



Análisis detallado del Standard IEEE 1459-2010 para sistemas eléctricos monofásicos lineales y no lineales

Detailed analysis of the IEEE 1459-2010 Standard for linear and non-linear single-phase electrical systems

Nicolás Muñoz Galeano¹, Jesús M López Lezama², Edwin Rivas Trujillo³

Para citar: N. Muñoz-Galeano, J. M. López-Lezama, E. Rivas-Trujillo "Análisis detallado del Standard IEEE 1459-2010 para sistemas eléctricos monofásicos lineales y no lineales". *Revista Vínculos: Ciencia Tecnología y Sociedad*, no. 2, julio-diciembre de 2019, pp. 327-332. DOI: <https://doi.org/10.14483/2322939X.16661>

Enviado: 20/10/19/ **Recibido:** 24/10/19/ **Aprobado:** 05/11/19

Resumen

Este artículo tiene como objetivo mostrar el detalle del Standard IEEE 1459-2010 para sistemas monofásicos. Este Standard tiene como objetivo cuantificar la potencia de los sistemas eléctricos; sin embargo, no muestra el detalle de la deducción de las ecuaciones partiendo del esquema circuital. Por lo que la contribución de este documento es la deducción paso a paso de las ecuaciones partiendo de los voltajes y corrientes del sistema. La deducción se realiza tanto para sistemas monofásicos lineales como para sistemas monofásicos no lineales. Se presenta el detalle del cálculo para la potencia activa, reactiva y aparente y también el cálculo del factor de potencia como de la distorsión armónica.

Palabras Clave: IEEE Standar 1459, sistemas monofasicos lineales, sistemas monofasicos no lineales, potencia activa, potencia reactiva, factor de potencia, distorsión armónica.

Abstract

This paper aims to show the detail of the Standard IEEE 1459-2010 for single phase systems. This Standard aims to quantify the power of electrical systems; however, it does not detail of the deduction of the equations from the circuit diagram. So the contribution of this document is the step-by-step deduction of the equations from the system's voltages and currents. The deduction is made for both linear and non-linear single-phase systems. The detail of the calculation for the active, reactive and apparent power and also the calculation of the power factor and harmonic distortion are presented.

Keywords: IEEE Standar 1459, linear single-phase systems, non-linear single-phase systems, active power, reactive power, power factor, harmonic distortion.

1. Phd Electronical Engineering, Universidad de Antioquia, Grupo GIMEL, Colombia Medellín. e-mail: nicolas.munoz@udea.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1407-5559>
2. Phd Electrical Engineering, Universidad de Antioquia, Grupo GIMEL, Colombia Medellín. e-mail: jmaria.lopez@udea.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2369-6173>
3. Phd Electrical Engineering, Universidad distrital Francisco José de Caldas, Grupo GCEM, Colombia Bogotá. e-mail: erivas@udistrital.edu.co, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2372-8056>

1. Introducción

Las definiciones tradicionales de la potencia eléctrica se basan en teorías que fueron establecidas durante la primera mitad del siglo pasado. En los años 20 se postularon los dos enfoques tradicionales de las teorías de la potencia eléctrica. Fryze estableció las definiciones de la potencia eléctrica en el dominio temporal [1]. Por otra parte, Budeanu las estableció en el dominio de la frecuencia utilizando las series de Fourier [2]. En 1950, Buchholz extendió los trabajos de Fryze a sistemas polifásicos [3]. La teoría de Fryze está respaldada por el comité electrotécnico internacional [4], mientras que la de Budeanu encuentra su apoyo fundamental en el Std. 100 de IEEE [5]. En el IEEE Std. 100 se encuentran cerca de 35000 términos técnicos y definiciones para más de 800 standars. Las definiciones de potencia eléctrica que aparecen en el IEEE Std. 100 se utilizan actualmente para la medida y facturación de la potencia en los sistemas eléctricos, y han sido tomadas como base para numerosos estudios realizados por la IEEE.

