

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROLADOR DIFUSO PARA UN MOTOR DC BASADO EN RELACIONES BOOLEANAS

DESIGN AND SIMULATION OF A FUZZY CONTROLLER FOR A DC MOTOR BASED ON BOOLEAN RELATIONS

HELBERT EDUARDO ESPITIA CUCHANGO¹

LINA CRISTINA MORALES LAGUADO²

JOSÉ JAIRO SORIANO MÉNDEZ³

RECIBIDO: MAYO 2009

APROBADO: SEPTIEMBRE 2009

RESUMEN

Este trabajo propone el análisis y diseño de un controlador difuso PD usando el congresor basado en relaciones booleanas (CBR). El diseño se realiza para controlar la posición angular de un motor DC. En la primera parte, se presenta el diseño del controlador booleano. Posteriormente, se efectúa el diseño del controlador difuso partiendo del controlador booleano realizado anteriormente. Las superficies de control obtenidas con y sin simplificación de términos evidencian las características que tiene la metodología propuesta. Finalmente, se observa la respuesta dinámica del sistema para los diferentes controladores implementados.

Palabras clave

CBR, PD, control, posición, motor DC, lógica difusa, lógica booleana.

Abstract

This paper proposes the analysis and design of a Fuzzy PD controller using congresor based on Boolean relations (CBR). The system is designed to control a DC motor. First, the design of a Boolean controller is presented. Then, a

-
- 1 Ingeniero electrónico, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Ingeniero mecatrónico, Universidad Nacional de Colombia. Especialista en telecomunicaciones móviles, Universidad Distrital. Candidato a magíster en Ingeniería Industrial, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Profesor e integrante del Grupo Lamic (Laboratorio de Automática, Microelectrónica e Inteligencia Computacional), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: heespitiac@unal.edu.co
 - 2 Estudiante Ingeniería Electrónica, Grupo Lamic (Laboratorio de Automática, Microelectrónica e Inteligencia Computacional), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: linam_26@hotmail.com
 - 3 Ingeniero químico, Universidad Nacional de Colombia. Ingeniero electrónico, Universidad Distrital. Magíster en Ingeniería Industrial, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Profesor e integrante del Grupo Lamic (Laboratorio de Automática, Microelectrónica e Inteligencia Computacional), Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo: jjsorianom@unal.edu.co

fuzzy controller is designed based on the Boolean controller previously designed. The control surfaces, with and without simplification, show the features of the proposed methodology. Finally, the dynamic behavior of various performance controllers is presented.

Key words

CBR, PD, control, position, DC motor, fuzzy logic, Boolean logic.

1. INTRODUCCIÓN

La lógica difusa presenta gran aplicabilidad en los sistemas de control, debido a su flexibilidad para la implementación de estrategias de control [1-2]. Una de las aplicaciones básicas en control es la realizada para motores DC. Esta resulta adecuada para presentar conceptos importantes en control. Con la finalidad de observar las características que tiene el CBR en los sistemas de control, este documento presenta el desarrollo de un controlador PD (proporcional derivativo) para regular la posición angular de un motor DC. Aplicaciones de este tipo de control empleando lógica difusa se han propuesto en diferentes trabajos [3-5].

El desarrollo de esta aplicación puede ser empleado en robótica, donde se requiere ejercer control sobre el movimiento de las partes del robot, que generalmente se encuentran accionadas mediante motores DC.

La metodología aplicada consiste en diseñar un control booleano considerando tres posibles regiones en los universos de discurso y luego proponer conjuntos difusos para su implementación. Adicionalmente, se observa la posibilidad de tener conjuntos traslapados y no traslapados.

2. CONCRESOR BASADO EN RELACIONES BOOLEANAS

El concreSOR basado en relaciones booleanas (CBR) busca emplear el proceso de diseño que tienen los sistemas sustentados en álgebra booleana para la implementación de controladores difusos. Como primer aspecto a considerar, se tiene la relación (isomorfismo) [6] observada entre teoría de conjuntos, lógica y sistemas matemáticos (retículos y álgebra booleana) [7]. Algunas de las equivalencias más importantes de estos isomorfismos se pueden observar en la Tabla 1.

