

Visión Electrónica

Más que un estado sólido

https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/visele



VISIÓN DE CASO

Análisis de campos de esfuerzos utilizando fotoelasticidad visible e infrarroja

Stress field analysis using visible and infrared photoelasticity

Juan C. Briñez de León.¹, Hermes A. Fandiño Toro.², Alejandro Restrepo Martínez.³, John W. Branch Bedoya.4

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:

Enviado: 21/01/2017 Recibido: 22/01/2017 Aceptado: 12/03/2017

Palabras clave:

Campos de esfuerzos Concentración de esfuerzos Descriptores de textura Fotoelasticidad digital Infrarrojo lejano



Keywords:

Stress field Stress concentration Texture descriptors Digital photoelasticity Far infrared

RESUMEN

Análisis de campos de esfuerzos en imágenes de fotoelasticidad son llevados a cabo mediante descriptores de textura en este artículo; en este caso, los descriptores considerados permiten identificar zonas con altas concentraciones de esfuerzo, incluso en casos con pérdida de contraste, los cuales son por lo general atribuidos a la baja resolución espacial de las franjas. De manera adicional, en este trabajo se analiza la variación en la densidad de franjas en términos de la longitud de onda. Esto último se hace extendiendo la generación de imágenes de fotoelasticidad en el infrarrojo lejano.

ABSTRACT

In this paper, stress fields analysis in photoelasticity digital images is carried out by using texture descriptors. In this case, such descriptors can identify zones with high stress concentration, even for cases with low spatial resolution in fringe patterns. In addition, this paper analyzes the variation that those fringes experience in function to wavelength. For this process, generating the photoelasticity images is extended to the far infrared.

¹Ingeniero electrónico, Universidad de Pamplona; magíster en Automatización y Control Industrial, Instituto Tecnológico Metropolitano. Grupo de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial, Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: jcbrinezl@unal.edu.co

²Ingeniero electrónico, Universidad Nacional de Colombia; magíster en Automatización Industrial, Universidad Nacional de Colombia. Grupo de Automática, Electrónica y Ciencias Computacionales, Instituto Tecnológico Metropolitano. Grupo de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial, Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: hafandinot@unal.edu.co; hermesfandino@itm.edu.co

³Ingeniero mecánico, Universidad Nacional de Colombia; doctor en Ingeniería de Sistemas, Universidad Nacional de Colombia. Grupo de Investigación en Automática y Electrónica, Instituto Tecnológico Metropolitano. Correo electrónico: arestre5@unal.edu.co

⁴Ingeniero de minas y metalurgia, Universidad Nacional de Colombia; magíster en Ingeniería de Sistemas, Universidad Nacional de Colombia; doctor en Ingeniería de Sistemas, Universidad Nacional de Colombia. Grupo de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial, Universidad Nacional de Colombia. Correo electrónico: jwbranch@unal.edu.co

1. Introducción

La fotoelasticidad digital impacta múltiples áreas de la ingeniería, pues permite la evaluación experimental de los esfuerzos en cuerpos bajo solicitación mecánica [1]. El principio de operación de esta técnica se basa en la relación existente entre el fenómeno óptico de la birrefringencia, y la diferencia de esfuerzos principales en cada punto del cuerpo evaluado [2]. La distribución de esfuerzos en un material birrefringente hace que cada punto del material responda diferente a la transmisión de la luz; en este caso, un campo de esfuerzos genera un mapa de retardos de fase que es visto como patrones de franjas de color a través de montajes ópticos de polarización de la luz, denominados polariscopios [3].

Trabajos reportados en la literatura acerca de estudios de fotoelasticidad indican que este tipo de técnicas pueden ser consideradas dentro del marco de los problemas inversos; en estos casos, la mayoría de los algoritmos intentan describir el mapa de esfuerzos a partir del patrón de franjas que ellos generan [4], como es el caso de las técnicas de corrimiento de fase (phase shifting), demodulación de color (three fringe phootoelasticity), y técnicas para la identificación de concentración de esfuerzos [5–7]. No obstante, en la mayoría de estos trabajos la evaluación de los esfuerzos tiende a ser limitada en zonas de altas densidades de franjas [8].

