

Modelamiento en MatLab de prótesis transtibial

Modeling in MatLab of transtibial prosthesis

Daniel Guardiola León
Teleperformance
dyguardiolal@correo.udistrital.edu.co

Este artículo detalla el modelado matemático (diagrama de bloques) de una prótesis transtibial. El diseño 3D se analiza con MatLab (toolbox Simmechanics) con el fin de conocer la respuesta a las distintas fuerzas con las que la prótesis interactúa durante la marcha. Como criterio se asume que la prótesis es portada por un hombre de 70 kgs y 1.70 m. La marcha humana es emulada en MatLab mediante bloques del modelo. Adicionalmente, el software de simulación Opensim se utiliza para comprender el comportamiento de la cinemática humana.

Palabras clave: Marcha humana, prótesis transtibial, simulación

This paper details the mathematical modeling (block diagram) of a transtibial prosthesis. The 3D design is analyzed in MatLab (SimMechanics toolbox) in order to know the answer to the different forces with which the prosthesis interacts during operation. As a criterion is assumed that the prosthesis is carried by a man of 70 kg and 1.70 m. The human gait is emulated in MatLab by model blocks. Additionally, Opensim simulation software is used to understand the behavior of human kinematics.

Keywords: Human gait, simulation, transtibial prostheses

Tipología del artículo: Investigación

Fecha recepción del manuscrito: Mayo 1, 2015

Fecha aceptación del manuscrito: Junio 5, 2015

Investigación financiada por: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Edición digital: <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/tekhne/issue/view/755>

Cómo citar: Guardiola, D. (2015). *Modelamiento en MatLab de prótesis transtibial*. Revista Tekhnê, 12(2), 13-22.

Introducción

Los avances en materia de nuevos desarrollos de última tecnología para prótesis está surgiendo en Latinoamérica, muchas instituciones públicas y privadas están iniciando el proceso de desarrollo de nuevos procedimientos e innovación en la creación de distintas prótesis. Sin embargo, las últimas tecnologías en esta área se han desarrollado en Europa siendo sus costos altos. Por tal razón, no toda la población que sufre de alguna discapacidad en Latinoamérica tiene acceso a estos. Es por esto que se vuelve importante buscar alternativas que permitan la inclusión de esta población discapacitada a nuevos desarrollos que mejoren su calidad de vida (El País, 2011; Portafolio, 2014).

Dentro del contexto de nuestra nación, la guerra interna colombiana en la que hasta la fecha han sido registradas 10.847 personas afectadas por minas antipersonal, el 38 % son civiles y el 62 % restante hacían parte de la fuerza pública, dentro de las cuales murieron 2.218 entre soldados y civiles. Los 8.879 individuos restantes resultaron heridos (Dirección para la Acción Integral contra Minas Antipersonal, 2014), esto sin tener en cuenta a los más de 60.000 colombianos que han sufrido la amputación de alguno de sus miembros inferiores causadas por enfermedades como la diabetes, o la enfermedad vascular periférica (EVP) (DANE, 2010).

La población que se ve afectada por la guerra interna en Colombia y que ha sido amputada, en algunos casos suele perder la musculatura del tobillo y pies denominada amputación transtibial. En otros casos pierden la musculatura de las rodillas, denominada amputación trasfemorales, en que se pierde la mayoría del miembro inferior.

A continuación se presenta el desarrollo del mapa de bloques de una prótesis transtibial en MatLab, previamente construida en Solidworks, en la cual se verifica la respuesta mecánica de la prótesis a través de la puesta en marcha de una ecuación diferencial que modela la marcha humana, y para la cual fue implementada la prótesis.

Metodología

En el diagrama de la Fig. 1 se puede encontrar los procedimientos que llevaron a la ejecución del presente proyecto. Se pueden apreciar seis pasos que se detallan a continuación.

Análisis de modelado de la prótesis

En esta primera etapa se busca proveer al diseño de la prótesis con los datos suficientes para lograr el intercambio de información entre los software Solidworks y Simulink de MatLab. En esta etapa la prótesis es definida como un elemento finito, con unos valores de tamaño y peso definidas, las cuales fueron determinadas en el diseño inicial (Bello, García, Martínez, y Acero, 2013). Sin

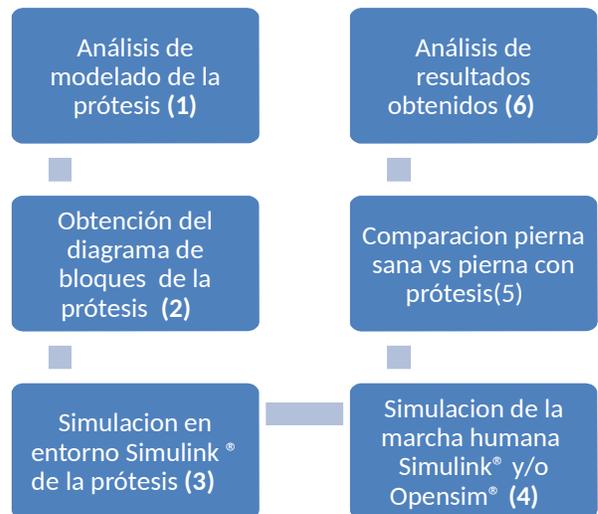


Figura 1. Diagrama de bloques.

embargo, aunque las piezas estaban unidas, el software Solidworks 3D no tenía indicado un diseño comportamental de las piezas. La masa específica de la prótesis es de 3420,45 gramos, con un volumen de 1.839.64 cm³, y un área de superficie total de 3.326,37 cm².

A continuación se muestra las propiedades físicas básicas de la prótesis.