Durante años estas teorías fueron aceptadas y utilizadas puesto que identificaban fielmente los fenómenos que se producían en los sistemas eléctricos. Sin embargo, a partir de las últimas décadas del siglo pasado se han venido produciendo importantes cambios en los sistemas eléctricos, cambios que pusieron ya entonces de manifiesto que las antiguas formulaciones no ofrecen resultados correctos cuando las tensiones y corrientes son no senoidales y desequilibradas [6]-[8]. Las teorías modernas de la potencia eléctrica aparecen a partir de la década de los 70, siendo en un principio ampliaciones o modificaciones de las teorías clásicas de Fryze y Budeanu [9]-[13].

En 1980 Depenbrock introdujo las bases para el cálculo instantáneo de las corrientes activas con su método llamado FBD en homenaje a Fryze y a Buchholz. En 1983, H. Akagi propone la teoría de la potencia instantánea (o teoría p-q) [14] y en 1984, junto con A. Nabae proponen un modelo para obtener, a partir de la potencia instantánea, las potencias activa y reactiva en sistemas trifásicos y las tensiones y corrientes que las producen, permitiendo el control de dispositivos de

compensación [15]. La gran aceptación y su amplia utilización en el control de dispositivos de compensación y mejora de la calidad de suministro eléctrico, la han consolidado como una de las teorías de la potencia eléctrica más extendidas. Basándose en la teoría p-q de Akagi han surgido numerosas teorías que proponen diferentes modificaciones sobre la misma. Willems presentó la expansión de la teoría p-q a sistemas polifásicos en 1992 [16]. En 1994, Nabae presentó una modificación de la teoría p-q para que fuese aplicable a sistemas de cuatro hilos [17]. En 1996, Peng y Lai presentaron una generalización de la potencia reactiva instantánea [18]. En 1999, fueron Kim y el propio Akagi quienes presentaron la teoría p-q-r que expresa las variables de la teoría p-q utilizando una transformación de coordenadas a un sistema de referencia giratorio [19].

En el año 2000, como resultado de los trabajos del "IEEE Working Group in non-sinusoidal situations" [20] se publicó la norma IEEE Std. 1459-2000 en su versión "trial use", siendo ascendida a "full use" en el año 2002, y en el año 2010 se realiza la última revisión de la norma y se presenta su última versión: el estandar IEEE Std 1459-2010 [21]. En este estándar se incluyen definiciones para las medidas de las magnitudes de potencia de los sistemas eléctricos en condiciones senoidales o no senoidales y equilibradas o desequilibradas. A partir de la potencia aparente efectiva, que es la misma que fue introducida por Buchholz en 1950, se presenta una elegante descomposición de los términos de potencia atendiendo a los fenómenos físicos que las producen. Por esta razón y debido a que la IEEE Std. 1459-2010 recopila los avances producidos en los últimos 50 años en cuanto a la mejor identificación y cuantificación de los fenómenos propios de los sistemas eléctricos, será tomada como base para este trabajo. Este artículo presenta un análisis detallado de la IEEE Std. 1459-2010 para los sistemas monofásicos lineales y no lineales.

2. Cuantificación para sistemas monofásicos

La Figura 1 sirve para representar los sistemas eléctricos monofásicos estudiados en la IEEE Std. 1459-2010. Está conformada por una fuente monofásica de tensión, una carga monofásica, y

una línea ideal que conecta la fuente con la carga. La línea ideal está conformada por un conductor de fase y un conductor de neutro. Los conductores de fase y neutro llevan a la carga, la energía que suministra la fuente de tensión. El conductor de fase se encuentra energizado con una tensión alterna y el conductor de neutro sirve como camino en el retorno de la corriente o para cerrar el circuito. En la actualidad, los sistemas monofásicos son utilizados en algunos países para suministrar energía a cargas que demandan potencias bajas.

