391-407, 1990.
- [22] E. Wiener, J. O. Pedersen, and A. S. Weigend, "A neural network approach to topic spotting," in *Proceedings of SDAIR-95, 4th annual symposium on document analysis and information retrieval*, 1995, pp. 317-332.
- [23] H. Schütze, D. A. Hull, and J. O. Pedersen, "A comparison of classifiers and document representations for the routing problem," in *Proceedings of the 18th annual international ACM SIGIR conference on Research and development in information retrieval*, 1995, pp. 229-237.
- [24] L. Hao, R. Fei, and Z. Wanli, "The Preliminary Process of Modeling in Deep Web Information Fusion System," in *Information Technology and Applications, 2009. IFITA '09. International Forum on*, 2009, pp. 723-726.
- [25] G. Martínez, "Clasificación mediante Conjuntos," Tesis Doctoral, Departamento de Ingeniería Informática, Universidad Autónoma de Madrid, 2006.
- [26] R. O. Duda, P. E. Hart, and D. G. Stork, *Pattern classification*: John Wiley & Sons, 2012.
- [27] R. Caruana and A. Niculescu-Mizil, "An empirical comparison of supervised learning algorithms," presented at the Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning, Pittsburgh, Pennsylvania, 2006.
- [28] M. A. Sovierzoski, F. I. M. Argoud, and F. M. de Azevedo, "Evaluation of ANN Classifiers During Supervised Training with ROC Analysis and Cross Validation," in *BioMedical Engineering and Informatics, 2008. BMEI 2008. International Conference on*, 2008, pp. 274-278.
- [29] A. Khemphila and V. Boonjing, "Comparing performances of logistic regression, decision trees, and neural networks for classifying heart disease patients," in *Computer Information Systems and Industrial Management Applications (CISIM), 2010 International Conference on*, 2010, pp. 193-198.
- [30] R. S. Feldman, J., *The Text Mining Handbook*. New York: Cambridge University Press, 2006.
- [31] Z. Lijuan, W. Linshuang, G. Xuebin, and S. Qian, "A clustering-Based KNN improved algorithm CLKNN for text classification," in *Informatics in Control, Automation and Robotics (CAR), 2010 2nd International Asia Conference on*, 2010, pp. 212-215.
- [32] Google. (2011, 10/12/2012). Guía para principiantes sobre optimización para motores de búsqueda. Available: https://www.google.es/webmasters/docs/guia_optimizacion_motores_busqueda.pdf
- [33] Z. Chengling, L. Jiaojiao, and D. Fengfeng, "Application and Research of SEO in the Development of Web2.0 Site," in *Knowledge Acquisition and Modeling, 2009. KAM '09. Second International Symposium on*, 2009, pp. 236-238.
- [34] D. Wu, T. Luan, Y. Bai, L. Wei, and Y. Li, "Study on SEO monitoring system based on keywords and links," in *Computer Science and Information Technology (ICCSIT), 2010 3rd IEEE International Conference on*, 2010, pp. 450-453.
- [35] S. Brin and L. Page, "The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine," *Proceedings of the Seventh World-Wide Web Conference*, 1998.
- [36] P. Gupta and K. Johari, "Implementation of Web Crawler," in *Emerging Trends in Engineering and Technology (ICETET), 2009 2nd International Conference on*, 2009, pp. 838-843.



- [37] M. Abdeen and M. F. Tolba, "Challenges and design issues of an Arabic web crawler," in *Computer Engineering and Systems (ICCES), 2010 International Conference on*, 2010, pp. 203-206.
- [38] S. Yang, I. G. Councill, and C. L. Giles, "The Ethicality of Web Crawlers," in *Web Intelligence and Intelligent Agent Technology (WI-IAT), 2010 IEEE/WIC/ACM International Conference on*, 2010, pp. 668-675.
- [39] L. Van Wel and L. Royakkers, "Ethical issues in web data mining," *Ethics and Inf. Technol.*, vol. 6, pp. 129-140, 2004.
- [40] C. Olston and M. Najork, "Web Crawling," *Foundations and Trends in Information Retrieval*, vol. 4, pp. 175-246, 2010.
- [41] Y. Y. Yuekui, Du; Yufeng, Hai; Zhaoqiong, Gao, "A Topic-Specific Web Crawler with Web Page Hierarchy Based on HTML Dom-Tree," in *Information Processing, 2009. APCIP 2009. Asia-Pacific Conference on*, 2009, pp. 420-423.
- [42] H. Rui, L. Fen, and S. Zhongzhi, "Focused Crawling with Heterogeneous Semantic Information," in *Web Intelligence and Intelligent Agent Technology, 2008. WI-IAT '08. IEEE/WIC/ACM International Conference on*, 2008, pp. 525-531.
- [43] P. Boldi, B. Codenotti, M. Santini, and S. Vigna, "UbiCrawler: a scalable fully distributed Web crawler," *Software: Practice and Experience*, vol. 34, pp. 711-726, 2009.
- [44] J. M. Exposto, J. , A. Pina, A. Alves, and J. Rufino. (2005, Geographical Partition for Distributed Web Crawling. *GIR '05: Proc. of the Geographic Information Retrieval*, 55-60.
- [45] H. Jinzhu, Z. Xing, S. Jiangbo, X. Chunxiu, and Z. Jun, "Research of Active Information Service System Based on Intelligent Agent," in *Education Technology and Computer Science, 2009. ETCS '09. First International Workshop on*, 2009, pp. 837-841.
- [46] Y. Guojun, X. Xiaoyao, and L. Zhijie, "The design and realization of open-source search engine based on Nutch," in *Anti-Counterfeiting Security and Identification in Communication (ASID), 2010 International Conference on*, 2010, pp. 176-180.
- [47] A. G. Ardo, Koraijka, "Documentation for the Combine (focused) crawling system," 2009.
- [48] R. C. Baeza-Yates, Carlos, "WIRE: an Open-Source Web Information Retrieval Environment," *Workshop on Open Source Web Information Retrieval (OSWIR)*, pp. 27-30, Compiègne, France 2005.
- [49] M. Gray. (1993). Wanderer. Growth and Usage of the Web and the Internet. Available: <http://www.mit.edu/people/mkgray/growth/>
- [50] T. Seymour, D. Frantsvog, and S. Kumar, "History Of Search Engines," *International Journal of Management & Information Systems – Fourth Quarter 2011*, vol. 15, pp. 47-58, 2011.
- [51] D. Eichmann, "The RBSE spider - Balancing effective search against web load," in *Proceedings of the First International World Wide Web Conference*, Ginebra- Suiza, 1994.
- [52] B. Pinkerton, "Finding what people want: Experiences with the WebCrawler," in *Proceedings of the 2nd International World Wide Web Conference*, 1994.
- [53] O. McBryan, "GENVL and WWW: Tools for taming the web," in *Proceedings of the First International World Wide Web Conference*, Ginebra- Suiza, 1994.
- [54] R. Fielding, "Maintaining distributed hypertext infostructures: Welcome to MOMspider's web," in *Proceedings of the First International World Wide Web Conference*, Ginebra- Suiza, 1994.
- [55] J. Cho, H. Garcia-Molina, and P. Lawrence, "Efficient crawling through URL ordering," *Proceedings of the seventh international conference on World Wide Web 7 (WWW7), Amsterdam, The Netherlands*, pp. 161-172, 1998.
- [56] D. Zeinalipour-Yazti and M. D. Dikaiakos, "Design and Implementation of a Distributed Crawler and Filtering Processor," presented at the Proceedings of the 5th International Workshop on Next Generation Information Technologies and Systems, 2002.

- [57] P. Boldi, B. Codenotti, M. Santini, and S. Vigna, "Ubicrawler: A scalable fully distributed web crawler," *Software: Practice and Experience*, vol. 34, pp. 711-726, 2004.
- [58] P. S. Boldi, Massimo; Vigna, Sebastiano, "Do Your Worst to Make the Best: Paradoxical Effects in PageRank Incremental Computations," *Algorithms and Models for the Web-Graph*, pp. 168-180, 2009.
- [59] A. Del Coso Santos, "Desarrollo de infraestructuras para el modelado de usuarios," Universidad Carlos III de Madrid, 2009.
- [60] P. Tadapak, T. Suebchua, and A. Rungsawang, "A Machine Learning Based Language Specific Web Site Crawler," in *Network-Based Information Systems (NBIS), 2010 13th International Conference on*, 2010, pp. 155-161.
- [61] Q. Shaojie, L. Tianrui, L. Hong, Z. Yan, P. Jing, and Q. Jiangtao, "SimRank: A Page Rank approach based on similarity measure," in *Intelligent Systems and Knowledge Engineering (ISKE), 2010 International Conference on*, 2010, pp. 390-395.
- [62] M. A. Qureshi, A. Younus, and F. Rojas, "Analyzing the Web Crawler as a Feed Forward Engine for an Efficient Solution to the Search Problem in the Minimum Amount of Time through a Distributed Framework," in *Information Science and Applications (ICISA), 2010 International Conference on*, 2010, pp. 1-8.
- [63] J. Dean and S. Ghemawat, "MapReduce: simplified data processing on large clusters," in *Proceedings of the Sixth Symposium on Operating Systems Design and Implementation*, San Francisco, California, 2004, pp. 137-150.
- [64] Z. Ming-sheng, Z. Peng, and H. Tian-chi, "An Intelligent Topic Web Crawler Based on DTB," in *Web Information Systems and Mining (WISM), 2010 International Conference on*, 2010, pp. 84-86.
- [65] S. Anbukodi and K. M. Manickam, "Reducing web crawler overhead using mobile crawler," in *Emerging Trends in Electrical and Computer Technology (ICETECT), 2011 International Conference on*, 2011, pp. 926-932.
- [66] S. Chakrabarti, M. Van den Berg, and B. Dom, "Focused crawling: a new approach to topic-specific Web resource discovery," *Computer Networks*, vol. 31, pp. 1623-1640, 1999.
- [67] L. Peng, W. Xiao Long, G. Yi, and Z. Yu Ming, "Extracting answers to natural language questions from large-scale corpus," in *Natural Language Processing and Knowledge Engineering, 2005. IEEE NLP-KE '05. Proceedings of 2005 IEEE International Conference on*, 2005, pp. 690-694.
- [68] W. Wenxian, C. Xingshu, Z. Yongbin, W. Haizhou, and D. Zongkun, "A Focused Crawler Based on Naive Bayes Classifier," in *Intelligent Information Technology and Security Informatics (IITSI), 2010 Third International Symposium on*, 2010, pp. 517-521.
- [69] D. Mukhopadhyay, A. Biswas, and S. Sinha, "A New Approach to Design Domain Specific Ontology Based Web Crawler," in *Information Technology, (ICIT 2007). 10th International Conference on*, 2007, pp. 289-291.
- [70] Z. Qiang, "An Algorithm OFC for the Focused Web Crawler," in *Machine Learning and Cybernetics, 2007 International Conference on*, 2007, pp. 4059-4063.
- [71] J. Akilandeswari and N. P. Gopalan, "An Architectural Framework of a Crawler for Locating Deep Web Repositories Using Learning Multi-agent Systems," in *Internet and Web Applications and Services, 2008. ICIW '08. Third International Conference on*, 2008, pp. 558-562.
- [72] S. N. A. Ibrahim, A. Selamat, and M. H. Selamat, "Scalable e-business social network using MultiCrawler agent," in *Computer and Communication Engineering, 2008. ICCCE 2008. International Conference on*, 2008, pp. 702-706.
- [73] I. H. Ting, W. Hui-Ju, and C. Pei-Shan, "Analyzing Multi-source Social Data for Extracting and Mining Social Networks," in *Computational Science and Engineering, 2009. CSE '09. International Conference on*, 2009, pp. 815-820.



- [74] A. M. Fard and M. Ester, "Collaborative Mining in Multiple Social Networks Data for Criminal Group Discovery," in *Computational Science and Engineering, 2009. CSE '09. International Conference on*, 2009, pp. 582-587.
- [75] X. Wu, V. Kumar, J. R. Quinlan, J. Ghosh, Q. Yang, H. Motoda, G. J. McLachlan, A. Ng, B. Liu, and S. Y. Philip, "Top 10 algorithms in data mining," *Knowledge and Information Systems*, vol. 14, pp. 1-37, 2008.
- [76] M. Nasri, S. Shariati, and M. Sharifi, "Availability and Accuracy of Distributed Web Crawlers: A Model-Based Evaluation," in *Computer Modeling and Simulation, 2008. EMS '08. Second UKSIM European Symposium on*, 2008, pp. 453-458.
- [77] F. Menczer, G. Pant, and P. Srinivasan, "Topical web crawlers: Evaluating adaptive algorithms," *ACM Transactions on Internet Technology (TOIT)*, vol. 4, pp. 378-419, 2004.
- [78] K. M. M. Risvik, R, "Scaling Internet Search Engines-Methods and Analysis," Dissertation in Doctorate of degree, Norwegian University of Science and Technology, 2004.
- [79] D. Yadav, A. K. Sharma, J. P. Gupta, N. Garg, and A. Mahajan, "Architecture for Parallel Crawling and Algorithm for Change Detection in Web Pages," in *Information Technology, (ICIT 2007). 10th International Conference on*, 2007, pp. 258-264.
- [80] D. Horowitz and S. D. Kamvar, "The anatomy of a large-scale social search engine," presented at the Proceedings of the 19th international conference on World wide web, Raleigh, North Carolina, USA, 2010.
- [81] J. M. Hsieh, S. D. Gribble, and H. M. Levy, "The architecture and implementation of an extensible web crawler," presented at the Proceedings of the 7th USENIX conference on Networked systems design and implementation, San Jose, California, 2010.
- [82] A. Guerriero, F. Ragni, and C. Martines, "A dynamic URL assignment method for parallel web crawler," in *Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications (CIMS), 2010 IEEE International Conference on*, 2010, pp. 119-123.

Fernando Iván Camargo Sarmiento

Ingeniero de Sistemas Especialista en gestión de Sistemas y Tecnologías de la Información, estudiante Msc.. Ciencias de la Información y las Comunicaciones y miembro del grupo de investigación GESDATOS en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá. e-mail: ficamargo@hotmail.com

Sonia Ordóñez Salinas

Ingeniera de Sistemas, PhD. Ingeniería de Sistemas y Computación Universidad Nacional de Colombia, actualmente docente de la Maestría en Ciencias de la Información y las Telecomunicaciones y directora del grupo de investigación Gesdatos en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en Bogotá. e-mail: soniaords@gmail.com

Reconstrucción 3D de objetos sumergidos en aguas limpias

3D reconstruction of objects submerged in clean water

Resumen

Este artículo presenta el desarrollo de un sistema hardware/software que permite reconstruir objetos sumergidos en agua y brinda la posibilidad de que los resultados puedan ser vistos desde diferentes perspectivas en un ambiente virtual. Se describe cómo a partir de la proyección de una línea láser sobre el objeto, es posible extraer las coordenadas espaciales (x, y, z) de cada punto proyectado gracias a la utilización de la técnica de triangulación. Dentro del documento se describen las etapas que llevaron a obtener el modelo tridimensional de una vista isométrica del objeto, las cuales inician con el escaneo del objeto, pasando por la captura, procesamiento y tratamiento de las imágenes (segmentación y esqueletización), y finalizando con el cálculo de las coordenadas espaciales, obtención de la nube de puntos y renderizado. Se presentan experimentos con varios objetos cotidianos, donde el sistema planteado obtiene resultados cualitativos positivos.

Palabras clave: dilatación, distancia focal, erosión, esqueletización, *frames*, nube de puntos, *perfil*, renderizado, umbralización, vista isométrica.

Abstract

This paper presents the development of a hardware / software system that allows reconstructing objects immersed in water and provides the possibility that the results can be seen from different perspectives in a virtual environment. Describes how from projecting a laser line on the object, it is possible to extract the spatial coordinates (x, y, z) of each projected point by using the triangulation technique. Within the document describes the steps taken to obtain the three-dimensional model of an isometric view of the object, which begin with scanning of the object, passing through the capture, processing and image processing, and ending with the calculation of the coordinates space, obtaining and rendering point cloud. Preliminary results with a variety of common objects are described.

Key words: dilatation, focal length, erosion, skeletonization, *frames*, point cloud, *profile*, rendering, thresholding, isometric view.

Leydy Muñoz

Universidad del Cauca
leydyviviana@hotmail.com

Edilson Quiñónez

Universidad del Cauca
equinonez@unicauca.edu.co

Héctor Victoria

Universidad del Cauca
hectordaniel@unicauca.edu.co



Fecha recibido: abr. 17/2013
Fecha modificado: nov. 8/2013
Fecha aceptado: nov. 29/2013



1. Introducción

Actualmente se encuentran muchos desarrollos de sistemas *hardware/software* que permiten reconstruir objetos en 3D en la superficie [1], [2], sin embargo no es común encontrar soluciones que permitan reconstruir objetos sumergidos en agua y aunque se conocen algunas soluciones comerciales [3] que permiten realizar el levantamiento de información, recolectar los datos, procesarlos y finalmente obtener un modelo en 3D de objetos en el agua, estas soluciones representan costos muy altos.

La principal motivación de este proyecto está orientada a que actualmente no se conoce soluciones de bajo costo que puedan ser utilizadas en grupos de investigación para inspecciones submarinas y estudios oceanográficos, lo que se convierte en una oportunidad para abrir este campo de investigación, mediante la búsqueda de alternativas de sistemas de reconstrucción 3D que puedan ser implementadas en el medio acuático y que reduzcan los costes de desarrollo.

En Colombia los únicos grupos de investigación que están trabajando en el tema de reconstrucción de objetos sumergidos en agua y que gestionan proyectos relacionados, son el grupo de Control, Comunicaciones y Diseño Naval, perteneciente a la Escuela Naval Almirante Padilla y el grupo Programa de Diseño e Ingeniería Naval “PRODIN”, donde el enfoque especial está dirigido a la realización de inspecciones de navíos sobre el agua [4].

De acuerdo con esto, se considera pertinente diseñar e implementar un sistema *hardware/software* de bajo costo capaz de realizar la reconstrucción de objetos sumergidos en agua, donde el mayor problema a enfrentar consiste en que los sistemas de visión acuáticos tienen que hacer frente a una serie de factores que dificultan la recolección de información, tales como: las condiciones dinámicas de iluminación del ambiente, los fenómenos físicos que ocurren en el agua, la configuración y utilización de los instrumentos que conforman el sistema. Factores como la luz del ambiente, la refracción y la profundidad, hacen que las imágenes obtenidas en el agua sean más difíciles de procesar [5], [6].

Otro factor importante es la selección de la técnica que el sistema implementará para obtener la información de las coordenadas espaciales del objeto a reconstruir [7], [8], [9].

En el presente trabajo se hace un estudio de toda la información necesaria para entender el funcionamiento de los sistemas de reconstrucción 3D y se presenta una solución de bajo costo que permite realizar el proceso de reconstrucción 3D de objetos sumergidos en agua.

2. Técnicas de reconstrucción 3D y triangulación láser

Las técnicas de reconstrucción 3D son un conjunto de procedimientos sistemáticos cuyo objetivo es obtener una representación tridimensional de objetos físicos. Hoy en día existen sistemas y/o instrumentos que aplican estas técnicas y que permiten obtener diversa información y modelos 3D de objetos, algunos de estos son: los escáneres digitales, que

pueden representar modelos CAD (Diseño Asistido por Computador), los sonares y ecosondas, que obtienen información completa del océano (forma, textura, tamaño, color, etc.) y la Kinect de Microsoft.

Existen distintas técnicas de reconstrucción 3D que se pueden dividir en dos grandes grupos: técnicas con contacto con el objeto a reconstruir y técnicas sin contacto. Las primeras son las más antiguas y principalmente se emplean para la verificación dimensional de piezas industriales (control de calidad), como ejemplo de uso de estas técnicas está el laminado y los brazos articulados. Las técnicas sin contacto se dividen en no ópticas y en ópticas. Las técnicas no ópticas utilizan el sonido como medio de transmisión y recepción de la información a reconstruir, en el caso de los sonares y/o ecosondas, o utilizan las señales electromagnéticas si se trata de los radares. Las técnicas ópticas funcionan bajo escenarios donde la iluminación del ambiente es controlada, además dependen en gran medida de la fuente de luz (láser) que se utiliza para iluminar la escena.

En este proyecto se utilizó una técnica óptica, llamada triangulación láser que consta de una cámara y de un láser. Entre otras técnicas encontramos la visión estereoscópica, y las franjas [10].

Triangulación láser: la triangulación láser utiliza una cámara y un láser. Esta técnica basa su funcionamiento en el cálculo de triángulos semejantes entre los elementos sensor óptico (cámara), emisor de luz (láser) y objeto de la escena a reconstruir [11]. El cálculo de las coordenadas tridimensionales del objeto se realiza de acuerdo a las características y posición de cada uno de los elementos del sistema. Generalmente se establece una relación de semejanza entre dos triángulos que comparten un vértice común que es el punto focal de la cámara. En la figura 1 se puede apreciar de manera visual el principio de funcionamiento de esta técnica. Donde el punto de la escena $P_W(X, Y, Z)$ se proyecta en la imagen como el punto $P_u(x, y)$.

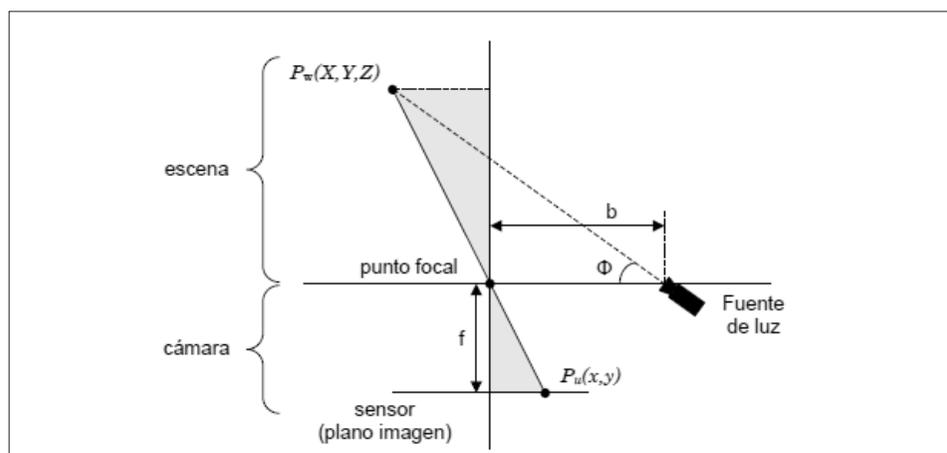


Figura 1. Relación de triángulos semejantes en la técnica de triangulación. Fuente: [10]



La formación de una imagen se hace a través de un proceso proyectivo del mundo real tridimensional al sub espacio bidimensional de la misma, en este proceso desaparece una dimensión, la de la profundidad. Para recuperar esta dimensión, es necesario conocer la relación entre las coordenadas de la imagen y las del objeto a reconstruir [7], [12].

De la imagen observamos que se cumple que:

$$x * Z = X * f \quad (1)$$

$$y * Z = Y * f \quad (2)$$

Ahora bien, gracias a la relación descrita en las ecuaciones (1), (2) entre los triángulos semejantes, se pueden establecer las ecuaciones (3), (4), y (5) para calcular las coordenadas (X,Y,Z) del punto PW que pertenece al objeto de la escena. Los valores de X, Y, Z serían.

$$X = \frac{b}{f * \cot(\theta - \alpha)} * x \quad (3)$$

$$Y = \frac{b}{f * \cot(\theta - \alpha)} * y \quad (4)$$

$$Z = \frac{b}{f * \cot(\theta - \alpha)} * f \quad (5)$$

Calibración de la cámara: es un proceso que permite conocer cómo una cámara proyecta un objeto del mundo real su plano imagen para así extraer información métrica a partir de esa imagen. Este proceso culmina con la obtención de los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámara. Estos parámetros definen las condiciones de formación de la imagen, de tal forma que los parámetros intrínsecos arrojan información relacionada con las propiedades físicas y de construcción de la cámara tales como: geometría interna y óptica, mientras que los parámetros extrínsecos son los que relacionan los sistemas de referencia del mundo real y la cámara describiendo la posición y orientación de la cámara en el sistema de coordenadas del mundo real. La distancia focal, la relación pixel/milímetro, el punto principal y los coeficientes de distorsión conforman el conjunto de parámetros intrínsecos, mientras que el vector de posición y la matriz de orientación representan los parámetros extrínsecos de la cámara [13].

3. Captura de imágenes

Para llevar a cabo los experimentos de reconstrucción 3D en un medio acuático, fue necesario realizar una planta e implementar tres módulos que permiten, en conjunto, obtener las imágenes de los perfiles del objeto proyectado ante desplazamientos contro-

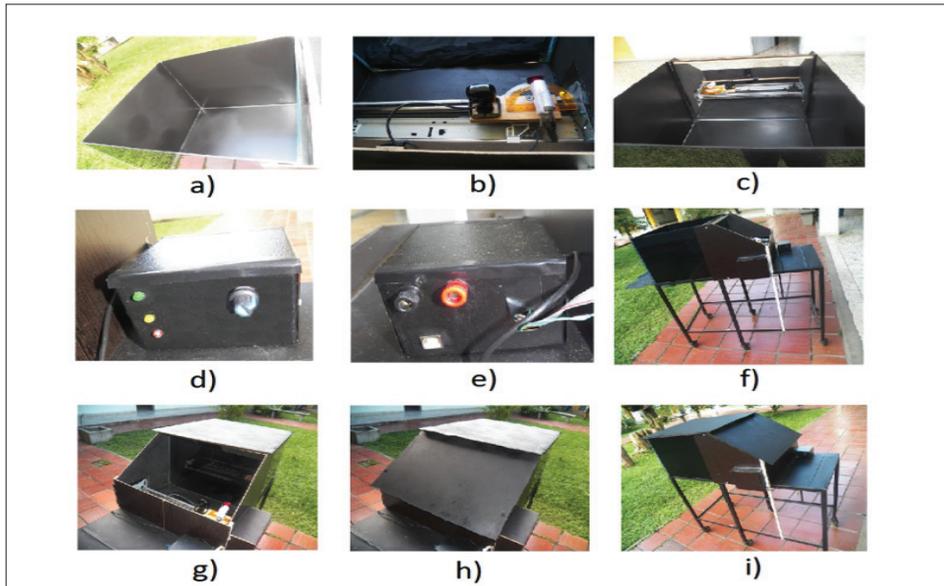


Figura 2. a) Cubo de vidrio, b) módulo de escaneo, c) vista superior del interior de la planta, d) Parte delantera de la caja del componente electrónico, e) Módulo de control, f) vista externa de la planta.

lados del láser. A continuación se describen los tres módulos, consistentes en el módulo de gestión de información, módulo de control y un módulo de escaneo.

Planta implementada: la planta está totalmente cubierta con el objetivo de controlar los efectos de luz externa que puedan alterar los resultados, teniendo en cuenta que la técnica de triangulación seleccionada está restringida a que la luz más intensa en la escena debe corresponder a la del láser.

Inicialmente se pensó en localizar el sistema de escaneo dentro del cubo de vidrio con el objetivo de trabajar bajo el mismo medio, sin embargo este hecho provoca movimiento del agua, produciendo así alteración de las imágenes tomadas y una errónea toma de datos. La Figura 2 muestra la planta construida.

Captura de imágenes (*hardware/software*): la captura de imágenes es la primera etapa de implementación del sistema hardware/software para realizar la reconstrucción. En esta etapa se capturan los *perfiles* que el haz de luz láser refleja en el objeto mientras se está efectuando el escaneo del mismo. Para llevar a cabo esta etapa se cuenta con un esquema conformado por tres módulos los cuales son: módulo de gestión de información, módulo de control y un módulo de escaneo (ver figura 3).

Antes de realizar la captura de imágenes es necesario realizar la calibración de la cámara para corregir las distorsiones que ésta presenta. Para esto se utilizó la librería de Visión Artificial OpenCV [13].



- a) **Módulo de gestión de información.** este módulo está compuesto por un ordenador y su función principal consiste en enviar la orden de escaneo al sistema cámara-láser (módulo de escaneo), especificando la distancia en centímetros que se debe desplazar, además de encender la cámara para realizar la captura de imágenes en el proceso de escaneo. Inicialmente el ordenador envía la instrucción al módulo de control mediante comunicación serial, y activa la cámara web para que realice la captura de imágenes. Una vez realizado el proceso de escaneo, recibe del módulo de control un mensaje que indica el final del proceso, y termina la captura de imágenes. El desarrollo del software implementado se realizó bajo el lenguaje de programación Python, utilizando las librerías de PyQt4 para la interfaz gráfica.
- b) **Módulo de control.** este módulo está compuesto por una tarjeta Arduino Uno consistente en una plataforma de electrónica abierta para la creación de prototipos basada en software y hardware flexibles y fáciles de usar. La función principal del módulo construido es la de gestionar las señales de mando necesarias para controlar el motor paso a paso que se encuentra en el módulo de escaneo. Inicialmente recibe por comunicación serial desde el módulo de gestión de información, la orden de la distancia en centímetros que debe recorrer el sistema cámara-láser y verifica que efectivamente se encuentre en la posición inicial de escaneo, ver Figura 3, en caso de no ser así, activa el motor paso a paso

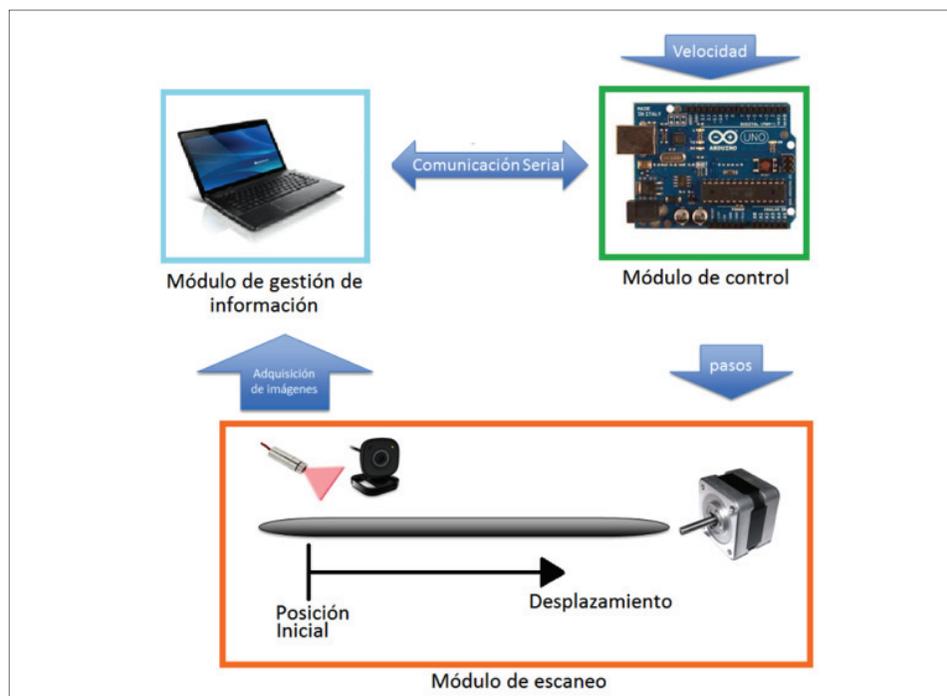


Figura 3. Proceso de captura de imágenes, conformado por un PC, un módulo de control y un sistema cámara láser que se desplaza en forma horizontal para hacer el barrido de la imagen

y lo localiza en la posición inicial. Una vez en la posición inicial, traduce las órdenes de distancia en cantidad de pasos que el motor debe realizar para ocasionar el desplazamiento del sistema cámara láser y ejecuta esta acción. Cumplida esta orden, envía un mensaje por comunicación serial al módulo de gestión de información con el fin de indicarle que el escaneo ha terminado e inmediatamente posiciona el sistema cámara y el láser en su posición de origen. En este módulo, la velocidad del motor puede ser graduada de forma manual por el usuario, mediante un potenciómetro no lineal.