Conjuntos	Lógica	Álgebra booleana
Pertenencia	Veracidad	Valor
Pertenece (\in)	Verdad (V)	1
No pertenece (\notin)	Falso (F)	0
Intersección (\cap)	Conjunción (\wedge)	Producto (\times)
Unión (\cup)	Disyunción (\vee)	Suma ($+$)
Complemento ($\bar{}$)	Negación (\neg)	Complemento ($'$)

Tabla 1. Equivalencia entre conjuntos, lógica y álgebra Booleana.

La implementación de sistemas de inferencia basados en relaciones booleanas parte del esquema para la formulación de controladores de tipo booleano. Desde el punto de vista de la lógica, el controlador basado en lógica booleana se puede considerar como un sistema de inferencia, con reglas de la forma:

$$Si, (\hat{A}_1 \wedge \hat{A}_2 \wedge \dots \wedge \hat{A}_p), \text{ entonces, } Y_k \quad (1)$$

donde,

$$\hat{A}_p = \begin{cases} A_p, si, \hat{A}_p = 1, \\ \bar{A}_p, si, \hat{A}_p = 0. \end{cases} \quad (2)$$

En el caso general, desde el punto de vista de los conjuntos, cuando se tienen m salidas de activación el proceso de inferencia se puede expresar de la siguiente forma:

$$Y_m = \bigcup_{k|Y_{k,m}=1}^q \bigcap_{j=1}^p \hat{A}_j^k \quad (3)$$

En la ecuación 3, Y_m se denomina salida de activación y permite la acción de una salida virtual, y_m . El nombre virtual señala la posibilidad de tener varias acciones empleando un solo actuador, el cual se puede considerar como la segmentación de este en varios, los cuales se llaman actuadores virtuales. En términos generales, la salida virtual se puede representar mediante la ecuación 4.

$$y_m = Y_m v_m \quad (4)$$

La acción de control sobre el sistema está dada por la ecuación (5).

$$y = \sum_{m=1}^w Y_m v_m \quad (5)$$

Con la finalidad de mejorar el desempeño del controlador booleano, se cambian los conjuntos booleanos por difusos, de tal forma que se puedan tener transiciones suaves y monótonas entre regiones booleanas. Debido a lo anterior, es necesario definir las operaciones de intersección y unión para conjuntos difusos, las cuales son respectivamente: t-normas (\otimes) y s-normas (\oplus). Los anteriores operadores tienen que cumplir las siguientes propiedades:

$$\left. \begin{aligned} a \otimes (b \otimes c) &= (a \otimes b) \otimes c \\ a \oplus (b \oplus c) &= (a \oplus b) \oplus c \\ a \otimes b &= b \otimes a \\ a \oplus b &= b \oplus a \\ a \otimes 1 &= a \\ a \oplus 0 &= a \end{aligned} \right\} \forall a, b, c \in [0,1] \quad (6)$$

En el proceso de síntesis de controladores booleanos se suele emplear la propiedad de la ecuación 7.

$$(a \cap \bar{b}) \cup (a \cap b) = a \cup (b \cap \bar{b}) = a \quad (7)$$

Para extender este principio a conjuntos difusos se debe emplear la ecuación 8 [8].

$$(a \otimes b) \oplus (a \otimes c) = a \otimes (b \oplus c) \quad (8)$$

Es importante tener presente, para conjuntos difusos, las propiedades mostradas en la ecuación 9.

$$\left. \begin{aligned} a \oplus \bar{a} &\leq 1 \\ a \otimes \bar{a} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3. MODELO DEL SISTEMA A CONTROLAR

El motor considerado es de tipo DC de flujo constante, de la referencia Pittman GM8712G590-R1, cuyos parámetros se pueden observar en la Tabla 2.

Parámetro	Símbolo	Valor
Constante de torque	K_T	$21,7 \times 10^{-3} Nm/A$
Constante de realimentación electromagnética	K_e	$21,7 \times 10^{-3} V/(rad/s)$
Resistencia de armadura	R_a	$7,61 \Omega$
Inductancia de armadura	L_a	$3,93 mH$
Inercia del rotor	J	$5,98 \times 10^{-7} Kg m^2$
Constante de fricción	B	$6,2 \times 10^{-5} Nm/(rad/s)$

Tabla 2. Parámetros del motor DC.