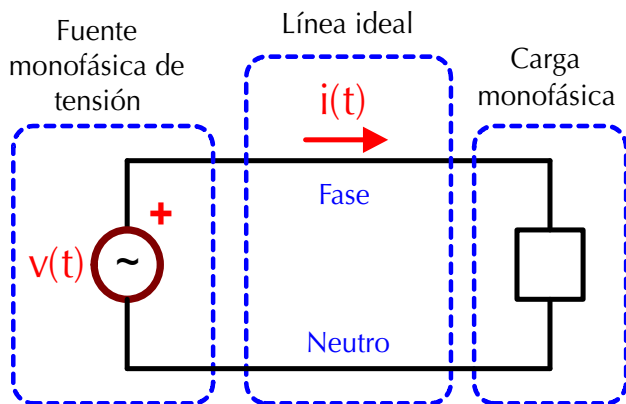


Figura 1. Sistema eléctrico monofásico bajo estudio.

La IEEE Std. 1459-2010 contempla dos casos particulares para los sistemas eléctricos monofásicos. El caso que analiza los sistemas eléctricos monofásicos lineales es resumido en la sección 2.1 y el caso que analiza los sistemas eléctricos monofásicos no lineales es resumido en la sección 2.2

2.1 Cuantificación para sistemas monofásicos lineales

Un sistema eléctrico monofásico lineal es aquel cuyo voltaje y corriente sólo contienen componentes fundamentales. En este caso, la fuente de voltaje de la Figura 1 suministra a la carga un voltaje instantáneo fundamental ($v_1(t)$), el cual está dado por:

$$v_1(t) = \sqrt{2}V_1 \text{sen}(\omega_1 t + \alpha_1) \quad (1)$$

donde:

V_1 : es el voltaje rms fundamental.

ω_1 : es la frecuencia angular fundamental ($\omega_1 = 2\pi f_1$).

t : es el tiempo.

f_1 : es la frecuencia fundamental de suministro.

α_1 : es el ángulo de fase de $v_1(t)$.

Se supone a $v_1(t)$ como referencia para la medida de los ángulos ($\alpha_1 = 0$). La corriente instantánea fundamental ($i_1(t)$) demandada por la carga lineal de la figura 1 es:

$$i_1(t) = \sqrt{2}I_1 \text{sen}(\omega_1 t - \beta_1) \quad (2)$$

donde:

I_1 : es la corriente rms fundamental.

β_1 : es el ángulo de desfase de $i_1(t)$ con respecto al origen de ángulos $v_1(t)$.

Las expresiones de potencia definidas en la IEEE Std. 1459-2010 para sistemas monofásicos lineales son obtenidas a partir de la potencia instantánea. La potencia instantánea fundamental ($p_1(t)$) corresponde al producto entre $v_1(t)$ e $i_1(t)$. $p_1(t)$ está dado por:

$$p_1(t) = v_1(t)i_1(t) = 2V_1 I_1 \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(\omega_1 t - \theta_1) \quad (3)$$

Donde ($\theta_1 = \beta_1 - \alpha_1 = \beta_1$):

La ecuación (3) puede descomponerse con ayuda de la identidad trigonométrica "diferencia de ángulos" como sigue:

$$p_1(t) = 2V_1 I_1 \text{sen}(\omega_1 t) [\text{sen}(\omega_1 t) \cos(\theta_1) - \cos(\omega_1 t) \text{sen}(\theta_1)] \quad (4)$$

Operando se tiene:

$$p_1(t) = 2V_1 I_1 \text{sen}^2(\omega_1 t) \cos(\theta_1) - 2V_1 I_1 \text{sen}(\omega_1 t) \cos(\omega_1 t) \text{sen}(\theta_1) \quad (5)$$

Utilizando en la ecuación (5) la identidad trigonométrica correspondiente al "ángulo doble", se tiene:

$$p_1(t) = V_1 I_1 \cos(\theta_1) [1 - \cos(2\omega_1 t)] - V_1 I_1 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(2\omega_1 t) \quad (6)$$

El primer término de la ecuación (6) es la potencia activa instantánea fundamental ($p_{a1}(t)$):

$$p_{a1}(t) = V_1 I_1 \cos(\theta_1) [1 - \cos(2\omega_1 t)] \quad (7)$$

$p_{a1}(t)$ puede ser cuantificada con ayuda de la potencia activa fundamental (P_1). P_1 es el valor medio de $p_1(t)$ obtenido en un periodo completo de tiempo:

$$P_1 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p_1(t) dt = V_1 I_1 \cos(\theta_1) \quad (8)$$

donde:

τ : es el tiempo inicial o tiempo de referencia donde se inicia el cálculo.
 k : es un entero cualquiera para denotar uno de los periodos de tiempo.
 t : es el tiempo.
 T : es un periodo completo de tiempo de $p_1(t)$.