- c) **Módulo de escaneo.** este módulo está conformado por el motor paso a paso y el sistema cámara láser ver Figura 1 (b). Su función principal es llevar a cabo el proceso de escaneado mediante el desplazamiento del sistema cámara láser por medio de la activación del motor. Inicialmente recibe la orden de mando del módulo de control para activar el motor paso a paso, el cual mueve el sistema cámara láser por medio de una correa dentada, al tiempo que el módulo de gestión de información va guardando en el ordenador las imágenes obtenidas. La activación y el ángulo del láser se realiza de forma manual mientras que la cámara se manipula a través del módulo de gestión de información. Además este sistema cuenta con un sensor de proximidad o elemento fin de carrera que permite localizar la cámara y el láser en su posición inicial.

Este proceso de captura de imágenes termina con el almacenamiento de las imágenes en el computador, una vez realizado, se pasa a una segunda etapa consistente en el procesamiento de las imágenes para obtener únicamente el perfil proyectado por el láser.

4. Procesamiento de imágenes

En este proceso se abstraen las líneas de luz que proyecta el láser sobre el objeto (de ahora en adelante *perfiles*) y que han sido capturadas en cada instante de tiempo definido por el usuario, considerando el resto de información de la imagen como ruido. Las fases que hacen posible la selección y extracción de los *perfiles* de las imágenes se muestran en la figura 4 y se detallan a continuación:

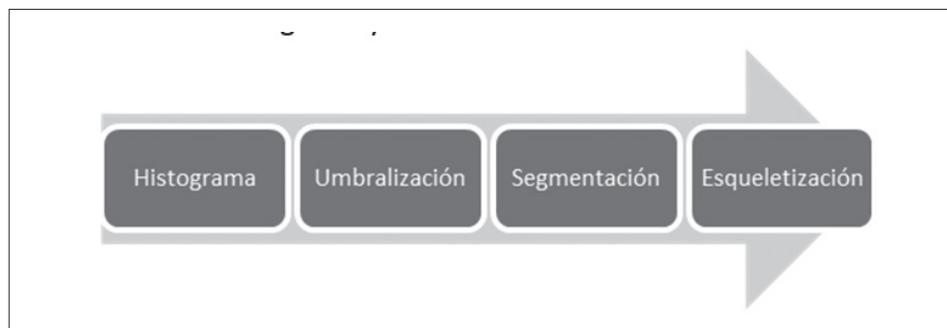


Figura 4. Fases del proceso de abstracción de información de las imágenes.

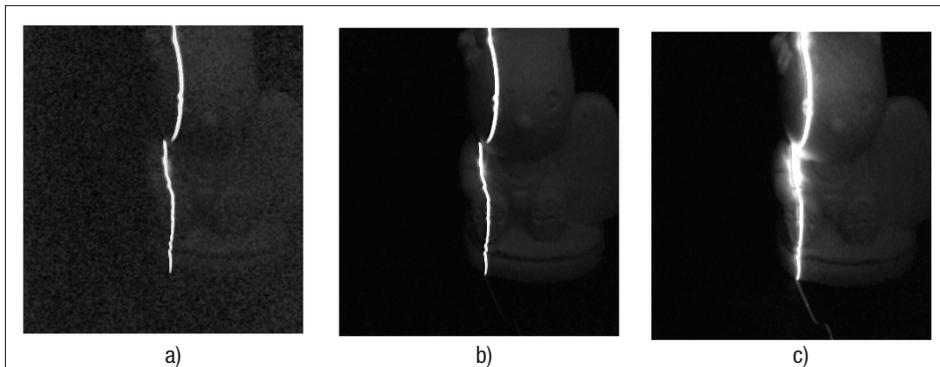


Figura 5. Canales de la imagen de un perfil, a) Canal rojo, b) Canal verde, c) Canal azul

Histograma: el histograma es una representación global de los tonos de los píxeles de una imagen. Al aplicarle el algoritmo de histograma a una imagen lo que se obtiene es en realidad una gráfica de barras de tonos contra número de ocurrencia de estos. Para este proyecto es importante realizar este análisis debido a que es necesario saber entre cuáles tonos se encuentra la mayor cantidad de información, es decir cuales píxeles se repiten más, es evidente que por tratarse de imágenes tomadas en un ambiente sin iluminación, las luces del láser claras pueden corresponder a reflejos o ruidos y los píxeles más intensos corresponden a la línea del láser proyectada sobre el objeto, que es de nuestro interés.

Las imágenes están compuesta por tres canales: rojo, verde y azul, conocidos por sus siglas como RGB, es importante escoger el canal de la imagen que almacene la mayor información relevante y que a su vez esta información tenga la menor cantidad de ruido. Para seleccionar el canal se tomó un *perfil* y se dividió la imagen en los tres canales (ver figura 4). En esta figura se puede observar que el *perfil* del canal rojo figura 5(a) está bien definido y no presenta grandes iluminaciones en sus bordes, el *perfil* del canal verde figura 5(b) también está bien definido pero presenta iluminaciones en sus bordes, el *perfil* del canal azul figura 5(c) está totalmente iluminado. Por lo tanto el mejor *perfil* se encuentra en el canal rojo ya que las iluminaciones de los demás *perfiles* representan ruido.

Al aplicar la función de OpenCV del histograma nos entrega el rango de tonalidades de píxeles y la ocurrencia de los mismos, es de nuestro interés los píxeles con mayor nivel de intensidad en el rojo porque son las zonas donde la línea del láser proyecta la imagen, otras zonas con niveles menores de rojo podrían corresponder al reflejo de la línea láser sobre el objeto, obtener esta información nos permitirá en la etapa posterior filtrar la imagen por encima y por debajo de estos valores.

Umbralización: una vez se obtuvo en el histograma que la mayor cantidad de píxeles se encuentran en el rango de 180 a 255 se determina esta zona como la información de interés y se umbralizaron todas las imágenes con el fin de volver blancos los píxeles en el rango [180 -255] y negros los píxeles entre (180 – 0]. En la figura 6 se muestra el resultado de aplicar el umbral a imágenes tomadas de un gato de porcelana sumergido en agua, aplicando la función de umbralización de OpenCV.

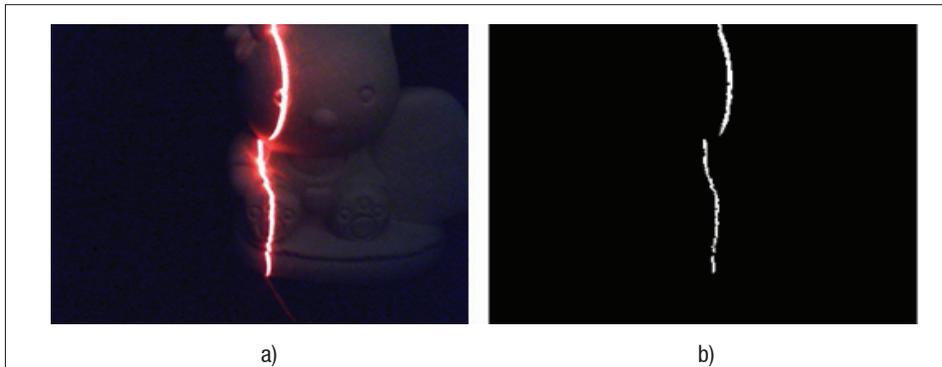


Figura 6. a) Imagen de entrada, b) imagen umbralizada

Segmentación: el objetivo de la segmentación es separar los objetos del fondo (binarizar), así, la segmentación de una imagen permite destacar zonas con características específicas de color o de forma. Para realizar este proceso se construyó una función que delimita la zona donde se encuentran píxeles consecutivos convirtiéndola en la región de interés, dejando fuera de esta región aquellos píxeles o conjunto de píxeles que se encuentran aislados del perfil de la imagen. En la figura 7(a) observe que un punto a la derecha de la línea (perfil de la imagen), este conjunto de píxeles debe ser eliminado, ya que de no hacerlo ocasionaría que estos píxeles formen parte de la imagen, y al aplicar la función de renderización al final de proceso, que lo que hace es construir líneas entre los píxeles para formar superficies, los resultados no serían los esperados, causando que el modelo obtenido se deforme y no se pueda obtener una representación adecuada del objeto real. [14].

Esqueletización: con este proceso se pretende obtener un *perfil* adelgazado del *perfil* original, garantizando que el primero conserve la forma del segundo. En este ámbito existen algoritmos que permiten resolver este requerimiento [14] [15]. Estos están basados en reglas para la eliminación de píxeles blancos de manera iterativa hasta que ya no haya más cambios por realizar. Estos algoritmos de esqueletización varían en cuanto al tiempo de procesamiento de las imágenes y en cuanto a resultados satisfactorios, sin embargo tardan tiempos inaceptablemente altos con grandes cantidades de imágenes.

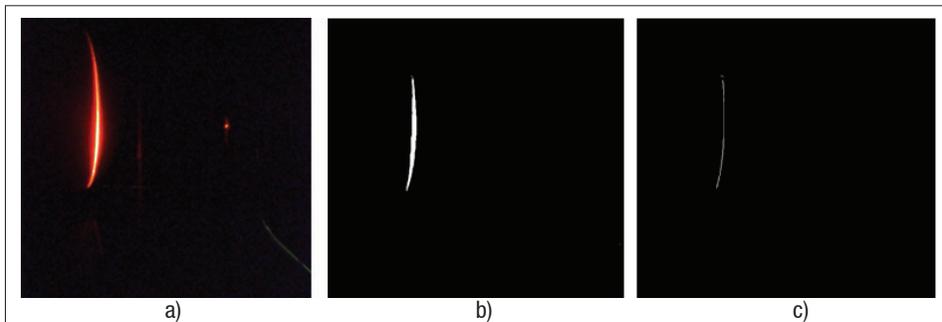


Figura 7. a) Perfil de una imagen sin segmentar. b) Imagen segmentada

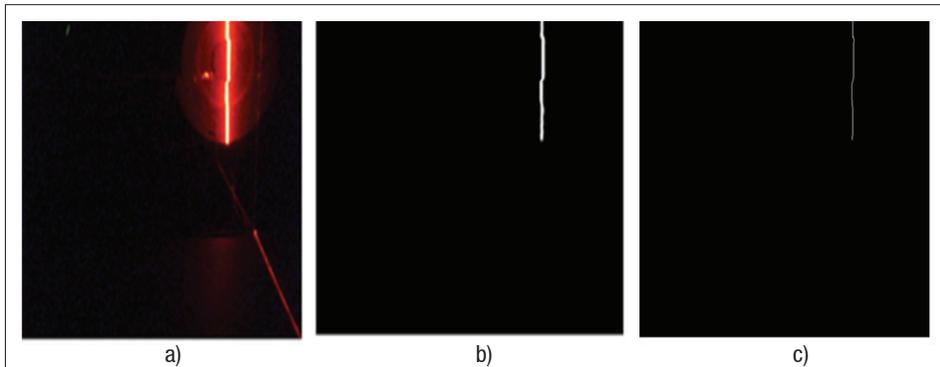


Figura 8. a) Imagen de entrada, b) imagen segmentada, c) imagen esqueletizada

Teniendo en cuenta esta premisa, se eligió el algoritmo matemático de Zhang – Suen [16] y se implementó en un software, con un mejor rendimiento que los otros algoritmos [14] [15]. Este algoritmo representa uno de los mayores aportes en este proyecto, debido a que fue optimizado para reducir el tiempo en que esqueletizan las imágenes, mediante la utilización de procesos paralelos, debido a que generalmente se tienen cientos de imágenes tomadas de un mismo objeto.

En la figura 8 se evidencia el resultado obtenido al aplicar el algoritmo de esqueletización construido sobre un perfil de la imagen. La figura 8(a) muestra la imagen capturada sin ningún procesamiento, la figura 8(b) una imagen que ha pasado por la fase de histograma, umbralización y segmentación y la figura 8(c) se ilustra el resultado de aplicar el algoritmo de esqueletización desarrollado, obsérvese obteniéndose una imagen de un pixel de ancho que conserva la forma del perfil.

5. Obtención de la nube de puntos y renderizado

En esta etapa de desarrollo del proyecto se calculan las coordenadas tridimensionales de cada uno de los píxeles que conforman el perfil esqueletizado, por esto es de suma importancia garantizar que se tenga el mínimo posible de píxeles, ya que de no ser así deberían calcularse las coordenadas de los miles de píxeles que conforman la imagen original y los tiempos de procesamiento serían inaceptables.

Sin embargo surge la duda de cómo obtener tres coordenadas (x, y, z) de cada uno de los píxeles de la imagen esqueletizada, a partir de una imagen de dos dimensiones, es decir solo cuenta con las coordenadas (u, v) en píxeles. Para contar con las coordenadas 3D del objeto es necesario recuperar la coordenada que se perdió en las etapas anteriores, esta coordenada es la profundidad. Con la técnica de reconstrucción 3D (triangulación láser) implementada se consigue lo anterior y se obtienen las coordenadas (X, Y, Z) de los puntos que se encuentran en cada *perfil*.

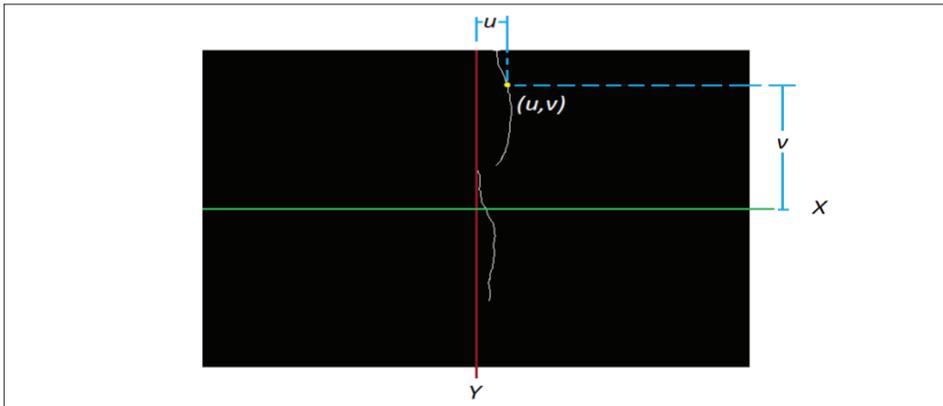


Figura 9. Ilustración del cálculo de las coordenadas de los puntos pertenecientes al *perfil*

Cálculo de coordenadas espaciales (u, v): para el cálculo de las coordenadas espaciales se construyó un algoritmo que permite obtener las coordenadas de cada pixel de la imagen esquelizada a partir de un perfil. El funcionamiento del algoritmo es el siguiente, el algoritmo ubica el primer pixel blanco contenido en la imagen partiendo de la parte superior de la imagen y desplazándose de izquierda a derecha, una vez encontrado, calcula la posición de ese pixel tanto en el eje horizontal (coordenada u) como en el eje vertical (coordenada v) respecto al centro de la imagen (cruce entre la línea verde y la línea roja de la figura 9). El algoritmo es capaz de detectar el tamaño de la imagen y calcular su centro, por ejemplo en el caso de una imagen de tamaño 640×480 , el centro de la imagen tendría el valor de 320 por 240 ($u_0 = 320, v_0 = 240$). El proceso se repite tantas veces como pixeles blancos contenga la imagen, por esto la importancia del algoritmo construido de esquelizado, que busca perfil tenga el menor número de pixeles sin que se pierda su forma y así se evita realizar una mayor cantidad de operaciones.

Una vez finalizado el proceso se forma un vector con las coordenadas (u, v) y se inicia el proceso de calcular la coordenada z para cada punto, para lograrlo se aplican las ecuaciones de la técnica triangulación láser explicada en el apartado II y se realiza la transformación de coordenadas (2D a 3D) de cada punto. Al terminar este proceso se obtiene el conjunto de coordenadas tridimensionales de los puntos pertenecientes a cada *perfil*.

La sumatoria de todos estos puntos conforman la nube de puntos del objeto real necesaria para la fase de renderizado, que se explica en la siguiente sección.

Renderizado: la renderización es el proceso a través del cual se genera una imagen en 3D a partir de un modelo, utilizando una herramienta software. El modelo representado es una descripción en tres dimensiones de un objeto del mundo real en una estructura de datos definida en un formato. El modelo puede contener información de la forma del objeto (geometría), textura e iluminación, dentro de este proyecto solo se tendrá en cuenta la geometría.



El proceso de renderizado implementado al modelo obtenido consiste en ubicar todos los puntos obtenidos en la fase anterior en el espacio y dibujar polígonos entre los puntos o coordenadas espaciales que describen al objeto original. Para llevar a cabo este proceso existen muchas técnicas, para este proyecto se trabajó con Triangulación de Delaunay [17], [18], y el VCG [19]. El primero consiste en dibujar una red de triángulos con los puntos mientras que el segundo realiza relleno al modelo mediante la incursión de nuevos puntos dibujados alrededor de los existentes, que al unirlos con líneas forman las mallas que le dan textura al mismo.

En este trabajo se utilizó la herramienta Meshlab [20] para el renderizado, que es un software de fuente abierta y portable, que permite procesar la nube de puntos o coordenadas espaciales, mediante algoritmos de renderizado que trae la propia herramienta en los que se incluye la Triangulación de Delaunay y el VCG para obtener un modelo en 3D del objeto analizado.

6. Resultados experimentales

En la figura 10 se pueden observar los objetos a ser reconstruidos utilizando la técnica planteada en este trabajo, los cuales son: un gato de porcelana, una esfera de *poliestireno expandido* conocido comúnmente como icopor en Colombia, una rana fabricada en loza y una tapa de plástico.

Inicialmente se importa desde Meshlab la nube de puntos del objeto. Éstos fueron obtenidos anteriormente como se explicó en el ítem cálculo de coordenadas espaciales y fueron guardados por el algoritmo en un archivo con formato .PLY para permitir compatibilidad con la herramienta Meshlab.

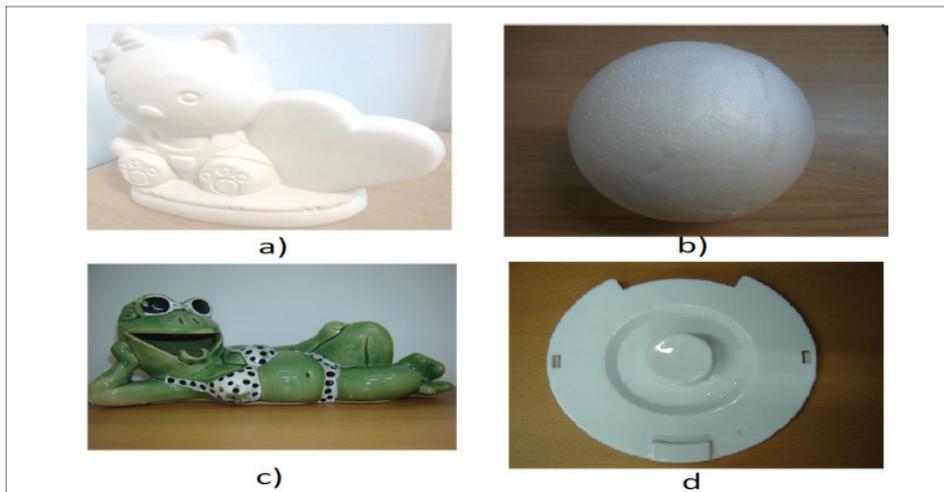


Figura 10. Objetos a ser reconstruidos mediante la técnica planteada en este trabajo, a) gato, b) esfera, c) rana, d) tapa

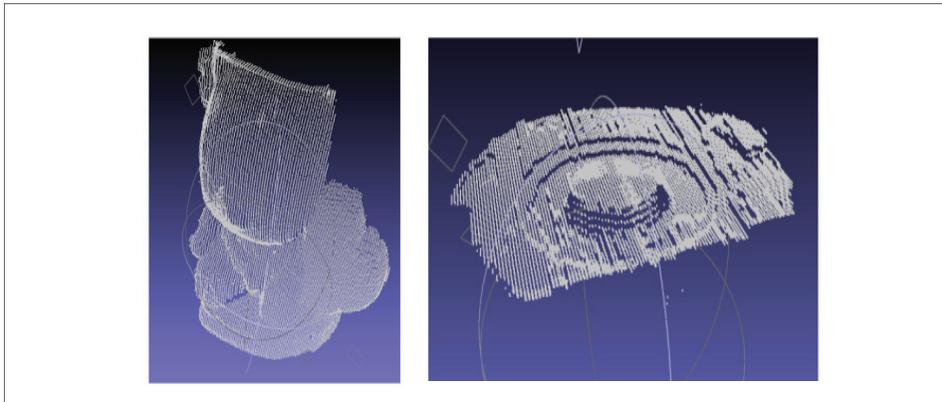


Figura 11. Vista de las nubes de puntos desde Meshlab para el objeto gato

En la figura 11 se muestra la importación de las nubes de puntos del objeto gato, en este caso no se ha realizado ningún proceso sobre los datos, simplemente han sido importados, como se observa en la imagen los puntos tienen diferente profundidad debido a la coordenada z que se recuperó en cada pixel.

Una vez importados los puntos, se hace necesario obtener figuras sólidas que sean una representación en tres dimensiones del objeto original, para ello se utiliza el algoritmo VCG de Meshlab con el fin de rellenar con nuevos puntos aquellos espacios que existen entre los perfiles importados. En la figura 12 se puede observar el resultado de aplicar el algoritmo VCG. Obsérvese el aumento en la densidad de los puntos que conforman la imagen.

Una vez realizado lo anterior, el modelo se encuentra listo para ser renderizado, proceso que consiste en dibujar líneas entre los puntos del modelo (malla) para generar una superficie. En la figura 13 se observa el resultado del modelo 3D obtenido para el objeto

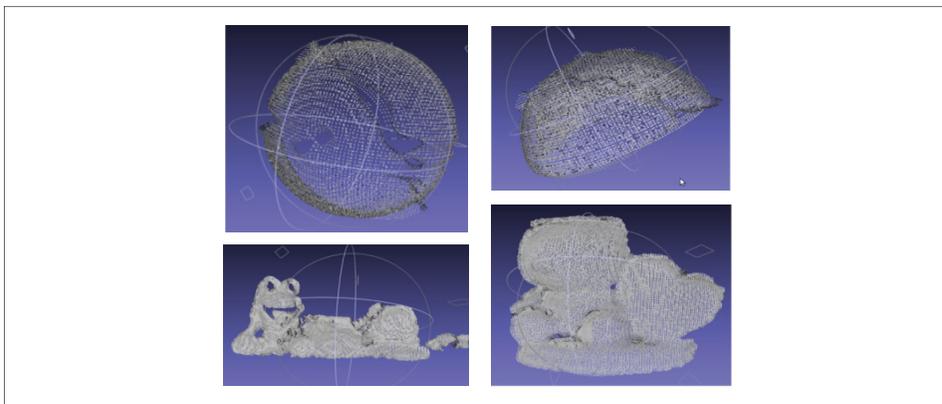


Figura 12. Resultado de aplicar el algoritmo VCG para el objeto gato



tapa, donde se puede detallar que conserva la forma del objeto original (ver figura 10). Las partes del modelo 3D donde existen agujeros y algunos de los bordes malformados se debe a información que se perdió en el procesamiento de las imágenes y a los sitios donde la luz láser no se pudo reflejar en el momento de escaneado.

En la figura 14 se muestra el resultado del renderizado para la nube de puntos del objeto rana (ver figura 10 para observar el objeto original). Aquí se observa que existen regiones del objeto donde se han perdido los detalles, que corresponde a información donde el brillo u otros factores evitaron la proyección del láser para ese perfil.

Los resultados de renderizado para el objeto gato se puede visualizar en la figura 15, donde se observa que el modelo 3D obtenido conserva la forma del objeto original (ver figura 10), no obstante se han perdido detalles finos como los ojos y las huellas de los pies.

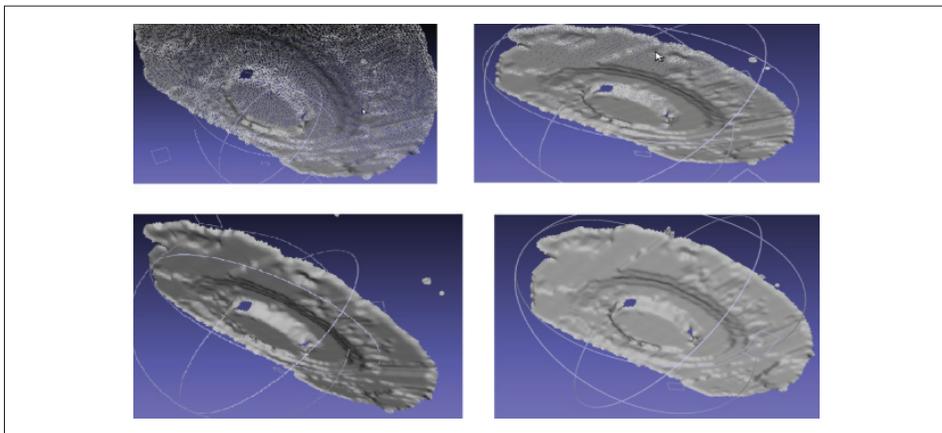


Figura 13. Resultado de aplicar el renderizado al objeto tapa

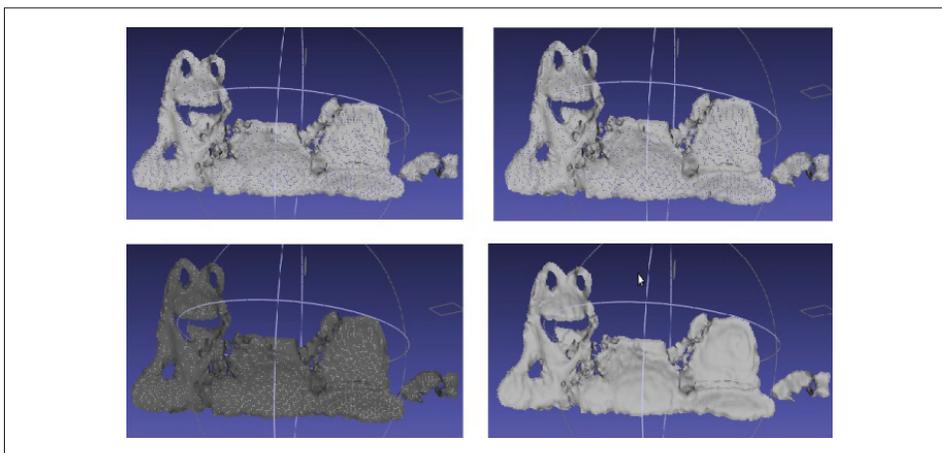


Figura 14. Resultado de aplicar el renderizado al objeto rana

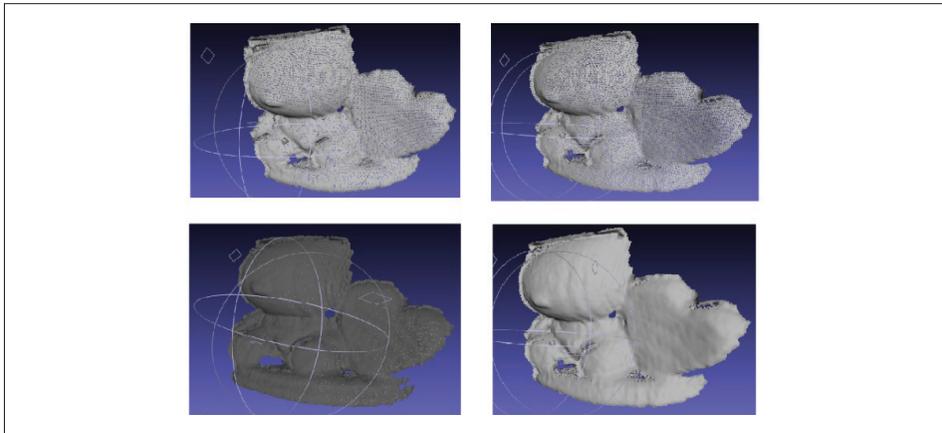


Figura 15. Resultado de aplicar el renderizado al objeto gato

Para el renderizado del objeto esfera se realizó una variante ya que además de aplicar el algoritmo *VCG* para la adición de nuevos puntos, también se aplicó *Triangulación de Delaunay*. Lo anterior se hizo porque el objeto esfera es simétrico y al aplicar este último algoritmo formará un objeto sólido sin dañar la forma del mismo, lo cual no ocurriría con los demás objetos analizados, puesto que al unir los puntos extremos para la formación de polígonos triangulares deforma la figura original de los objetos. Los resultados se muestran en la figura 16.