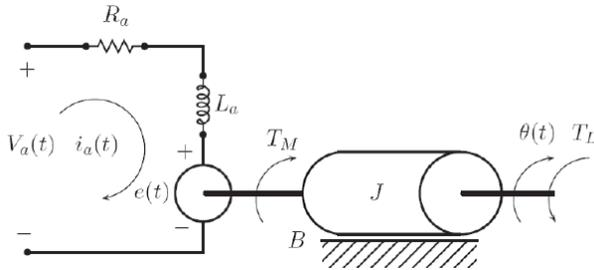


Figura 1. Esquema del motor DC.

La Figura 1 muestra el diagrama eléctrico del motor. Con la finalidad de establecer el modelo de este, inicialmente se tiene que el torque es proporcional a la corriente de armadura, tal como se presenta en la ecuación 10.

$$(10)$$

$$T_M = K_T i_a(t)$$

La fuerza contraelectromotriz es proporcional a la velocidad angular del motor, según la ecuación 11.

$$(11)$$

$$e(t) = K_e \omega(t) = K_e \frac{d\theta}{dt}$$

La ecuación 12 muestra el funcionamiento de la parte eléctrica.

$$(12)$$

$$V_a(t) - e(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t)$$

El comportamiento de la parte mecánica está dado por la ecuación 13.

$$T_M(t) - T_L(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (13)$$

4. DISEÑO DEL CONTROLADOR BOOLEANO

Una primera alternativa de control consiste en un automatismo que emplea sensores de tipo bivalente, es decir, los valores de pertenencia que toma cada una de las variables de medición son 1 y 0.

Dado que el controlador a implementar es del tipo PD, los universos de interés son el error y la derivada del error, definidos de la siguiente forma:

$$e = \theta_r - \theta \quad (14)$$

$$ce = \frac{d\theta}{dt}$$

En la ecuación 14, θ_r es la posición de referencia medida en grados y θ es la posición del eje del motor, también medida en grados.

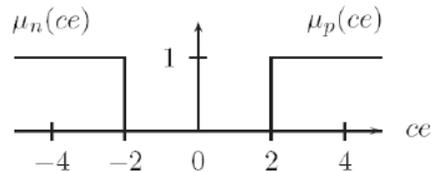
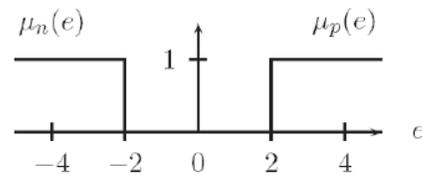


Figura 2. Conjuntos booleanos empleados.

Los conjuntos propuestos para el sistema de con-

trol son: derivada de error positivo: $\mu_p(ce)$; derivada de error negativo: $\mu_n(ce)$; error positivo: $\mu_p(e)$ y error negativo: $\mu_n(e)$. La representación gráfica de los conjuntos booleanos se puede apreciar en la Figura 2.

Con los conjuntos booleanos de la Figura 2 es posible definir tres zonas para los universos de discurso de error y variación del error. Las zonas en las cuales se encuentran divididos los universos de discurso son:

- Negativa: cuando $\mu_n = 1$ y $\mu_p = 0$.
- Cero: cuando $\mu_n = 0$ y $\mu_p = 0$.
- Positiva: cuando $\mu_n = 0$ y $\mu_p = 1$.

No existe una zona donde $\mu_n = 1$ y $\mu_p = 1$, lo cual se puede considerar como un caso “no importa”, y que puede ayudar a simplificar las sentencias booleanas.

La descripción lingüística de los estados del sistema correspondientes a la base de reglas para el controlador se muestra en la Tabla 3 y la tabla de verdad asociada es la Tabla 4.

Si error positivo	y	derivada de error positivo	entonces	movimiento alto
Si error positivo	y	derivada de error cero	entonces	movimiento alto
Si error positivo	y	derivada de error negativo	entonces	movimiento medio
Si error cero	y	derivada de error negativo	entonces	movimiento bajo
Si error cero	y	derivada de error cero	entonces	no hay acción
Si error cero	y	derivada de error positivo	entonces	movimiento bajo
Si error negativo	y	derivada de error positivo	entonces	movimiento medio
Si error negativo	y	derivada de error cero	entonces	movimiento alto
Si error negativo	y	derivada de error negativo	entonces	movimiento alto

Tabla 3. Reglas lingüísticas para el control de posición del motor DC.

$\mu_p(e)$	$\mu_n(e)$	$\mu_p(ce)$	$\mu_n(ce)$	Y_{Pg}	Y_{Pp}	Y_{Ng}	Y_{Np}
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0

Tabla 4. Codificación booleana de los estados del controlador.