- Centro de masa [cm]: $X = 1,88$, $Y = 18,32$ y $Z = -0,05$
- Ejes principales de inercia y momentos principales de inercia [grs/cm²] medido desde el centro de masa (ecs. 1, 2 y 3).

$$I_x = (-0,13, 0,99 \ 0,00) \quad P_x = 63309,23 \quad (1)$$

$$I_y = (-0,99, -0,13, -0,03) \quad P_y = 726901,53 \quad (2)$$

$$I_z = (-0,03, -0,01 \ 1,00) \quad P_z = 766666,59 \quad (3)$$

- Momentos de inercia [grs*cm²] obtenidos en el centro de masa y alineados con el sistema de coordenadas (ecs. 4, 5 y 6, Fig. 2).

$$L_{xx} = 714867,97 \quad L_{xy} = -88677,13 \quad L_{xz} = 757,81 \quad (4)$$

$$L_{yx} = -88677,13 \quad L_{yy} = 75392,33 \quad L_{yz} = 3257,229 \quad (5)$$

$$L_{zx} = 757,81 \quad L_{zy} = 3257,22 \quad L_{zz} = 766617,05 \quad (6)$$

Obtención del diagrama de bloques de la prótesis

Luego de corregir valores físicos y cinéticos de la prótesis, se procede a realizar el análisis matemático, usando la toolbox de MatLab SimMechanics (MathWorks, 2014a). Allí se decodifica la información, almacenada en un archivo (.XML) de tipo exportación y (.STL), los cuales almacenan las características físicas y geométricas de la pieza respectivamente, para luego ser representados en Simulink de MatLab (MathWorks, 2014b) (Fig. 3).

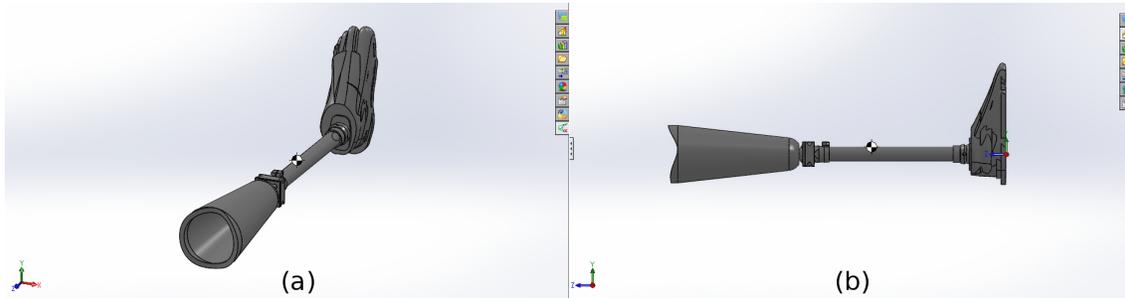


Figura 2. (a) Prótesis transtibial modelada en Solidworks. (b) Vista cercana de la prótesis con correcciones de coordenadas.

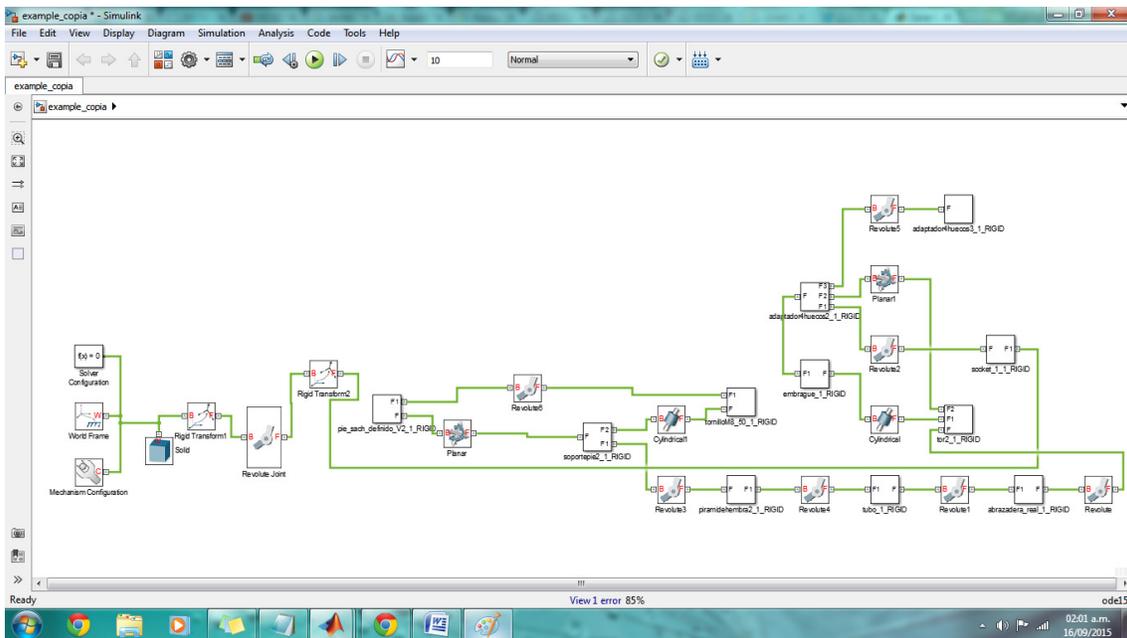


Figura 3. Mapa de bloques que modela la prótesis.

Simulación en entorno Simulink de la prótesis central

Una vez obtenidos el diagramas de bloques de la prótesis, es a penas claro que es necesario conocer el comportamiento matemático. La prótesis es entonces un elemento finito fijo, por tal motivo sus valores de tensiones y fuerzas no se ven reflejadas ni perceptibles inmediatamente, sin embargo su representación obtenida explica de una manera más clara sus características físicas, y aquí es donde se pone en evidencia que los datos almacenados en el diseño del modelo principal afectan de manera profunda sus características matemáticas al verlas reflejadas en MatLab. Como se observa en la Fig. 4, se ubican las posiciones de centro de masa en cada pieza que conforma la prótesis, este se va a ver reflejado en el entorno de Simulink, aunque para esta primera parte, la pieza opera como un elemento fijo el cual no se ve actuado por ningún tipo de evento. Es necesario explicar los elementos que hacen parte de la biblioteca de SimMechanics ya que son necesarios en la comprensión del modelado del sistema.

Bloques en SimMechanics (Mula, 2009).