Los resultados obtenidos en el proceso de renderizado para la obtención de los modelos 3D de los objetos analizados en el presente trabajo (ver figura 10), muestran que a nivel general se consiguen buenos resultados (ver figuras 13, 14, 15, 16). Los modelos construidos conservan la forma de los objetos originales, aunque con pequeñas variaciones que se deben a información que no pudo ser recuperada por la técnica implementada

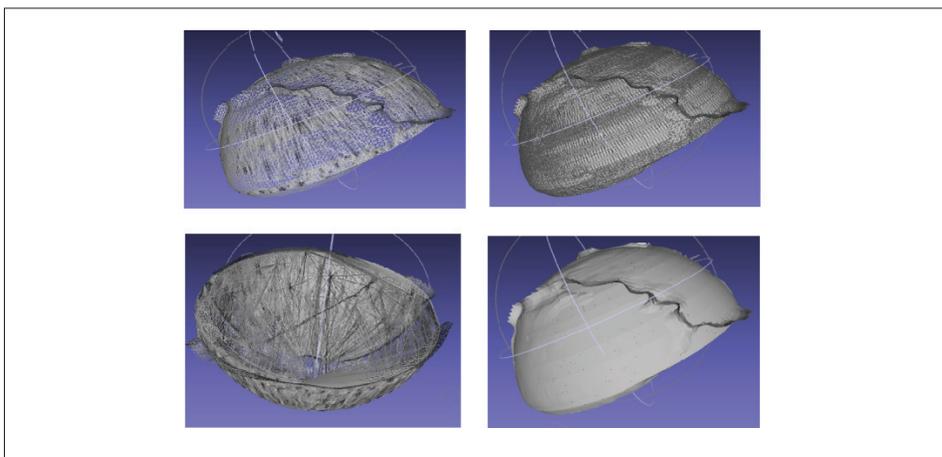


Figura 16. Resultado de aplicar el renderizado al objeto esfera



debido a varias causas. Los mejores modelos 3D encontrados son los del objeto esfera y el objeto gato. El primero se debe a que este objeto no cuenta con detalles y es muy simétrico, mientras que el segundo a pesar de tener algunos detalles no es un objeto brillante por lo que se obtienen buenas imágenes de sus perfiles en el proceso de escaneado. Caso contrario ocurre con el objeto rana y tapa, ya que son objetos muy brillantes debido a sus materiales de fabricación, por tal motivo cuando se necesita capturar los perfiles durante el proceso de escaneado causan brillos y dispersiones de luz, haciendo que la información de las coordenadas espaciales que se obtienen, contenga información errónea que se ve reflejada en la textura de los modelos 3D obtenidos, no obstante su geometría y forma en gran parte se conservan.

7. Conclusiones

Numerosos trabajos [21] [22] [23] realizan la reconstrucción a partir del principio de la triangulación utilizando diferentes instrumentos como láser, espejos octogonales y cámaras. La técnica implementada en este proyecto utiliza un láser y una cámara para realizar la reconstrucción, el uso de espejos no se consideró debido a que los objetos se encuentran sumergidos en agua y las imágenes aparecerían desplazadas al ser proyectadas en un espejo. No se encontró en la literatura reconstrucciones 3D de objetos sumergidos en agua, pero se observó que la única variante es que el objeto aparece desplazado al ser visto desde afuera del agua por la cámara, sin embargo no modifica su forma o tamaño. Así, cualquier técnica en la que el objeto no realice algún movimiento para la captura de los perfiles podría ser implementada, es necesario que el agua se encuentre en reposo, ya que agua en movimiento causará desviaciones del haz de luz láser y de la imagen del objeto observado, causando así errores de medición que alteran los resultados obtenidos.

El buen funcionamiento de la técnica de reconstrucción 3D utilizada en este trabajo depende en gran medida de la iluminación de la escena donde se encuentra el objeto, es necesario tener escenas con poca iluminación, los objetos a reconstruir no deben ser totalmente blancos o brillantes, porque causan que el haz de luz láser reflejado en el objeto deslumbré la vista del mismo y se pierda el perfil formado por el haz de luz emitido, el objeto debe ser pequeño debido a que se trabaja a distancias cortas y el rango de visión de la cámara es limitado, la cámara sea calibrada previamente, y el ángulo de inclinación del láser respecto a la cámara no debe tener valores cercanos a los 90° ya que la relación de tangentes descritas en las ecuaciones de la técnica utilizada hace que los valores obtenidos tiendan a infinito alterando así su buen funcionamiento.

En este proyecto se utilizó la librería Open CV para el procesamiento de imágenes, debido a que tiempo de procesamiento de los perfiles al realizar las operaciones de histograma, umbralización, segmentación y esqueletización es menor que el obtenido con Matlab; si bien existen implementaciones utilizando Matlab que resultan más sencillas, los tiempos de procesamiento aumentan [21] [22]. También existen otros trabajos utilizando la librería OpenCV (ver por ejemplo [23]).

Un aporte importante de este proyecto se encuentra en el algoritmo de esqueletización construido, el cual es capaz de analizar los perfiles y extraer todos aquellos píxeles blancos no relevantes para la forma del perfil, evitando obtener datos repetidos que no aportan información relevante para la reconstrucción y que hacen más lento el cálculo de las coordenadas espaciales. Esto permitió además obtener buenos resultados en la reconstrucción de los objetos, conservando la forma.

Referencias Bibliográficas

- [1] J. Suarez, L. Córdoba, H. Hurtado. “Un sistema sencillo y de bajo costo para la reconstrucción tridimensional de estructuras embrionarias a partir de cortes seriados”. Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias Básicas. Universidad Militar Nueva Granada. Bogotá, Colombia 2007.
- [2] E. López, F. Ramírez, I. Romero, J. de la Garza & J.L. Castillo, “Diseño de un instrumento para la captura de geometrías 3D con aplicación en la manufactura de productos,” Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica, vol. 2, No. 3, pp. 101-110, Septiembre 2006.
- [3] Hypack Inc. “Hydrographic Survey and Processing Software”, [Online]. Disponible en: <http://www.hypack.com/new>. Consulta-do: agosto de 2012.
- [4] J. Contreras, Plataforma sensorica a bordo de ROV para inspección portuaria, bases militares y oceanografía, Nombre comercial: Plataforma sensorica a bordo de ROV para inspección portuaria, bases militares y oceanografía, contrato/registro: RC 604-.2008, En: Colombia, 2009
- [5] L. Torres, J. Méndez, G. Dudek. “Color Correction of Underwater Images for Aquatic Robot Inspection”, en Energy Minimization Methods in Computer Vision and Pattern Recognition, Springer, pp. 60–73. 2005.
- [6] G. Telem, S. Filin. “Photogrammetric modeling of underwater environments”, International Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol.65, pp. 433-444, Israel, 2010.
- [7] F. Collado. “New Methods for Triangulation-Based Shape Acquisition using Láser Scanners”. Tesis Doctoral. Departamento de Electrónica, Informática y Automática. Universidad de Girona, España, mayo 2004.
- [8] A. Gómez, D. Zamorano. “Visión Estereoscópica y Estimación de Pose para el Posicionamiento de un Brazo Robótico”. Tesis de Maestría. Departamento de Ingeniería Mecatrónica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, Cuernavaca Morelos, México, Abril 2008.
- [9] P. Alcantarilla. “6DOF localización y mapeado simultáneo (SLAM) en tiempo real mediante cámara estéreo movida con la mano”. Tesis de Maestría. Departamento de Electrónica, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Alcalá, España, 2008.
- [10] J. Molleda, “Técnicas de Visión por Computador para la Reconstrucción en Tiempo Real de la Forma 3D de Productos Lamina-dos”. Tesis Doctoral. Departamento de Informática, Universidad de Oviedo, Gijón España 2008.
- [11] Grupo de Control de Informática Industrial GCII, “Visión artificial: Luz estructurada” [Online]. Departamento de Electrónica, Automática e Informática Industrial, Universidad Politécnica de Madrid. Disponible en: <http://www.elai.upm.es/webantigua/spain/Investiga/GCII/gcii.htm>. Consultado: octubre 2012.
- [12] V. Soancatl, “Recuperación de Información tridimensional usando luz estructurada”. Tesis de Maestría en Ciencias Computacionales. Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Puebla México, 2003.
- [13] G. Bradsky, A. Kaehler, “Learning OpenCV,” Primera Edición [Online]. Sebastopol: O’Reilly, Septiembre 2008. Disponible en: <http://www.cse.iitk.ac.in/users/vision/dipakmj/papers/OReilly%20Learning%20OpenCV.pdf>. Consultado: agosto 2012.



- [14] Gonzalez, R. C., & Wintz, P. (1996). Procesamiento digital de imágenes. Addison-Wesley, Tema, 2, 23-56.
- [15] IMAGine: Cursos Interactivos de Tratamiento Digital de Imagen. “Operaciones Morfológicas” [Online]. Disponible en: http://www.tsc.uc3m.es/imagine/Curso_ProcesadoMorfologico/Contenido/Operaciones/OperacionesMorfologicas.html. Consultado: julio 2012.
- [16] F. Carranza, “Esqueletización” [Online]. Tópicos Especiales en Procesamiento Gráfico, Escuela Académico Profesional de Infor-mática, Universidad Nacional de Trujillo, Perú, 2006. Disponible en: <http://es.scribd.com/doc/49462631/esqueletizacion>. Consultado: octubre 2012.
- [17] I. Gómez, “Algoritmo para la construcción de grandes mallas mediante la triangulación de Delaunay”. Trabajo fin de carrera. Facultad de Informática, Universidad Politécnica de Madrid, España, marzo 2011.
- [18] P. Goswami, F. Erol, R. Mukhi, R. Pajarola & E. Gobbetti, “An efficient multi-resolution framework for high quality interactive rendering of massive point clouds using multi-way kd-trees”, The Visual Computer, vol. 29, No. 1, pp. 69-83, Springer-Verlag, 2012.
- [19] M. Fernández, “Modelado, texturizado y ajuste de malla” [Online]. Madrid: Archivos Universidad Carlos III de Madrid, 2011. Disponible en: http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/10016/12936/1/modelado_fernandez_2011_pp.pdf. Consultado: septiem-bre 2012.
- [20] P. Cignoni, M. Callieri, M. Corsini, M. Dellepiane, F. Ganovelli and G. Ranzuglia, “MeshLab: an Open-Source Mesh Processing Tool”. Eurographics Italian Chapter Conference, Pisa Italy, 2008.
- [21] Pérez, E., Salamanca, S., Gallego, D., Merchán, P., Adán, A., & Cerrada. SHADES-3D: Una Herramienta para la Adquisición de Da-tos 3D Bajo el Entorno Matlab©. RIAI, 3(1), 94-103, 2010.
- [22] E. Hernández, S. Mino, D. Martinez, P. Garcia, Q. Oliver, & C. Somolinos, SHADES-3D: Una Herramienta Para La Adquisicion De Datos 3d Bajo El Entorno Matlab. Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI), 3(1), 94-103, 2006
- [23] L. Revelo, F. Usama, & J. Flórez. 3D Reconstruction of Scenes by Means of a Stereoscopic Vision System, Based on Feature Ex-traction and Developed in OpenCV. Ingeniería y Universidad, 16(2), 485-500, 2012.

Leydy Viviana Muñoz Robles

Obtuvo el título de Ingeniera en Automática Industrial de la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia. En la actualidad es estudiante de la Maestría en Automática de la misma universidad. e-mail: leydyviviana@hotmail.com

Edilson Quiñónez Jiménez

Es Ingeniero en Automática Industrial de la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia. e-mail: equinonez@unicauca.edu.co

Héctor Daniel Victoria Pizo

Es Ingeniero en Automática Industrial de la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia. Actualmente se desempeña como ingeniero de desarrollo de LEGIS. e-mail: hectordaniel@unicauca.edu.co

Análisis del desempeño estudiantil en las pruebas de Estado para educación media en Colombia mediante modelos jerárquicos lineales

Analysis of student performance in Colombian high school government tests using hierarchical lineal models

Jaime Orjuela
Msc. Ciencias
de la Información
Empresa
de Telecomunicaciones
de Bogotá
jaimeorjuela@etb.net.co



Resumen

En este artículo se describe la utilización de los Modelos Jerárquicos Lineales para hallar los determinantes individuales de desempeño en las pruebas de estado para educación media en Colombia, con los datos del 2009, que son los últimos disponibles públicamente y provistos por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (Icfes).

Inicialmente se hace la presentación detallada de los datos así como de las exclusiones, consideraciones y justificación del subconjunto de datos finalmente procesados. Posteriormente se expone brevemente el marco teórico de los Modelos Jerárquicos Lineales, así como su aplicación concreta en la investigación de los determinantes de desempeño en las pruebas de estado. El análisis de los resultados permite concluir que existe una relación directa entre algunas características no académicas del estudiante y las competencias evaluadas en la prueba de estado al finalizar su formación media y que dichas características (sociales y económicas) difieren notoriamente entre colegios públicos y privados, y entre jornadas diurnas ordinarias y otras jornadas.

Palabras clave: educación media en Colombia, resultados de pruebas de estado, Modelos Jerárquicos Lineales.

Abstract

In this paper, Hierarchical Lineal Models are applied for analyzing individual factors of student performance in Colombian High School Government Tests, using data from 2009, which are the latest results

Fecha recibido: nov.17/2013
Fecha modificado: dic.17/2013
Fecha aceptado: dic.19/2013



publicly available from the Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (Icfes).

Initially the paper describes the data as well as assumptions for cleaning and pre-processing steps that were necessary. After that, concepts related to Hierarchical Lineal Models are introduced, and the models are applied to the data. According to the obtained results, there exists a direct relationship between non academics features and student performance, evaluated in Colombian High School Government Tests. These features (social and economic) are different between public and private schools, and also between daytime schools and other-time schools.

Key words: High Schools Education in Colombia, High School Government Tests, Hierarchical Lineal Models.

1. Introducción

Uno de los principales temas de investigación en el área de educación, es la relación existente entre variables no académicas con los resultados en las evaluaciones académicas, así como el impacto que tiene el colegio frente a estos resultados. Varios métodos han sido utilizados para abordar este tema, como modelo lineales [1], [2]; análisis de componentes principales [3] y estadística gráfica descriptiva [4], [5]; sin embargo se han encontrado inconvenientes como que en su modo básico y por su naturaleza sólo buscan relaciones lineales o en el caso del análisis de componentes principales el hecho de que cada componente principal sea una combinación lineal de todos los atributos de entrada, suele complicar la interpretación de resultados; así como que estos modelos desconocen que los datos se encuentran agrupados en varios niveles: un ejemplo de estos niveles se puede ver cuando se compara al mejor estudiante del mejor colegio con el mejor estudiante del peor colegio, encontrando que existen diferentes competencias académicas entre uno y otro estudiante, evidenciando diferencias en el nivel de colegio y en el de estudiante.

Tal como lo expone [6], durante los últimos años, los estudios cuantitativos en educación han utilizado exhaustivamente los modelos multinivel [7] también llamados modelos jerárquicos lineales [8] debido a que resuelven los inconvenientes de otros modelos utilizados anteriormente y que tienen en cuenta los efectos potenciales que surgen de la forma como los estudiantes son asignados a los colegios. En efecto se encuentra que [6, p. 200]:

En algunos países, por ejemplo, el estatus socio-económico de un estudiante determina en gran parte el tipo del colegio al cual él o ella asistirán y existe una estrecha relación entre el estatus socio-económico de éste y los demás estudiantes dentro del colegio. En contraste, otros países o sistemas, tienen colegios en los que los estudiantes pertenecen a una amplia variedad de estatus socio-económicos, pero dentro del colegio, hay diferenciación de los cursos en que son asignados, afectando la variabilidad al interior del colegio.

En ese sentido existe entonces un impacto en los resultados en las pruebas académicas que depende del estudiante, de los colegios, de la varianza al interior de cada colegio y de la varianza entre colegios. En el presente artículo se presenta la utilización de los modelos jerárquicos lineales aplicados a la determinación de factores individuales no académicos de desempeño en las pruebas de estado para la educación media en Colombia con los datos del año 2009, que son los últimos disponibles públicamente y provistos por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (Icfes).

2. Materiales

Los datos utilizados en el presente artículo fueron provistos por el Icfes y son los últimos disponibles públicamente que corresponden a la aplicación de la prueba de estado para educación media (Saber11) del primer semestre del año 2009 (69.740 registros), aunque existen resultados en trece áreas, se analizan dos de las que en el criterio de los expertos evalúan competencias básicas clave para el aprendizaje, que son: matemáticas y lenguaje [9].

Hay 32 variables predictoras relacionadas con 4 grupos de características: 2 relacionadas con las características del Colegio, 21 relacionadas con las características socio económicas, 3 relacionadas con las características del estudiante y 5 relacionadas con las características del grupo familiar. Teniendo en cuenta que de los 4 grupos expuestos en el ítem anterior, los atributos que están relacionados con las características socio económicas son 21, resulta una buena alternativa hacer una reducción de la dimensionalidad utilizando el Análisis de Componentes Principales (PCA). El análisis de componentes principales es un método de interdependencia y su objetivo es la estructuración de un conjunto de datos multivariado mediante la reducción del número de variables conteniendo la mayor cantidad de varianza posible en los primeros componentes [10]. Las componentes resultantes se nombraron: índice de nivel socioeconómico del estudiantes (INSE) y clasificación socioeconómica del colegio (CSE) [11].

Teniendo en cuenta que la prueba de Estado es de carácter obligatorio para todas las personas que terminan su ciclo de formación media, se distinguen varios grupos bien diferenciados, el primero que corresponde al tipo de jornada: por un lado quienes asisten a jornadas mañana, tarde o completa, que son jóvenes de no más de 20 años, generalmente dependientes de sus padres y por otro lado, quienes asisten a jornadas nocturnas, sabatinas o dominicales que hacen programas de validación del bachillerato que por ley deben ser mayores de edad al momento de presentar la prueba de validación [12] y por tanto en condiciones sociales, familiares y culturales diferentes a las de jornadas diurnas ordinarias. Como segundo criterio diferenciador se puede distinguir el sector del Colegio, es decir si es público o privado, en [4] se hace una evaluación y análisis de la eficiencia de la educación en Colombia comparando colegios públicos y privados, llegando a la conclusión que el sector del colegio es un factor diferenciador. No obstante las diferencias expuestas, se realizó el análisis tanto para el conjunto de datos completo como para los



grupos identificados. En las figuras 1 y 2, se muestran los histogramas correspondientes a las variables analizadas. En la figura 1 se muestra la distribución de género en términos porcentuales y el índice de nivel socioeconómico del estudiante en términos absolutos, es decir en cantidad de estudiantes. En la figura 2 se muestran las variables analizadas a nivel de colegio. Para la clasificación socioeconómica del colegio existen 4 valores ordinales. Para el valor mensual de la pensión hay 12 categorías, donde 0 corresponde a los estudiantes que no pagan y 12 a quienes pagan \$250.000 o más por la mensualidad. Con base en los datos analizados, se puede evidenciar teniendo en cuenta la jornada que gran parte de los estudiantes de educación media (85%) asisten en la edad esperada (siendo menores de edad). También se aprecia que la oferta educativa pública a nivel nacional es comparativamente mayor que la privada, situación que se evidencia ampliamente en las zonas rurales, no obstante en la mayoría de ciudades capitales, la cifra puede ser inversa.

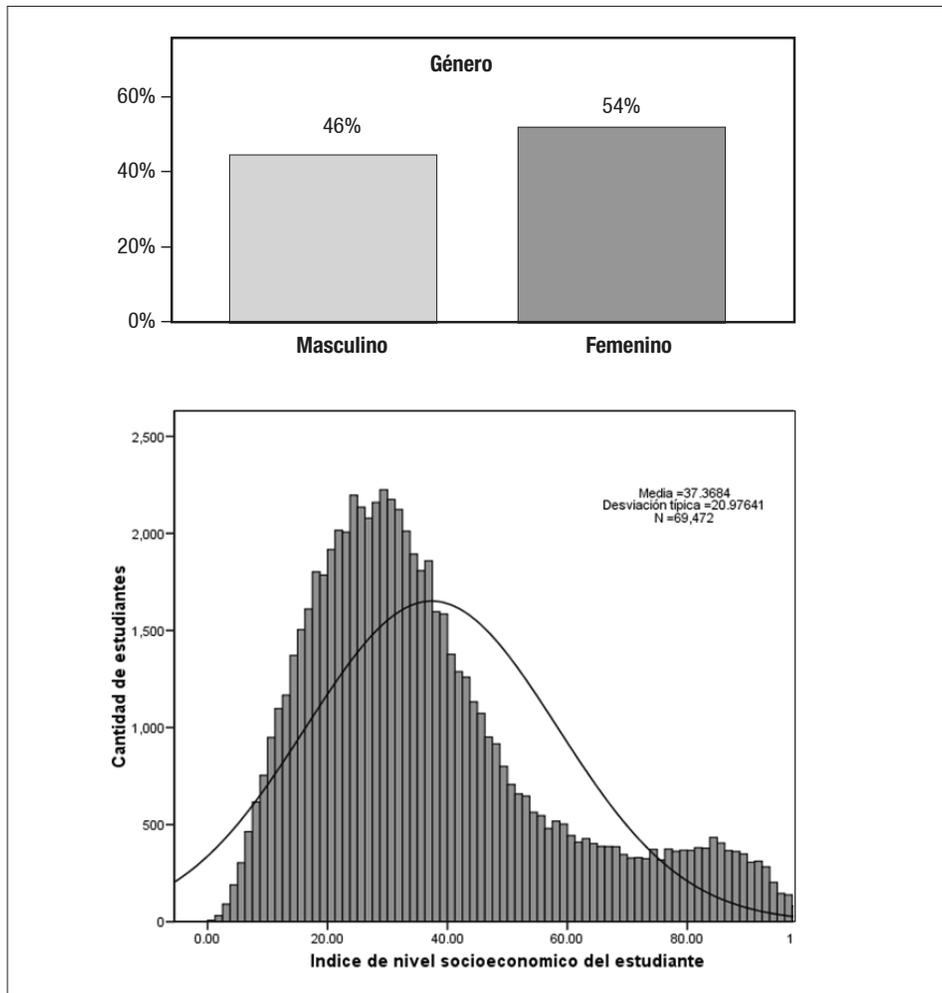


Figura 1. Histogramas de las variables analizadas a nivel del estudiante

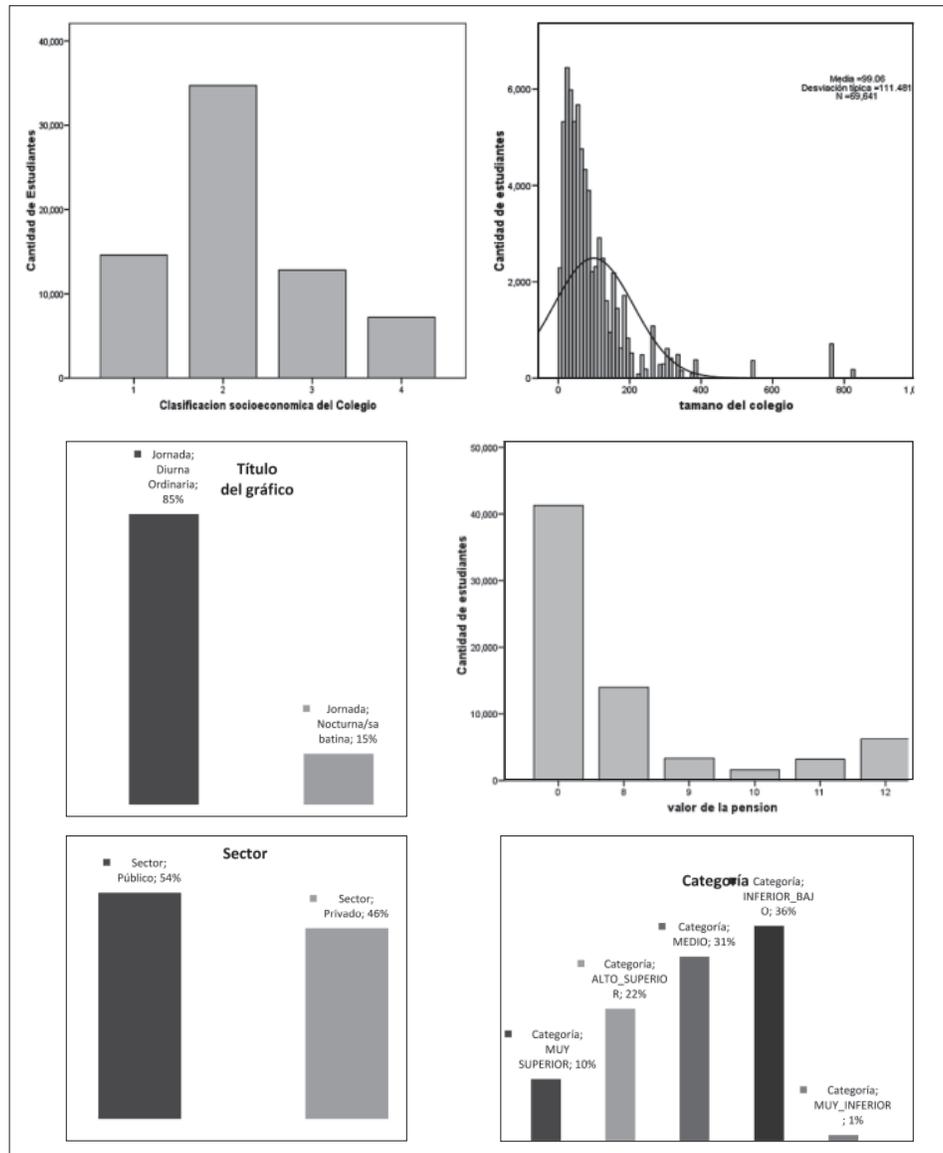


Figura 2. Histogramas de las variables analizadas a nivel del Colegio

En general y como era de esperarse, los colegios públicos atienden a estudiantes de menores recursos. En términos de tamaño existen más colegios pequeños que grandes, En promedio los estudiantes que asisten a colegios privados en jornada diurna pagan más que quienes asisten a colegios públicos. La distribución de género es homogénea con sutiles diferencias en la jornada diurna. Por otro lado, la mayoría de estudiantes que asisten a colegios públicos se circunscriben en colegios de categoría académica media, baja e inferior.



3. Métodos

El análisis de regresión es una técnica estadística para investigar y modelar la relación entre variables regresoras y de respuesta. Para un modelo de regresión general, la expresión matemática es:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1K} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2K} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{nK} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dónde: \mathbf{y} es el vector de n respuestas conocidas, \mathbf{X} es una matriz de n observaciones por k variables regresoras, $\boldsymbol{\beta}$ es un vector de $k + 1$ coeficientes de regresión y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un vector de n errores aleatorios. Se desea determinar un vector $\boldsymbol{\beta}$ que estime la variable de respuesta \hat{y} para otros valores de \mathbf{X} minimizando el error $(y - \hat{y})$. Uno de los métodos más comúnmente utilizados para resolver este problema es la de estimación por mínimos cuadrados:

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (3)$$

La matriz inversa $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ siempre existe si los regresores son linealmente independientes, esto es, si ninguna columna de la matriz \mathbf{X} es una combinación lineal de las demás columnas [13].

Si bien los modelos de regresión han sido los más usados en muchas áreas de las ciencias y la ingeniería, en los últimos años los modelos multinivel han sido preferidos para el análisis de datos en la educación, justificado principalmente porque los modelos clásicos de regresión no tienen en cuenta los efectos potenciales que surgen de la forma como los estudiantes están distribuidos en los colegios. En [6, p. 201] se presenta el siguiente ejemplo que explica la diferencia entre los modelos de regresión lineal simple y los de regresión multinivel. La figura 3 (tomada de [6]) muestra la relación entre el estatus socio económico y el desempeño estimado en matemáticas para cuatro países hipotéticos. La línea negra representa el estimado obtenido de la regresión lineal simple general mientras que las líneas grises muestran ese estimado calculado para cada colegio por separado. El punto negro representa la media del estatus socio económico de todos los estudiantes intersecado con la media de desempeño de todos los colegios. Los puntos grises representan la media del estatus socio económico para cada colegio intersecado con la media de desempeño para cada colegio.