La tabla de verdad (Tabla 4) se puede observar también como un cuadro de relaciones para las regiones del universo de discurso del error y la derivada del error (Tabla 5).

ce\e	Negativo	Cero	Positivo
Negativo	Y_{Ng}, Y_{Np}	Y_{Np}	Y_{Ng}
Cero	Y_{Ng}, Y_{Np}		Y_{Pg}, Y_{Pp}
Positivo	Y_{Ng}	Y_{Pp}	Y_{Pg}, Y_{Pp}

Tabla 5. Cuadro de relaciones para el error y la derivada del error.

La acción de control que es entregada al motor es una combinación lineal de Y_{Pg} , Y_{Pp} , Y_{Ng} y Y_{Np} (salidas activación) [9] y los respectivos valores de los actuadores virtuales (acción virtual grande: v_g ; y acción virtual pequeña: v_p). La ecuación de salida del controlador es:

$$y = v_g Y_{Pg} + v_p Y_{Pp} - v_g Y_{Ng} - v_p Y_{Np} \quad (15)$$

Para el caso, los valores de los actuadores virtuales son: $v_g = 5V$ y $v_p = 2V$. En la Tabla 4 se

aprecia que $Y_{Pg} = \mu_p(e)$ y $Y_{Ng} = \mu_n(e)$. Se pueden determinar las ecuaciones de las salidas de activación Y_{Pp} y Y_{Np} utilizando los mapas de Karnaugh, como se observa en las figuras 3 y 4. Para efectos de simplificación en la notación, los conjuntos booleanos asociados a las funciones de pertenencia son los relacionados a continuación:

$$\begin{aligned} \mu_p(e) &= e_p \\ \mu_n(e) &= e_n \\ \mu_p(ce) &= ce_p \\ \mu_n(ce) &= ce_n \end{aligned} \quad (16)$$

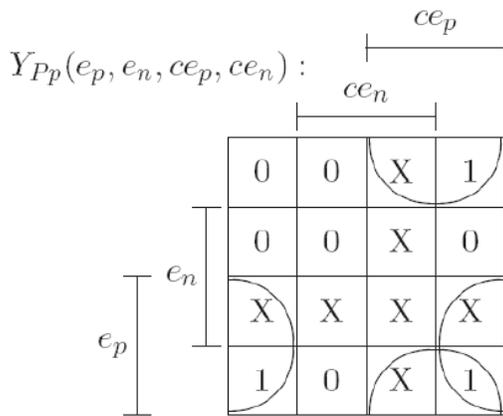


Figura 3. Mapa de Karnaugh para la salida de activación Y_{Pp} .

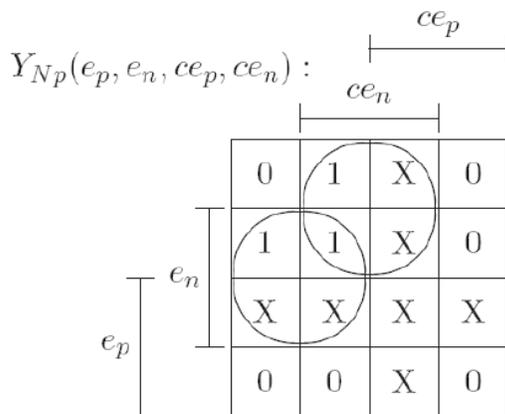


Figura 4. Mapa de Karnaugh para la salida de activación Y_{Np} .

Al realizar las respectivas simplificaciones se tiene:

$$\begin{aligned} Y_{Pp} &= (\bar{e}_n \cap ce_p) \cup (e_p \cap \bar{ce}_n) \\ Y_{Np} &= (e_n \cap \bar{ce}_p) \cup (\bar{e}_p \cap ce_n) \end{aligned} \quad (17)$$