En un cuerpo birrefringente bajo solicitación mecánica, los patrones de franjas tienden aparecer desde los puntos de aplicación de cargas. En esas zonas, las franjas se muestran concéntricas y con alta densidad indicando concentraciones de esfuerzos; allí, la distancia entre franjas es tan pequeña que dejan de ser diferenciables. Lo anterior conlleva a una pérdida de resolución en la imagen que limita la recuperación de la información asociada a los esfuerzos en esos puntos; por otro lado, en zonas de menores esfuerzos, la densidad de franjas disminuye generando mayor distancia entre ellas, lo cual permite que los algoritmos puedan recuperar los esfuerzos con mejor desempeño [9].

En trabajos como los reportados en [10], las concentraciones de esfuerzos han sido descritas a través de algoritmos basados en frecuencia, ello aprovechando que las densidades de franjas tienen información asociada a la frecuencia espacial. En este caso, las zonas son caracterizadas teniendo en cuenta que la distribución espacial de las franjas genera variaciones en los patrones de textura, mostrando mayor variación en las zonas con concentraciones de esfuerzos.

En este trabajo, cada imagen de fotoelasticidad es subdivida en regiones de interés, las cuales son caracterizadas a través de cuatro descriptores de textura, mostrando que las diferentes subregiones de esfuerzos pueden ser agrupadas en términos de la textura que generan. Esta metodología es inicialmente evaluada en longitudes de onda pertenecientes al espectro visible, de forma similar el análisis es extendido hacia longitudes de onda en el infrarrojo lejano debido a la posibilidad de reducir la densidad de franjas respecto a las obtenidas en el rango visible. La experimentación se lleva a cabo en imágenes sintéticas de fotoelasticidad, generadas computacionalmente a partir del modelo analítico de esfuerzos para un disco bajo compresión diametral; estas imágenes son generadas en dos bandas del espectro electromagnético de la luz: rango visible e infrarrojo lejano.

Este documento está organizado de la siguiente forma: inicialmente, se presenta el modelo analítico para generar mapas de esfuerzos; seguidamente, se presenta la transformación de mapas de esfuerzos a imágenes con patrones de franjas; posterior a ello, se presentan los descriptores de textura utilizados para caracterizar las imágenes y se describe una técnica de aprendizaje no supervisado para agrupar subregiones de las imágenes, de acuerdo con la forma en que las características de textura diferencian regiones de las imágenes con diferentes concentraciones de esfuerzos; finalmente, se presentan los resultados y conclusiones.

2. Materiales y métodos

2.1. Mapa analítico de esfuerzos para un disco bajo compresión diametral

En estudios de fotoelasticidad, el disco bajo compresión diametral constituye una referencia para comparar los resultados obtenidos mediante técnicas experimentales, esto se debe a que es un modelo que ha sido ampliamente estudiado y a que su mapa de esfuerzos tiene una distribución conocida. Las ecuaciones que describen los esfuerzos rectangulares y cortante en un disco bajo compresión diametral, se presentan a continuación en (1), (2) y (3).

$$\sigma_x = \frac{-2L}{\pi h} \left\{ \frac{x^2 (R - y)}{[(R - y)^2 + x^2]^2} + \frac{x^2 (R + y)}{[(R + y)^2 + x^2]^2} - \frac{1}{2R} \right\}$$
 (1)

$$\sigma_y = \frac{-2L}{\pi h} \left\{ \frac{(R-y)^3}{[(R-y)^2 + x^2]^2} + \frac{(R+y)^3}{[(R+y)^2 + x^2]^2} - \frac{1}{2R} \right\}$$
 (2)

$$\tau_{xy} = \frac{2L}{\pi h} \left\{ \frac{x(R-y)^3}{[(R-y)^2 + x^2]^2} + \frac{x(R+y)^3}{[(R+y)^2 + x^2]^2} \right\}$$
(3)