En el análisis de regresión simple general, gráficamente representado por las líneas negras, los cuatro países tienen un comportamiento idéntico, esto es que el resultado esperado para un estudiante de un alto nivel socio económico es considerablemente mayor que el esperado para un estudiante de bajo nivel socioeconómico. En contraste,

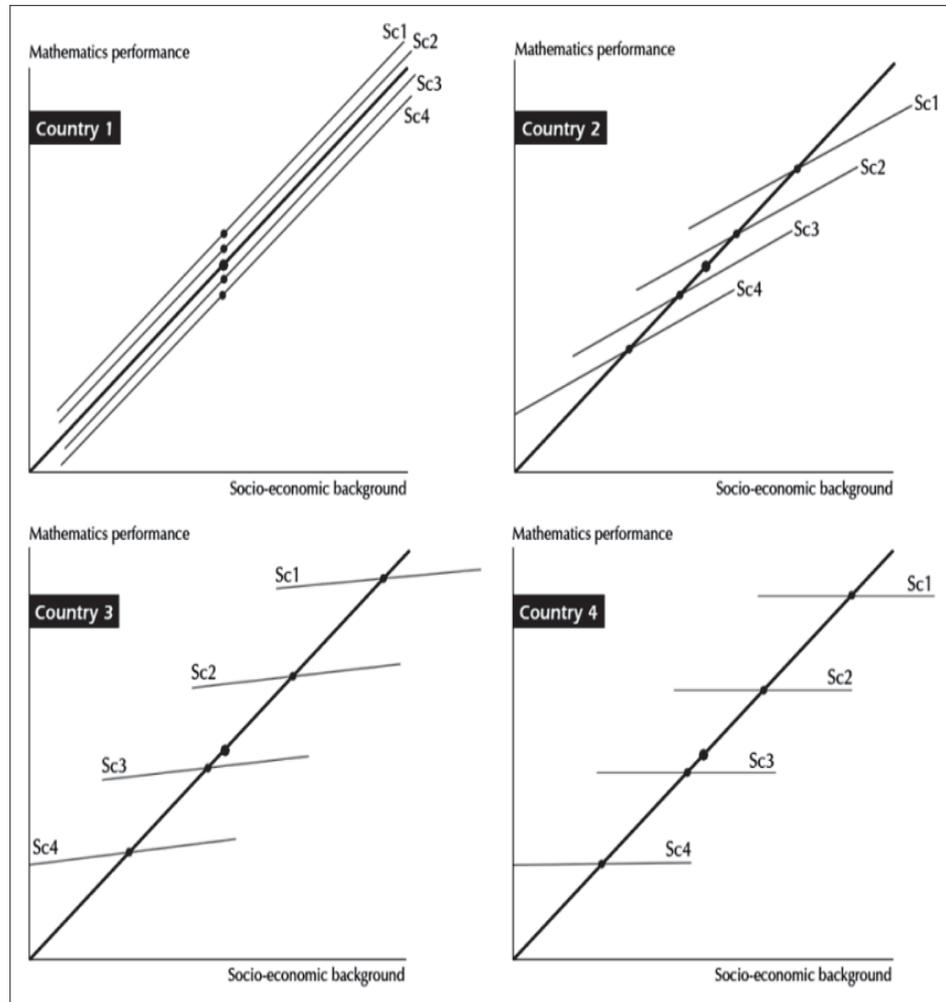


Figura 3. Regresión lineal versus regresión multinivel tomado de [6]

si se considera un modelo de regresión independiente para cada colegio saltan a la vista diferencias sustanciales entre países, colegios y estudiantes: Para el país 1, el modelo multinivel es similar al de la regresión multinivel, lo que indica que diferentes colegios atienden a estudiantes de diversos niveles socioeconómicos, es decir que no hay segregación social, así mismo se ve que el desempeño de los estudiantes está distribuido uniformemente en la escala de resultados, por lo cual se puede decir que tampoco hay segregación académica, se ve también que estudiantes de niveles socioeconómicos menores tienden a obtener resultados menores. En el otro extremo se muestra la situación del país 4, en donde las líneas de regresión para cada colegio, difieren considerablemente de la línea de regresión lineal general, lo que podría ser interpretado como que los colegios no cubren todo el rango de niveles socio económicos, se nota que el colegio 1



(Sc1) atiende principalmente a estudiantes del alto estatus socio económico, mientras que el colegio 4 (Sc4) atiende principalmente a los estudiantes de los estatus menos favorecidos, evidenciando por lo mismo un alto nivel de segregación; por otro lado los estudiantes del colegio 1 tienden a obtener los mejores resultados en disparidad al colegio 4, evidenciando también una alta segregación académica. Se concluye entonces que para el país 4, dentro de cada colegio el estatus socio económico del estudiante no es un factor de desempeño escolar, sin embargo sí lo es el estatus socioeconómico de cada colegio. Los países 2 y 3 presentan situaciones intermedias entre los dos extremos mostrados para los países 1 y 4.

Para el desarrollo del análisis multinivel, se descompone el modelo en dos niveles: las variables a nivel del estudiante (primer nivel) y las variables a nivel del colegio (segundo nivel). Se utiliza el modelo de regresión presentado en [14]:

$$y = X\beta + Zu + \varepsilon \quad (4)$$

Manteniendo la estructura matricial de (2), y es el vector de resultados en la prueba de matemáticas o lenguaje de los n estudiantes evaluados; X es una matriz de n observaciones por k variables regresoras, que en este caso son cuatro: CSE (Clasificación Socio Económica del Colegio), Sector del Colegio (público o privado), Género (Masculino y Femenino) e INSE (índice de Nivel Socio-Económico) [11]; β es un vector columna de tamaño $(k + 1)$ que contiene los coeficientes de regresión; Z es una matriz unitaria de tamaño $(n \times 2)$; u es un vector de (2×1) que contiene las dos varianzas de las variables aleatorias de error: τ_0^2 a nivel de los colegios y σ^2 a nivel del estudiante; y ε es el vector de residuales del modelo.

3.1 Modelo Multinivel nulo (sin variables regresoras)

Inicialmente se realiza el análisis de regresión multinivel en los dos niveles propuestos sin incluir variables regresoras, es decir $\beta = [\beta_0]$. Reemplazando en la expresión (4) quedaría de forma expandida:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \quad (5)$$

Que se interpreta como sigue: el puntaje y_{ij} en la prueba de matemáticas o lenguaje para un estudiante i que asiste a un colegio j es igual al promedio del colegio en la prueba β_0 (matemáticas o español) más un efecto individual. Ahora bien, teniendo en cuenta que hay un efecto común para los estudiantes de un mismo colegio, es necesario adicionar un efecto a nivel del colegio:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad (6)$$

Donde γ_{00} es el promedio poblacional y u_{0j} es el efecto específico del colegio. Reemplazando la expresión (6) en (5), se obtiene:

$$y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij} \quad (7)$$

Si se supone que u y r son variables aleatorias normalmente distribuidas con varianza constante, entonces sus varianzas mostrarán el impacto del efecto de esas variables en el modelo. Se denotará la varianza de u_{0j} como σ^2 , que corresponde a la varianza al interior de los colegios y la de r_{ij} como τ_0^2 , que corresponde a la varianza entre colegios.

Para justificar la utilización de un método multinivel, es necesario conocer el porcentaje de variación de la variable resultante atribuible al efecto del colegio (segundo nivel implicado), que se obtiene de la relación entre la varianza entre colegios τ_0^2 y la varianza total:

$$\rho = \frac{\tau_0^2}{\tau_0^2 + \sigma^2} \quad (8)$$

En el argot del análisis multinivel, ρ se conoce como el índice de correlación intraclase. Un valor de ρ cercano a 0 indica que no hay heterogeneidad entre colegios (caso del País 1 de la figura 3), mientras que valores superiores y hasta un máximo hipotético de 1 indican que existe heterogeneidad entre colegios (caso de los Países 2, 3 y 4 de la figura 3) y justifica la utilización de métodos multinivel. Un referente comparativo para la interpretación de la correlación intraclase ρ es [18], que lista las correlaciones intraclase en diferentes países para las pruebas PISA del año 2012, donde Finlandia aparece con un ρ de 0.09, Estados Unidos con 0.26, México con 0.43 y Chile con 0.53, sólo por citar algunos ejemplos. Si bien los valores mostrados en [18] dan un referente práctico del índice de correlación intraclase a nivel mundial, no son directamente comparables con los valores obtenidos para el presente artículo, pues en las pruebas PISA se evalúa una muestra de jóvenes de 15 años, sin considerar su escolaridad; mientras que en *Saber11* se evalúa toda la población de jóvenes que finalizan su formación media, sin considerar la edad.

3.2 Modelo Multinivel incluyendo variables a nivel del colegio

Para continuar con el análisis, se introducen las variables explicativas a nivel del Colegio, partiendo de la hipótesis que éstas inciden en el desempeño de los estudiantes:

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(CSE) + \gamma_{02}(Sector) + u_{0j} \quad (9)$$

Donde **CSE** corresponde a la Clasificación Socio-Económica del Colegio y **Sector** corresponde al tipo de actividad económica que desarrolla el colegio (público ó privado). **Sector** es una variable categórica donde 0 es público y 1 es privado. En [11] se presenta la metodología utilizada para reducir las 32 variables socioeconómicas relacionadas con el colegio y el estudiante a 2 variables independientes: **CSE** (Clasificación socioeconómica del colegio) e **INSE** (índice de nivel socioeconómica del estudiante).



3.3 Modelo Multinivel incluyendo variables a nivel del colegio y del estudiante

Al modelo propuesto en la expresión (9), se adicionan ahora las variables explicativas a nivel del estudiante, que son el índice de nivel socioeconómico del estudiante y el género, por lo que el modelo completo propuesto en (4) queda de forma expandida así:

$$y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}(\text{Género}) + \beta_{2j}(\text{INSE}) + r_{ij} \quad (10)$$

$$y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{CSE}) + \gamma_{02}(\text{Sector}) + \beta_{1j}(\text{Género}) + \beta_{2j}(\text{INSE}) + u_{0j} + r_{ij} \quad (11)$$

3.4 Métodos de estimación

Para la estimación de componentes de varianza, el método más usado ha sido el de análisis de varianzas ANOVA; método que implica la presencia de errores aleatorios normales, independientes y con varianza constante. En la actualidad otros métodos como el de máxima verosimilitud restringida (REML, por sus siglas en inglés), permiten tener errores normales, posiblemente correlacionados y con varianzas no constantes [15]. Los resultados presentados en este trabajo utilizan el método de estimación REML.

3.5 Presentación de los resultados

Del modelo sin covariables, propuesto en (7), se obtuvieron los siguientes parámetros:

Varianza entre colegios: $\text{var}(u_{0j}) = \tau_0^2 = 57.74$ para Matemáticas y 18.95 para Lenguaje

Varianza al interior de los colegios: $\text{var}(r_{ij}) = \sigma^2 = 89.32$ para Matemáticas y 48.80 para Lenguaje

Coefficiente de correlación intraclase: $\rho = 0.39$ para Matemáticas y 0.28 para Lenguaje.

Según lo expuesto en la sección 2.1, los coeficientes de correlación intraclase de 0.39 y 0.28 justifican la utilización de métodos multinivel para el análisis de los datos. En la Tabla 1 se muestra el resultado de la ejecución de los modelos propuestos, sin diferenciar el sector. En la Tabla 2, se muestra el resultado de ejecutar modelos independientes para los colegios públicos y privados.

Análisis de resultados

Teniendo en cuenta los valores promedio poblacionales, se esperan mejores resultados en las pruebas de lenguaje que en las de matemáticas. Valores negativos en el parámetro

Tabla 1: Resultados de los modelos ejecutados sin diferenciar sector (valores entre 0 y 100)

Efectos Fijos	Matemáticas			Lenguaje		
	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2
Promedio Poblacional (γ_0^0)	45.01	46.92	48.31	48.31	49.63	49.67
CSE (γ_0^1) {-1.34, 2.06}		5.63	3.72		3.35	1.91
Sector (γ_0^2) {0: Público, 1: Privado}		-3.34	-3.42		-2.30	-2.33
Género (β_{1j}) {0: Masculino, 1: Femenino}			-2.54			-0.03
INSE (β_{2j}) {-1.72, 2.99}			2.36			1.81
Efectos Aleatorios	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2
Varianza entre colegios (τ_0^2)	57.74	28.84	24.06	18.95	9.10	7.01
Varianza al interior de los colegios (σ^2)	89.93	89.36	86.71	48.80	48.78	48.17

Tabla 2: Modelos ejecutados diferenciando el sector, para la prueba de Matemáticas (valores entre 0 y 100)

Efectos Fijos	Público			Privado		
	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2
Promedio Poblacional (γ_0^0)	42.78	43.80	45.60	48.60	43.46	45.19
CSE (γ_0^1) {-1.34, 2.06}		1.26	-0.01		7.48	5.37
Género (β_{1j}) {0: Masculino, 1: Femenino}			-2.29			-3.14
INSE (β_{2j}) {-1.72, 2.99}			2.34			2.33
Efectos Aleatorios	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2	Modelo nulo	Nivel 1	Nivel 2
Varianza entre colegios (τ_0^2)	11.56	11.04	10.43	87.69	35.23	30.54
Varianza al interior de los colegios (σ^2)	84.64	84.67	82.17	102.60	102.64	99.56



Sector, indican que se espera que haya mejores resultados en los colegios públicos que en los privados, situación justificada teniendo en cuenta la mayor disparidad académica entre colegios privados comparados con sus homólogos públicos que tienen un mayor control estatal.

De los modelos ejecutados diferenciando el sector de los colegios, se puede concluir que en los colegios públicos el factor no académico que más influye en los resultados de las pruebas de estado es el índice de nivel socio-económico del estudiante (**INSE**=2.34), mientras que en los colegios privados pesa más el nivel socio-económico del colegio (**CSE**=5.37).

Con referencia a las diferencias entre géneros, se puede observar una tendencia en los hombres a obtener mejores puntajes que las mujeres principalmente en matemáticas. Al respecto [16] expone cómo la brecha entre hombres y mujeres en las pruebas de aptitud escolástica han sido fuente de polémica en los Estados Unidos, pues aunque los hombres tienden a tener mejores puntajes en las pruebas para educación media, las mujeres presentan mejores puntajes en la universidad. En ese sentido, no se puede calificar al género como factor determinante de desempeño.

Si se compara la varianza entre colegios del Modelo nulo y el Nivel 1 mostradas en la Tabla 1, se obtiene:

$$1 - \frac{(\tau_0^2)_{\text{Nivel 1}}}{(\tau_0^2)_{\text{Modelo nulo}}} = 1 - \frac{28.84}{57.74} = (0.50)_{\text{Matemáticas}}; \quad 1 - \frac{9.10}{18.95} = (0.52)_{\text{Lenguaje}} \quad (12)$$

Se concluye de este resultado que el nivel socioeconómico y el sector del colegio explican la varianza entre colegios en un 50% y un 52% para matemática y lenguaje respectivamente, lo que justifica aún más la utilización de un modelo multinivel. Es decir, que algunos colegios atienden principalmente a estudiantes acomodados, mientras que otros atienden principalmente a estudiantes con pocos recursos, encontrando al interior de cada colegio una relativa homogeneidad del nivel socioeconómico. Por otro lado si se considera el sector del colegio (público o privado) como determinante de desempeño en las pruebas de estado se evidencia que aunque los colegios públicos tienen una media inferior, los colegios privados tienen mayor desviación estándar indicando disparidad entre colegios privados, esto es: la mayoría de los colegios públicos tienen un desempeño promedio, mientras que en la oferta de privados hay muchos colegios con desempeño inferior bajo y unos pocos con desempeño muy superior que mejoran el promedio, pero aumentan la varianza.

5. Conclusiones

Con base en los resultados se concluye que existe una relación directa entre algunas características no académicas del estudiante y las competencias evaluadas en la prueba *Saber11*. Colombia como la mayoría de países latinoamericanos exhiben segregación escolar, esto es, que hay colegios que atienden principalmente a estudiantes acomodados y otros que atienden principalmente a estudiantes con pocos recursos. El control

estatal sobre las instituciones de educación media se manifiesta principalmente en los colegios públicos, donde existen estándares académicos promedio; dado que hay más colegios públicos que privados, un mayor control y más interés estatal en la calidad de la educación en este sector podría mejorar notablemente la media de educación a nivel nacional. Si bien la prueba PISA no es completamente comparable con la prueba Saber11, si da un referente de educación nacional, la primera para estudiantes de 15 años con diferentes escolaridades y la segunda para todos los estudiantes que finalizan su ciclo de educación media. Para la prueba PISA del año 2009 Colombia ocupó los puestos 48 y 54 en habilidad lectora y matemáticas respectivamente, de entre 61 países participantes [17]; este resultado es coherente con los resultados obtenidos en el presente estudio, donde se obtuvieron mejores puntajes en Lenguaje que en Matemáticas. Para el año 2012 Colombia ocupó los puestos 53 y 58 en habilidad lectora y matemáticas respectivamente [18], perdiendo 4 puestos en cada categoría comparado con los resultados de 2009, esto evidencia la necesidad apremiante de mejorar la calidad a nivel nacional.

Finalmente, considerando la clasificación de colegios establecida por el Icfes: muy superior, superior, medio, inferior y muy inferior, se evidencia que aunque la gran mayoría de colegios en el nivel muy superior corresponden a colegios privados de alto costo, la diferencia entre públicos y privados en la categoría alto superior es menor, mientras que en la categoría medio la cifra es inversa, es decir hay más colegios públicos en esta categoría que privados, lo que sugiere que en carencia de recursos económicos para costear educación privada de calidad (Niveles alto superior y muy superior) resulta una mejor opción asistir a colegios públicos de categoría media, que a planteles privados en la misma.

Referencias Bibliográficas

- [1] A. G. & J. Barrientos, «Determinantes de la calidad de la educación en Colombia.,» *Archivos de Economía*, p. 88, Noviembre 2001.
- [2] T. P. & K. Wolpin, «The production of cognitive achievement in children: Home, school and racial test score gaps,» *University of Pensilvania*, p. 70, 2006.
- [3] L. Gamboa, «La teoría del valor agregado: una aproximación a la calidad de la educación en Colombia,» *Revista de Economía Universidad del Rosario*, pp. 95-116, 2003.
- [4] A. M. e. A. Iregui, «Evaluación y análisis de eficiencia de la educación en Colombia,» *Banco de la República*, p. 105, 2006.
- [5] M. Lara, «Asociación entre la efectividad de la funcionalidad familiar en las familias de los estudiantes de la facultad de enfermería de la fundación universitaria Sanitas y el rendimiento económico,» *Universidad Nacional de Colombia*, p. 70, 2009.
- [6] PISA, «Data Analysis Manual,» PISA, OECD, 2009.
- [7] H. Goldstein, «Multilevel Statistical Models,» *Bristol University*, p. 192, 1999.
- [8] S. Raudenbush, *Hierarchical Linear Models, Applications and Data Analysis Methods*, Chicago US: Sage, 2002.



- [9] J. Figel, «Competencias clave para el aprendizaje permanente,» *Al tablero*, p. 11, 2009.
- [10] L. G. Diaz, *Estadística Multivariada: inferencia y métodos*, Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2002.
- [11] Icfes, *Metodología de construcción del índice de nivel socioeconómico de los estudiantes INSE y de la clasificación socioeconómica CSE de los colegios.*, Bogotá: Icfes, 2010.
- [12] Min. Educación, «Decreto 299 de 2009: Por el cual se reglamentan algunos aspectos relacionados con la validación del Bachillerato en un sólo examen,» Imprenta Nacional, Bogotá, 2009.
- [13] D. C. Montgomery, *Introduction to linear regression analysis*, Arizona State University: John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- [14] J. Albright, «Estimating Multilevel Model using SPSS, Stata, SAS and R,» *University of Michigan*, p. 35, 2010.
- [15] M. O'Neill, *ANOVA & REML: A guide to linear mixed models in an experimental design context*, Statistical Advisory & Training Service Pty Ltd, 2010.
- [16] A. Gaviria, «Determinantes de la calidad de educación en Colombia,» *Archivos de Economía*, p. 19, 2001.
- [17] PISA, «PISA 2009 Results: what students know and can do. Students performance in reading, mathematics and science,» OECD, 2009.
- [18] PISA, «PISA 2012 Results in focus: what 15-years-old know and what they can do with what they know,» OECD, 2012.

Orjuela Viracachá, Jaime

Nació en Bogotá, Colombia. Es Ingeniero electrónico de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, de la misma ciudad. Es candidato al título de Maestría en Ciencias de la Información y las Comunicaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Se ha desempeñado como Docente de la Escuela Colombiana de Ingeniería, la Universidad Distrital y la Universidad INCCA de Colombia. Durante 2009 y 2010, participó como investigador en el Icfes. Actualmente se desempeña como Profesional Especializado en la Empresa de Telecomunicaciones de Bogotá en el área de análisis de información de redes.
e-mail: jaimeorjuela@etb.net.co

Diseño de cadenas de distribución con demanda bajo incertidumbre: una aproximación de programación lineal difusa

Design of distribution networks under uncertainty demand: A fuzzy linear programming approach

Eduyn Ramiro López-Santana

Universidad Distrital Francisco José de Caldas Facultad de Ingeniería
erlopezs@udistrital.edu.co

Germán Andrés Méndez-Giraldo

Universidad Distrital Francisco José de Caldas Facultad de Ingeniería
gmendez@udistrital.edu.co

Carlos Franco-Franco

Universidad Distrital Francisco José de Caldas Facultad de Ingeniería
cafra87@gmail.com



Fecha recibida: oct. 14/2013
Fecha modificado: dic. 6/2013
Fecha aceptado: dic. 13/2013

Resumen

Este artículo presenta un modelo para el diseño de una red de distribución considerando la demanda bajo incertidumbre en un ambiente de múltiples productos y múltiples periodos. El modelo propuesto integra un problema de localización de instalaciones y un problema de distribución con restricciones difusas en el cumplimiento de la demanda, el cual se resuelve utilizando el método de restricciones suaves propuesto por Zimmermann considerando parámetros difusos en el lado derecho de las restricciones de un problema de programación lineal entera mixta y funciones de pertenencia lineales. Los resultados encontrados muestran como la localización de las plantas y almacenes se puede conservar para en el modelo flexible, mientras se realiza un balance entre el inventario generado y el costo incurrido.

Palabras clave: redes de distribución, programación lineal difusa, demanda bajo incertidumbre.

Abstract

This paper presents a model for designing a distribution network considering the demand under uncertainty, in a multi-products and multi-periods environment. The proposal model integrates a Facility Location Problem and a Distribution Problem with fuzzy constraints in demands satisfying which is solved using the soft constraints method proposed by Zimmermann, which considers fuzzy parameters in the right hand side of a Mixed Integer Linear Programming problem and linear membership functions. The obtained results show how the localization of the plants and distribution centers can be conserved for different membership degrees, while there is a balance between the inventory and the cost.

Key words: distribution networks, fuzzy linear programming, uncertainty demand.



1. Introducción

El problema de diseño de una red de distribución ha sido ampliamente estudiado en la literatura [1], [2], [3], [4] y [5], busca satisfacer la demanda de un conjunto de clientes utilizando efectivamente los recursos disponibles, suministrando el mejor acceso posible a los clientes teniendo como criterios la distancia, el tiempo, los costos de flete, entre otros aspectos. El problema consiste en dado un conjunto de posibles ubicaciones de plantas (o fábricas) de producción y de almacenes (o centros de distribución) con unas capacidades de producción y almacenamiento, respectivamente; determinar la mejor ubicación de un número determinado de plantas y almacenes con el fin de satisfacer la demanda de un conjunto de clientes minimizando los costos asociados a la apertura de plantas y almacenes y a la distribución de los productos desde las plantas hasta los clientes finales. Por otro lado, determina cuantos productos se deben fabricar y almacenar en las plantas y almacenes, respectivamente. En la mayoría de los problemas estudiados se asume que la información de costos y demandas es conocida y determinística, ignorando que la incertidumbre de dicha información puede resultar en soluciones sub-óptimas cuando se implementan en el sistema debido a que se pueden generar inventarios cuando la demanda real es menor que la pronosticada o déficit de productos en caso contrario [6].

El problema a estudiar en este trabajo se fundamenta en cómo se debe configurar una red de distribución que consiste en un sistema integrado de localización y distribución considerando diferentes instalaciones (etapas) como fábricas, almacenes, centros de consumo y múltiples productos y periodos dentro de un horizonte de planeación. En una red de distribución los almacenes actúan como nodos intermediarios entre los proveedores y sus puntos de venta, por tanto en estos se pueden almacenar productos en inventario con el fin de abastecer demandas futuras. Problemas similares han sido analizados en trabajos como [7], [8], [9], [10] y [11]. Los métodos más sencillos tratan el problema de redes logísticas en donde los parámetros que se usan en el modelo son determinísticos y se pueden formular problemas de programación lineal entera, dadas las condiciones de apertura de plantas y almacenes. En el 2007 se publicó un método de solución para el problema discreto basado en DC Programming [1], en el problema planteado, la configuración de la red se realiza para mercados emergentes o mercados nuevos. Para utilizar esta técnica de DC programming, se reformula un problema lineal y luego se solucionan múltiples problemas lineales hasta que se obtiene la solución adecuada. También se han desarrollado métodos heurísticos o aproximados para este problema [3], donde se plantean estrategias de inicialización de las asignaciones y las plantas a utilizar, para obtener una solución inicial, se relaja el problema lineal entero, y se obtienen soluciones aproximadas, luego de esto se proceden a hacer redondeos pero teniendo en cuenta las factibilidades para no alterar la solución. Una vez se obtienen soluciones factibles se realizan perturbaciones o intercambios a la solución para saber si esta mejora.

El trabajo desarrollado en este artículo incorpora múltiples productos y la demanda bajo incertidumbre para el problema del diseño de una red de distribución. Cuando se habla de problemas de toma de decisiones bajo incertidumbre, se tiene un grado de com-

plejidad mayor debido a la presencia de variables de decisión enteras que se modelan en un entorno multietapa. Es por esto, que se han propuesto varios modelos para la optimización bajo incertidumbre y una variedad de algoritmos se han desarrollado y utilizado con éxito en muchas aplicaciones [12], [13], [14] y [15]. Algunos de estos algoritmos, permiten aproximar la solución de los problemas a gran escala basados en los métodos de muestreo y aproximaciones de la función de costo, dado que una solución exacta es mucho más difícil y requiere de más recursos computacionales [13] y [16].

Problemas similares con la demanda bajo incertidumbre han sido trabajados por Sofioglou et al. [17] en el cual la demanda tiene un comportamiento estocástico descrito por una función de densidad de probabilidad y lo resuelven mediante un aproximación por escenarios y por programación estocástica. Pan & Nagi [18] resuelven un problema similar mediante aproximación por programación estocástica y una heurística de solución para este problema. En el trabajo de Singh et al., [13] se propone un modelo de dos niveles, en el primer nivel se tienen en cuenta aquellas variables y restricciones que se incluyen y no están relacionadas con los parámetros estocásticos, por otro lado en el segundo nivel se incluyen las soluciones obtenidas en la primera etapa y se toman en cuenta las restricciones y variables asociadas a los parámetros que presentan incertidumbre. Existen numerosas y diversas aplicaciones sobre el desarrollo de configuraciones de redes logísticas como las presentadas [4], [5] y [13], sin embargo su dificultad es el tratamiento estocástico de la información y la dificultad para resolver problemas de programación estocástica, en los cuales se recurre a la utilización de heurísticas y meta-heurísticas.

Finalmente existen modelos que involucran incertidumbre mediante el uso de lógica difusa ante la dificultad de la programación estocástica, mediante la aplicación de conjuntos y números difusos para manejar la incertidumbre en algunos parámetros de un modelo de programación lineal como un intervalo. Zimmermann [19] planteo un procedimiento para resolver un problema de programación lineal con coeficientes difusos en el vector del lado derecho, conocido como programación con restricciones suaves (soft constraints programming). En este trabajo se emplearán estas técnicas de programación lineal con coeficientes intervalares en el vector del lado derecho para modelar la demanda. Se pueden encontrar trabajos relacionados como el de Selim y Ozkarahan [14] y el de Rao, Venkata y Singh [15], ambos plantean estrategias de configuración de redes logísticas en ambientes de incertidumbre lingüística. El primer modelo plantea un problema basado en programación meta planteando diversas funciones objetivo, mientras que en el segundo modelo se plantean diversos modelos lineales difusos y se soluciona iterativamente. Trabajos como los de Figueroa, López y Kalenatic [20], [21] presentan aplicaciones de modelos de programación lineal difusa para problemas de planeación de producción en ambientes de múltiples productos y múltiples periodos.

El resto de este artículo es organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se establece el modelo general para el diseño de una red de distribución en un ambiente multiproducto y multiperiodo, luego se define la demanda como un conjunto difuso y el enfoque de solución para el problema con restricciones difusas. En la sección 3 se muestra un caso de



aplicación del modelo propuesto. En la sección 4 se presentan los resultados, y en la sección 5 las conclusiones de este trabajo y algunas líneas de interés para futuros trabajos.

2. Un modelo de programación lineal difusa para el diseño de red de distribución

En esta sección se muestra el modelo general para el diseño de una red de distribución en un ambiente multiproducto y multiperiodo, luego se define la demanda como un número difuso y se establece la función de pertenencia. Finalmente se describe el método de solución para este problema aplicando el procedimiento propuesto por Zimmermann [19].

2.1. Modelo general para el diseño de una red de distribución

El modelo general para el diseño de una red de distribución se basa en un sistema dedicado a la fabricación de diferentes productos para lo cual se consideran unas posibles ubicaciones de sus plantas de producción y una serie de centros de distribución donde se almacenarán sus productos antes de ser transportados a los clientes finales. Por otro lado, se debe evaluar el tipo de tecnología para la producción de las plantas, la cual tiene diferentes consumos y costos. También en los centros de distribución es necesario seleccionar la tecnología más apropiada que garantice un almacenamiento adecuado, dado que los productos deben estar sometidos a ciertas condiciones de almacenamiento. Los supuestos de esta situación se puede resumir como:

- Existe un conjunto de tecnología disponible para el proceso de producción en las plantas; la diferencia entre tipos de tecnología radica en la capacidad y su costo.
- Existe un conjunto de tecnología disponible para el proceso de almacenamiento de los productos en los centros de distribución; la diferencia entre tipos de tecnología radica en la capacidad y su costo.
- Cada producto producido en una planta con una de las tecnologías consume una porción de la tecnología que posee la planta.
- Cada producto almacenado en un centro de distribución consume una porción de la tecnología que posee el centro de distribución.
- No se puede asignar más de un tipo de tecnología a una planta.
- No se puede asignar más de un tipo de tecnología a un centro de distribución.
- Existe una capacidad máxima de producción y envío asociada a cada planta según el tipo de tecnología.
- Existe una capacidad máxima de almacenamiento y envío asociada a cada centro de distribución según el tipo de tecnología.
- Se tiene una demanda para cada uno de los productos en cada periodo de planeación por cada punto de venta.

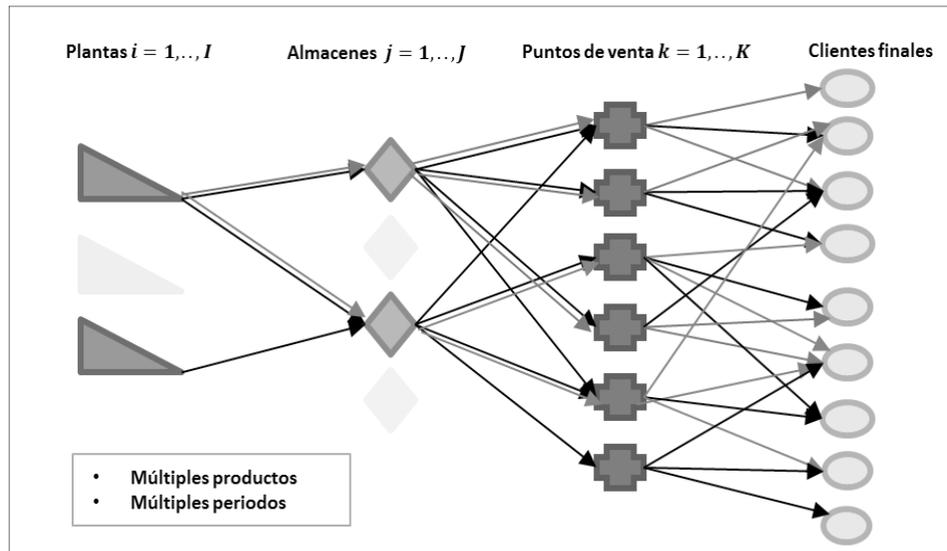


Figura 1. Estructura y conexión de una red de distribución.
Fuente: elaboración propia

El objetivo es minimizar los costos de producción y transporte de los productos desde las plantas a los centros de distribución, al igual, que los costos de mantenimiento de inventario y envío entre los centros de distribución a puntos de demanda y los costos fijos de apertura de las plantas y los centros de distribución con la tecnología necesaria para todo el horizonte de planeación. En la figura 1 se puede ver como se conectan las plantas y almacenes a través de los flujos de productos entre plantas y almacenes, y entre almacenes y puntos de venta, y los últimos suplen los clientes finales.