El segundo término de la ecuación (6) es la potencia reactiva instantánea fundamental:

$$p_{q1}(t) = -V_1 I_1 \text{sen}(\theta_1) \text{sen}(2\omega_1 t) \quad (9)$$

$p_{q1}(t)$ puede ser cuantificada con la ayuda de la potencia reactiva fundamental (Q_1). Al ser de valor medio nulo Q_1 se define como la amplitud de $p_{q1}(t)$:

$$Q_1 = V_1 I_1 \text{sen}(\theta_1) \quad (10)$$

La potencia aparente fundamental (S_1) está dada por:

$$S_1^2 = (V_1 I_1)^2 = P_1^2 + Q_1^2 \quad (11)$$

S_1 es la potencia que comúnmente es utilizada para dimensionar los sistemas eléctricos, ya que es la potencia que deben suministrar las fuentes para suplir las necesidades de la carga. En este caso, S_1 está compuesta por P_1 y Q_1 . La potencia P_1 corresponde a la potencia eficiente demandada por la carga, mientras que Q_1 es la potencia ineficiente demandada por la carga. El factor de potencia fundamental (PF1) relaciona a P_1 con S_1 y sirve para evaluar el flujo de potencia fundamental.

$$P_{F1} = \frac{P_1}{S_1} \quad (12)$$

2.2 Cuantificación para sistemas monofásicos no lineales

Los sistemas eléctricos monofásicos no lineales son aquellos cuyos voltajes y corrientes contienen componentes fundamentales y no fundamentales de frecuencia. Las corrientes no fundamentales se deben, principalmente, al uso de cargas no lineales. Los voltajes no fundamentales se deben, principalmente, a la presencia de fuentes distorsionadas de tensión. En este caso, el voltaje instantáneo ($v(t)$) de la figura 1 está conformado por $v_1(t)$ y por el voltaje instantáneo no fundamental ($v_H(t)$) (Siguiendo la nomenclatura de la IEEE Std.

1459-2010, el subíndice H es utilizado para indicar que la variable contiene componentes armónicas. No se debe confundir con el subíndice h que indica el orden del armónico).

$$v(t) = v_1(t) + v_H(t) = \sqrt{2}V_1 \text{sen}(\omega_1 t + \alpha_1) + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h \text{sen}(h\omega_1 t - \alpha_h) \quad (13)$$

donde,

h : es el orden del armónico ($h=2,3,4,\dots,\infty$).

V_h : es el voltaje rms de la componente h-ésima de voltaje.

α_h : es el ángulo de la componente h-ésima de voltaje con respecto a $v_1(t)$, ($\alpha_1=0$).

De la misma manera, la corriente instantánea ($i(t)$) está conformada por $i_1(t)$ y por la corriente instantánea no fundamental ($i_H(t)$):

$$i(t) = i_1(t) + i_H(t) = \sqrt{2}I_1 \text{sen}(\omega_1 t - \beta_1) + \sqrt{2} \sum_{h \neq 1}^{\infty} I_h \text{sen}(h\omega_1 t - \beta_h) \quad (14)$$

donde,

I_h : es la corriente rms de la componente h-ésima de corriente.

β_h : es el ángulo de la componente h-ésima de corriente con respecto a $v_1(t)$.