Donde x e y se refieren a coordenadas cartesianas de los puntos dentro de la geometría del disco, h y R son su grosor y radio, respectivamente, L es la carga aplicada, y el parámetro τ_{xy} se refiere a los esfuerzos cortantes [6]. Las componentes rectangulares de esfuerzos son utilizadas para obtener los mapas de esfuerzos principales, así como el mapa con los ángulos del esfuerzo principal, tal como se muestra en las ecuaciones (4) y (5).

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \tag{4}$$

$$\theta = \frac{1}{2} tan^{-1} \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \tag{5}$$

Finalmente, y atendiendo al parámetro evaluado en estudios de fotoelasticidad, se calcula la diferencia de esfuerzos principales.

2.2. Imágenes sintéticas de fotoelasticidad

Una imagen de fotoelasticidad se forma a partir de las intensidades de luz emergentes de un polariscopio, ensamblado alrededor de un cuerpo birrefringente bajo cargas mecánicas. Las intensidades en dicha imagen están asociadas al retardo de fase que introduce la diferencia de esfuerzos principales. Esta asociación se describe mediante la ecuación (6), denominada la ley de esfuerzo óptico.

$$\delta = -\frac{2\pi hC}{\lambda}(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{6}$$

La ecuación relaciona el retardo de fase δ , los esfuerzos principales σ_1 y σ_2 , el coeficiente relativo de esfuerzo óptico de la muestra inspeccionada C, su grosor h en dirección normal a plano de aplicación de la carga y la longitud de onda λ de la fuente de luz del polariscopio [3]. En algunos casos, la expresión (8) se presenta en la forma de la ecuación (7).

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{Nf_{\sigma}}{h} \tag{7}$$

Donde $N = \frac{\delta}{2\pi}$ es el retardo relativo en términos de ciclos completos de retardo. Por otra parte $f_{\sigma} = \frac{\lambda}{C} = \frac{2\pi}{C}$ representa el valor de franja del material o constante de franja fotoelástica [4]. Para un modelo de polariscopio circular, las intensidades de luz se generan teniendo en cuenta la ecuación (8).

$$Ii = Ib + \frac{I_a}{2} + \frac{I_b}{2} \left[sin2(\beta - \phi)cos\delta - sin2(\theta - \phi) \right]$$

$$cos2(\beta i - \phi)sin\delta$$
(8)

En esta ecuación I_a es la amplitud de la luz que emerge del polariscopio, I_b es la intensidad de la luz

del fondo considerada en el experimento, β y ϕ son las orientaciones respecto al eje x de dos placas retardadoras de un cuarto de onda que incluye el polariscopio, θ indica la orientación del modelo respecto al eje x, y δ cuantifica en radianes el retardo en cada punto de la superficie del modelo [5]. El subíndice del término I, antes del signo igual, se debe a que son posibles múltiples configuraciones ópticas (rotaciones) para los elementos que conforman el polariscopio circular. La ecuación (8) puede ser simplificada si se consideran posiciones específicas para los ejes de cada elemento óptico, como se presenta en la ecuación (9), con la cual se genera la figura 1 de un método de seis corrimientos de fase.

$$I_1 = I_b + I_a(1 + \cos\delta) \tag{9}$$

Esta expresión es conveniente pues no incluye la variable θ , que se refiere al parámetro isoclínico, aquel que cuantifica las direcciones en cada punto del campo de esfuerzo.

Considerando las ecuaciones previamente descritas, se generan dos secuencias de imágenes donde se simula la aplicación de una carga incremental de 0 a 9000 N; en estas se emula un experimento donde una cámara adquiere imágenes a razón de 30 fotogramas por segundo. La primera secuencia muestra los resultados que se obtendrían en el espectro visible, es decir, con una fuente de luz cuya longitud de onda es de 560 nm, luz verde. La segunda secuencia se genera con una longitud de onda de doce micrómetros, longitud propia de la banda infrarroja lejana del espectro electromagnético.