5. CONTROLADOR DIFUSO

El anterior diseño booleano presenta siete niveles de energía (Figura 7). Para lograr un controlador difuso continuo se pueden considerar dos alternativas. La primera consiste en la extensión a un mayor número de los conjuntos de entrada, lo que da la posibilidad de asignar un mayor número de niveles energéticos a la salida, con un correspondiente incremento en las salidas virtuales del congresor. La segunda opción consiste en modificar las formas de los conjuntos de entrada; de esta manera se logra que una misma regla sea responsable de hacer una acción continua en la salida total del controlador. Para efectos del proceso de simplificación y facilidad de implementación, la t-norma empleada es el mínimo y la s-norma el máximo [7]. Las ecuaciones simplificadas del controlador al emplear conjuntos difusos son:

$$\begin{aligned} Y_{Pg} &= \mu_p(e) \\ Y_{Ng} &= \mu_n(e) \\ Y_{Pp} &= (\mu_{\bar{n}}(e) \otimes \mu_p(ce)) \oplus (\mu_p(e) \otimes \mu_{\bar{n}}(ce)) \\ Y_{Np} &= (\mu_n(e) \otimes \mu_{\bar{p}}(ce)) \oplus (\mu_{\bar{p}}(e) \otimes \mu_n(ce)) \end{aligned} \quad (18)$$

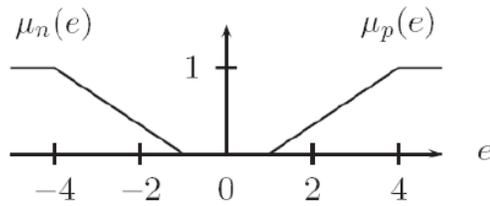


Figura 5. Conjuntos difusos continuos para el control de temperatura.

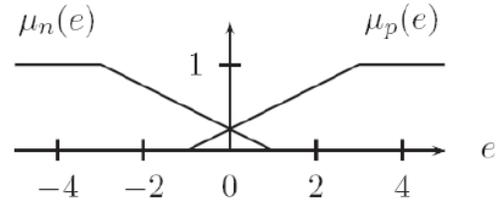


Figura 6. Conjuntos difusos continuos para el control de temperatura.

5.1 CONJUNTOS DIFUSOS NO TRASLAPADOS

Una de las opciones consideradas para la implementación del controlador difuso consiste en utilizar conjuntos no traslapados. Para el caso, se emplean conjuntos tipo L y Γ , tal como se observa en la Figura 5. La conversión de los conjuntos booleanos en difusos se realizó considerando un nivel de alfa-corte correspondiente a 0,33 [2].

5.2 CONJUNTOS DIFUSOS TRASLAPADOS

En este caso, una variación a considerar es tener conjuntos difusos traslapados. Los conjuntos propuestos se determinan a partir de un alfa-corte de 0,75. Estos se pueden observar en la Figura 6.

6. CONSIDERACIONES

La aplicación desarrollada en este documento se escoge por tratarse de un problema clásico en control. El objetivo es que permita observar claramente los resultados de la metodología propuesta para el diseño del controlador.

Los resultados de la aplicación desarrollada se obtienen a nivel de simulación, la cual se realizó en MATLAB® con la herramienta Simulink®, empleando la función ode45. Los controladores diseñados se implementan mediante funciones con archivos .m (m-files), en los que se programan las acciones de control que toma cada uno de los controladores según su diseño. Por el momento no se realiza su implementación física, por cuanto este trabajo consiste en una prueba conceptual sobre la metodología propuesta.

En el modelo del motor no se considera una banda muerta ya que se busca tener un modelo que permita comparar en trabajos futuros los resultados obtenidos con otro tipo de estrategias de control, como los controladores clásicos lineales.

7. RESULTADOS

Los resultados de interés corresponden a las superficies de control y a la respuesta dinámica del sistema para cada controlador implementado.

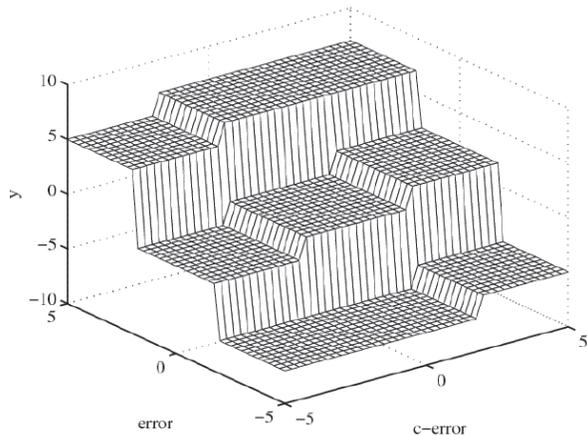


Figura 7. Superficie para el controlador booleano.