Conjuntos

L es el conjunto de productos, indexado en $l=1\dots L$

I es el conjunto de plantas, indexado en $i=1\dots I$

J es el conjunto de Almacenes, indexado en $j=1\dots J$

K es el conjunto de puntos de venta, , indexado en $k=1\dots K$

P es el conjunto de tecnologías de cada planta, , indexado en $p=1\dots P$

Q es el conjunto de tecnologías de cada almacén, indexado en $q=1\dots Q$

T es el conjunto de periodos, indexado en $t=1\dots T$

Parámetros

M_{ipi} : matriz de capacidades máximas (en horas disponibles) para la planta i con tecnología p en el periodo t .



V_{jqt} : matriz de capacidades máximas (en horas disponibles) para el centro de distribución j con tecnología q en el periodo t .

r_{lp} : porción de tecnología que consume el producto l producido en una planta con una de la tecnología p (en horas por unidad de producto).

s_{lq} : porción de tecnología que consume el producto l almacenado en un centro de distribución con una de la tecnología q (en horas por unidad de producto).

g_{ip} : costo fijo asociado a la apertura de la planta i con el tipo de tecnología p .

f_{jq} : costo fijo asociado a la apertura del centro de distribución j con el tipo de tecnología q .

c_{ijlp} : costo unitario asociado al tipo de producto l por ser producido y enviado desde una planta i con una tecnología p a un centro de distribución j .

b_{jklq} : costo unitario asociado al tipo de producto l por ser almacenado y enviado desde el centro de distribución j con una tecnología q a un punto de demanda k .

h_{jl} : costo unitario de mantenimiento de inventario para el producto l en el almacén j .

D_{klt} : demanda unitaria para todo el periodo de planeación del punto de venta k del tipo de producto l en el periodo t .

A_{max} : máximo número de plantas que se pueden abrir.

B_{max} : máximo número de centros de distribución que se pueden abrir.

Variables de decisión

X_{ijlpt} : cantidad en unidades enviada de la planta i con tecnología p al almacén j del producto l en periodo t .

Y_{jklqt} : cantidad en unidades enviada del Almacén j con tecnología q al punto de venta k del producto l en el periodo t .

W_{jlt} : inventario al final del periodo t del producto l en el almacén j .

A_{ip} : es una variables binaria donde (1) indica la apertura una planta i con tecnología p , (0) de lo contrario.

B_{jq} : es una variables binaria donde (1) indica la apertura un almacén j con tecnología q , (0) de lo contrario.

El modelo de programación lineal entera-mixta (MILP, Mixed Integer Linear Programming) se presenta a continuación:

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \sum_{p \in P} c_{ijlp} X_{ijlpt} + \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} \sum_{q \in Q} b_{jklq} Y_{jklqt} + \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{l \in L} h_{jl} W_{jlt} \quad (1)$$

$$+ \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} g_{ip} A_{ip} + \sum_{j \in Q} \sum_{q \in Q} f_{jq} B_{jq}$$

s. a.

$$\sum_{j \in J} \sum_{l \in L} \tau_{lp} * X_{ijlpt} \leq M_{ip} * A_{ip} \quad \forall i \in I; \forall p \in P; \forall t \in T \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{l \in L} s_{lq} * Y_{jklqt} \leq V_{jqt} * B_{jq} \quad \forall j \in J; \forall q \in Q; \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{p \in P} A_{ip} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{q \in Q} B_{jq} \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} A_{ip} \leq A_{max} \quad (6)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} B_{jq} \leq B_{max} \quad (7)$$

$$W_{jlt} = W_{j,l,t-1} + \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} X_{ijlpt} - \sum_{k \in K} \sum_{q \in Q} Y_{jklqt} \quad \forall j \in J; \forall l \in L; \forall t \in T \quad (8)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklqt} \geq D_{klt} \quad \forall k \in K; \forall l \in L; \forall t \in T \quad (9)$$

$$X_{ijlpt} \geq 0$$

$$Y_{jklqt} \geq 0$$

$$\forall i \in I; \forall j \in J; \forall l \in L; \forall p \in P; \forall t \in T$$

$$\forall j \in J; \forall k \in K; \forall l \in L; \forall q \in Q; \forall t \in T$$

$$W_{jlt} \geq 0$$

$$A_{ip} \in \{0,1\}$$

$$B_{jq} \in \{0,1\}$$

$$\forall j \in J; \forall l \in L; \forall t \in T$$

$$\forall i \in I; \forall p \in P$$

$$\forall j \in J; \forall q \in Q$$

(10)

Para este modelo en (1) se busca minimizar los costos totales de la cadena de distribución. Las restricciones (2) y (3) se refieren al cumplimiento de la capacidad de plantas y centros de distribución en cada uno de los periodos, respectivamente. La restricción (4) se refiere a que cada planta abierta debe tener un solo tipo de tecnología, y la restricción (6) que máximo se puede abrir un número determinado de plantas en todo el horizonte de planeación, (5) y (7) son similares pero para los centros de distribución. La restricción (8) es de balance de productos e inventarios en cada centro de distribución, por cada producto y en cada periodo. La restricción (9) asegura que se debe satisfacer la demanda de cada cliente, producto y en cada periodo. La restricción (10) se refiere a la naturaleza de las variables de decisión.

2.2. La demanda como un número difuso

Respecto a la demanda se tiene que en la realidad esta nunca se conoce con certeza absoluta, inclusive con los métodos más robustos de pronósticos no se puede garantizar que se conocerá exactamente el valor de ésta, es así que la demanda posee una incertidumbre inmersa la cual es necesaria incluir dentro de la toma de decisiones, en otras palabras la demanda posee un carácter de imprecisión para cada producto, cliente y periodo que se puede considerar como un intervalo (ver ecuación 11).

$$D_{klt} \in [D_{klt}^-, D_{klt}^+] \quad \forall k \in K; \forall l \in L; \forall t \in T \quad (11)$$

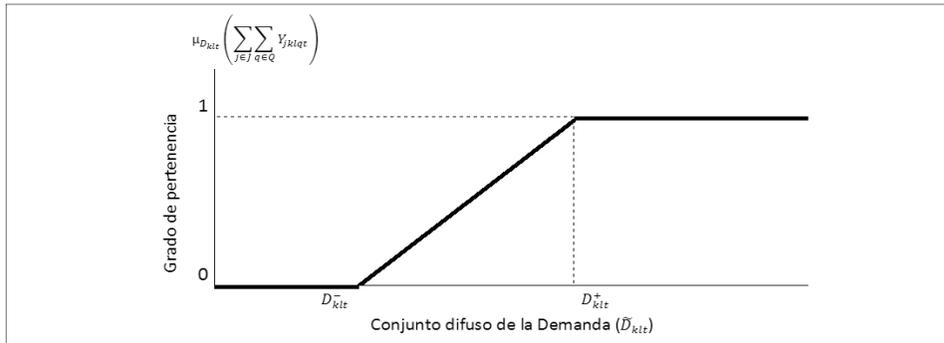


Figura 2. Función de pertenencia par la demanda
Fuente: elaboración propia

Entonces este intervalo se puede considerar como un número difuso tipo I, al cual se le puede asociar una variable lingüística como lo es el nivel de proyección de ventas, indicando que la cantidad de ventas tiene una pertenencia a la variable de ventas pesimistas si es inferior a D_{kit}^- , y si es superior a D_{kit}^+ se considerarían ventas optimistas. El objetivo es determinar dentro del intervalo $[D_{kit}^-; D_{kit}^+]$ un valor más preciso (cerrado o pequeño) que garantice un costo mínimo y que sea útil para la planeación de ventas y el diseño de una red de distribución.

Si la demanda se considera como un conjunto difuso entonces la restricción de cumplimiento de demanda (9) tendría la siguiente función de pertenencia ($\mu_{D_{kit}}(\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklt})$) para un conjunto difuso definido sobre un intervalo como se muestra en la Figura 2.

Para D_{kit}^+ se asocia la máxima pertenencia, es decir un valor de 1, de tal forma que la función representada en la figura 2 se puede modelar como se muestra en la ecuación (12). Si la demanda es menor que D_{kit}^- la pertenencia es cero. Para valores dentro del intervalo la pertenencia se representada mediante funciones lineales.

$$\mu_{D_{kit}}\left(\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklt}\right) = \begin{cases} 1 & \sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklt} \geq D_{kit}^+ \\ \frac{\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklt} - D_{kit}^-}{D_{kit}^+ - D_{kit}^-}, & D_{kit}^- \leq \sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklt} \leq D_{kit}^+ \\ 0 & \sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklt} \leq D_{kit}^- \end{cases} \quad \forall k \in K; \forall l \in L; \forall t \in T \quad (12)$$

2.3. Procedimiento de solución de Zimmermann

Zimmermann [19] planteo un modelo conocido como soft constraints model, en donde se busca hallar el valor máximo de las funciones difusas que satisfagan las restricciones, para esto se busca maximizar el grado de satisfacción de los conjuntos difusos. Este método utiliza funciones de pertenencia lineales para un problema dado como $\max_{x \geq 0} \{z = c'x \mid Ax \lesssim \tilde{b}\}$, donde \lesssim indica que la restricción tiene un orden parcial difuso, que

implica una flexibilidad en la restricción, b^{\sim} se presenta como un conjunto difuso con una función de pertenencia $\mu_{b^{\sim}}(A_{ij}x_j)$ dada por

$$\mu_{b^{\sim}}(A_{ij}x_j) = \begin{cases} 1 & A_{ij}x_j \leq b_j^- \\ \frac{b_j^+ - A_{ij}x_j}{b_j^+ - b_j^-} & b_j^- \leq A_{ij}x_j \leq b_j^+ \\ 0 & A_{ij}x_j \geq b_j^+ \end{cases} \quad (13)$$

Esta función de pertenencia se puede representar gráficamente por la figura 3 (a). El procedimiento de solución está dado como:

1) Encontrar dos cotas z^- y z^+ (inferior y superior, respectivamente) para la función objetivo, donde z^- es calculada resolviendo el PL con b^- y z^+ es calculada con b^+ .

2) Definir un conjunto difuso lineal para z dado por:

$$\mu_z(c'x) = \begin{cases} 0 & c'x \leq z^- \\ \frac{z^- - c'x}{z^- - z^+} & z^- \leq c'x \leq z^+ \\ 1 & c'x \geq z^+ \end{cases} \quad (14)$$

Esta función de pertenencia se puede representar gráficamente por la Figura 3 (b). Cuando los valores de la función objetivo son mayores a la cota superior se asigna un valor de 1 (máxima grado de pertenencia) y cuando son menores a la cota inferior se asigna un valor de 0. Dentro del intervalo se asume una función lineal.

3) Encontrar el máximo nivel de pertenencia sobre la intersección de las funciones de pertenencia para todos los conjuntos difusos $\max\{\mu_i(\mu_{b^{\sim}}(A_{ij}x_j), \mu_z(c'x))\}$. La intersección de conjuntos difusos se puede representar por el operador min, de tal forma que se desea resolver el

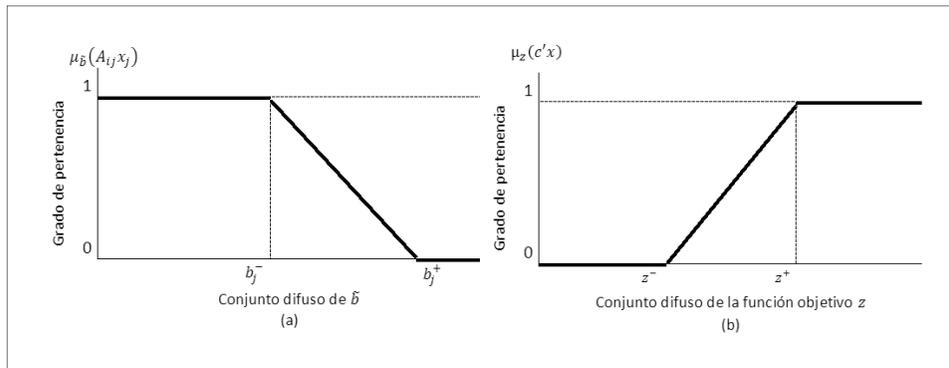


Figura 3. Función de pertenencia par y para
Fuente: Elaboración propia.



problema $\max \min_j \{ \mu_{\bar{b}_j}(A_{ij}x_j), \mu_z(c'x) \}$. Este problema no lineal se puede resolver mediante un modelo de programación lineal equivalente definido α como es grado de satisfacción de todos los conjuntos difusos. Este PL esta dado como:

$$\begin{aligned} & \max \{ \alpha \} \\ & \text{s.a.} \\ & c'x - \alpha(z^+ - z^-) = z^- \\ & Ax + \alpha(b^+ - b^-) \leq b^+ \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

2.4. Procedimiento de solución

El método descrito en la sección anterior se puede aplicar al modelo de MIPL dado por (1)-(10), donde las restricciones (9) son restricciones suaves modeladas como un numero difuso descrito en la sección 2.2. El método para este caso se describe a continuación.

1) Encontrar una cota $Z^-(\cdot)$ para la función objetivo dada por (1), donde $Z^-(\cdot)$ es calculada resolviendo el MIPL con D_{klt}^- en las restricciones (9).

2) Encontrar una cota $Z^+(\cdot)$ para la función objetivo dada por (1), donde $Z^+(\cdot)$ es calculada resolviendo el MIPL con D_{klt}^+ en las restricciones (9).

3) Definir un conjunto difuso lineal para $Z(\cdot)$ dado la ecuación (16). Esta función de pertenencia se puede representar gráficamente por la Figura 4. Se asigna el mayor grado de pertenencia para los valores de la función objetivo menores a la cota inferior, y cero cuando son mayores a la cota superior. En el intervalo se asume una función lineal.

$$\mu_Z(Z(\cdot)) = \begin{cases} 1 & Z(\cdot) \leq Z^-(\cdot) \\ \frac{Z^+(\cdot) - Z(\cdot)}{Z^+(\cdot) - Z^-(\cdot)} & Z^-(\cdot) \leq Z(\cdot) \leq Z^+(\cdot) \\ 0 & Z^+(\cdot) \leq Z(\cdot) \end{cases} \tag{16}$$

Resolver el siguiente modelo de MIPL que equivale a encontrar el máximo grado de pertenencia (α) de $\max \{ \cap_{klt} \{ \mu_{D_{klt}}(\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jkltq}), \mu_Z(Z(\cdot)) \} \} = \max_{klt} \min \{ \mu_{D_{klt}}(\sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jkltq}), \mu_Z(Z(\cdot)) \}$:

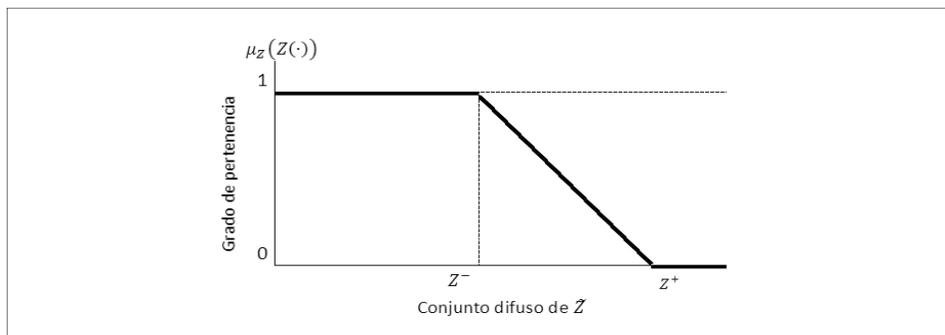


Figura 4. Función de pertenencia para la función objetivo
Fuente: elaboración propia

$$\begin{aligned} & \max \{ \alpha \} & (17) \\ \text{s.a.} & & \\ & Z^+(\cdot) - Z(\cdot) \geq \alpha(Z^+(\cdot) - Z^-(\cdot)) & (18) \\ & \sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} Y_{jklqt} - D_{klt}^- \geq \alpha(D_{klt}^+ - D_{klt}^-) & \forall k \in K; \forall l \in L; \forall t \in T & (19) \\ & \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} r_{ip} * X_{ijlpt} \leq M_{ip} * A_{ip} & \forall i \in I; \forall p \in P; \forall t \in T & (20) \\ & \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} s_{iq} * Y_{jklqt} \leq V_{jq} * B_{jq} & \forall j \in J; \forall q \in Q; \forall t \in T & (21) \\ & \sum_{p \in P} A_{ip} \leq 1 & \forall i \in I & (22) \\ & \sum_{q \in Q} B_{jq} \leq 1 & \forall j \in J & (23) \\ & \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} A_{ip} \leq A_{max} & & (24) \\ & \sum_{j \in J} \sum_{q \in Q} B_{jq} \leq B_{max} & & (25) \\ & W_{jlt} = W_{j,l,t-1} + \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} X_{ijlpt} - \sum_{k \in K} \sum_{q \in Q} Y_{jklqt} & \forall j \in J; \forall l \in L; \forall t \in T & (26) \\ & 0 \leq \alpha \leq 1 & & \\ & X_{ijlpt} \geq 0 & \forall i \in I; \forall j \in J; \forall l \in L; \forall p \in P; \forall t \in T & \\ & Y_{jklqt} \geq 0 & \forall j \in J; \forall k \in K; \forall l \in L; \forall q \in Q; \forall t \in T & \\ & W_{jlt} \geq 0 & \forall j \in J; \forall l \in L; \forall t \in T & (27) \\ & A_{ip} \in \{0,1\} & \forall i \in I; \forall p \in P & \\ & B_{jq} \in \{0,1\} & \forall j \in J; \forall q \in Q & \end{aligned}$$

3. Ejemplo de aplicación

Se presenta el siguiente ejemplo para mostrar la aplicación del modelo propuesto y del enfoque de solución. Se consideran 5 plantas, 4 centros de distribución, 4 clientes, 4 y 3 tipos de tecnología para plantas y centros de distribución respectivamente, 5 periodos de horizonte de planeación y se pueden abrir máximo 2 plantas y 2 centros de distribución. Se fabrican un solo tipo de producto (aunque se puede ampliar a múltiples productos). La información de los parámetros descritos en la sección 2.1 se encuentra en la Tablas I a VI), por facilidad se toma la capacidad de las plantas y de los almacenes constantes en todo el horizonte de planeación.

Tabla I
Porción de consumo de tecnología (horas/unidad)

Plantas		Almacenes	
<i>l, p</i>	<i>r_{ip}</i>	<i>l, q</i>	<i>s_{iq}</i>
1, 1	0.969085	1, 1	0.918330
1, 2	0.389046	1, 2	0.913122
1, 3	0.858348	1, 3	0.994356
1, 4	0.928971		
2, 4	0.071029		

Fuente: Elaboración propia.

Tabla II
Costo de mantenimiento de inventario en almacenes (\$/unidad)

<i>j, l</i>	<i>h_{jl}</i>
1,1	11
2,1	10
3,1	10
4,1	11

Fuente: Elaboración propia.



Tabla III
Capacidades (horas /periodo) y costos fijos (\$/planta-almacén)

Plantas			Almacenes		
i, p	M_{ip}	g_{ip}	j, q	V_{jq}	f_{jq}
1, 1	2000	3090000	1, 1	4500	3650000
2, 1	2800	3060000	2, 1	3825	5600000
3, 1	2250	3480000	3, 1	4005	5600000
4, 1	2475	3480000	4, 1	4140	3400000
5, 1	3000	3000000	1, 2	3735	4300000
1, 2	2000	2850000	2, 2	4140	4200000
2, 2	2175	3180000	3, 2	3915	5150000
3, 2	2125	2850000	4, 2	3825	3650000
4, 2	2400	3360000	1, 3	4725	4450000
5, 2	2275	3030000	2, 3	4185	4900000
1, 3	2225	3000000	3, 3	4545	4800000
2, 3	2000	3330000			
3, 3	2675	3540000			
4, 3	2250	3450000			
5, 3	2900	3360000			
1, 4	2200	3120000			
2, 4	2975	2880000			
3, 4	2475	3510000			
4, 4	2900	2880000			
5, 4	2225	3570000			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla IV
Demanda por punto de venta, producto y periodo (unidades/periodo)

k, l, t	D_{klt}^-	D_{klt}^+	k, l, t	D_{klt}^-	D_{klt}^+
1,1,1	765	931	3,1,3	989	1149
2,1,1	832	987	1,1,4	1831	1933
3,1,1	666	806	2,1,4	941	1115
1,1,2	1001	1155	3,1,4	1947	2089
2,1,2	1121	1270	1,1,5	2148	2287
3,1,2	572	760	2,1,5	2240	2425
1,1,3	1191	1323	3,1,5	2771	3951
2,1,3	1484	1670			

Fuente: Elaboración propia.

Tabla V
Costo de envío de planta a almacén (\$/unidad)

i, j, t	c_{ijp}			
	1	2	3	4
1,1,1	47	59	48	57
2,1,1	47	50	55	34
3,1,1	50	57	38	41
4,1,1	29	41	27	59
5,1,1	43	49	39	56
1,2,1	31	40	55	55
2,2,1	35	27	30	35
3,2,1	55	53	43	57
4,2,1	39	44	37	37
5,2,1	38	41	43	32
1,3,1	25	46	58	53
2,3,1	46	43	43	39
3,3,1	60	33	52	35
4,3,1	57	44	55	45
5,3,1	50	26	39	40
1,4,1	52	43	58	31
2,4,1	33	35	56	52
3,4,1	59	55	27	44
4,4,1	30	40	48	25
5,4,1	47	30	54	27

Fuente: Elaboración propia.

Tabla VI
Costo de envío de almacén a cliente (\$/unidad)

j, k, t	t_{jkt}		
	1	2	3
1,1,1	27	23	27
2,1,1	38	25	40
3,1,1	44	46	33
4,1,1	20	36	32
1,2,1	21	26	38
2,2,1	42	46	39
3,2,1	28	23	24
4,2,1	37	46	32
1,3,1	40	37	23
2,3,1	36	27	45
3,3,1	22	41	27
4,3,1	48	25	25
1,4,1	36	38	40
2,4,1	42	36	46
3,4,1	30	22	46
4,4,1	36	47	36

Fuente: Elaboración propia.

4. Resultados

Este problema se ejecutó en Xpress-MP 7.4 en Windows 8 64-bit, con un procesador Intel i5 3337 (2×1.8 GHz) y 6GB de RAM. Los modelos se resolvieron entre 30 y 60 segundos. La tabla VII muestra los resultados respecto a la cantidad de productos que ingresa y sale de cada almacén en cada periodo y el inventario al final del mismo. También se muestra el total de unidades para estas variables así como su costo de producción, almacenamiento y el costo total. Las 2 primeras columnas presentan el periodo y el almacén. Las columnas 2, 4, y 5 presentan la solución para $Z^-(\cdot)$, las columnas 6, 7, y 8 para $Z^+(\cdot)$ y las columnas 9, 10 y 11 para el modelo de programación lineal entera mixta difusa.

En cuanto apertura de plantas en los tres modelos se decide abrir una planta ($i=2$) con la misma tecnología ($p=2$), mientras que para los almacenes se puede observar como la decisión de apertura en la cota inferior y del modelo difuso es la misma (almacenes $j=2$ y 3 con tecnologías $q=1$ y 2, respectivamente), mientras que para la cota superior la configuración es diferente (almacenes $j=1$ y 2 con tecnología $q=1$). Los costos de apertura de plantas y almacenes son los mismos en los tres modelos, la diferencia son los tipos de tecnología utilizados.

Respecto a las cantidades enviadas desde las plantas hacia los almacenes y de estos a los puntos de venta los resultados del modelo difuso están dentro del rango dado por los resultados de la cota inferior y superior. Un comportamiento similar se presenta con el total de unidades en inventario generado en el horizonte de planeación, aunque para el modelo de la cota inferior se incurre en inventario en los periodos 3 y 4, para los otros dos modelos se incurren en los periodos 2, 3, y 4. Los costos de producción y envío desde plantas, de almacenamiento y envío desde almacenes y de inventario presentan las misma tendencia que la unidades, aunque se utilizan distintas tecnologías, el modelo difuso obtuvo un resultado intermedio entre la cota inferior y la cota superior indicando un nivel de ventas que debe satisfacerse con ese grado de satisfacción de las restricciones de los conjuntos difusos.

En resumen para esta aplicación, se obtiene un $Z^-(\cdot)$ de 11'263,645.00, un $Z^+(\cdot)$ de 11'562,954.10 y $Z^*(\cdot)$ de 11'407,607.10. El grado de pertenencia obtenido fue de 0.519. En la figura 5 se observa cómo se encuentra un valor de la demanda para un producto en cada uno de los puntos de venta, también se intenta alcanzar el mínimo costo (cota inferior de los valores de la función objetivo).



Tabla VIII
Resultados ejemplo aplicación

t	j	Modelo Cota inferior Z ⁻ (·)			Modelo Cota superior Z ⁺ (·)			Modelo difuso		
		$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} X_{ijtp}$	$\sum_{k \in K} \sum_{q \in Q} Y_{kjqt}$	W_{jlt}	$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} X_{ijtp}$	$\sum_{k \in K} \sum_{q \in Q} Y_{kjqt}$	W_{jlt}	$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} X_{ijtp}$	$\sum_{k \in K} \sum_{q \in Q} Y_{kjqt}$	W_{jlt}
1	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	2	1431.00	1431.00	0.00	2724.00	2724.00	0.00	1589.82	1589.82	0.00
1	3	832.00	832.00	0.00	0.00	0.00	0.00	912.45	912.45	0.00
1	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	2	1573.00	1573.00	0.00	4355.20	3185.00	1170.20	1766.35	1750.50	15,85
2	3	1121.00	1121.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1198.33	1198.33	0,00
2	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,00
3	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,00
3	2	2180.00	2180.00	0.00	5590.60	4142.00	2618.80	4010.06	2331.55	1694,36
3	3	2180.80	1484.00	696.80	0.00	0.00	0.00	1580.54	1580.54	0,00
3	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,00
4	1	0.00	0.00	0.00	971.83	971.83	0.00	0.00	0.00	0,00
4	2	3778.00	3778.00	0.00	4618.77	4165.17	3072.40	4559.29	3904.64	2349,01
4	3	1812.60	941.00	1568.40	0.00	0.00	0.00	1031.31	1031.31	0,00
4	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,00
5	1	0.00	0.00	0.00	4497.83	4497.83	0.00	0.00	0.00	0,00
5	2	4165.17	4165.17	0.00	1092.77	4165.17	0.00	1816.16	4165.17	0,00
5	3	1425.43	2993.83	0.00	0.00	0.00	0.00	3774.44	3774.44	0,00
5	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0,00
Total unidades		20499.00	20499.00	2265.20	23851.00	23851.00	6861.40	22238.75	22238.75	4059.22
Costo transporte e inventario		671422.00	669571.00	22652.00	769779.00	824561.00	68614.10	736399.00	730616.00	40592.10
Costo apertura		2850000.00	7050000.00		2850000.00	7050000.00		2850000.00	7050000.00	
Costo total			11263645,00			11562954,10			11407607,10	

Fuente: Elaboración propia.

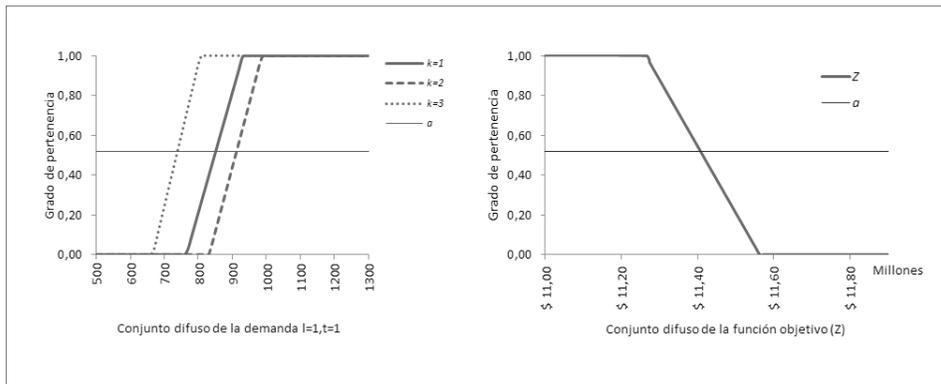


Figura 5. Resultados del máximo grado de pertenencia para la demanda (tres clientes (k), un producto, un periodo) y función objetivo
Fuente: elaboración propia

5. Conclusiones y trabajos futuros

En este trabajo se consideraron algunas extensiones a los modelos clásicos de diseño de redes de distribución como los múltiples productos y periodos, la elección entre diferentes tipos de tecnologías para las plantas y almacenes, el almacenamiento de inventario en los centros de distribución y la inclusión de la demanda como un número difuso. Diferentes aplicaciones prácticas pueden tener estas características lo cual hace que el modelo propuesto en este artículo tenga una gran aplicabilidad para implementarlo en el diseño de redes de distribución reales.

El modelo propuesto genera un valor de la demanda que se acota por la función de pertenencia, es decir, que el modelo realiza un balance entre dos cotas de la función objetivo y entre el cumplimiento de la demanda con un costo mínimo, por eso es un modelo flexible. Esto permite hacer un análisis de la variable lingüística asociada, que en este caso es la proyección de ventas, la cual genera valores más confiables acerca de lo que se tiene que vender en cada periodo de tiempo, para minimizar los costos y cumplir con las expectativas planteadas en los escenarios propuestos. El entendimiento de esta variable es fundamental para la comprensión del modelo y sus alcances conceptuales, ya que sin ese entendimiento, el modelo podría no tener ninguna validez teórica ni práctica.