Dado que este procedimiento genera un conjunto considerable de imágenes, se consideran tres imágenes de cada secuencia donde se observa la evolución de los patrones de esfuerzo durante el tiempo que toma la aplicación de carga simulada. Las imágenes son las generadas en los instantes de tiempo: 64s, 1204s y 2048s. Estas imágenes tienen una dimensión de 512×512 píxeles y para efectos de visualización, en algunos casos se muestran en color falso. Para generar las imágenes, se considera que el coeficiente óptico de esfuerzo del disco analizado es de 35×10^{-12} brewsters, su grosor es 8 mm y su radio es 30 mm.

2.3. Pruebas para análisis de textura en las imágenes de fotoelasticidad

En la superficie de un modelo analizado mediante fotoelasticidad digital, se observan patrones de franjas cuya magnitud, densidad y dirección son proporcionales a la carga aplicada; estos patrones exhiben regularidad espacial y se ha documentado que pueden ser analizados a partir de su información en el dominio de la frecuencia [7]. En este trabajo, se propone la extracción cuatro descriptores de textura en regiones de interés (en adelante ROI) en las imágenes de fotoelasticidad analizadas. Los descriptores se describen mediante las ecuaciones (10), (11), (12) y (13).

$$Contraste = \sum |i - j|^2 p(i, j) \tag{10}$$

$$Energia = \sum_{i,j} p(i,j)^2 \tag{11}$$

$$Homogeneidad = \sum_{i,j} \frac{p(i,j)}{1+|i-j|}$$
 (12)

$$Entropia = -\sum_{i} \sum_{j} p(i, j) log(p(i, j))$$
 (13)

Estos descriptores fueron propuestos inicialmente en [8] y se calculan a partir de una matriz de coocurrencia, que cuantifica las veces que aparecen pares de determinados valores de píxel en una imagen, a determinadas distancia y ángulo. Se consideran estas cuatro medidas, pues se ha documentado que del conjunto original de catorce medidas propuestas por Haralick, se encuentran dentro de las menos relacionadas entre sí.

Para observar cambios de textura en imágenes de fotoelasticidad, se dividen las imágenes analizadas en ROI cuadradas de dimensión 8×8 píxeles. A cada una de estas ROI se le asigna, como nuevo y único valor, el promedio tras calcular cada una de las cuatro características, para dos distancias de píxel. Como resultado de este procesamiento, se obtienen cuatro imágenes por cada campo de esfuerzos analizado.

2.4. Análisis de las imágenes generadas mediante mapas auto-organizativos

En las imágenes analizadas, cada ROI se representa mediante un vector de las cuatro características previamente descritas; como resultado, de una imagen de 512×512 píxeles, dividida en regiones de 8x8 píxeles, se tiene ahora una matriz de 4096 muestras (ROI) caracterizadas mediante los cuatro descriptores de textura. Para analizar cómo agrupan las ROI, se utilizan mapas autoorganizativos de Kohonen [9].

Este es un método de aprendizaje competitivo no supervisado que presenta como salida un arreglo bidimensional, usualmente rectangular o hexagonal, donde se agrupan las muestras analizadas, de acuerdo con su similitud en el espacio de características original.

Gráficamente, el mapa autoorganizativo muestra una distribución topológica de las neuronas en la capa de salida, o denominadas también de competición, de una red neuronal, a estas se les denomina en inglés best matching units (BMU). Antes de que comience el aprendizaje de la red, a cada BMU se le asigna un vector de pesos con igual dimensión que el espacio de características de los datos de entrada. Esta inicialización de pesos se hace de forma aleatoria, aunque hay algoritmos para dar un orden definido [10].