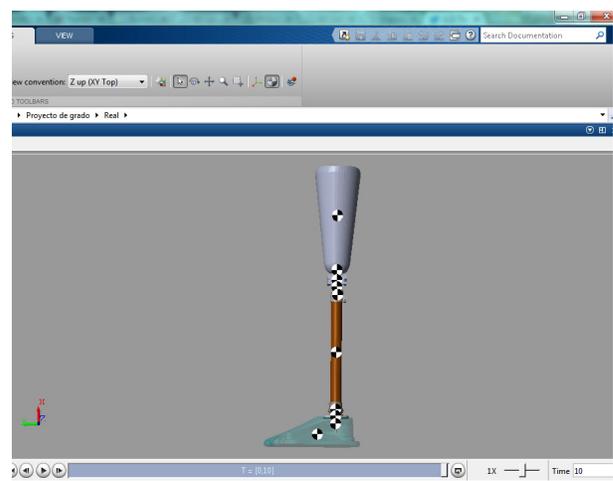


Figura 4. Simulación de la prótesis en el entorno Simulink.

- *Body Elements*. Son los componentes básicos de cualquier sistema mecánico, elementos que permiten caracterizar los cuerpos rígidos definidos por MatLab, como posiciones o puntos de orden espacial que tienen una masa específica.

- *Constraints*. Se encargan de definir o restringir libertades en el movimiento de una pieza, los ángulos de libertad entre piezas, entre otros datos que describen el movimiento de una de estas con respecto a otra.

- *Forces and Torques*. Relaciona las fuerzas y momentos que actúan sobre o entre marcos de referencia de un cuerpo rígido ya sean datos genéricos y/o especializados los que modelen un sistema mecánico. Como por ejemplo, la representación física de un amortiguador y un muelle entre dos cuerpos o bien campos gravitacionales entre dos cuerpos. Estos bloques determinan variables como lo son constantes de amortiguamiento, constantes de rigidez de la pieza entre otros datos.

- *Joints*. Representan las articulaciones de la pieza esto quiere decir los grados de libertad de movimiento que tiene una pieza respecto a un punto de referencia se conectan de la siguiente manera: la entrada *B* se conecta a la referencia a la cual el cuerpo en cuestión se moverá y la salida *F* se conecta al cuerpo que se moverá respecto a la base (entrada *B*).

- *Frames and Transforms*. Son bloques que nos permiten definir los marcos de referencia y sus relaciones espaciales, son fundamentales ya que definen la posición y ubicación de una pieza adyacente respecto a una referencia espacial anteriormente definida y que se deriva de la referencia general de todo el sistema que está representada por el bloque *World Frame*.

- *Gears and Couplings*. Esta librería contiene las limitaciones especializadas de engranajes entre cuerpos rígidos esta creada específicamente para el tratamiento de relaciones de movimiento rotativas como lo son los piñones entre otros.

- *Utilities*. Define los parámetros de simulación, en este bloque se modela la gravedad con el fin de definir un entorno real de simulación definiendo su dirección en el plano.

Simulación marcha humana en Simulink. En la actualidad, existen distintas plataformas para simular distintos procesos humanos, la caminata no es una excepción. Instituciones como los son *International Society of Biomechanics* han realizado distintos desarrollos respecto de la cinemática humana (ISB, 2015), almacenando bases de datos acerca de experimentos realizados en el movimiento humano. De otro lado esta OpenSim, es un software libre desarrollado por la Universidad de Stanford que permite desarrollar modelos musculo esqueléticos y simulaciones de movimiento a libertad. Permite el análisis de modelos de contacto y modelos musculares. Estos pueden ser compartidos sin necesidad de modificar o compilar el código fuente, se pueden analizar los modelos y las simulaciones

existentes y desarrollar nuevos modelos y simulaciones dentro de la interfaz gráfica de usuario.

Aunque se llevaron a cabo varias simulaciones de la marcha humana en este software con MatLab, usando librerías creadas para por OpenSim para MatLab, no fue posible acoplar la programación de código realizadas por OpenSim en MatLab. Con el mapa de bloques obtenido de la prótesis, las librerías de código funcionan analizando un archivo digital especializado (.c3d). Institutos como Gait Clínic o laboratorios de Biomecánica, guardan datos de experimentos, realizados en la marcha humana usando este tipo de archivo, lo que nos hubiera podido permitir realizar una representación más idónea de la marcha, lastimosamente hasta ahora no ha sido posible (C3D, 2015).

De esta manera, como alternativa se emplea la ecuación de Lagrange, la cual realiza un análisis de energías (Fig. 5).

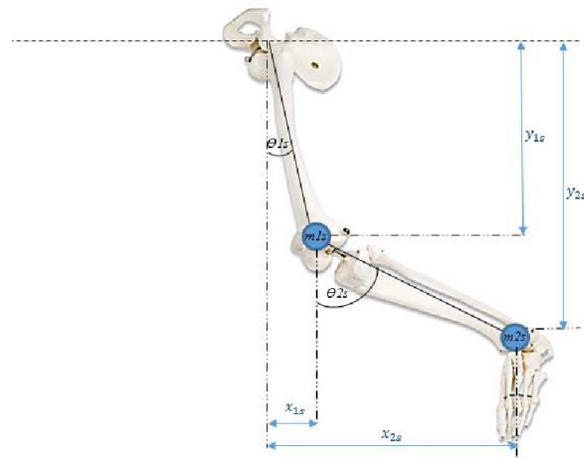


Figura 5. Péndulo doble (Forero y Méndez, 2015).

Donde l_1 y l_2 corresponden a las longitudes de los huesos fémur y tibia, basándonos en la Fig. 5 se puede deducir lo siguiente (ecs. 7 y 8):

$$x_{1s} = l_{1s} \sin \theta_{1s} \quad (7)$$

$$y_{1s} = l_{1s} \cos \theta_{1s} \quad (8)$$

El objetivo será hallar la energía relacionada en el sistema. Para esto se necesita las componentes de posición, de velocidad y de aceleración, con el fin de determinar la energía en el sistema. Derivando ecs. 7 y 8 respecto al tiempo se obtienen las componentes de velocidad (ecs. 9 y 10).

$$\dot{x}_{1s} = l_{1s} \dot{\theta}_{1s} \cos \theta_{1s} \quad (9)$$

$$\dot{y}_{1s} = l_{1s} \dot{\theta}_{1s} \sin \theta_{1s} \quad (10)$$

Calculando la Velocidad Total para el muslo de la pierna sana (ec. 11).