La implementación de este modelo en un contexto real, dentro de una compañía, supone la colaboración de diferentes áreas, como la financiera, donde se encuentran los costos asociados a la cadena de abastecimiento; el área de logística, donde se pueden encontrar las redes asociadas y las necesidades respecto al modelo, y los grupos multidisciplinares (crossfunctional groups) para estimar los escenarios optimistas y pesimistas de la demanda.

Para trabajos futuros se puede considerar otro tipo de funciones de pertenencia y otros parámetros flexibles como los costos, los coeficientes tecnológicos, las capacidades, etc. También la aplicación de conjuntos difusos Tipo II, que permiten medir la incertidumbre de las distintas funciones de pertenencia para un mayor manejo de la incertidumbre en el sistema.

Agradecimientos

Agradecemos a Fair Isaac Corporation (FICO) por proveernos licencias de uso académico de Xpress –MP bajo el programa académico (Academic Partner Program) suscrito con la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. También agradecemos al revisor por sus valiosos comentarios y sugerencias que ayudaron a presentar mejor el modelo propuesto y los resultados obtenidos.

Referencias bibliográficas

- [1] N. C. Nam, T. H. L. An, and P. D. Tao, "A Branch and Bound Algorithm Based on DC Programming and DCA for Strategic Capacity Planning in Supply Chain Design for a New Market Opportunity," in *Operations Research Proceedings 2006*, P. D. K.-H. Waldmann and D.-W.-I. U. M. Stocker, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2007, pp. 515–520.
- [2] Y. Yin, I. Kaku, J. Tang, and J. Zhu, "Supply Chain Design Using Decision Analysis," in *Data Mining*, Springer London, 2011, pp. 121–132.
- [3] R. Velásquez, M. T. Melo, and S. Nickel, "An LP-based Heuristic Approach for Strategic Supply Chain Design," in *Operations Research Proceedings 2005*, P. D. H.-D. Haasis, P. D.-I. H. Kopfer, and D. J. Schönberger, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2006, pp. 167–172.
- [4] T. Seidel, "Rapid Supply Chain Design by Integrating Modelling Methods," in *Build To Order*, G. Parry and A. Graves, Eds. Springer London, 2008, pp. 277–295.



- [5] S.-H. Liao and C.-L. Hsieh, "Integrated Location-Inventory Retail Supply Chain Design: A Multi-objective Evolutionary Approach," in *Simulated Evolution and Learning*, K. Deb, A. Bhattacharya, N. Chakraborti, P. Chakraborty, S. Das, J. Dutta, S. K. Gupta, A. Jain, V. Aggarwal, J. Branke, S. J. Louis, and K. C. Tan, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 533–542.
- [6] Z.-J. M. Shen and M. S. Daskin, "Trade-offs Between Customer Service and Cost in Integrated Supply Chain Design," *MSOM*, vol. 7, no. 3, pp. 188–207, Jun. 2005.
- [7] H. Yan, Z. Yu, and T. C. Edwin Cheng, "A strategic model for supply chain design with logical constraints: formulation and solution," *Computers & Operations Research*, vol. 30, no. 14, pp. 2135–2155, Dec. 2003.
- [8] R. Hammami, Y. Frein, and A. B. Hadj-Alouane, "A strategic-tactical model for the supply chain design in the delocalization context: Mathematical formulation and a case study," *International Journal of Production Economics*, vol. 122, no. 1, pp. 351–365, Nov. 2009.
- [9] S. Talluri and R. C. Baker, "A multi-phase mathematical programming approach for effective supply chain design," *European Journal of Operational Research*, vol. 141, no. 3, pp. 544–558, Sep. 2002.
- [10] B. M. Beamon, "Supply chain design and analysis," *International Journal of Production Economics*, vol. 55, no. 3, pp. 281–294, Aug. 1998.
- [11] V. Jayaraman and A. Ross, "A simulated annealing methodology to distribution network design and management," *European Journal of Operational Research*, vol. 144, no. 3, pp. 629–645, Feb. 2003.
- [12] N. V. Sahinidis, "Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities," *Computers & Chemical Engineering*, vol. 28, no. 6–7, pp. 971–983, Jun. 2004.
- [13] A. R. Singh, R. Jain, and P. K. Mishra, "Capacities-based supply chain network design considering demand uncertainty using two-stage stochastic programming," *Int J Adv Manuf Technol*, pp. 1–8.
- [14] H. Selim and I. Ozkarahan, "A supply chain distribution network design model: An interactive fuzzy goal programming-based solution approach," *Int J Adv Manuf Technol*, vol. 36, no. 3–4, pp. 401–418, Mar. 2008.
- [15] K. N. Rao, K. V. Subbaiah, and G. V. P. Singh, "Design of supply chain in fuzzy environment," *J Ind Eng Int*, vol. 9, no. 1, pp. 1–11, Dec. 2013.
- [16] S. Ahmed and N. V. Sahinidis, "An Approximation Scheme for Stochastic Integer Programs Arising in Capacity Expansion," *Operations Research*, vol. 51, no. 3, pp. 461–471, May 2003.
- [17] M. C. Georgiadis, P. Tsiakis, P. Longinidis, and M. K. Sofioglou, "Optimal design of supply chain networks under uncertain transient demand variations," *Omega*, vol. 39, no. 3, pp. 254–272, Jun. 2011.
- [18] F. Pan and R. Nagi, "Robust supply chain design under uncertain demand in agile manufacturing," *Computers & Operations Research*, vol. 37, no. 4, pp. 668–683, Apr. 2010.
- [19] H.-J. Zimmermann, "Fuzzy programming and linear programming with several objective functions," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 45–55, Jan. 1978.
- [20] J. C. Figueroa-García, C. A. Lopez-Bello, and D. Kalenatic, "An iterative algorithm for fuzzy mixed production planning based on the cumulative membership function," *Ingeniería*, vol. 16, no. 2, pp. 6–17, 2011.

- [21] J. C. Figueroa-García, D. Kalenatic, and C. A. Lopez-Bello, "Multi-period Mixed Production Planning with uncertain de-mands: Fuzzy and interval fuzzy sets approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 206, pp. 21–38, Nov. 2012.

Eduyn Ramiro López-Santana

Nació en Bogotá, Colombia. Es Ingeniero Industrial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, de Bogotá, Colombia, donde obtuvo el Grado de Honor Francisco José de Caldas en 2009. Obtuvo su título de Especialista en Gestión de Proyectos de Ingeniería, de la misma universidad en 2011. Obtuvo su título de Maestría en Ingeniería Industrial en la Universidad de los Andes de Bogotá, Colombia, 2013. Actualmente se desempeña como profesor asistente en el área de producción e investigación de operaciones en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, y pertenece como investigador al grupo Sistemas Expertos y Simulación donde realiza estudios sobre dinámica de sistemas y optimización. e-mail: erlopezs@udistrital.edu.co

Germán Andrés Méndez-Giraldo

Nació en Bogotá, Colombia. Es Ingeniero Industrial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, de Bogotá, Colombia. Obtuvo su título de Maestría en Ingeniería Industrial en la Universidad de los Andes de Bogotá, Colombia, 1998. Obtuvo su Doctorado en Ciencias Técnicas en la Universidad de las Villas, Santa Clara, Cuba, 1999. Se desempeñó como Jefe de Producción en industrias nacionales y multinacionales, Gerente y Coordinador de proyectos. Consultor y asesor empresarial. Es profesor titular de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Distrital desde 1995 y se ha desempeñado en diversos cargos dentro de la Institución como coordinador de la Especialización en Ingeniería de Producción, de la Maestría en Ingeniería Industrial, fue Jefe de la Oficina de Relaciones Interinstitucionales y Vicerrector Administrativo y financiero de la Universidad Distrital. Actualmente se desempeña como profesor en el área de investigación de operaciones en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, y pertenece como investigador y director del grupo Sistemas Expertos y Simulación donde realiza estudios sobre sistemas expertos, dinámica de sistemas y optimización. e-mail: gmendez@udistrital.edu.co

Carlos Alberto Franco-Franco

Nació en Bogotá, Colombia. Es Ingeniero Industrial de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia. Obtuvo su título de Maestría en Ingeniería Industrial en la Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia. Actualmente se desempeña como profesor en el área de investigación de operaciones en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia, y pertenece como investigador al grupo Sistemas Expertos y Simulación donde realiza estudios sobre meta heurísticas y optimización combinatoria. e-mail: cafra87@gmail.com

Towards Solving Matrix Games with Interval Type-2 Fuzzy Uncertainty through Linear Optimization

Hacia la solución de juegos matriciales con incertidumbre difusa Tipo-2 a través de optimización lineal

Abstract

This paper presents some theoretical and computing considerations about how to deal with fuzzy uncertainty in the parameters of the classical games model. Indeed, when multiple experts are involved in a game situation, then their opinions lead to have uncertainty since most of the times they are not agree to each others. This kind of uncertainty can be modeled using Type-2 fuzzy sets, which implies a specialized methods and sub-models.

Some considerations about the use of Type-2 fuzzy sets and what does this imply when computing solutions, are presented. A general model which includes this kind of uncertainty is defined on the base of the extension principle and α -cuts representation theorem. A possible way for solving this model is glimpsed and put down for discussion and implementation.

Key words: Fuzzy linear programming, Type-2 fuzzy sets, Games theory

Resumen

Este artículo presenta algunas consideraciones computacionales y teóricas acerca de cómo incluir incertidumbre difusa en los parámetros de un problema clásico de juegos. De hecho, cuando varios expertos están involucrados en un problema de juegos, todas sus opiniones llevan a pensar en una fuente incertidumbre, ya que muchas veces esos expertos no están de acuerdo entre sí. Ese tipo de incertidumbre puede modelarse mediante conjuntos difusos Tipo-2, lo que implica usar modelos y métodos especiales para llegar a una respuesta adecuada.

Se presentan algunos aspectos importantes acerca del cálculo de soluciones en presencia de este tipo de incertidumbre. Un modelo general

Juan Figueroa-García

Universidad Distrital Francisco
José de Caldas
jcfigueroag@udistrital.edu.co

Germán Hernández

Universidad Nacional de
Colombia
gjhernandezp@gmail.com

Carlos Franco

Universidad Distrital Francisco
José de Caldas
kaifraud@hotmail.com



Fecha recibido: oct. 16/2013
Fecha modificado: dic. 9/2013
Fecha aceptado: dic. 13/2013

que incluye incertidumbre difusa Tipo-2 es presentado, el cual se basa en el principio de extensión y el teorema de representación de α -cortes. Un posible método de solución es puesto a consideración para discusión e implementación.

Palabras clave: programación Lineal Difusa, Conjuntos difusos Tipo-2, Teoría de juegos

1. Introduction and motivation

Recently, analysis of both incomplete and uncertainty-based information have lead to develop appropriate method for solving more complex problems. One of the most developed tools are fuzzy sets, which are based on the idea of projecting a variable $x \in X$ to the domain $[0, 1]$ using a linguistic label (word) A that represents a concept itself. Thus, the perception of an expert about X is represented through a membership function, $\mu_A(x)$.

Classical zero-sum games do not include uncertainty in their payments matrix (even when decisions are uncertain in practice). This payment matrix represents the value of the retribution and/or losses that each player has in regards to the other, where that payments matrix was initially defined in a deterministic way.

Now, when linguistic uncertainty about the perception of multiple experts about a game situation, then some interesting questions around the use of Type-2 fuzzy sets for involving uncertainty begin to appear, so this paper is focused on providing a theoretical basis for designing specialized models and methods to solve this kind of problems. A good introduction about classical fuzzy sets methods, and fuzzy linear programming models applied to matrix games is provided by Bector and Chandra [1]. In general, the proposals of Cunlin and Qiang [7], Vijay, Chandra and Bector [24], Butnariu [3], and Campos [5], which are based on linear programming methods to find a crisp solution of a fuzzy game, could be extended to a Type-2 fuzzy environment.

This paper is divided into five principal sections. In Section 1 the Introduction and Motivation is presented. In Section 2, the classical two-players game is described, and its LP formulation presented. In Section 3, some basics on Type-2 fuzzy sets are introduced. In Section 4, a Type-2 fuzzy games model is presented. Section 5 presents a proposal for solving this kind of problems under uncertainty, and finally in Section 6 some concluding remarks are suggested.

1.1. A discussion

When a problem is deterministic, a large variety of methods can be used to solve it, at least conceptually, regardless of their complexity. Uncertainty clouds the definition of optimality and makes the decision process that much more difficult due to our inability to predict outcomes with certainty.

Games decision problems often involve another individual who may be an antagonistic opponent. We must make decisions knowing that the result will be governed in part by the actions of a competitor. In this way, a deterministic point of view would not be an



appropriate approach, since the payments of the game sometimes are defined by experts who express such opinions using words instead of crisp numbers.

Now, when multiple experts are asked for defining a payment matrix in a game situation, then multiple perceptions are involved. This leads us to think in how to deal with those opinions, using well known methods for finding a solution of the game, such as linear programming, fuzzy sets, and fuzzy equations.

However, the use of the judgement of multiple experts implies the development of special measures and methods. One of the most useful tools is, in this case, the theory of Type-2 fuzzy sets, may help us to deal with the perception of multiple people thinking about a concept (e.g. a word) regarding to a variable, or a payoff in our case.

There are some special models to address matrix games when fuzzy uncertainty is involved, mostly focused on obtaining a crisp solution of the game using linear programming models, and some additional suppositions. Campos [5] proposes to solve the game using a full satisfaction degree of all fuzzy sets by maximizing chance constrained models, possibilistic models, and triangular fuzzy sets. Bector and Chandra [1] extended some of the results of Campos to games involving both fuzzy payoffs and fuzzy goals. Until the current date, there is no any report on specialized literature (recognized journals and books) referring to the use of Type-2 fuzzy linguistic uncertainty, which is common in practical applications involving experts.

2. The classical two-players game

A two-players game is a situation where two actors are trying to make a move to earn the best possible benefits, given the possible moves of the other player. This implies that each player has to know how much does a move is paying or charging to its budget, so a move gives gains to a player while its opponent losses.

In this problem, all payments can be represented by using a *payment matrix* namely \mathcal{A} , where each element a_{ij} represents the payoff of the player 1, where a negative value means that player 1 has to pay a_{ij} to 2. The set \mathbb{N}_m is the set of possible moves of Player 1, and the set \mathbb{N}_n is the set of possible moves of Player 2. Note that $i \in \mathbb{N}_m$, and $j \in \mathbb{N}_n$. A generic example of \mathcal{A} is shown next.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mi} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

where $a_{ij} \in \mathbb{R}$, $i \in \mathbb{N}_m$ and $j \in \mathbb{N}_n$.

This matrix A is commonly defined using crisp payoffs, so there is only one strategy which maximizes the decision making process. This decision making process is based on a max – min principle. This principle seeks to get the maximum incomes selected from the worse possible movings made by the opponent, so the decision is to do a move i which has the maximum of the minimum payoffs given all the possible moves j of the opponent.

2.1 Mathematical formulation

Basically, the mathematical formulation of a two-players game is intended to find the optimal frequency of moves which maximizes the value of the game. To do so, a player has to do the move (A_i) , x_i^* times to obtain the best expected payoff (a_{ij}) . The mathematical programming formulation for the Player I is as follows:

$$\begin{aligned} \max_{x_i} \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^m a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^m a_{i2}x_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in}x_i \right) \right\} \\ \text{s.t.} \\ \sum_{i=1}^m x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \end{aligned}$$

where $x \in \mathbb{R}^m$, $\in \mathbb{R}^{n \times m}$. x_i is the probability that each decision has to be taken.

The first LP model for games was provided by Dantzig [8] based on the semina works of Neumann and Morgenstern [23], and Nash [22]. His proposal is based on defining an auxiliary variable v , equivalent to the min operator. The solution is then provided by the simplex method since it is a full LP problem, so it has been widely applied in many practical situations. The LP formulation of the above model (Player I) is shown next.

$$\begin{aligned} \max \quad z = v \\ \text{s.t.} \end{aligned} \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ij}x_i \geq v \quad \forall j \in \mathbb{N}_n \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1 \tag{4}$$

$$x_i \geq 0, v \text{ unrestricted} \tag{5}$$

where $x \in \mathbb{R}^m$, $\in \mathbb{R}^{n \times m}$. x_i is the probability that each decision has to be taken. v is an auxiliary variable which operates as $v = \min \left(\sum_{i=1}^m a_{i1}x_i, \sum_{i=1}^m a_{i2}x_i, \dots, \sum_{i=1}^m a_{in}x_i \right)$.

3. Basics on Type-2 fuzzy sets

A Type-2 fuzzy set is an ordered pair $\{x, \mu_{\hat{A}}(x)\}$, $x \in X$, where A is its linguistic label and \hat{A} represents uncertainty around the word A . Their mathematical definitions are taken from Mendel [19] and Klir and Yuan [14]:



$$\tilde{A} : X \rightarrow \mathcal{F}([0, 1]) \tag{6}$$

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\} \tag{7}$$

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} f_x(u)/x, \quad J_x \subseteq [0, 1] \tag{8}$$

where $f_x(u)/u$ is the secondary membership function of \tilde{A} over $x \in X$, and u is its domain of uncertainty.

A special kind of Type-2 fuzzy sets are called Interval Type-2 fuzzy sets (IT2FS) in which $f_x(u)$ is defined as 1. Hence, an Interval Type-2 fuzzy set \tilde{A} is composed by an infinite amount of Type-1 fuzzy sets in two ways: *primary* fuzzy sets J_x weighted by *secondary* fuzzy sets $f_x(u) = 1$. In other words

$$\tilde{A} = \{((x, u), J_x, 1) \mid x \in X; u \in [0, 1]\} \tag{9}$$

and its extended representation is:

$$\tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in J_x} 1/(x, u) = \int_{x \in X} \left[\int_{u \in J_x} 1/u \right] / x, \tag{10}$$

A graphical example of the IT2FS set \tilde{A} is shown in Figure 3.

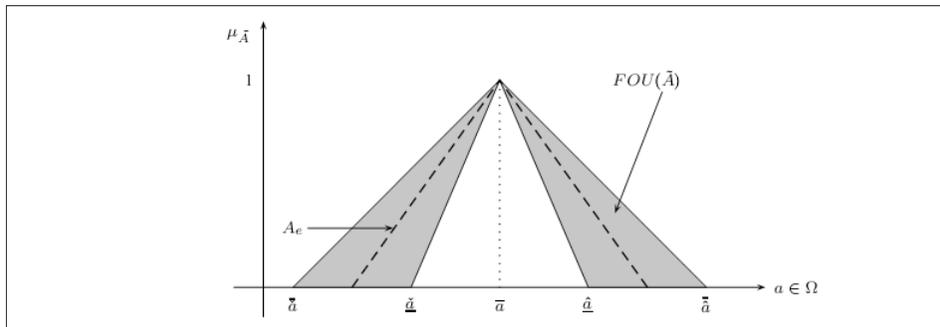


Figure 1. Interval Type-2 Fuzzy set \tilde{A}

Here, \tilde{a} is an Interval Type-2 fuzzy set defined over an universe of discourse $a \in \Omega$, its support $supp(\tilde{a})$ is enclosed into the interval $a \in [\tilde{a}, \bar{a}]$. $\mu_{\tilde{a}}$ is a linear Type-2 fuzzy set with parameters $\tilde{a}, \bar{a}, \underline{\tilde{a}}, \bar{\tilde{a}}$ and \bar{a} . FOU is the *Footprint of Uncertainty* of the Type-2 fuzzy set and A_e is a Type-1 fuzzy set embedded in the FOU.

Uncertainty about \tilde{A} is conveyed by the union of all primary memberships into the FOU of \tilde{A} , $(FOU(\tilde{A}))$, i.e.

$$FOU(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} J_x \tag{11}$$

Therefore, the FOU involves all the embedded J_x characterized by the secondary membership function $f_x(u)/u$, in this case $1/u$. An FOU is bounded by two membership

functions: an *Upper* membership function (*UMF*) $\bar{\mu}_A$ and a *Lower* membership function (*LMF*) $\underline{\mu}_A$ having e embedded sets (A_e) .

4. An IT2FS games model

Some proposals based on the use of classical fuzzy sets (a.k.a Type-1 fuzzy sets) were proposed by Butnariu [3], [4], Vijay et al [24], Monroy et al [21], and Cunlin and Qiang [7]. A good survey about the topic has been provided by Larbani [16]. All those contributions were based on the idea of having imprecision handled through Type-1 fuzzy sets, so our proposal is based on the idea of having linguistic uncertainty handled through Type-2 fuzzy sets.

Indeed, Type-1 fuzzy games handle imprecision around the payoffs A using a linguistic label provided by a single expert through its perception about A . Type-2 fuzzy sets involve uncertainty provided by multiple experts about the payoffs using the same linguistic label. This way, the proposed approach attempts to handle group matrix games (seen as multiple experts) instead of single players, which is commonly presented in economics, industry, negotiation problems, etc.

Now, our proposal for involving Type-2 fuzzy uncertainty in the payoffs matrix of a games problem, is presented next (for Player I):

$$\max_{x_i} \left\{ \min \left(\sum_{i=1}^m \tilde{a}_{i1} x_i, \sum_{i=1}^m \tilde{a}_{i2} x_i, \dots, \sum_{i=1}^m \tilde{a}_{in} x_i \right) \right\} \quad (12)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad (13)$$

$$x_i \geq 0 \quad (14)$$

where $x \in \mathbb{R}^m$, $\tilde{a}_{ij} \in \mathbb{R}^{n \times m}$. Each \tilde{a}_{ij} is defined as a Type-2 fuzzy set.

In this proposal, the payoffs matrix has been defined by multiple experts, each one having a different perception about each payoff. This leads us to think that a new framework for solving this kind of problems, is needed. To do so, three key aspects has to be analyzed before designing a method for solving this problem. The three key aspects are the following:

1. An optimization principle.
2. A decomposition method for each \tilde{a}_{ij} .
3. A Type reduction strategy.

In the following sections, some widely used results are presented towards a framework for solving Type-2 fuzzy games.



4.1. The fuzzy decision making principle

A first approach to find an appropriate way for modeling this problem is given by the Zadeh's *Extension principle* (see Zadeh [2], [25], and Klir [14]), which is presented as follows

Theorem 4.1 *Let f be a function such as $f : X_1, X_2, \dots, X_n \rightarrow z$, where A_1, A_2, \dots, A_n are n fuzzy sets corresponding to X_i , then we have*

$$f(A_1, A_2, \dots, A_n)(z) = \sup_{z=f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \min_i \{A_1(x_1), A_2(x_2), \dots, A_n(x_n)\} \quad (15)$$

This theorem is useful to project any function ($z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, in this case) into a fuzzy set using the membership functions $A_1(x_1), A_2(x_2), \dots, A_n(x_n)$ of X_i . In practice, there is an important problem when applying this theorem: it leads to NP-hard implementations since we need to compute all the possible combinations of X_i , so as X_i is continuous, then we have to compute an infinite amount of z and afterwards μ_z .

But not all is lost, there is a way to compute the set μ_z using a mapping of $A_i(X_i)$ instead of X_i . This is by using α -cuts and the *Representation Theorem* of a fuzzy set (See Klir and Yuan [15]), which is presented in next subsection.

4.2. The extended representation theorem

This theorem simplifies the computation of any $f(x)$ in presence of fuzzy sets (see Klir and Yuan [14]). In our case $z = f(x^*)$ that leads to $f(A_i)(z)$. The α -cut of a Type-1 fuzzy set A is:

$${}^\alpha A = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

This theorem allows to represent any fuzzy set through α -cuts instead of mapping X . This way, we can map $\mu_A(x)$ to compute a function of the values of $f^{-1}(\mu_A) \rightarrow x$, and finally compute functions of fuzzy sets. Now, it is possible to extend the α -cut of A to the α -cut of \tilde{A} (See Figueroa [12]), which results in the following:

Definition 4.1 (Primary α -cut of an IT2FS) *The Primary α -cut of an Interval Type-2 fuzzy set ${}^\alpha \tilde{A}$ is the union of all Type-1 fuzzy sets which fulfill the condition ${}^\alpha J_x = \{x \mid \mu_A(x) > \alpha\}$ on its primary membership function.*

Here, ${}^\alpha J_x = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$ is the Type-1 α -cut on the primary membership function of \tilde{A} , defined as follows

$${}^\alpha \tilde{A} = \int_{x \in X} \left[\int_{u \in J_x \geq \alpha} f_x(u)/u \right] / x ; \alpha \subseteq [0, 1] \quad (16)$$

$${}^\alpha \tilde{A} = \int_{x \in X} \int_{u \in f_x} \{(x, u) \mid J_x \geq \alpha\} ; \alpha, f_x \subseteq [0, 1] \quad (17)$$

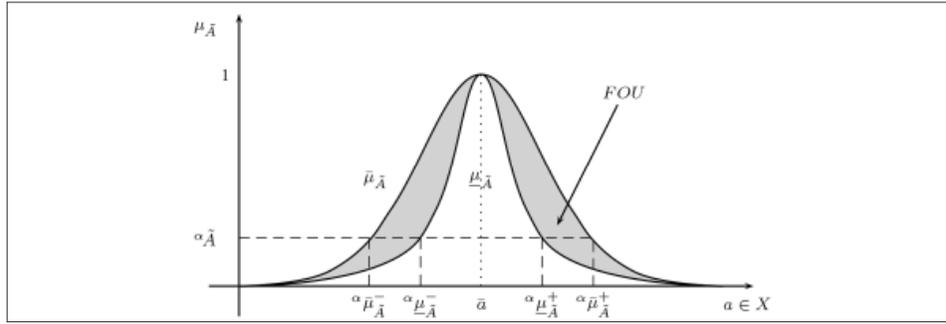


Figure 2. Fuzzy set \tilde{A}

A graphical representation of ${}^a\tilde{A}$ is provided in Figure 2.

Thus, we can use (15) and Definition 4.1 to compose z as required by (12) to be solved by using (2), (3) and (4), so we can extend this results to a Type-2 fuzzy environment, as follows:

$$f(A_i)(z) = f({}^a\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n)(z) = f({}^a\tilde{A}_1, {}^a\tilde{A}_2, \dots, {}^a\tilde{A}_n)(z) \quad (18)$$

Note that as α -cuts are computed, we need to solve 4 times an LP model. This leads to have multiple optimal solutions in regards to α , so we need to compute a crisp measure of the behavior of $f(x_i)(z)$ to become our results operational. The most common way to defuzzify this kind of problems is by using a *Type-reduction* strategy. In next section, we present the most popular Type-reduction algorithm for computing the centroid (expected value) of a Type-2 fuzzy set.

4.3. Centroid of a Type-2 fuzzy set

The idea of computing the centroid of any convex measure is to obtain a measure of its expected value. In this way, IT2FSs lead to have interval-valued centroids, which means that there is an infinite amount of possible centroids embedded into the FOU of \tilde{A} . Those centroids are bounded by two boundaries y_l and y_u , $y \in [y_l, y_u]$.

Wu and Mendel in [20] and [9] defined the Enhanced Karnik-Mendel algorithms for Type-reduction (centroid) of an IT2FS. The EKM algorithm for computing y_l is as follows¹

1. Sort \underline{x}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) in increasing order, and call the sorted \underline{x}_i by the same name, but now, $\underline{x}_1 \leq \underline{x}_2 \leq \dots \leq \underline{x}_N$. Match the weights w_i with their respective \underline{x}_i and renumber them so that their index corresponds to the renumbered \underline{x}_i .
2. Set $k = [N/2.4]$ (the nearest integer to $N/2.4$), and compute

$$a = \sum_{i=1}^k \underline{x}_i \bar{w}_i + \sum_{i=k+1}^N \underline{x}_i w_i \quad (19)$$

¹ To save space, we only show the computation of y_l . Further details can be found in [20] and [10].



$$b = \sum_{i=1}^k \bar{w}_i + \sum_{i=k+1}^N \underline{w}_i \quad (20)$$

$$y = \frac{a}{b} \quad (21)$$

3. Find switch point k' ($1 \leq k' \leq N-1$) such that

$$\underline{x}_{k'} \leq y \leq \underline{x}_{k'+1}$$

4. Check if $k' = k$. If yes, stop, set $y_i = y$, and call k as L . If no, continue.

5. Compute $s = \text{sign}(k' - k)$, and

$$a' = a + s \sum_{i=\min(k',k)+1}^{\max(k',k)} \underline{x}_i (\bar{w}_i - \underline{w}_i) \quad (22)$$

$$b' = b + s \sum_{i=\min(k',k)+1}^{\max(k',k)} (\bar{w}_i - \underline{w}_i) \quad (23)$$

$$y' = \frac{a'}{b'} \quad (24)$$

6. Set $y = y'$, $a = a'$, $b = b'$, and $k = k'$. Go to step 3).

Note that this algorithm is based on a map of x , and we have obtained a map of α . To do so, we encourage the reader to use the results of Figueroa [12] and Melgarejo [6], [17], [18] to get appropriate results.

5. Towards computing a solution

As the problem of computing Type-2 fuzzy LPs is very recent (See Figueroa [10]–[13]), the optimization process of a Type-2 fuzzy game becomes an interesting problem. We point out that this is not a problem of applying any other Type-1 fuzzy model using the UMF and LMF of the FOU of $\tilde{\mathcal{A}}$, since it makes no sense. This is a problem of having infinite Type-1 fuzzy sets into the FOU of $\tilde{\mathcal{A}}$, so the idea is to deal with its FOU instead to solve an infinite amount of fuzzy LPs.

Although we do not present an example, we present the following methodology for computing a solution of an LP fuzzy game model when having a Type-2 fuzzy payoff matrix:

1. Select one of the following options:
 - (a) Optimize using the fuzzy decision making principle, if so
 - i. Select $k \in \mathbb{N}$ α -cuts
 - ii. Compute all the α -cuts of $\tilde{\mathcal{A}}$ using Definition 4.1
 - iii. Solve the $4k$ LP related problems (See Figure 2) using (2), (3) and (4)
 - iv. Compose $f(x; \cdot)(\cdot)$ using step (iii) and equation (18)
 - v. Compose a new set \tilde{Z} using (15)

- vi. Compute y_l and y_u using [12]
- vii. Return $[y_l, y_u]$ as the interval of expected values of the game
- (b) Optimize using interval optimization, if so
 - i. Compute y_l and y_u of \tilde{A} using [17], [18], and [6]
 - ii. Solve the 2 LP related problems using y_l and y_u in (2), (3) and (4)
 - iii. Compose z_l as the optimal solution of the LP coming from y_l
 - iv. Compose z_u as the optimal solution of the LP coming from y_u
 - v. Return $[z_l, z_u]$ as the interval of optimal solutions of the game

As we can see, the computation of optimal solutions in LP problems leads to compute multiple LP problems, and therefore compute a set of possible choices that the analyst can use, given a particular perception about the payoffs matrix.