Durante el aprendizaje de la red, cada muestra se presenta a todas las neuronas en la capa de competición. Utilizando distancias, una BMU se asocia con la muestra para la cual su distancia sea menor; en conjunto con la asociación, se actualiza el vector de pesos de la BMU y, en menor medida, el de las neuronas adyacentes a esta. Este proceso se repite de forma iterativa, dando como resultado regiones del mapa cuyo color denota similitud entre las muestras de los datos asignados a las BMU. El análisis de los mapas autoorganizativos se puede hacer comparando los mapas que resultan por cada característica, a los cuales se les denomina planos componentes.

experimentos presentados Para los este documento, los datos de entrada son ROI segmentadas en cada imagen. Elespacio características tiene dimensión cuatro, por los cuatro descriptores de textura considerados. Los mapas autoorganizativos se obtienen utilizando el toolbox SOM de Matlab. Se utilizan los parámetros por defecto que traen las funciones de dicho toolbox.

3. Resultados e interpretación del análisis de textura en el espectro visible

Los resultados en las imágenes de la Figura 1, Figura 2 y Figura 3, permiten observar cómo a medida que aumenta la carga aplicada al disco, los descriptores de textura calculados producen patrones que varían de acuerdo con el nivel de esfuerzos. Este efecto es más evidente en las regiones cercanas a los puntos de aplicación de carga, lo cual se relaciona con los cambios de orden de franja que ocurren. Por ejemplo, al comparar la Figura 1b y Figura 2b contra la Figura 3b, se observa cómo el contraste pasa de tener valores comparativamente altos a valores bajos, en las regiones cercanas a los puntos de aplicación de carga. Este resultado tiene que ver con lo que cuantifica el contraste en una imagen: la capacidad de distinguir valores de píxeles diferentes en una región analizada.

Figura 1: (a) Imagen de fotoelasticidad obtenida para el instante de tiempo 64. Carga aplicada = 151.5789 Newtons. $\lambda = 560$ nm. De (b) a (e), representaciones de la (a), en el espacio de los descriptores de textura considerados

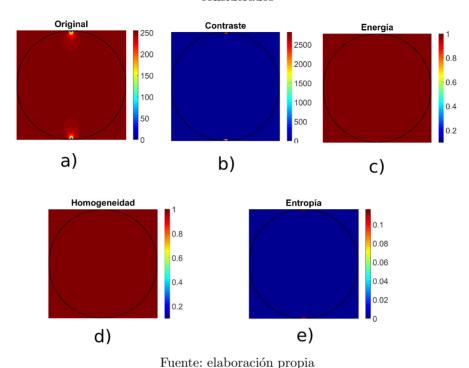
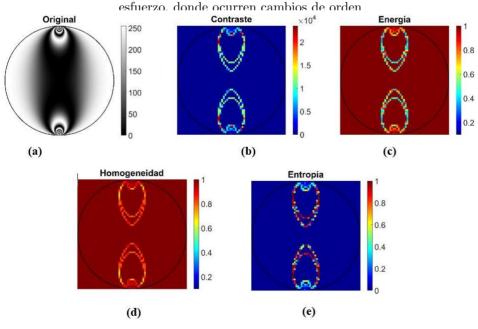


Figura 2: (a) Imagen de fotoelasticidad obtenida para el instante de tiempo 1024. Carga aplicada = 2.425.3 Newtons. $\lambda = 560$ nm. De (b) a (e), representaciones de (a), en el espacio de los descriptores de textura considerados. Respecto a las imágenes en la Figura 1, se observan variaciones en las regiones del campo de