El voltaje rms cuadrático (V^2) está dado por:

$$V^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} v(t)^2 dt = V_1^2 + V_H^2 \quad (15)$$

La corriente rms cuadrática (I^2) está dada por:

$$I^2 = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} i(t)^2 dt = I_1^2 + I_H^2 \quad (16)$$

El voltaje rms armónico y cuadrático (V_H^2) está dado por:

$$V_H^2 = \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h^2 = V^2 - V_1^2 \quad (17)$$

La corriente rms armónica y cuadrática (I_H^2) está dada por:

$$I_H^2 = \sum_{h \neq 1}^{\infty} I_h^2 = I^2 - I_1^2 \quad (18)$$

La potencia instantánea $p(t)$ está dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) \quad (19)$$

Así como en el caso monofásico lineal $p(t)$ está dividido en $p_a(t)$ y $p_q(t)$:

$$p_a(t) = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \cos \theta_h [1 - \cos(2h\omega_1 t)] \quad (20)$$

$$(21)$$

$$p_q(t) = \sum_{h=1}^{\infty} V_h I_h \sin \theta_h \sin(2h\omega_1 t) + \sum_{\substack{m \neq n \\ m, n \neq 1}}^{\infty} 2V_m I_n \sin(m\omega_1 t + \alpha_m) \sin(n\omega_1 t + \beta_n)$$

donde,

m : es el orden de las componentes armónicas de voltaje.

n : es el orden de las componentes armónicas de corriente.

θ_h : es la diferencia de ángulos entre las corrientes (β_h)

y las tensiones (α_h) del mismo orden armónico

$\cdot(\theta_h = \beta_h - \alpha_h)$.

La potencia activa (P) es el valor medio de $p(t)$:

$$P = \frac{1}{kT} \int_{\tau}^{\tau+kT} p(t) dt = P_1 + P_H \quad (22)$$

es la potencia activa armónica y está dada por:

$$P_H = \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h I_h \cos(\theta_h) = P - P_1 \quad (23)$$

La potencia reactiva (Q) está dada por:

$$Q = Q_1 + Q_H \quad (24)$$

Q_H es la potencia reactiva armónica y está dada por:

$$Q_H = \sum_{h \neq 1}^{\infty} V_h I_h \sin(\theta_h) \quad (25)$$

La potencia aparente (S) está definida como sigue:

$$S = VI^* \quad (26)$$

Reemplazando las ecuaciones (15) y (16) en (26) y elevando toda la expresión al cuadrado para facilitar el desarrollo matemático se tiene:

$$S^2 = (V_1^2 + V_H^2)(I_1^2 + I_H^2) \quad (27)$$

Expandiendo S se puede ver los términos de potencia que la componen.

$$S^2 = (V_1 I_1)^2 + (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (28)$$

El primer término de la ecuación (28) es S_1 mientras que el resto de términos son la potencia aparente no fundamental (S_N^2):

$$S_N^2 = (V_1 I_H)^2 + (V_H I_1)^2 + (V_H I_H)^2 \quad (29)$$

A su vez S_N^2 se divide en la potencia de distorsión de corriente D_I^2 la potencia de distorsión de voltaje (D_V^2) y la potencia armónica aparente (S_H^2):

$$D_I^2 = (V_1 I_H)^2 \quad (30)$$

$$D_V^2 = (V_H I_1)^2 \quad (31)$$

$$S_H^2 = (V_H I_H)^2 \quad (32)$$

La potencia aparente armónica residual (D_H^2) es el término de la potencia armónica aparente que contiene a QH y todos los términos de potencia de productos cruzados de distinto orden D_H^2 está definida como sigue:

$$D_H^2 = S_H^2 - P_H^2 \quad (33)$$

La distorsión armónica total de voltaje (THDV) y la distorsión armónica total de corriente (THDI) están dados respectivamente por las expresiones (34) y (35).

$$THD_V = \frac{V_H}{V_1} = \sqrt{\left(\frac{V}{V_1}\right)^2 - 1} \quad (34)$$

$$THD_I = \frac{I_H}{I_1} = \sqrt{\left(\frac{I}{I_1}\right)^2 - 1} \quad (35)$$

3. Conclusiones

En este artículo se realizó el cálculo detallado de las expresiones matemáticas del Standard IEEE 1459-2010 para sistemas monofásicos. Básicamente, partiendo de los voltajes y corrientes del sistema se obtiene la cuantificación de la potencia, presentando un procedimiento detallado paso a paso. Se partió del esquema circuital para mayor comprensión de las ecuaciones y el procedimiento se realizó tanto para sistemas monofásicos lineales como para sistemas monofásicos no lineales. En el artículo se evidenció el origen de las ecuaciones de la potencia activa, reactiva y aparente. También se presentaron las ecuaciones del factor de potencia como de la distorsión armónica.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Programa Colombia científica como fuente de financiación, en el marco de las convocatorias Ecosistema científico, contrato No. FP44842- 218-2018. También al programa de sostenibilidad de la Universidad de Antioquia.