$$vms^2 = \dot{x}_{1s}^2 + \dot{y}_{1s}^2 = l_{1s}\dot{\theta}_{1s}^2 \cos^2\theta_{1s} + l_{1s}\dot{\theta}_{1s}^2 \sin^2\theta_{1s} = l_{1s}^2 \dot{\theta}_{1s}^2 \quad (11)$$

Empleando la expresión de Energía Cinética, en este punto se incluye m_{1s} , que corresponde a masa del muslo de la pierna sana (ec. 12).

$$E_{k1s} = \frac{1}{2}m_{1s}vms^2 \quad (12)$$

Reemplazando (ec. 11) en (ec. 12), se obtiene la expresión para la Energía Cinética del muslo de la pierna sana (ec. 13).

$$E_{k1s} = \frac{1}{2}m_{1s}l_{1s}^2 \dot{\theta}_{1s}^2 \quad (13)$$

Empleando la expresión de Energía Potencial para el muslo de la pierna sana (ec. 14).

$$E_{p1s} = -m_{1s}gy_{1s} \quad (14)$$

Reemplazando (ec. 8) en (ec. 14), se obtiene la expresión para la Energía Potencial del muslo de pierna sana (ec. 15).

$$E_{p1s} = -m_{1s}l_{1s}g \cos\theta_{1s} \quad (15)$$

Para m_{2s} (Pantorrilla de Pierna). Ecuaciones de posición (ecs. 16 y 17).

$$x_{2s} = x_{1s} + l_{2s}\sin\theta_{2s} = l_{1s}\sin\theta_{1s} + l_{2s}\sin\theta_{2s} \quad (16)$$

$$y_{2s} = y_{1s} - l_{2s}\cos\theta_{2s} = -l_{1s}\cos\theta_{1s} - l_{2s}\cos\theta_{2s} \quad (17)$$

Derivando (ec. 16) y (ec. 17) respecto al tiempo se obtienen las componentes de velocidad (ecs. 18 y 19).

$$\dot{x}_{2s} = \dot{x}_{1s} + l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\cos\theta_{2s} = l_{1s}\dot{\theta}_{1s}\cos\theta_{1s} + l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\cos\theta_{2s} \quad (18)$$

$$\dot{y}_{2s} = \dot{y}_{1s} + l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\sin\theta_{2s} = l_{1s}\dot{\theta}_{1s}\sin\theta_{1s} + l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\sin\theta_{2s} \quad (19)$$

Calculando la Velocidad Total para la pantorrilla (ver Ecs. 20 y 21). Empleando la expresión de Energía Cinética para la pantorrilla (ec. 22).

$$E_{k2s} = \frac{1}{2}m_{2s}vps^2 \quad (22)$$

Reemplazando (ec. 21) en (ec. 22), se obtiene la expresión para la Energía Cinética de la pantorrilla (ec. 23).

$$E_{k2s} = \frac{1}{2}m_{2s}vps^2 = \frac{1}{2}m_{2s}(l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + l_{2s}^2\dot{\theta}_{2s}^2 + 2l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})) \quad (23)$$

Empleando la expresión de Energía Potencial para la pantorrilla (ec. 24).

$$E_{p2s} = -m_{2s}gy_{2s} \quad (24)$$

Reemplazando (ec. 17) en (ec. 24), se obtiene la expresión para la Energía Potencial de la pantorrilla de la pierna sana (ec. 25).

$$E_{p2s} = -m_{2s}(l_{1s}g \cos\theta_{1s} + l_{2s}g \cos\theta_{2s}) \quad (25)$$

Sumando (ec. 13) y (ec. 23), calculamos la Energía Cinética total (ver ecs. 26 y 27). Sumando (ec. 15) y (ec. 25), calculamos la Energía Potencial total para la pierna sana (ver ecs. 28, 29 y 30).

$$E_{psT} = E_{p1s} + E_{p2s} \quad (28)$$

$$E_{psT} = -m_{1s}l_{1s}g \cos\theta_{1s} - m_{2s}(l_{1s}g \cos\theta_{1s} + l_{2s}g \cos\theta_{2s}) \quad (29)$$

$$E_{psT} = -(m_{1s} + m_{2s})l_{1s}g \cos\theta_{1s} - m_{2s}l_{2s}g \cos\theta_{2s} \quad (30)$$

Luego de obtener las energías totales para la pierna sana, calculamos el Lagrangiano (ec. 31).

$$Ls = E_{ksT} - E_{psT} \quad (31)$$

Reemplazando (ec. 27) y (ec. 28) en (ec. 31) obtenemos (ver ec. 32). Reorganizando términos, y haciendo cálculos en (ec. 32) se obtiene el Lagrangiano para la pierna sana (ver ec. 33).

Ahora derivando (ec. 33) respecto a $\dot{\theta}_{1s}$ se tiene la (ec. 34). Derivando (ec. 34) respecto al tiempo se obtiene la (ec. 35). Derivando (ec. 33) respecto a θ_{1s} se obtiene la (ec. 36).

$$\frac{dLs}{d\dot{\theta}_{1s}} = -l_{1s}g\sin\theta_{1s}(m_{1s} + m_{2s}) - m_{2s}gl_{2s}\sin\theta_{2s} \quad (36)$$

Empleando la ecuación de LaGrange para θ_{1s} (ec. 37).

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ls}{\partial \dot{\theta}_{1s}}\right) - \frac{\partial Ls}{\partial \theta_{1s}} = 0 \quad (37)$$

Reemplazando (ecs. 34, 35 y 36) en (ec. 37), se obtiene la (ec. 38). Ahora derivando (ec. 33) respecto a $\dot{\theta}_{2s}$ se tiene (ec. 39).

$$\frac{dLs}{d\dot{\theta}_{2s}} = m_{2s}l_{2s}^2(\dot{\theta}_{1s} + \dot{\theta}_{2s}) + m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) \quad (39)$$

Derivando (ec. 39) respecto al tiempo se obtiene la (ec. 40). Derivando la (ec. 33) respecto a θ_{2s} se obtiene la (ec. 41).

$$\frac{dLs}{d\theta_{2s}} = -m_{2s}l_{1s}l_{2s}\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s})(\dot{\theta}_{1s}^2 + \dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}) - m_{2s}gl_{2s}\sin(\theta_{2s}) \quad (41)$$

Empleando la ecuación de LaGrange para θ_{2s} (ec. 42).