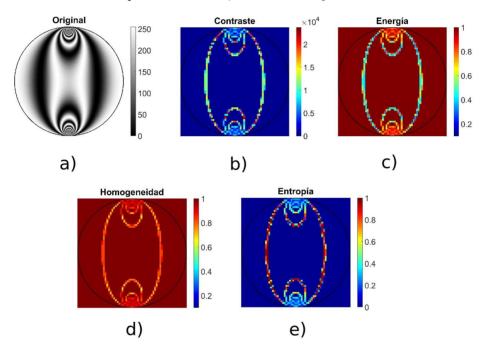


Fuente: elaboración propia

Las imágenes en la Figura 2 tienen la misma distribución que las de la Figura 1; sin embargo, ahora la imagen original se muestra en escala de grises, debido a que los mayores niveles de carga aplicados producen patrones de franja que son más claramente distinguibles con este mapa de color. Como resultado evidente en esta figura, se observa que hay regiones que los descriptores de textura presentan como salientes y que coinciden con aquellas donde ocurren los cambios de orden en las franjas. Se observa, además, una diferencia considerable en los valores de contraste respecto a los presentados en la Figura 1.

La información adicional que capturan los descriptores de textura puede verse al comparar los valores máximos calculados a medida que aumenta la carga aplicada a los modelos. Esto es evidente al comparar las escalas de la Figuras 1b, Figura 2b y Figura 3b, pero también respecto a los valores de la variable entropía en la Figura 1e, Figura 2e y Figura 3e. En términos generales, los descriptores de textura considerados reflejan las variaciones producidas en las imágenes, debido aumento de las densidades de franja que se inducen por el aumento de la carga.

Figura 3: (a) Imagen de fotoelasticidad obtenida para el instante de tiempo 2048. Carga aplicada = 4850.5 Newtons. $\lambda = 560$ nm. De (b) a (e), representaciones de (a), en el espacio de los descriptores de textura considerados. Respecto a las imágenes en la Figura 1 y Figura 2, nótese las variaciones mucho más prominentes en los valores de los descriptores de textura, debido a la mayor concentración de esfuerzos



Fuente: elaboración propia

4. Extensión de análisis al infrarrojo lejano

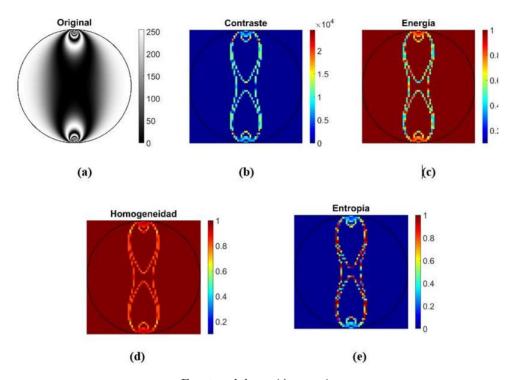
Teóricamente, las ecuaciones (6) y (7) no imponen restricciones respecto a las longitudes de onda en las cuales deban hacerse los ensayos de fotoelasticidad. Para analizar los campos de esfuerzos generados, esta vez en el infrarrojo lejano, se simula exactamente el mismo experimento cuyos resultados se presentan en las Figura 1, Figura 2 y Figura 3, pero modificando la longitud de onda de la fuente a 12 μ m. La Figura 4 muestra la imagen generada en el instante de tiempo 2048s de este nuevo experimento.

La Figura 4 muestra que el cambio en la longitud de onda, en la fuente de luz del polariscopio, permite una visualización que, con iguales niveles de carga aplicada, pero en el espectro visible, produciría la pérdida de resolución en las regiones de alta densidad de franjas.

4.1. Interpretación de resultados hallados en los mapas auto organizados

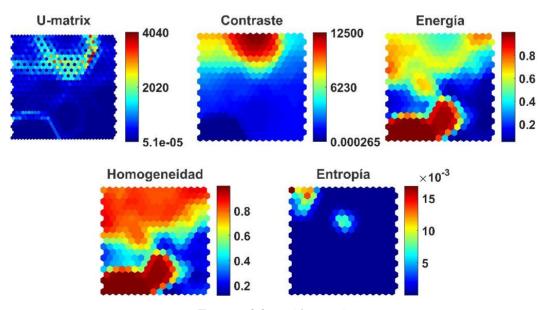
La inspección visual de los planos componentes de los mapas autoorganizados muestra varias tendencias a medida que avanza la concentración de franjas. En el instante de tiempo 64, por ejemplo (Figura 5), las muestras asociadas con los BMU localizados en la parte superior izquierda tienen bajo contraste y entropía, pero altos valores de energía y homogeneidad.