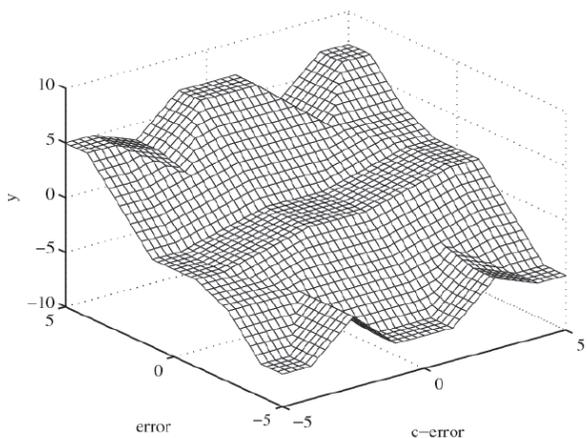


Figura 8. Superficie para el controlador difuso sin simplificación de reglas y conjuntos no traslapados.

En la Figura 7 se puede observar la superficie de control para el sistema booleano. En ella es posible apreciar las zonas booleanas que corresponden a las particiones de los universos de

discurso. Es de notar que las transiciones entre cada zona se realizan de manera abrupta.

La superficie para el controlador DBR no simplificado, que emplea conjuntos difusos no traslapados, se puede apreciar en la Figura 8. Aquí es posible observar el efecto presente cuando se implementan las expresiones de inferencia sin simplificación.

La Figura 9 presenta la superficie para el controlador difuso con reglas simplificadas y que emplea conjuntos no traslapados. Al implementar las ecuaciones simplificadas se logra una transición suave entre regiones booleanas.

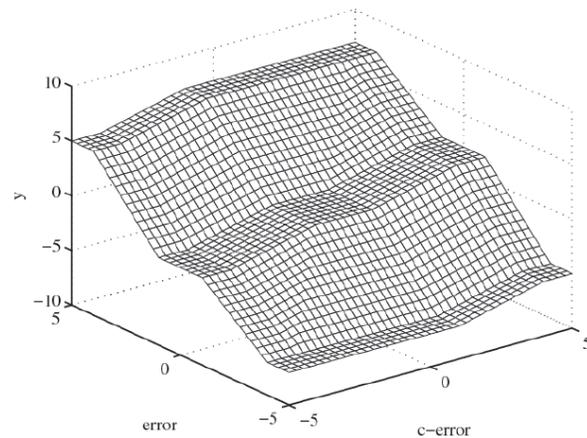


Figura 9. Superficie para el controlador difuso con simplificación de reglas y conjuntos no traslapados.

La superficie del controlador difuso simplificado que emplea conjuntos traslapados se presenta en la Figura 10. Al emplear conjuntos traslapados, varias zonas booleanas desaparecen. Sin embargo, la tendencia de la superficie de control sigue siendo la misma que en los casos anteriores.

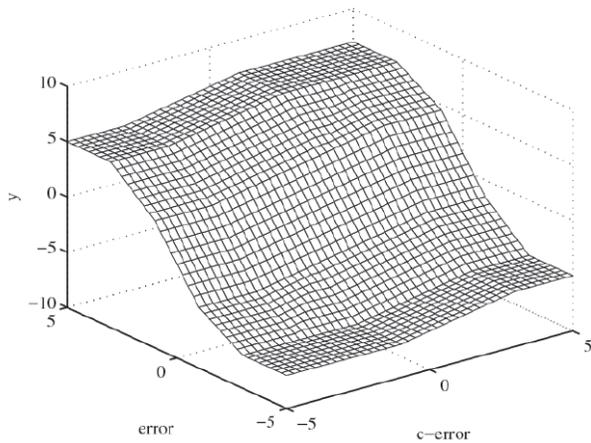


Figura 10. Superficie para el controlador difuso con simplificación de reglas y conjuntos traslapados.

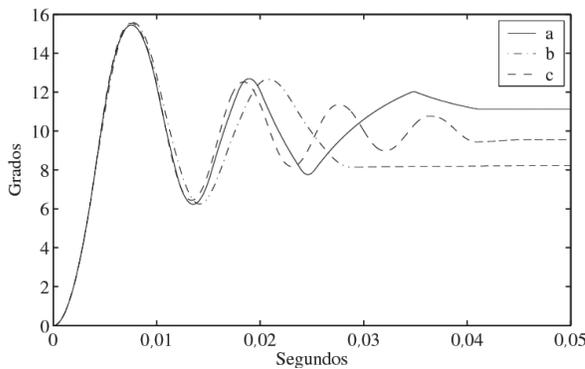


Figura 11. Respuesta dinámica del sistema para una referencia de 10°: a) booleano, b) difuso con conjuntos no traslapados, c) difuso con conjuntos traslapados.