This is specially useful when having linguistic uncertainty and/or ambiguity around a_{ij} , since the game can start change using different values of a_{ij} , at different uncertainty degrees. Note that both methods can lead to different results, so the decision about which one of the two proposed ways should be selected will affects the final results.

Remark 5.1 *Note that z is a function of \tilde{a}_i , which are perceptions about the payoffs of the game. This way, $f(x_i)(z)$ is a function of the perceptions as well, so what a fuzzy optimal solution means is an optimal decision made over a particular perception of the experts of the system. To resume, the sense of optimality is intimately related to what the experts perceives about \tilde{a}_i , not a single solution of the problem.*

This way, our proposal can be displayed as follows

Figure 3 shows a proposal for handling Type-2 fuzzy games, where the idea is that the analyst fuzzifies their perception of the experts by defining \tilde{A} , then compute \tilde{Z} which needs to be defuzzified into two steps: Type-reduction and fuzzy decision making.

Finally, the analyst can use one of the two proposed ways to find a solution of the game (centroid or interval optimization), or even other fuzzy decision making methods.

6 Concluding Remarks

The games decision making problem increases its complexity when including linguistic uncertainty around the concept of payoffs, using words and fuzzy sets for words. The presented paper presents a methodology to solve games in these conditions.

The presented methodology (see Figure 3) is based on well known results which needs to be experimented in simulated and/or real scenarios. The reader should notice that what we propose is based on intensive computing of multiple LPs, since the proposal is not based on reducing computations but finding a solution.

There is a need for using natural language in optimization problems, for which our proposal has been designed. Although the use concepts and perceptions could lead to

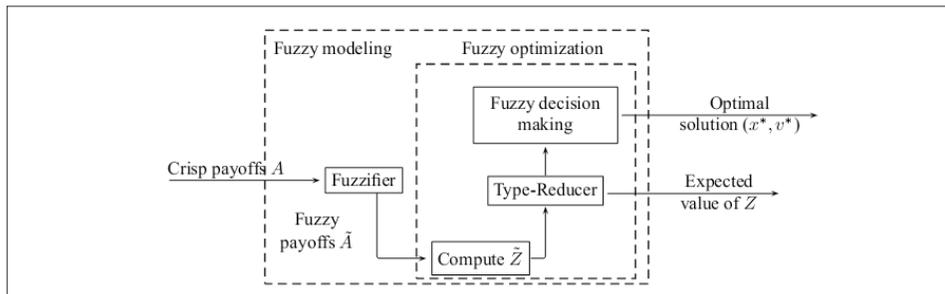


Figure 3. Proposed methodolog

ambiguous theoretical issues, the use of Type-2 fuzzy sets has opened the door to handle uncertainty around words and concepts.

Finally, experimentation and exemplification of the presented results are the next step in fuzzy modeling. The extension of our proposal to General Type-2 fuzzy sets is also a future step of our results. However, computing complexity and computing costs still are to date, a problem for extensive exemplification.

References

- [1] C. R. Bector and Suresh Chandra. *Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games*. Springer-Verlag, 2005. [2] R. E. Bellman and Lofti A. Zadeh. Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(1):141–164, 1970. [3] D. Butnariu. Fuzzy games a description of the concept. *Fuzzy Sets and Systems*, 1:181–192, 1978.
- [4] D. Butnariu. *Advances in Fuzzy Set Theory and Application*, volume 1, chapter Solution concept for n-Person games. North-Holland Publishing, 1979. [5] L. Campos. Fuzzy linear programming models to solve fuzzy matrix games. *Fuzzy Sets and Systems*, 326(1):275–289, 1989.
- [6] Carlos Celemin and Miguel Melgarejo. A proposal to speed up the computation of the centroid of an interval Type-2 fuzzy set. *Advances in Fuzzy Systems*, 2013:17, 1993.
- [7] Li Cunlin and Zhang Qiang. Nash equilibrium strategy for fuzzy non-cooperative games. *Fuzzy Sets and Systems*, 176(1):46–55, 2011. [8] George Dantzig. *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press, 1963.
- [9] Juan Carlos Figueroa. An iterative procedure for fuzzy linear programming problems. In *2011 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS)*, pages 1–6. IEEE, 2011.
- [10] Juan Carlos Figueroa. A general model for linear programming with interval type-2 fuzzy technological coefficients. In *2012 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS)*, pages 1–6. IEEE, 2012.
- [11] Juan Carlos Figueroa and Germán Hernández. Computing optimal solutions of a linear programming problem with interval type-2 fuzzy constraints. *Lecture Notes in Computer Science*, 7208:567–576, 2012.
- [12] Juan Carlos Figueroa-García. An approximation method for type reduction of an interval Type-2 fuzzy set based on α -cuts. In *Proceedings of FEDCSIS 2012*, 1-6. IEEE, 2012.

- [13] Juan Carlos Figueroa-García and German Hernández. A transportation model with interval type-2 fuzzy demands and supplies. *Lecture Notes in Computer Science*, 7389(1):610–617, 2012.
- [14] George J. Klir and Tina A. Folger. *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*. Prentice Hall, 1992.
- [15] George J. Klir and Bo Yuan. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall, 1995.
- [16] Moussa Larbani. Non cooperative fuzzy games in normal form: A survey. *Fuzzy Sets and Systems*, 160:3184–3210, 2009.
- [17] Miguel Melgarejo. Implementing Interval Type-2 Fuzzy processors. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2(1):63–71, 2007.
- [18] Miguel Alberto Melgarejo. A Fast Recursive Method to compute the Generalized Centroid of an Interval Type-2 Fuzzy Set. In Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS), pages 190–194. IEEE, 2007.
- [19] Jerry Mendel. *Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions*. Prentice Hall, 1994.
- [20] Jerry M. Mendel and Feilong Liu. Super-exponential convergence of the Karnik-Mendel algorithms for computing the centroid of an interval type-2 fuzzy set. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15(2):309–320, 2007.
- [21] L. Monroy, M.A. Hinojosa, A.M. Mrmol, and F.R. Fernandez. Set-valued cooperative games with fuzzy payoffs. the fuzzy assignment game. *European Journal of Operational Research*, 225(1):85–90, 2013.
- [22] J.F. Nash. Non cooperative games. *Annals of Mathematics*, 54:286–295, 1951.
- [23] John Von Neumann and Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press, 1944.
- [24] V. Vijay, S. Chandra, and C.R. Bector. Bimatrix games with fuzzy payoffs and fuzzy goals. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 3:327–344, 2004.
- [25] L.A. Zadeh. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1:3–28, 1978.

Juan Carlos Figueroa-García

He is an Assistant Professor at the Engineering Faculty of the Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Bogotá, Colombia. He obtained his bachelor degree on Industrial Engineering at the same university in 2002, a Master degree on Industrial Engineering at the same university in 2010, and actually he is performing Doctoral studies on Industry and Organizations at the Universidad Nacional de Colombia. His main interests are: fuzzy sets, fuzzy optimization, time series analysis and evolutionary optimization.

German Hernández

He is full time Professor at the Engineering Faculty of the Universidad Nacional de Colombia, Bogotá Campus. He obtained his bachelor degree on Computer Science at the Universidad Nacional de Colombia, a Master degree on Statistics on the same University, and a Doctoral Degree on Mathematics with emphasis on Computer Science at the University of Memphis. His main interests are: algorithms, complexity and combinatorics.

Carlos Franco

He is member of the S.E.S (simulación y sistemas expertos) group at the Faculty of Engineering in the Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Bogotá, Colombia. He obtained his bachelor degree on Industrial Engineering at the same university in 2010 and a Master degree on Industrial Engineering at Universidad de los Andes in 2013. His main interests include: applications of combinatorial optimization and metaheuristics.

Algunos problemas provenientes de la Teoría de Rayos Aplicada a las Ecuaciones de Onda Sísmica

Some open problems from Ray Theory Applied to Seismic Wave Equations

Carlos César
Piedrahita Escobar
Departamento de Ciencias
Básicas,
Universidad de Medellín
cpiedrahita@udem.edu.co



Resumen

La parte inicial de este artículo revisa la aplicación de la teoría de rayos en las ecuaciones de onda sísmicas, en particular, la propagación de ondas P. La parte final del artículo se centra en un par de problemas que se generan a partir del análisis utilizando teoría de rayos. Estos problemas poseen un interés académico en su formulación matemática, además tienen un interés práctico para el área de la Geofísica de Exploración y/o Producción.

Palabras claves: Teoría de Rayos, Ecuación de Transporte

Abstract

This paper gives an overview of the application of ray theory in the seismic wave equations, in particular, to P wave propagation. In addition, a couple of open problems that are obtained from the analysis using ray theory are stated. These problems have an academic interest in their mathematical formulation, and also have a practical application in Exploration and /or Production Geophysics.

Key words: Ray theory, Eikonal Equation, Transport Equation.

1. Introducción

En el presente artículo presentamos los elementos básicos de la teoría de rayos aplicada a la aproximación asintótica de la Ecuación Elastodinámica, que se presenta en la sísmica de Exploración.

Fecha recibido: oct.15/2013
Fecha modificado: dic.10/2013
Fecha aceptado: dic.13/2013

Esta aproximación es utilizada ampliamente para diversos asuntos en la sismica de exploración o explotación, en particular, en los temas del modelado y la inversión sísmica (ver [6], [13] y [14]). Dichas técnicas son empleadas desde los mismos comienzos de la sismología, a principios del siglo XX, y han sido traidas de la Óptica y la Propagación de las ondas electromagnéticas en general. También han sido utilizadas en aplicaciones diversas, como por ejemplo, el radar, las microondas, etc. Además es posible aplicar estas ideas a temas como el modelado y los problemas inversos en las técnicas de ensayos no-destruictivos y las imágenes médicas, en las cuales se utilizan ondas de tipo elástico o electromagnéticos en medios continuos.

La propagación de ondas mecánicas en un medio continuo, está caracterizada por la Ecuación Acústica para el caso que el medio sea un fluido y la Ecuación de Onda Elastodinámica para el caso general de un sólido[13]. Estas ecuaciones son ecuaciones en derivadas parciales de tipo hiperbólico, de segundo orden. En general, resolver estas ecuaciones para una un dominio complejo es difícil, solamente para casos simples se puede dar una solución analítica, utilizando, por ejemplo, funciones de Green. La teoría de rayos realiza una aproximación al problema para aquellos casos en que las escalas lo permitan, es decir, que la longitud de onda de la señal sea muy pequeña comparado respecto a las dimensiones del objeto analizado, tal como está justificado en [4] y [16].

La Ecuación de Propagación de la Onda \mathbf{P} en un medio isótropo está dada por (ver [2]):

$$\nabla^2 \varnothing(x,t) = \frac{1}{v(x)} \frac{(\partial^2 \varnothing(x,t))}{\partial t^2} \quad (1)$$

donde $\varnothing(x, t)$, es la divergencia del desplazamiento de una partícula, $\varnothing = \nabla \cdot \mathbf{u}$, donde $\mathbf{u}(x, t)$, representa el desplazamiento de una partícula en el medio, desde su posición de equilibrio, en la posición x , en el tiempo t , y $v(x)$, representa la velocidad de propagación de la onda en el medio.

Para deducir las ecuaciones que caracterizan un rayo, consideramos la ecuación de onda en el dominio de la frecuencia, y asúmase que se busca una aproximación a la ecuación de onda, en las altas frecuencias (o en forma equivalente, longitudes de onda pequeñas respecto a las dimensiones del modelo). El problema se transforma en la solución de las llamadas Ecuaciones Iconal y de Transporte. La solución se aproxima por una serie asintótica (ver [13],[6]):

$$\varnothing(x,\omega) \sim \omega^\beta \exp^{i\omega\tau(x)} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{A_j(x)}{(i\omega)^j} \quad (2)$$

- ω^β \equiv Transformada de Fourier de un pulso
- $\tau(x)$ \equiv Tiempo de tránsito
- $A_j(x)$ \equiv Amplitudes independientes de la frecuencia, $j = 0, 1, 2, \dots$

donde ω es la frecuencia angular.



En el apéndice A se dará una justificación de la aproximación asintótica, nos basaremos en [6] y [5] para dar soporte a los argumentos.

2. Aproximación asintótica

Al substituir la aproximación, Ecuación (2), en la Ecuación (1), obtenemos una expresión en potencias de $(i\omega)$. En general, no podemos garantizar que los términos de la serie se cancelen entre ellos, por tanto necesitamos que los coeficientes de la serie se anulen independientemente. Como se explica en el apéndice A, se obtiene la Ecuación (15). Para que esto se cumpla en las altas frecuencias, se iguala a cero cada potencia de $(i\omega)$, comenzando con la máxima potencia, $\beta + 2$, que aparece solo en la primera serie de la ecuación, cuando $j = 0$.

Al igualar a cero el coeficiente de la primera serie, obtenemos la llamada Ecuación Iconal

$$(\nabla^2 \tau(x))^2 - \frac{1}{c^2(x)} = 0 \quad (3)$$

Se observa que no hemos tomado la posibilidad alterna $A_0 = 0$, es decir, se asume que la serie comienza con un primer término no-nulo. Con el resultado (3), toda la primera serie se anula.

Analizando el resto de términos de la serie, se tiene que para la segunda serie, la potencia mayor no-nula de ω es $\beta + 1$, la cual surge cuando $j = 0$, y se obtiene la llamada Ecuación de Transporte de orden cero.

$$2\nabla \tau(x) \cdot \nabla A_0(x) + A_0 \nabla^2 \tau(x) = 0. \quad (4)$$

Para el resto de la serie, si se analiza $j = 1, 2, 3 \dots$, se obtienen las llamadas Ecuaciones de Transporte de orden superior

$$2\nabla \tau(x) \cdot \nabla A_j + A_j \nabla^2 \tau(x) = -\nabla^2 A_j; \quad j = 1, 2, \dots \quad (5)$$

La Ecuación Iconal (3) y de Transporte de orden cero (4), son las ecuaciones usualmente empleadas en sísmica de exploración (ver [6]). Las Ecuaciones de Transporte de orden superior, en general, no son utilizadas en el modelado e inversión sísmica, puesto que representan perturbaciones de orden superior que no aportan mucho a la solución, si el problema está enmarcado en las altas frecuencias.

3. Características para la Ecuación Iconal

Una forma de resolver la Ecuación Iconal es utilizando el Método de las Características (ver [5], [6], [11], [7]), como se explica en el Apéndice B, se puede considerar a σ como una variable de integración. Este tipo de curvas, es lo que en Óptica Geométrica

se denomina un rayo. Este problema queda enmarcado como un problema de valores iniciales en el cual las variables dependen del parámetro σ . Considerando la notación del Apéndice B, si se analiza la Ecuación Iconal:

$$(\nabla\tau(x))^2 - \frac{1}{c^2(x)} = 0, \quad (6)$$

se puede identificar a τ con u y las componentes de $\nabla\tau$ con las componentes de \mathbf{p} , donde $c(x)$ es un parámetro del modelo, que representa la velocidad, y es una función escalar de posición \mathbf{x} .

Además τ no aparece explícito en esta ecuación, o sea que la derivada con respecto a $u = \tau$, representadas por el término F_u en las ecuaciones características, es nula. Por todo lo anterior, al aplicar el método de las características a la Ecuación Iconal es más simple que el caso general.

La magnitud del vector \mathbf{p} está dado por

$$p = \|\mathbf{p}\| = \|\nabla\tau\| = \frac{1}{c},$$

y se puede escribir la Ecuación Iconal como:

$$F(x_1, x_2, x_3, p_1, p_2, p_3) = p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 - \frac{1}{c^2(x)} = 0 \quad (7)$$

Las ecuaciones características se convierten en:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{d\sigma} = 2\lambda p_1 \\ \frac{dx_2}{d\sigma} = 2\lambda p_2 \\ \frac{dx_3}{d\sigma} = 2\lambda p_3 \\ \frac{dp_1}{d\sigma} = 2\lambda \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{c^2} \right) \\ \frac{dp_2}{d\sigma} = 2\lambda \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{c^2} \right) \\ \frac{dp_3}{d\sigma} = 2\lambda \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{1}{c^2} \right) \\ \frac{d\tau}{d\sigma} = 2\lambda \sum_{j=1}^3 p_j^2 = \frac{2\lambda}{c^2} \end{cases} \quad (8)$$

Se obtienen entonces siete ecuaciones y ocho incógnitas, incluyendo a λ como incógnita, cada una en términos del parámetro σ . Para poder resolver el sistema se escoge λ a nuestra conveniencia, se discutirá varias opciones mas adelante. Si hacemos λ independiente de τ , las primeras seis ecuaciones son independientes de τ y forman un sistema cerrado de ecuaciones para las seis variables: las componentes de \mathbf{x} y \mathbf{p} . Para la Ecuación Iconal se pueden encontrar los rayos sin determinar el tiempo de propagación a lo largo de los rayos.



Una fórmula más compacta de las ecuaciones características, usando notación vectorial, es asumir que $\lambda = 1/2$ y σ como el parámetro. Esta selección está motivada con el fin de eliminar el factor 2 que aparece en varias de las ecuaciones, entonces se simplifican:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{d\sigma} = \mathbf{p}, \\ \frac{d\mathbf{p}}{d\sigma} = \frac{1}{2} \nabla \left(\frac{1}{c^2(\mathbf{x})} \right) = \frac{-\nabla c(\mathbf{x})}{c^3(\mathbf{x})}, \\ \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{1}{c^2(\mathbf{x})}. \end{cases} \quad (9)$$

Realizando un análisis dimensional de σ en este caso, $\lambda = 1/2$, σ es un parámetro con unidades de $[L^2 / T]$. En la propagación en modelos 2.5D, la selección de σ surge naturalmente como el parámetro que describe los efectos fuera del plano.

Las ecuaciones características son entonces un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que puede ser resuelto utilizando, en algunos casos, métodos analíticos, por ejemplo, para medios homogéneos, donde la solución es un segmento de recta o para medios con un gradiente constante de velocidad, por ejemplo, cuya solución da un arco de círculo. Para el caso general (medios heterogéneos o anisótropos), se requieren métodos numéricos, el método de Runge Kutta es una metodología estándar en estos casos, entre otros (ver [10] y [12]). La solución a dicho sistema es llamado en la literatura como trazado de rayos. Seguidamente, se analiza un tipo de caso simplificado y generalizaciones que nos permiten abordar algunos problemas que surgen en la exploración de hidrocarburos.

4. El trazado de rayos como la solución a un sistema de ecuaciones no-lineales

Se va a describir en esta sección una posible representación de un modelo del subsuelo, el cual consiste en un dominio en dos dimensiones R , o por un dominio tridimensional, con simetría cilíndrica en relación a un eje perpendicular al plano de interés (llamado en la literatura geofísica como modelo 2.5D). Por tanto, el modelo matemático es un conjunto cerrado en dos dimensiones, subdividido en una partición de subconjuntos o subregiones para los cuales los parámetros físicos del modelo (en particular la velocidad $v(x)$ o la densidad $\rho(x)$, donde x es un punto arbitrario en la subregión) son constantes.

Se asume que el modelo de la Tierra está contenido dentro de una caja cerrada, Figura 1, definida por, $R = \{(x, z) | a \leq x \leq b, 0 \leq z \leq c\}$, además las interfaces entre las subregiones y la superficie de la Tierra son curvas de clase C^2 , es decir, con continuidad en la segunda derivada en intervalos cerrados $D_i = [a_i, b_i] \in [a, b]$, representadas como $L_i = \{(x, z) | x \in D_i, z = f_i(x)\}$, $i = 0, 1, \dots, N_I$, donde N_I es el total de interfaces, es decir, todo el dominio se dividió en N_R subconjuntos disjuntos, como se muestra en la Figura 1, de esta forma

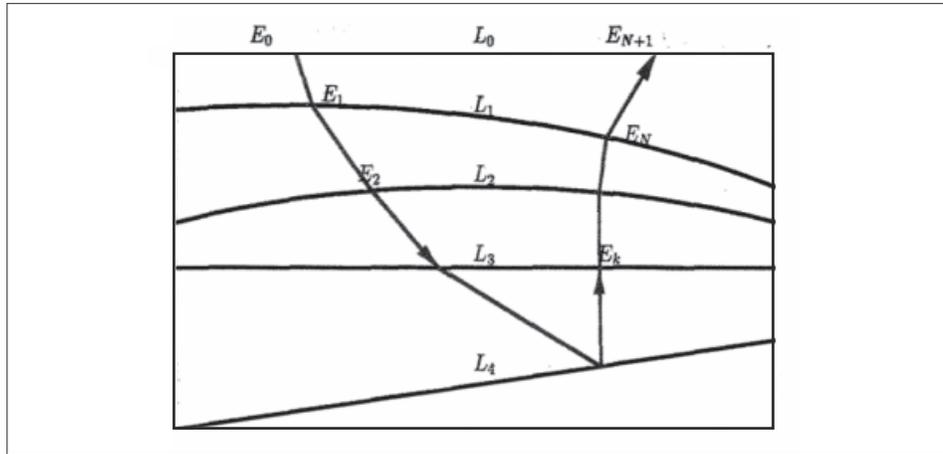


Figura 1. Rayo y los puntos de intersección. Fuente: elaboración propia

construyendo una partición del dominio R . Llamaremos a estos subconjuntos como subregiones o **capas sedimentarias**, en el léxico de la geociencia.

En términos formales, tenemos una colección de subconjuntos cerrados R_j , que satisfacen las siguientes condiciones

$$R = \bigcup_{j=1}^{N_r} R_j; \quad R_k \cap R_j = \partial R_k \cap \partial R_j; \quad k, j = 1, 2, \dots, N_r \quad (10)$$

El índice $i = 0$ denota la interface que representa la superficie de la Tierra y el dominio de interés será para $z \geq 0$, en Geofísica el eje Z está orientado positivamente en dirección al subsuelo de la Tierra.

Se define al conjunto Int como la colección de índices $\{1, 2, \dots, N_I\}$, que representan todas las interfaces. Similarmente, se define Reg , como la colección de índices $\{1, 2, \dots, N_R\}$ que representa las subregiones. Se utilizarán estas ideas para definir el concepto de *signatura* más adelante.

4.1 Trazado de un rayo dados dos puntos

Para la solución cinemática del problema, es decir, para encontrar los tiempos de tránsito de un rayo de un punto a otro, tenemos en cuenta:

1. Un rayo que une dos puntos que están localizados en una región donde la velocidad es suave¹ satisface la Ecuación Iconal, particularmente, para el caso de la velocidad constante, la solución de la Ecuación Iconal, es un segmento de línea, dentro de cada subregión.

¹ Usualmente funciones con segundas derivadas continuas en la subregión



2. Cuando ocurre una discontinuidad en la velocidad de propagación de una subregión R_i a otra R_j^2 , el rayo satisface la Ley de Snell en las intersecciones con las interfaces.

Formalmente, el problema puede ser escrito como: dados dos puntos E_0 (localización de la fuente) y E_{N+1} (localización del receptor), ambos localizados en interfaces fijas³, no necesariamente en la superficie de la Tierra, L_0 . Además se define una secuencia finita de enteros positivos i_1, i_2, \dots, i_N que representan los índices de las N interfaces interceptadas por la trayectoria del rayo. Entonces el objetivo es encontrar puntos $E_k \in \mathbb{R}^2$ para $k = 1, 2, \dots, N$. En otras palabras, el problema es equivalente a encontrar la abscisa de cada uno de los puntos de intercepción, de la k -ésima interface encontrada por el rayo (en total N abscisas). En estos puntos de intersección, la Ley de Snell es satisfecha.

Un rayo puede ser descrito entre dos puntos consecutivos de intercepción como un segmento de línea de recta $[E_{k-1}, E_k]$ para $k = 1, 2, \dots, N + 1$, como se muestra en la figura 1, para un modelo sísmico 2D. Observemos que el rayo posee N puntos de intercepción con las interfaces, además de los puntos en los extremos (fuente y receptor). Esto nos da un total de $N + 2$ puntos, que generan $N + 1$ segmentos (estas cantidades son importantes en la implementación computacional de los algoritmos para realizar el trazado de rayos).

4.2 Signatura de un Rayo

En Sismología o en Sísmica de exploración, la signatura de un rayo es una forma de representar la naturaleza de rayo, es decir, el tipo de onda y las interfaces interceptadas. Para un medio elástico isótropo, dos tipos de ondas se generan, una denominada Onda

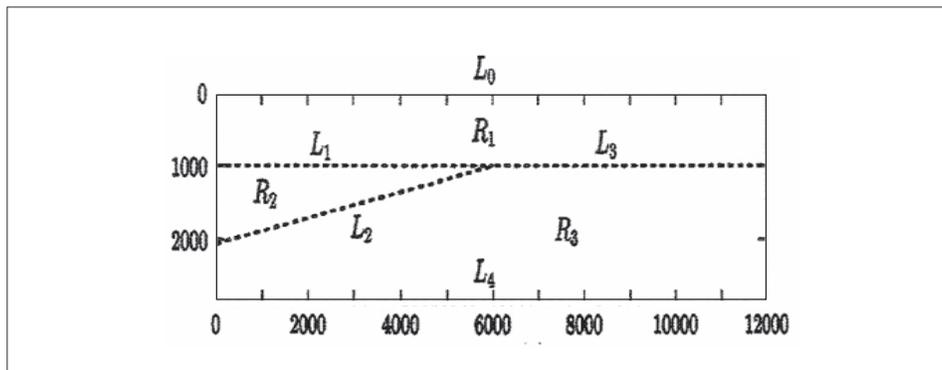


Figura 2. Modelo de Cuña y etiquetas de sus partes: interfaces y subregiones. Fuente: elaboración propia.

2 Es decir, $\lim_{x \in R_i, x \rightarrow P} v(x) \neq \lim_{x \in R_j, x \rightarrow P} v(x)$, donde $P \in R_i \cap R_j$

3 Realmente la fuente y el receptor pueden estar localizados en puntos que no pertenecen a ninguna interface, esto es realmente una extensión de los conceptos considerados en este documento y no cambia la estructura general de las ecuaciones.

P , con polarización longitudinal, o sea que la partícula vibra en la dirección de la onda y otra onda denominada Onda S , con polarización transversal, o sea, que las partículas del medio son perpendiculares al desplazamiento de la onda. Estas dos ondas viajan a velocidades diferentes V_P , velocidad de la Onda P y V_S , velocidad de la Onda S , donde se cumple que $V_P > V_S$.

Otra de las caracterizaciones del rayo está dado por las interfaces que el rayo intercepta, es decir, donde hay discontinuidades en las velocidades. Cada vez que el rayo intercepta una interface se produce el denominado fenómeno de la conversión. Es decir, el rayo puede cambiar su naturaleza de un tipo a otra (de P a S o viceversa) o permanecer del mismo tipo.

En este trabajo solo se considera el caso de la onda P sin conversión, es decir, solo se considera ondas de tipo P en cada segmento del rayo. Sin embargo, el caso más general multicomponente, o sea el de las ondas convertidas, se puede considerar sin problema con estas técnicas. Para el caso considerado, la signatura identifica las interfaces que el rayo intercepta en un modelo dado (ver [15]).

Fijada una signatura, se puede definir una relación de equivalencia en el conjunto de rayos del modelo sísmico. Por ejemplo, dos rayos están en la misma relación de equivalencia, si para ambos rayos las fuentes y los receptores de cada uno están en las mismas interfaces, respectivamente. Además ambos rayos interceptan las mismas interfaces y atraviesan las mismas regiones. La idea, como se explica más adelante, obteniendo un rayo de la clase podemos obtener los otros rayos por el llamado método de continuación en las fuentes o en los receptores.

Por ejemplo, en las figuras 3, 4, 5 y 6, se observan cuatro clases de rayos diferentes para un modelo sísmico de una estructura geológica, tipo cuña, donde las interfaces del modelo están caracterizadas por el conjunto $\{L_0, L_1, L_2, L_3\}$. En cada caso la fuente está localizada en las coordenadas $(0, 0)$, en la interface que representa la superficie, L_0 , también los receptores están localizados en L_0 . La Figura 3 representa unos rayos perte-

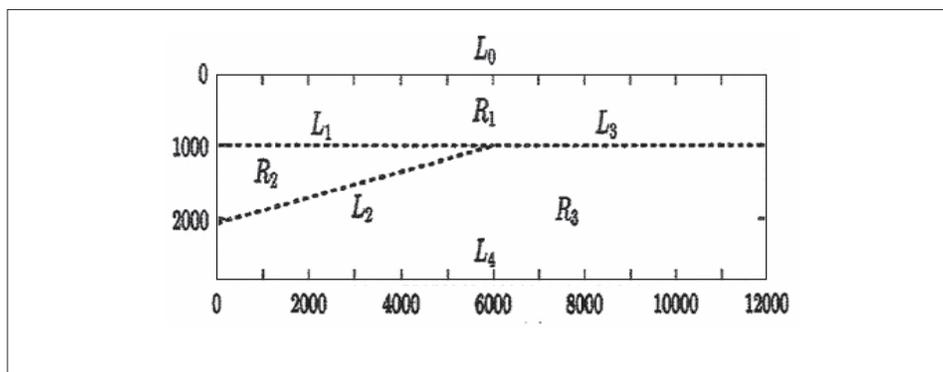


Figura 3. Rayo y los puntos de intersección. Fuente: elaboración propia.