Figura 4: (a) Imagen de fotoelasticidad obtenida para el instante de tiempo 2048. Carga aplicada =4850.5 Newtons. $\lambda=12\mu\mathrm{m}$. De (b) a (e), representaciones de (a), en el espacio de los descriptores de textura considerados. En este caso, la fuente de luz influye en la generación de patrones de franja de menor densidad, que los logrados en el espectro visible



Fuente: elaboración propia

Figura 5: Agrupamiento de las ROI segmentadas en el instante de tiempo 64. Carga = 151.5789 Newtons



Fuente: elaboración propia

Las imágenes en la Figura 6 y la Figura 7 revelan que a medida que transcurre el tiempo durante los experimentos y aumenta la carga aplicada, las muestras se reorganizan de acuerdo con las variaciones en las densidades de franja. Una comparación de los planos componentes en la Figura 5, Figura 6 y Figura 7, indica que a medida que la carga aplicada aumenta, las muestras asociadas con BMU en la parte inferior derecha tienen valores altos de contraste y entropía; un razonamiento similar permite inferir que las muestras con alta energía exhiben también valores altos de homogeneidad. Esta tendencia se mantiene para el caso en que se analiza la muestra 2048 en el espectro infrarrojo lejano, tal y como se muestra en la Figura 8.

5. Conclusiones

En este trabajo se generaron imágenes sintéticas de fotoelasticidad digital, donde se simuló la aplicación de carga incremental en discos de policarbonato sometidos a compresión diametral. Las imágenes fueron segmentadas y, posteriormente, caracterizadas mediante descriptores de textura de Haralick. Los resultados de la caracterización sugieren que los descriptores considerados podrían ser útiles para describir procesos como la pérdida de resolución espacial, el cual ocurre en regiones con alta concentración de franjas.

Los resultados de extender el análisis fotoelástico al infrarrojo lejano, muestran que las densidades de franja observadas durante la aplicación de carga a un modelo birrefringente son menores que la que se obtendrían en el mismo ensayo, pero utilizando fuentes de iluminación con longitudes de onda pertenecientes al espectro visible.

Como trabajo futuro será necesario profundizar en estudios sobre el impacto de la fuente de luz, en la concentración de esfuerzos en análisis de fotoelasticidad y en la cuantificación de diferentes niveles de concentración de esfuerzos a partir de descriptores de textura.

6. Reconocimientos

Este trabajo fue financiado por el proyecto Caracterización de dinámicas en campos de esfuerzos usando estrategias de visión artificial en el análisis de videos de fotoelasticidad, de la Convocatoria Nacional de Proyectos para el Fortalecimiento de la Investigación, Creación e Innovación de la Universidad Nacional de Colombia, 2016-2018.

Se gradece el apoyo proporcionado por el departamento de Ingeniería Mecánica y la Facultad de Minas de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín y por la Agencia Superior de Educación Superior de Medellín (Sapiencia).