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ls}{\partial \dot{\theta}_{2s}}\right) - \frac{\partial Ls}{\partial \theta_{2s}} = 0 \quad (42)$$

$$vps^2 = \dot{x}_{2s}^2 + \dot{y}_{2s}^2 = (l_{1s}\dot{\theta}_{1s}\cos\theta_{1s} + l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\cos\theta_{2s})^2 + (l_{1s}\dot{\theta}_{1s}\sin\theta_{1s} + l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\sin\theta_{2s})^2 \quad (20)$$

$$vps^2 = l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + l_{2s}^2\dot{\theta}_{2s}^2 + 2l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) \quad (21)$$

$$E_{kST} = E_{k1s} + E_{k2s} \quad (26)$$

$$E_{kST} = \frac{1}{2}m_{1s}l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_{2s}(l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + l_{2s}^2\dot{\theta}_{2s}^2 + 2l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})) \quad (27)$$

$$Ls = \frac{1}{2}m_{1s}l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_{2s}(l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + l_{2s}^2\dot{\theta}_{2s}^2 + 2l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})) + (m_{1s} + m_{2s})l_{1s}g\cos\theta_{1s} + m_{2s}l_{2s}g\cos\theta_{2s} \quad (32)$$

$$Ls = \frac{1}{2}(m_{1s} + m_{2s})l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s}^2 + \frac{1}{2}m_{2s}l_{2s}^2\dot{\theta}_{2s}^2 + m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) + (m_{1s} + m_{2s})l_{1s}g\cos\theta_{1s} + m_{2s}l_{2s}g\cos\theta_{2s} \quad (33)$$

$$\frac{dLs}{d\dot{\theta}_{1s}} = (m_{1s} + m_{2s})l_{1s}^2\dot{\theta}_{1s} + m_{2s}l_{2s}^2(\dot{\theta}_{1s} + \dot{\theta}_{2s}) + 2m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) + m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) \quad (34)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dLs}{d\dot{\theta}_{1s}}\right) = \ddot{\theta}_{1s}(l_{1s}^2(m_{1s} + m_{2s}) + m_{2s}l_{2s}^2 + 2m_{2s}l_{1s}l_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})) + \ddot{\theta}_{2s}(m_{2s}l_{2s}^2 + m_{2s}l_{1s}l_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})) - 2m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) - m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{2s}^2\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) \quad (35)$$

$$(m_{1s} + m_{2s})l_{1s}^2\ddot{\theta}_{1s} + m_{2s}\ddot{\theta}_{2s}l_{1s}l_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) - m_{2s}\dot{\theta}_{1s}l_{1s}l_{2s}(\dot{\theta}_{1s} - \dot{\theta}_{2s})\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) + m_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}l_{1s}l_{2s}\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) + (m_{1s} + m_{2s})gl_{1s}\sin\theta_{1s} = 0 \quad (38)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{dLs}{d\dot{\theta}_{2s}}\right) = m_{2s}l_{2s}^2(\ddot{\theta}_{1s} + \ddot{\theta}_{2s}) + m_{2s}l_{1s}l_{2s}\ddot{\theta}_{1s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) - m_{2s}l_{1s}l_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) \quad (40)$$

$$m_{2s}l_{2s}^2\ddot{\theta}_{2s} + m_{2s}\ddot{\theta}_{1s}l_{1s}l_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s}) - m_{2s}\dot{\theta}_{1s}l_{1s}l_{2s}(\dot{\theta}_{1s} - \dot{\theta}_{2s})\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) - m_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}l_{1s}l_{2s}\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s}) + m_{2s}gl_{2s}\sin\theta_{2s} = 0 \quad (43)$$

$$\ddot{\theta}_{1s} = \frac{-m_{2s}\dot{\theta}_{2s}l_{2s}\cos(\theta_{1s}-\theta_{2s})+m_{2s}\dot{\theta}_{2s}l_{2s}(\dot{\theta}_{1s}-\dot{\theta}_{2s})\sin(\theta_{1s}-\theta_{2s})-m_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}l_{2s}\sin(\theta_{1s}-\theta_{2s})-(m_{1s}+m_{2s})g\sin\theta_{1s}}{(m_{1s}+m_{2s})l_{1s}} \quad (44)$$

$$\ddot{\theta}_{2s} = \frac{-\ddot{\theta}_{1s}l_{1s}\cos(\theta_{1s}-\theta_{2s})+\ddot{\theta}_{1s}l_{1s}(\dot{\theta}_{1s}-\dot{\theta}_{2s})\sin(\theta_{1s}-\theta_{2s})+\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}l_{1s}\sin(\theta_{1s}-\theta_{2s})-g\sin\theta_{2s}}{l_{2s}} \quad (45)$$

Reemplazando las (ecs. 39, 40 y 41) en la (ec. 42) se obtiene la (ec. 43).

Despejando $\dot{\theta}_{1s}$ y $\dot{\theta}_{2s}$ en (ec. 38) y (ec. 43) respectivamente, se obtienen las ecuaciones de movimiento que sirven de base para la implementación del modelo (ecs. 44 y 45) (Gusmán, 2010).