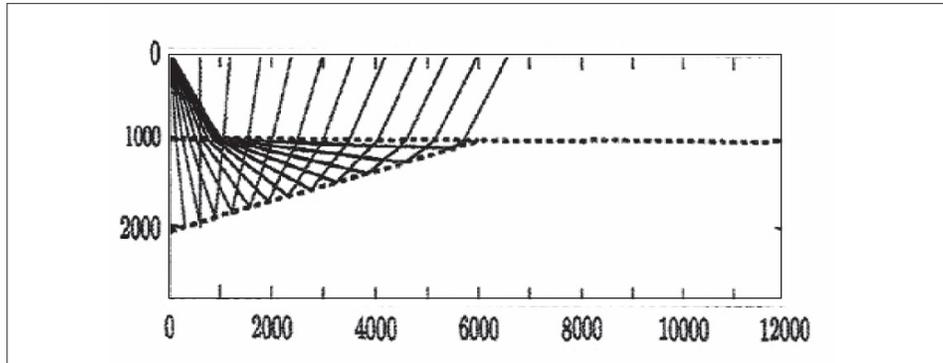


Figura 4. Rayo y los puntos de intersección. Fuente: elaboración propia.

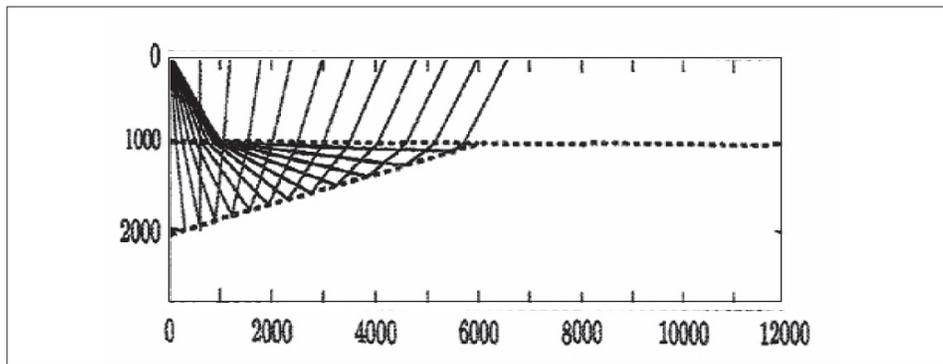


Figura 5. Rayo y los puntos de intersección. Fuente: elaboración propia.

recientes a la clase de equivalencia dada por la signatura $[L_0, L_1, L_0]$, la figura 4 representa unos rayos pertenecientes a la clase de equivalencia dada por $[L_0, L_1, L_2, L_1, L_0]$, la figura 5 representa unos rayos pertenecientes a la clase de equivalencia dada por la signatura $[L_0, L_1, L_2, L_3, L_2, L_1, L_0]$, y la figura 6 representa unos rayos pertenecientes a la clase de equivalencia dada por $[L_0, L_1, L_2, L_3, L_1, L_0]$.

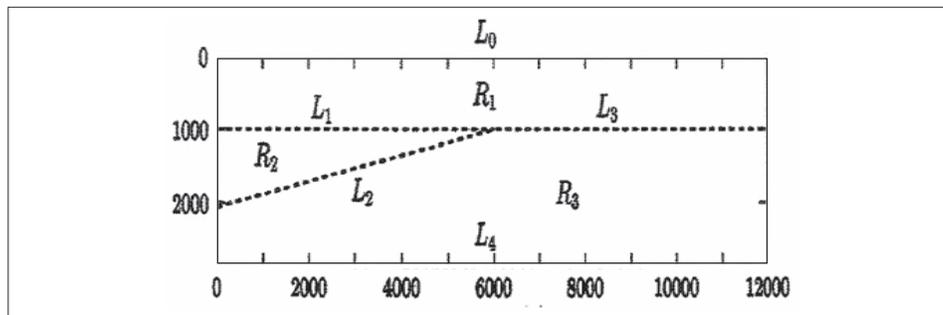


Figura 6. Rayo y los puntos de intersección. Fuente: elaboración propia.

4.3 El método de continuación en el trazado de rayos

El problema de construir un rayo, la solución en las altas frecuencias, entre una fuente y un receptor, en un modelo por bloques, se puede plantear en forma equivalente como la solución de un sistema no-lineal ([9],[15]). Dado que el interés es encontrar múltiples rayos, cambiando fuentes y receptores, se puede utilizar el llamado método de Continuación para volver el problema computacionalmente eficiente .

El sistema no-lineal que surge de este problema depende de unos parámetros, en este caso las velocidades de los bloques por donde viaja el rayo, la posición de la fuente y del receptor, respectivamente. El método clásico de resolución de estos problemas, es el Método de Newton, el cual posee convergencia cuadrática [1]. El inconveniente que posee dicho método está en la dependencia del método en la aproximación inicial al problema. En el caso del modelado sísmico, esto implica resolver múltiples sistemas no-lineales, donde cada sistema proviene de una perturbación de los parámetros, por ejemplo la ubicación de los receptores. El método de continuación permite a partir de la solución de un sistema, encontrar una mejor aproximación inicial para el sistema perturbado, es decir, modificando la ubicación en los receptores [8].

La solución al sistema planteado, es entonces los puntos coordenados que describen el rayo. En este caso tenemos un problema de tipo determinístico, puesto que se supone que las velocidades son conocidas, lo cual en la práctica no se tiene sino una estimación, a veces con niveles apreciables de incertidumbre.

5. Problemas nuevos

Vamos a finalizar planteando unos futuros trabajos posibles para investigadores o estudiantes interesados.

5.1 Uso de aritmética Intervalar

Se propone un trabajo donde el sistema que surge de la construcción de un rayo, dado un modelo, la posición de una fuente y de los receptores, los parámetros del modelo, las velocidades de las subregiones, están dadas por intervalos, no por números [1]. Esto está enmarcado dentro de la llamada computación intervalar y daría múltiples soluciones al problema, en el sentido de la incertidumbre.

Esto es conveniente en los problemas de Geofísica de Exploración o Producción, pues se podría dar una interpretación a la solución del mismo, ya no como un camino dado, sino como múltiples caminos posibles. Lo cual a su vez implica múltiples soluciones o imágenes sísmicas correspondientes al problema. Este punto de vista es más realista pues el usuario de este tipo de experimentos ya puede considerar diferentes escenarios donde la realidad del subsuelo puede encontrarse. En la práctica solo infor-



mación adicional puede ir acotando la solución al problema y las soluciones del modelo de incertidumbre le darán al usuario posibilidades para la toma de decisiones.

5.2 Uso de teoría de Sistemas dinámicos

Este posible trabajo parte del hecho de que el trazado de rayos es un proceso muy sensitivo a la posición de fuentes y receptores, motivada en el uso de herramientas de la Teoría de Sistemas Dinámicos Finitos ([17]) para estudiar la sensibilidad de las ecuaciones a las perturbaciones de los parámetros de las mismas. Esto puede ser crítico en ciertos tipos de geometrías del subsuelo, como la geología del subsuelo en el piedemonte Llanero colombiano, donde fácilmente se puede perder la iluminación de determinadas estructuras por una posición perturbada de las fuentes o receptores.

El objetivo de este tipo de investigación entonces es cuantificar la sensibilidad del sistema no-lineal a las perturbaciones de los parámetros, por ejemplo, cambios en la geometría del modelo o cambios en las velocidades o posiciones de fuentes o receptores. En la literatura científica se ha mostrado que los sistemas no-lineales que provienen de la teoría de rayos son altamente inestables a cualquier cambio en los parámetros. La teoría de los sistemas dinámicos puede darnos una aclaración de la estabilidad del problema [3].

6. Conclusiones

A partir de la Sísmica de Exploración o producción, utilizando la Ecuación Elastodinámica, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) denominadas Ecuaciones Características, que representan las trayectorias donde la energía fluye en un medio continuo. Dichas trayectorias se pueden obtener, dados los parámetros del modelo, utilizando métodos numéricos. En particular, para el caso de un modelo compuesto por bloques de velocidad constante, este sistema de EDO se transforma en un problema de resolver un sistema de ecuaciones no-lineales.

Este sistema es altamente sensitivo a los valores de los parámetros, en particular, a las posiciones de fuentes y receptores. Esto tiene bastante impacto en los programas de adquisición sísmica, puesto que unos cambios en las posiciones de estos datos pueden implicar la falta de iluminación de un reflector de interés. Esto motiva la aplicación de la Teoría de los sistemas dinámicos al estudio de los mismos y el analizar la estabilidad de los mismos para diferentes valores de los parámetros. Además, el parámetro representado por las velocidades de propagación en cada subregión, incide en las trayectorias del modelo. Puesto que dichos parámetros no son conocidos, a diferencia de la posición de fuentes y receptores, que son controlados en el experimento, se asumen unos valores. Estos datos son usualmente estimados, basados en la experiencia o en técnicas de procesamiento sísmico. Esto nos lleva a sugerir el uso de la aritmética intervalar combinada con elementos de Métodos Numéricos, lo cual permitiría realizar

nuevas interpretaciones de la modelación sísmica y obtener escenarios posibles de la respuesta sísmica de los modelos, más realista que considerar modelos con parámetros determinísticos.

A. Motivación para los Métodos Asintóticos

Este apéndice se apoya en [6] y [5] y considera el asunto de las altas frecuencias y las escalas. Considerando la transformada de Fourier inversa dada por:

$$\omega^\beta \exp^{i\omega\tau(x)} \rightarrow F(t - \tau(x)) \quad (11)$$

donde la expresión a la derecha representa una onda progresiva en el dominio del tiempo, es decir, $F(t)$, es la transformada inversa de ω^β , y esta se propaga en la dirección de incremento de $\tau(x)$. Al dividir por potencias superiores de $(i\omega)$, en el dominio de la frecuencia, esto representa integraciones sucesivas en el dominio temporal, que pueden ser interpretadas como elementos de una sucesión cada vez más suaves

$$\delta(t) \rightarrow H(t) \rightarrow r(t) \cdots$$

donde la flecha representa integración en el dominio del tiempo y $\delta(t)$ es la función Delta de Dirac, $H(t)$ es la función de Heaviside y $r(t)$ es la función rampa. En otras palabras, el primer término de la serie (2), representa la transformada de Fourier de la parte más singular de la solución, asociada a las altas frecuencias, mientras que los términos posteriores, representan contribuciones más suaves, o sea, asociadas a las bajas frecuencias, a la solución de la ecuación de la Onda P

$$Lu = \left[\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2(x)} \right] u(x, \omega) = 0 \quad (12)$$

Utilizando la versión en el dominio de la frecuencia de la Ecuación de Onda, es decir, la Ecuación de Helmholtz (12), se substituye la aproximación asintótica, con coeficientes desconocidos, en la ecuación. A partir de esta substitución, se obtienen ecuaciones diferenciales para el tiempo de tránsito y para los coeficientes de amplitud. Realmente no es una serie convergente, por el contrario, se tiene una serie asintótica, la cual, en general, al colocar mayor número de términos diverge del valor al cual se quiere aproximar.

A.1 Una definición formal de esta idea

Definición La serie $\sum_{j=0}^{\infty} f_j(\omega)$ es una aproximación de $F(\omega)$, en el punto singular, $\omega = \omega_0$, (ver [5])y escribimos

$$F(\omega) \sim \sum_{j=0}^{\infty} f_j(\omega) \quad (13)$$



si para todo $N \in \mathbb{Z}^+$ y para todo $\epsilon > 0$, existe un $\delta > 0$ tal que si $\omega \in B_\delta(\omega_0)$, entonces

$$\left| \sum_{j=0}^N f_j(\omega) - F(\omega) \right| < \epsilon, \quad (14)$$

Es decir en una vecindad de un valor frecuencial, ω_0 , la suma parcial está cerca al valor de la función aproximada. En la óptica geométrica, ω_0 , representa un valor infinito, es decir, para altas frecuencias podemos aproximar la función con unos pocos términos.

Al substituir la serie asintótica en la Ecuación de Helmholtz, obtenemos:

$$\begin{aligned} Lu = & \omega^\beta \exp i\omega\tau \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{(i\omega)^j} \left[\omega^2 \left\{ \frac{1}{c^2} - (\nabla\tau)^2 \right\} A_j \right. \\ & \left. + i\omega \{ 2\nabla\tau \cdot \nabla A_j + A_j \nabla^2 \tau \} + \nabla^2 A_j \right], \end{aligned} \quad (15)$$

igualando a cero cada factor de $(i\omega)$, obtenemos la Ecuación Iconal (3) y las Ecuaciones de Transporte (4 y 5).

B. El método de las características

Se quiere resolver una ecuación de la forma

$$F(x, y, z, u, u_x, u_y, u_z) = 0 \quad (16)$$

Donde x, y y z son variables independientes y u, u_x, u_y y u_z son la solución y sus respectivas derivadas parciales con respecto a x, y , y z . En nuestro caso la variable independiente u corresponde al tiempo de tránsito τ de la ecuación Iconal, y u_x, u_y y u_z corresponden a las componentes del gradiente de τ

Se puede interpretar la ecuación

$$F(x, y, z, u, u_x, u_y, u_z) = 0, \quad (17)$$

como una función en el espacio de \mathfrak{R}^7 , y considerar como una función que define una familia de superficies de nivel en el espacio, una superficie para cada valor de u . El gradiente de u describe vectores normales a las superficies de nivel. Para la ecuación Iconal las superficies de nivel son superficies de igual tiempo de tránsito (frentes de onda) con el gradiente de u (dirección del rayo) en la dirección normal a las superficies de tiempo de tránsito.

Seguidamente, se deriva un sistema de EDO (Ecuaciones Diferenciales Ordinarias) que nos dice como moverse de una superficie de nivel u a otra. La solución a las coordenadas espaciales describe curvas en el espacio físico. Estas curvas son llamadas curvas características. La solución a los componentes del gradiente se interpretan como la forma en el que el vector cambia a lo largo de cada curva, mientras que la solución de u representan como cambia la variable u a lo largo de las características.

Las características se describen en términos de un conjunto auxiliar de variables: dos para etiquetar cada curva característica y una tercera que actúa como variable a lo largo de la curva (puede ser longitud de arco o tiempo). Usando una notación más general se describen las variables espaciales como $x = x_1$, $y = x_2$ y $z = x_3$, respectivamente, y las componentes del gradiente de u como:

$$u_x = p_1, u_y = p_2, u_z = p_3, \quad (18)$$

respectivamente.

Reescribiendo la expresión general de F , en términos de las nuevas variables, se tiene:

$$F(x_1, x_2, x_3, u, p_1, p_2, p_3) = F(x, u, \mathbf{p}) = 0 \quad (19)$$

Para el anterior sistema de EDO de primer orden, la ecuación $F = 0$ puede ser interpretada como describiendo una superficie embebida en un espacio de siete dimensiones. A partir de esto se va a deducir el sistema de las siete ecuaciones EDO.

Se considera una pequeña perturbación a lo largo de la superficie, $F = 0$, es decir, a partir de un punto x de la superficie se obtiene una perturbación al punto en la superficie, $x + \delta x$. Por tanto, se produce una variación en u y p , y además se cumple que

$$F(x + \delta x, u + \delta u, \mathbf{p} + \delta \mathbf{p}) = 0 \quad (20)$$

Como $F = 0$ en el punto inicial, si se aplica una aproximación de Taylor de primer orden en las perturbaciones, se obtiene:

$$\begin{aligned} & F(x + \delta x, u + \delta u, \mathbf{p} + \delta \mathbf{p}) - F(x, u, \mathbf{p}) \\ &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial F}{\partial x_i} \delta x_i + \frac{\partial F}{\partial u} \delta u + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial F}{\partial p_j} \delta p_j \end{aligned} \quad (21)$$

donde las derivadas parciales son evaluadas en (x, u, \mathbf{p})

Además como u y p dependen de x , se pueden escribir las perturbaciones de estas cantidades, en términos de la perturbación en x

$$\begin{aligned} \delta u &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial u}{\partial x_i} \delta x_i = \sum_{i=1}^3 p_i \delta x_i \\ \delta p_j &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial p_j}{\partial x_i} \delta x_i = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} \delta x_i = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 p_j}{\partial x_i} \delta x_i; \quad j = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (22)$$

recordando que $p_j = \frac{\partial u}{\partial x_j}$ y que $\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_i}$



Sustituyendo los resultados de (22) en (21), se obtienen:

$$\sum_{i=1}^3 \left[F_{x_i} + F_{u p_i} + \sum_{j=1}^3 F_{p_i p_{x_j}} \right] \delta x_i = 0 \quad (23)$$

y como los diferenciales son arbitrarios, la Ecuación (23) se cumple para cualesquier variación, en particular, si $x = (dx_1, 0, 0)$, $x = (0, dx_2, 0)$, $x = (0, 0, dx_3)$, por tanto se debe cumplir que

$$F_{x_i} + F_{u p_i} + \sum_{j=1}^3 F_{p_i p_{x_j}} = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (24)$$

La ecuación anterior se puede reescribir como

$$\sum_{j=1}^3 F_{p_i p_{x_j}} = \nabla_p F \cdot \nabla_x p_i = -[F_{x_i} + F_{u p_i}], \quad i = 1, 2, 3 \quad (25)$$

la cual es del llamado tipo cuasi-lineal [11]

Finalmente resolviendo por un método estándar: se define un vector

$$\frac{dx}{d\sigma} = \lambda \nabla_p F \quad (26)$$

donde λ es el factor de escala entre las longitudes de los dos vectores. Se reescribe el producto punto como

$$\nabla_p F \cdot \nabla_x p = \frac{1}{\lambda} \frac{dx}{d\sigma} \cdot \nabla_x p = \frac{1}{\lambda} \frac{dp}{d\sigma} \quad (27)$$

y la Ecuación (25) como

$$\frac{dp}{d\sigma} = -\lambda [\nabla_x F + F_{u p}] \quad (28)$$

En total se tienen seis (6) ecuaciones entre (26) y (28), las primeras tres definen una dirección en el espacio y las últimas tres definen la razón de cambio de p en esa dirección. Se puede visualizar que existen unas curvas que llenan el espacio y asociado a ellas existen vectores tangentes, estas curvas son llamadas curvas características. En cada punto de una curva característica, el vector p , define una dirección normal a la superficie de nivel de u . Finalmente, se requiere una ecuación que nos describa la razón de cambio de u a lo largo de las características.

Utilizando la regla de la cadena se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{du}{d\sigma} &= \sum_{j=1}^3 \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{dx_j}{d\sigma} = \sum_{j=1}^3 (\lambda p_j) F_{p_j} \\ &= p \cdot \lambda \nabla_p F \end{aligned} \quad (29)$$

En cada punto de una curva característica, el vector p , define una dirección normal a la superficie de nivel de u .

Reescribiendo todas las EDO explícitamente, se tiene que

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx_1}{d\sigma} = \lambda F_{p_1} \\ \frac{dx_2}{d\sigma} = \lambda F_{p_2} \\ \frac{dx_3}{d\sigma} = \lambda F_{p_3} \\ \frac{dp_1}{d\sigma} = -\lambda (F_{x_1} + p_1 F_u) \\ \frac{dp_2}{d\sigma} = -\lambda (F_{x_2} + p_2 F_u) \\ \frac{dp_3}{d\sigma} = -\lambda (F_{x_3} + p_3 F_u) \\ \frac{du}{d\sigma} = \lambda \sum_{j=1}^3 p_j F_{p_j} \end{array} \right. \quad (30)$$

Reconocimientos

Agradezco a los organizadores del VI Simposio de Optimización en Septiembre del 2013, por su apoyo para participar en el evento y al profesor José Alberto Rúa, director del Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad de Medellín por el apoyo y los tiempos que el autor dispuso para la realización del documento.

Referencias Bibliográficas

- [1] Azmy S. Ackleh, E.J. Allen, R.B. Hearfott, and P. Seshaiyer. *Classical and Modern Numerical Analysis*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL USA, 2010.
- [2] K. Aki and P Richards. *Quantitative Seismology. Theory and Methods, Volume I*. W.H. Freeman and Company, New York, 1980.
- [3] V.I. Arnold. *Mathematical methods of Classical Mechanics*. Springer-Verlag, Nueva York, 1978.
- [4] V.M. Babic and V.S. Buldyrev. *Short-wavelength diffraction theory (Asymptotic methods)*. Springer, Berlin, 1991.
- [5] N. Blestein. *Mathematical Methods for Wave Phenomena*. Academic Press, New York, 1984.
- [6] N. Blestein, J.K. Cohen, and J.W.H. Stockwell Jr. *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging*. Springer, Berlin, 2001.



- [7] A. Bona and M. Slawinski. Wavefronts and Rays: As Characteristics and Asymptotics. World Scientific Publisher Company, Pte. Ltd, Hackensack, NJ, USA, 2011.
- [8] J.E. Dennis and R.B. Schnabel. Numerical Methods for Unconstrained Optimization. Prentice Hall, Engle- wood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [9] P. Docherty. A Fast Ray Tracing Routine for laterally Inhomogeneous Medsi, CWP-018. PhD thesis, Colorado School of Mines, Golden, Colorado, EUA, 1985.
- [10] P. Docherty. Ray theoretical modeling, migration and inversion in two-and-one-half-dimensional layered acoustic media, Research Report number CWP-051. Center for Wave Phenomena, Colorado school of Mines, Golden, 1987.
- [11] Lawrence C. Evans. Partial Differential Equations: Second Edition. AMS, Providence, Rhode Island, USA, 2010.
- [12] S. Gray. Efficient travelttime calculations for kirchhoff migration. Geophysics, 51:1685–1688, 1986. [13] V. Červený. Seismic Ray Theory. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [14] V. Červený, I.A. Molotkov, and Psencik. Ray Method in Seismology. Universita Karlova, Praha, 1977. [15] H.B. Keller and D.J. Perozzi. Fast seismic ray tracing. SIAM J. APPL. MATH., 43(4):981–992, 1983.
- [16] Y. Kravtsov and Y.I. Orlov. Geometrical Optics of Inhomogeneous Media. Springer Verlag, Berlin, 1990.
- [17] Carlos César Piedrahita. Generalizacã o do Mé todo de Continuacã o no Trac,amento de Raios utilizando o Conceito dos Autoˆ matos Finitos. PhD thesis, Universidad Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, 2002.

Carlos César Piedrahita Escobar

El profesor Piedrahita posee pregrado en Matemáticas de la Universidad Nacional, sede Medellín, M.A. de la Universidad del Estado de Nueva York en Buffalo, y su PhD en Matemática Aplicada de la Universidad Estatal de Campinas, Brasil. Trabajó en el Grupo de Geofísica del Instituto Colombiano del Petróleo, distrito de investigación y desarrollo de Ecopetrol S.A., entre 1990 y el 2010. Actualmente se desempeña como profesor de tiempo completo del Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad de Medellín donde lidera el Grupo de Modelación y Computación Científica y dicta cursos en pregrado y posgrado relacionados con estos temas. Sus temas de investigación son en modelación y problemas inversos en la sísmica de exploración, así como la formulación matemática de la Mecánica del Continuo y la Computación Científica.

Instrucciones para los Autores

1. Introducción

La revista INGENIERÍA es una publicación periódica-científica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Tiene como propósito principal divulgar los resultados de investigación de la comunidad académica de la Facultad del país y del exterior. Por tal motivo, los artículos que se publican en la revista deben tener relación con el trabajo en ingeniería, en general, y con las derivaciones de la ingeniería que se desarrollan en la Universidad, en particular. Su frecuencia es semestral (dos ediciones por año). Todo artículo es evaluado de manera doble-ciega por pares revisores antes de ser calificado como candidato para publicar. El Comité Editorial, tomando en cuenta los conceptos emitidos por los evaluadores y el cumplimiento de las políticas editoriales de la Revista, decide la publicación del artículo en una edición futura. Todos los artículos presentados a la revista INGENIERÍA deben ser inéditos. No se publicarán artículos que hayan sido anteriormente publicados o que hubieren sido sometidos por el autor o los autores a otros medios de difusión nacional o internacional para su publicación. Los artículos se publican conforme a la tipología definida del Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología COLCIENCIAS, para revistas indexadas (*Artículo de investigación científica y tecnológica, Artículo de reflexión, Artículo de revisión, Artículo corto, Reporte de caso, Revisión de tema*). Se le dará prelación a los artículos de investigación científica y tecnológica, reflexión o revisión, en las diferentes ramas de la ingeniería.

2. Clasificación de los artículos

La clasificación de los artículos dentro de la revista INGENIERÍA se hace de acuerdo con la categorización sugerida por el Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología, COLCIENCIAS, para revistas científicas y tecnológicas indexadas. Los autores deben determinar a cuál de las categorías pertenece el artículo que están enviando, en la carta de presentación. (Véase la sección 3.1.)

Las categorías de los artículos están identificadas por el número de orden de la siguiente lista y sus características son:

- **Artículo de investigación científica y tecnológica.** Documento que presenta, de manera detallada, los resultados originales de

proyectos de investigación. La estructura generalmente utilizada contiene cuatro apartes importantes: introducción, metodología, resultados y conclusiones.

- **Artículo de reflexión.** Documento que presenta resultados de investigación desde una perspectiva analítica, interpretativa o crítica del autor, sobre un tema específico, recurriendo a fuentes originales.
- **Artículo de revisión.** Documento resultado de una investigación donde se analizan, sistematizan e integran resultados de investigaciones publicadas o no publicadas, sobre un campo en ciencia o tecnología, con el fin de dar cuenta de los avances y las tendencias de desarrollo. Se caracteriza por presentar una cuidadosa revisión bibliográfica de por lo menos 50 referencias.
- **Artículo corto.** Documento breve que presenta resultados originales preliminares o parciales de una investigación científica o tecnológica, que por lo general requieren de una pronta difusión.
- **Reporte de caso.** Documento que presenta los resultados de un estudio sobre una situación particular con el fin de dar a conocer las experiencias técnicas y metodológicas consideradas en un caso específico. Incluye una revisión sistemática comentada de la literatura sobre casos análogos.
- **Revisión de tema.** Documento resultado de la revisión crítica de la literatura sobre un tema en particular.

La revista INGENIERÍA dará prelación a aquellos documentos que se clasificarían en los artículos tipo 1, 2 ó 3. El interés fundamental está en la divulgación del trabajo científico realizado en ingeniería, en general, y en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Distrital, en particular.

3. PRESENTACIÓN DEL DOCUMENTO

La plantilla para la elaboración de artículos en formato .doc puede descargarse del portal Web de la Revista en la siguiente dirección:

<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/reving/article/view/4979/6709>

Los artículos deben ser escritos en hojas de papel de tamaño carta estándar (21,59 cm × 27,94 cm), en una sola columna. El tipo de letra en las columnas del artículo es Times New Roman o Calibri de tamaño 10. El espacio entre líneas es de uno (1) o espaciado sencillo. Los párrafos inician en la primera línea con una sangría de 0.3 cm.

La primera página del artículo debe contener título, resumen y palabras claves en español y en inglés, además de los datos de contacto de los autores. El título no debe contener más de 20 palabras y no debe incluir abreviaturas, paréntesis, fórmulas, siglas o caracteres desconocidos. Debe ser breve, preciso y codificable de manera que pueda ser registrado en índices internacionales. El Resumen debe tener una extensión máxima de 200 palabras, sin abreviaturas, ni referencias bibliográficas, ni

caracteres desconocidos. En él se señala en forma concisa los objetivos, hallazgos y conclusiones del estudio descrito en el artículo. El resumen debe ser comprensible sin necesidad de recurrir al resto del texto, figuras o tablas del artículo. Debe ir acompañado de máximo seis (6) palabras claves que describan los tópicos, áreas o temas más importantes del trabajo desarrollado.

El desarrollo del tema usualmente contempla secciones de Introducción, Revisión, Métodos, Materiales, Experimentos, Resultados, Discusión, Conclusiones, Agradecimientos,

Referencias y Apéndices. Cada sección va numerada con notación arábica, con subsecciones numeradas en nivel de profundidad (i.e. 1., 1.1, 1.2, 1.3, 2., 2.1, etc.). Los resultados se pueden presentar en Tablas o Figuras, referenciadas desde el texto.

Las figuras van numeradas en orden de aparición en el texto del artículo con números arábigos, precedidos por la palabra “Figura” y en negrilla. Todas las figuras deben contar con una leyenda explicativa. Las imágenes deben tener una resolución mínima de 200 píxeles por pulgada. Las figuras deben ser en lo posible en tonalidades de gris, aunque también se aceptan en color si es necesario para el entendimiento del artículo. Las ecuaciones dentro de un artículo deben estar numeradas en orden de aparición. El número de ecuación va entre paréntesis y ajustado al lado derecho de la página mientras que la ecuación va centrada. Las tablas van numeradas en forma consecutiva en la medida que van apareciendo en el texto del artículo. Las tablas van encabezadas por la palabra “Tabla” y un número romano consecutivo, todo en negrilla. Todas las referencias bibliográficas deben estar citadas dentro del texto. Las referencias aparecen al final del artículo, después de las conclusiones. Las referencias deben listarse de manera numerada en el orden de aparición en el texto del artículo, con números arábigos entre corchetes cuadrados. El formato de presentación de referencias que acepta la Revista es el IEEE.

El artículo debe finalizar con un espacio dedicado a las biografías de los autores. En ellas deben aparecer: nombre completo, lugar de origen, título de pregrado, universidad, ciudad, país, títulos de postgrado, universidad, ciudad, país, experiencia profesional (cargo, institución, años de servicio) y datos de contacto.

4. Procedimiento para el envío de artículos para publicación

Se describe el procedimiento que deben seguir los autores para enviar artículos para publicación en la Revista INGENIERÍA.

Los autores deben enviar los siguientes documentos por correo electrónico (revista_ing@udistrital.edu.co) dirigidos al Editor de la Revista:

- Carta de presentación y originalidad del artículo: El formato de la presente carta puede descargarse en el siguiente link: <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/reviving/pages/view/Formatos>. La finalidad de la carta es certificar que el artículo es inédito, que no está sometido a otra publicación y que se aceptan las normas de publicación de la Revista.
- El artículo en formato digital utilizando la plantilla y las normas de presentación que se pueden consultar en el siguiente link (instrucciones a los autores): <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/reviving/pages/view/Instructivos>. Se deben enviar dos (2) copias del artículo, una de ellas sin los nombres ni biografías de los autores.
- Los autores relacionaran en el correo de postulación del artículo dos posible evaluadores que cumplan las siguientes condiciones:
 - Debe tener al menos título de maestría
 - Pertenecer a una institución diferente a la de los autores
 - Haber publicaciones en los últimos tres años

Nota: Enviar los datos de los contacto de los evaluadores (nombre completo, institución y correo electrónico) en el correo.

- En caso de ser aceptado, los autores del artículo se comprometen a diligenciar el formato de cesión de derechos para publicación. Se puede descargar en el siguiente link: <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/reviving/pages/view/Formatos>