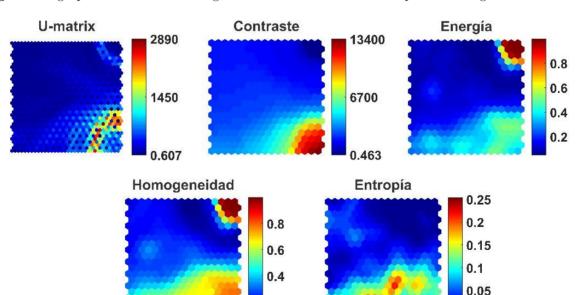


Figura 6: Agrupamiento de las ROI segmentadas en el instante de tiempo 1024. Carga =2425.3 Newtons

Fuente: elaboración propia

0.2

0.8

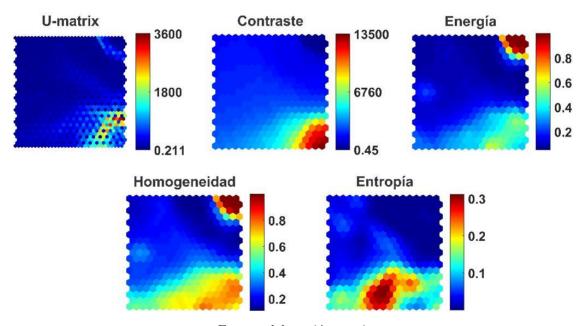
0.4

0.2

Figura 7: Agrupamiento de las ROI segmentadas en el instante de tiempo 2048. Carga = 4850.5 Newtons

Fuente: elaboración propia

Figura 8: Agrupamiento de las ROI segmentadas en el instante de tiempo 2048. Carga = 4850.5 Newton. Longitud de onda de la fuente de luz del $polariscopio = 12\mu m$



Fuente: elaboración propia

Referencias

[1] J. Quiroga y A. González, "Separation of Isoclinics And Isochromatics from Photoelastic Data with A Regularized Phase-Tracking Technique". Applied optics, vol. 39, no. 17, 2000, pp. 2931-2940. https://doi.org/10.1364/A0.39.002931

0.3

0.2

0.1

[2] M. Ragulskis y M. A. Sanjuan, "Chaotic Pattern of Unsmoothed Isochromatics Around the Regions of Concentrated Stresses". Computers & Graphics, vol.

- 32, no. 1, 2008, pp. 116-119. https://doi.org/10.1016/j.cag.2007.09.004
- [3] K. Ramesh, V. Ramakrishnan y C. Ramya, "New Initiatives in Single Colour Image- Based Fringe Order Estimation in Digital Photoelasticity". The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, vol. 50, no. 7, 2015, pp. 488–504. https://doi.org/10.1177/0309324715600044
- [4] W. D. Pilkey y D. F. Pilkey, "Peterson's Stress Concentration Factors". John Wiley & Sons, 2008.
- [5] W. Shang, X. Ji, y X. Yang, "Study on Several Problems of Automatic Full-Field Isoclinic Parameter Measurement by Digital Phase Shifting Photoelasticity". Optik- International Journal for Light and Electron Optics, vol. 126, no. 19, 2015, pp. 1981-1985 https://doi.org/10.1016/j. ijleo.2015.05.053
- [6] C. Magalhaes, P. Neto, P. Magalhaes, y C. de Barcellos, "Numerical Methods for The Photoelastic Technique Using Phase Shifting". Journal of

- Mechanics, vol. 31, no. 4, 2015, pp. 355-367 https://doi.org/10.1017/jmech.2015.20
- [7] H. Fandiño, J. C. Briñez de León, A. Restrepo y J. W. Branch-Bedoya. "Texture Analysis Integrated to Infrared Light Sources for Identifying High Fringe Concentrations in Digital Photoelasticity". In Applications of Digital Image Processing XL, vol. 10396. International Society fro Optics and Photonics, p. 103962D
- [8] R. M. Haralick, K. Shanmugam et al., "Textural Features for Image Classification". IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics, no. 6, 1973, pp. 610 -621.
- [9] T. Kohonen, "The Self-Organizing Map". Neurocomputing, vol. 21, no. 1, 1998, pp. 1-6. https://doi.org/10.1016/S0925-2312(98)00030-7
- [10] T. Kohonen, "Essentials of The Self-Organizing Map". Neural networks, vol. 37, 2013, pp. 52 -65 https://doi.org/10.1016/j.neunet.2012.09. 018