Para el caso específico, θ_{1s} y θ_{2s} corresponden al ángulo de apertura respecto a la vertical del fémur y la tibia respectivamente. Para implementar la ecuación de movimiento de este ángulo, se fraccionó la expresión en la suma de los cuatro términos de la (ec. 46). Esta ecuación

$$\ddot{\theta}_{1s} = \frac{-m_{2s}\ddot{\theta}_{2s}l_{2s}\cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{(m_{1s} + m_{2s})l_{1s}} + \frac{m_{2s}\dot{\theta}_{2s}l_{2s}(\dot{\theta}_{1s} - \dot{\theta}_{2s})\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{(m_{1s} + m_{2s})l_{1s}} - \frac{m_{2s}\dot{\theta}_{1s}\dot{\theta}_{2s}l_{2s}\sin(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{(m_{1s} + m_{2s})l_{1s}} - \frac{g \sin \theta_{1s}}{l_{1s}} \quad (46)$$

simplificada se puede representar de la forma mostrada en la (ec. 47).

$$\ddot{\theta}_{1s} = \frac{-m_{2s}\ddot{\theta}_{2s}l_{2s}\cos(\theta_{1s}-\theta_{2s})}{(m_{1s}+m_{2s})l_{1s}} - \frac{m_{2s}\dot{\theta}_{2s}^2 l_{2s}\sin(\theta_{1s}-\theta_{2s})}{(m_{1s}+m_{2s})l_{1s}} - \frac{g \sin \theta_{1s}}{l_{1s}} \quad (47)$$

El mapa de bloques que representa este proceso está indicado en la Fig. 6. Téngase en cuenta que las ganancias de retroalimentación deben ser configuradas con el fin de que el modelo opere dentro de lo esperado, razón por la cual la constante de valor 5 corresponde al valor inicial de aceleración que se da al ángulo para generar el movimiento, el cual se determinó mediante pruebas de ejecución, y se ajustó para el comportamiento establecido del sistema. Para implementar la ecuación de movimiento de este ángulo, al igual que en el ángulo anterior, se fraccionó la expresión en la suma de los términos mostrados en las (ecs. 48 y 49) (Fig. 7).

En la Fig. 8 se puede observar el mapa de bloques completo con la emulación de los dos miembros inferiores, y en él que en uno de estos miembros se incluye en el sistema. Si se desea se puede retirar la prótesis y dar el tamaño y densidad normal al muñón o eslabón del cuerpo que queramos corregir, así podemos hacer análisis sin interferir de gran manera en la conexión de los bloques.

Resultados

Se obtuvo el mapa de bloques de una prótesis transtibial en MatLab, en la cual se observa la respuesta mecánica de esta, usando la ecuación diferencial de Lagrange que modela la marcha humana, y para la cual fue implementada la prótesis.

Comparación pierna sana vs pierna protésica y análisis de resultados

En la Fig. 9 se puede observar la ejecución del mapa de bloques de todo el sistema y la representación física que realiza MatLab, y cómo interactúan los miembros inferiores, en su composición general que está representada por muslos, pantorrillas y pelvis.

El sistema está diseñado para hacer cambios en las partes del cuerpo, lo que son en definitiva pelvis, pantorrillas y muslos esto con el fin de realizar un análisis de torque y de comprender a grandes rasgos la inferencia de la prótesis en el sistema, manteniendo relaciones de antropometría para un cuerpo humano del común, es decir, índices de masa corporal dentro de la media poblacional (Gonzalez, 2007).

Las Figs. 10, 11 y 12 muestran las curvas de comportamiento para desplazamiento, velocidad y aceleración obtenidas en la simulación.

7

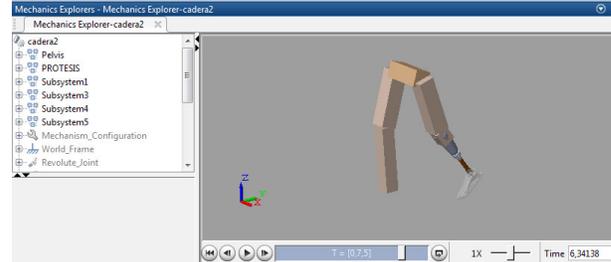


Figura 9. Simulación de la marcha humana incluyéndose la prótesis.

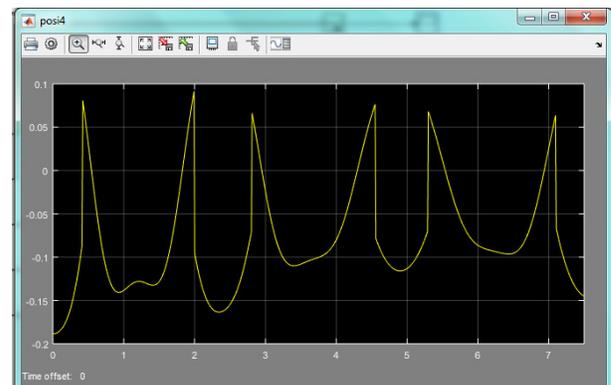


Figura 12. Aceleración de movimiento entre el muñón y la prótesis.

Conclusiones

Se obtuvo el modelo matemático (mapa de bloques) que describe la prótesis, y en cual se podían simular estados y movimientos acompañados de variables físicas con el fin de poder observar el comportamiento de una prótesis ante la marcha humana y como este puede afectar el desplazamiento de una persona en la marcha.

Se emplearon elementos de simulación computacional con el fin de conocer la respuesta de un elemento solido a distintas variables físicas tanto propias como externas.

El modelo matemático que describe este proceso de análisis para MatLab es el Lagrangiano. Es un modelo de cinemática inversa, y que también logra descifrarse con técnicas modelos multipuertos (Bravo y Garzón, 2005; Karnopp y Rosenberg, 1976).

Se implementó una ecuación diferencial que modelara el sistema de marcha y en la cual se pudiera realizar un análisis de las fuerzas que interfieren en la marcha con prótesis (Weisstein, 2005).

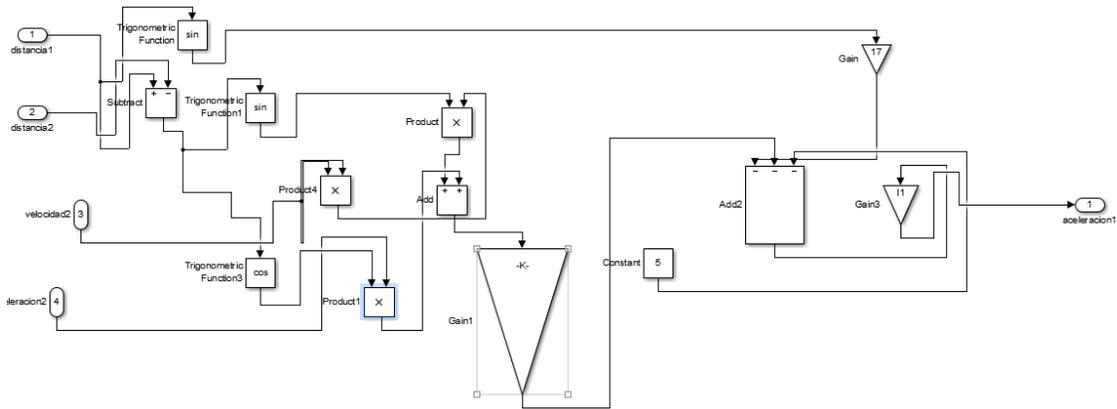


Figura 6. Ilustración del análisis de marcha humana persona promedio.