Referencias

- [1] S. Fryze, "Active, reactive and apparent power in non-sinusoidal systems", *Przeglad Elektrot.*, no. 7, pp.193-203, Polonia, 1931.
- [2] C. I. Budeanu, "Reactive and fictitious powers", *Inst. Romain de l'Energie*, Bucharest, Rumania, 1927.
- [3] F. Buchholz, "Das begriffsystem rechteistung. Wirkleistung, totale blindleistung", Munich, Germany: Selbstverlag, 1950.
- [4] IEC 60050 International Electrotechnical Vocabulary (IEV).
- [5] IEEE Standard dictionary of electrical and electronics terms. ANSI/IEEE Std. 100-1988.
- [6] L. S. Czarnecki, "What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned", *IEEE Trans. on Instrumentation and measurement*, vol. 36, pp. 1845-1854, Sept. 1987.
- [7] L. S. Czarnecki, "Distortion power in systems with non-sinusoidal voltages", *IEE Elect. Power Applicat.*, vol. 139, pp. 276-280, 1992.
- [8] D. Yildirim, E. F. Fuchs, "Commentary on various formulations of distortion power D", *IEEE Power Engineering*, vol. 19, pp. 50-52, May. 1999.
- [9] W. Shepherd, P. Zakikhani, "Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems". *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 119, no. 9, pp. 1361-1362, Sept. 1972.
- [10] N. L. Kusters, W. J. M. Moore, "On the definition of reactive power under non-sinusoidal conditions", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-99, no. 5, pp. 1845-1854, Sept. 1980.
- [11] Z. Nowomiejski, "Generalized theory of electrical power", *Arch. Elecktrotech*, vol. 3, pp.177-182, 1981.
- [12] C.H. Page, "Reactive power in nonsinusoidal situation," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 29, no. 4, pp. 420-423, Dec. 1980.
- [13] P. Filipski, "A new approach to reactive current and reactive power measurement in nonsinusoidal systems," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 29, no. 4, pp. 423-426, Dec. 1980.
- [14] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, "Generalized theory of the instantaneous reactive power in the tree-phase circuits," *Proceedings International Power Engineering Conference*, pp. 1375-1386, 1983.
- [15] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae, "Instantaneous reactive power compensator comprising switching devices without energy storage components," *IEEE Trans. on Industrial Applications*, vol. 20, pp. 625-630, 1984.
- [16] J. L. Willems, "A new interpretation on the Akagi-Nabae power components for nonsinusoidal three-phase situations," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 41, pp. 523-527, Aug. 1992.
- [17] S. Togasawa, T. Murase, H. Nakano, and A. Nabae, "Reactive power compensation based on a novel cross-vector theory," *IEEJ Trans. on Industrial Applications*, vol. 114, pp. 340-341, March 1994. (En Japonés)
- [18] F. Peng and J. Lai, "Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 45, pp. 293-297, Feb. 1996.
- [19] H. Kim, H. Akagi, "The instantaneous power theory on the rotating p-q-r reference frames", *Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems, PEDS '99*. vol. 1, pp. 422-427, Jul. 1999.
- [20] IEEE Working group in non-sinusoidal situations: Effects on meter of performance and definitions of power, "Practical definitions in systems with non-sinusoidal waveforms and unbalanced loads: a discussion," *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 11, no. 1, pp. 79-87, Jan. 1996.
- [21] IEEE Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions, *IEEE Std 1459-2010 (Revision of IEEE Std 1459-2000)*, pp. 1-40.