$$\ddot{\theta}_{2s} = \frac{-\dot{\theta}_{1s} l_{1s} \cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{l_{2s}} + \frac{\dot{\theta}_{1s} l_{1s} (\dot{\theta}_{1s} - \dot{\theta}_{2s}) \sin(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{l_{2s}} + \frac{\theta_{1s} \dot{\theta}_{2s} l_{1s} \sin(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{l_{2s}} - \frac{-g \sin \theta_{2s}}{l_{2s}} \quad (48)$$

$$\ddot{\theta}_{2s} = \frac{-\dot{\theta}_{1s} l_{1s} \cos(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{l_{2s}} + \frac{\dot{\theta}_{1s}^2 l_{1s} \sin(\theta_{1s} - \theta_{2s})}{l_{2s}} - \frac{-g \sin \theta_{2s}}{l_{2s}} \quad (49)$$

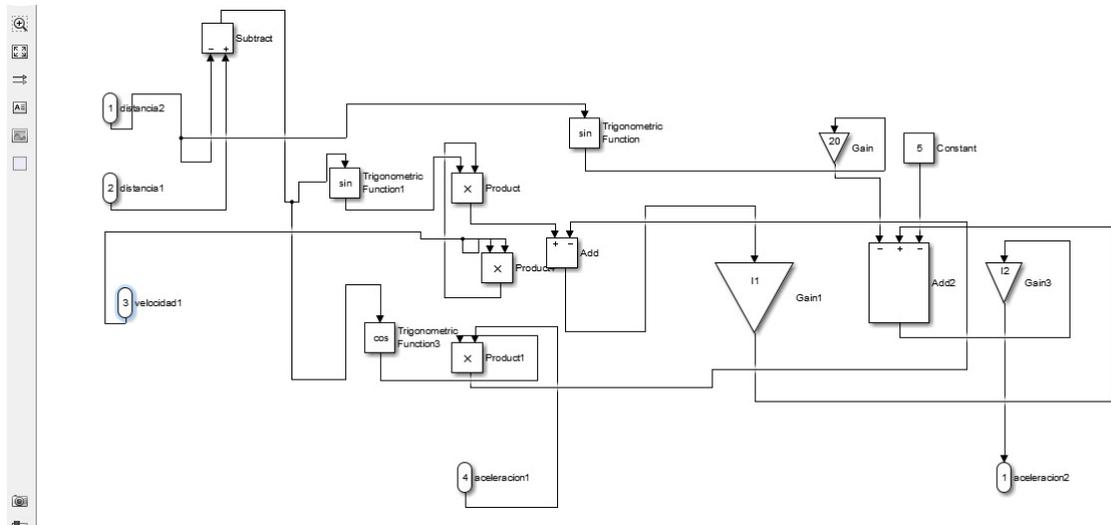


Figura 7. Ilustración del análisis de marcha humana persona promedio ángulo de la pantorrilla.

Se descubren y utilizan distintas plataformas tecnológicas para la simulación por medio de elementos finitos, una de ellas OpenSim.

Se determinó que la activación muscular en un individuo con una prótesis es mayor a la marcha normal en una persona promedio, ya que el fin de la marcha humana es garantizar el mínimo consumo energético durante el movimiento.

Se evidenció que la ejecución de estos dos software, MatLab y Solidworks, requieren de muchos recursos del sistema. Por tal motivo, es necesario tener una máquina que cumpla en mucho con las especificaciones indicadas.

Se emplearon elementos de simulación computacional con el fin de conocer la respuesta de un elemento sólido a distintas variables físicas, tanto propias como externas, como lo son: talla, peso y altura, entre otros.

Durante el análisis de la prótesis fue necesario corregir algunos valores de las propiedades de algunos segmentos. A esto nos referimos en que fue necesario re-definir el material utilizado en algunas piezas, pues en el análisis del movimiento que hace Solidworks no estaba definido el tipo de material, el cual perjudicaría los valores de centro de gravedad de toda la prótesis simulada.

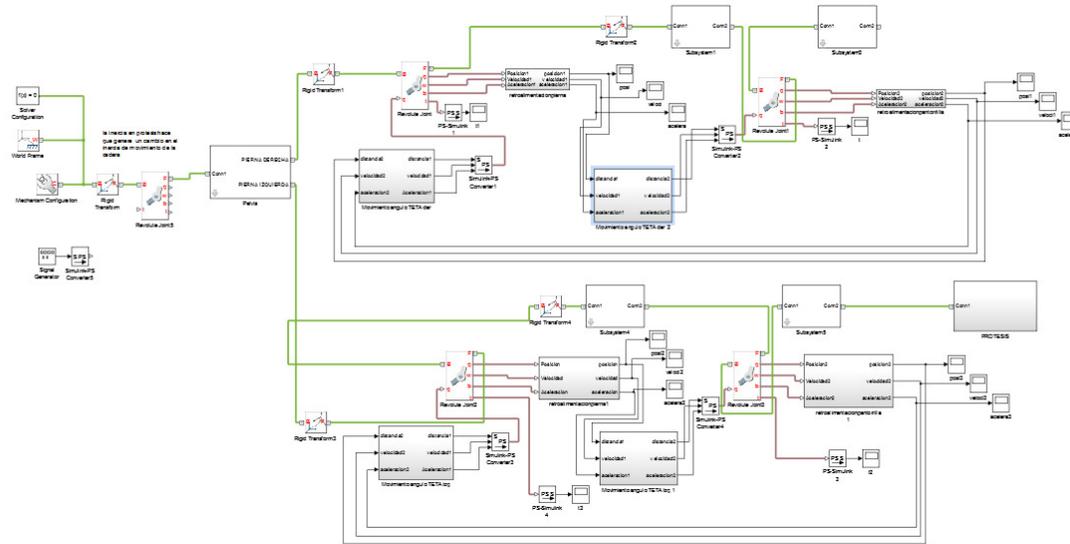


Figura 8. Mapa de bloques de todo el sistema.

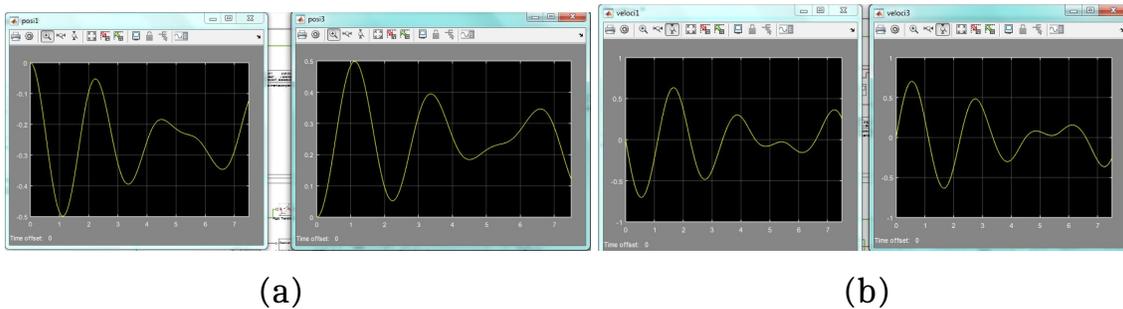


Figura 10. (a) Desplazamiento de la prótesis (derecha) respecto de un miembro inferior normal (izquierda). (b) Velocidad de la prótesis (derecha) respecto de un miembro inferior normal (izquierda).

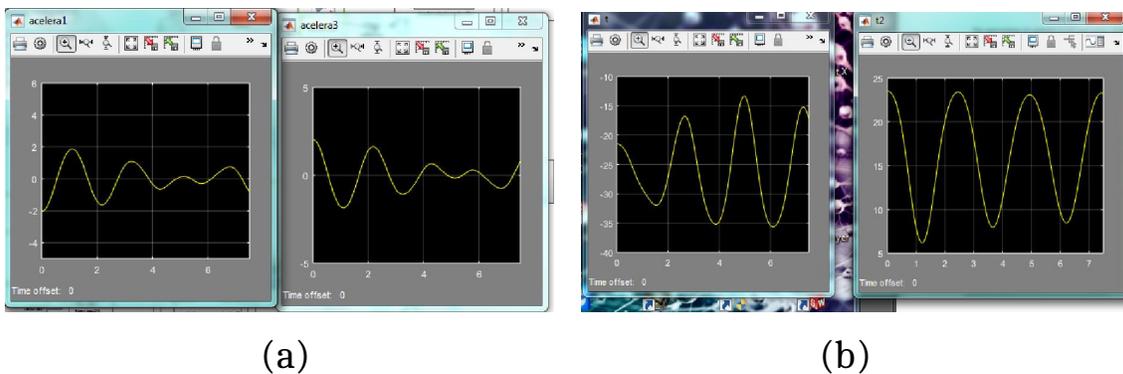


Figura 11. (a) Aceleración de la prótesis (derecha) respecto de un miembro inferior normal (izquierda). (b) Torques de movimiento en pierna prótesis (derecha) respecto de un miembro inferior normal (izquierda).

Referencias

Bello, D., García, L., Martínez, F., y Acero, D. (2013). Planta robusta de levitación neumática para investigación y formación en control y visión artificial. *Tekhnê*, 10(2), 33-41. (ISSN 1692-8407)

Bravo, L., y Garzón, M. (2005). Modelamiento de la marcha humana por medio de gráficos de unión. *Revista Tecnura*, 8(16), 26-42.
 C3D. (2015). *The 3d biomechanics data standard*. online. Descargado de <https://www.c3d.org>

- DANE. (2010). *Ficha metodológica registro para la localización y caracterización de las personas con discapacidad - rlcpd*. online. Descargado de https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/fichas/poblacion/ficha_discapacidad.pdf
- Dirección para la Acción Integral contra Minas Antipersonal. (2014). *Situación nacional de víctimas de minas antipersonal*. online. Descargado de www.accioncontraminas.gov.co/estadisticas/Documents/infografia-victimas-contingencias-2014.pdf
- El País. (2011, Julio). *Visita a la fábrica de los brazos, de las piernas*. online. Descargado de www.elpais.com.co/elpais/colombia/visita-fabrica-brazos-piernas
- Forero, C., y Méndez, A. (2015). *Modelado y simulación de una prótesis transtibial*. (Universidad Distrital Francisco José de Caldas)
- Gonzalez, D. (2007). *Ergonomía y psicología* (4.ª ed.). Fund. Confemetal.
- Gusmán, C. (2010). *Construcción de un robot bípedo basado en caminado dinámico*. (Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico CENIDET)
- ISB. (2015). *International society of biomechanics*. online. Descargado de <https://isbweb.org/>
- Karnopp, D., y Rosenberg, R. (1976). System dynamics: A unified approach. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, 6(10), 724-724.
- MathWorks. (2014a). *Cadlab - toolbox that enables live connection between matlab and solidworks - third-party products and services - matlab and simulink*. online. Descargado de http://www.mathworks.com/products/connections/product_detail/product_66411.html
- MathWorks. (2014b). *Simulink product description - matlab and simulink*. online. Descargado de <http://www.mathworks.com/help/simulink/gs/product-description.html>
- Mula, I. (2009). *Estudio del comportamiento dinámico de un vehículo utilizando la herramienta simmechanics de matlab*. (Universidad Carlos III de Madrid)
- Portafolio. (2014, Octubre). *Diseñan prótesis de bajo costo en colombia*. online. Descargado de www.portafolio.co/tendencias/disenan-protesis-costo-colombia-62240
- Weisstein, E. (2005). *Double pendulum*. online. Descargado de <http://scienceworld.wolfram.com/physics/DoublePendulum.html>