La respuesta dinámica del sistema se puede apreciar en la Figura 11. Aquí se observa el comportamiento del sistema para el controlador booleano y difuso con conjuntos traslapados y sin traslapar. La implementación del controlador difuso se realiza con las reglas simplificadas. Es de notar que el controlador difuso que emplea conjuntos traslapados presenta el menor error en estado estacionario. También se aprecia que el controlador booleano muestra comportamientos no lineales debido a las transiciones bruscas entre las regiones de control. Finalmente, el comportamiento del controlador difuso imple-

mentado mediante conjuntos no traslapados tiene el mayor error en estado estacionario.

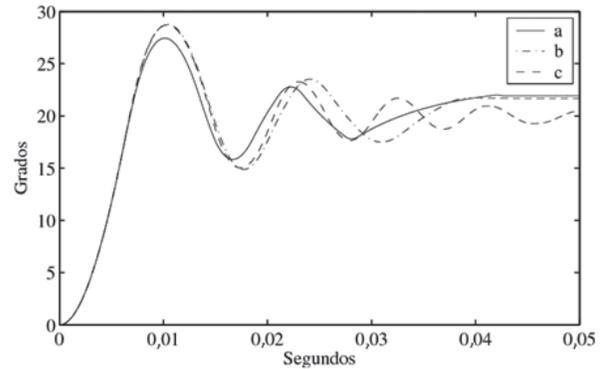


Figura 12. Respuesta dinámica del sistema para una referencia de 20°: a) booleano, b) difuso con conjuntos no traslapados, c) difuso con conjuntos traslapados.

En la Figura 12 se observa el comportamiento del sistema para una referencia de 20°. En este caso se aprecia de nuevo la no linealidad del controlador booleano y que el controlador difuso con conjuntos traslapados presenta menor error en estado estacionario, en relación con su contraparte que emplea conjuntos no traslapados. No obstante, el controlador con conjuntos traslapados manifiesta más oscilaciones en comparación con los otros controladores.

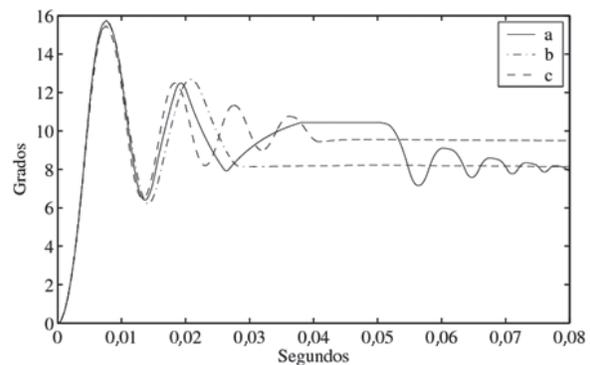


Figura 13. Respuesta dinámica del sistema para una referencia de 10° y perturbación en el torque de carga: a) booleano, b) difuso con conjuntos no traslapados, c) difuso con conjuntos traslapados.

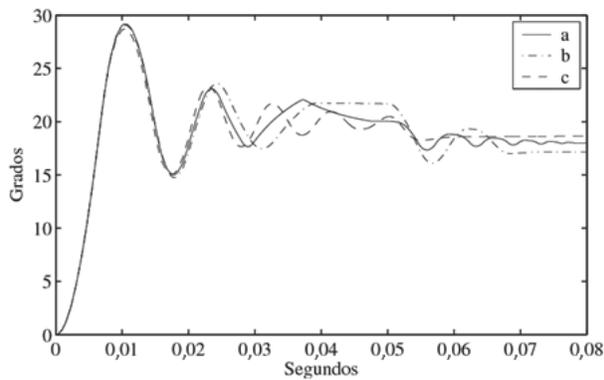


Figura 14. Respuesta dinámica del sistema para una referencia de 20o y perturbación en el torque de carga: a) booleano, b) difuso con conjuntos no traslapados, c) difuso con conjuntos traslapados.

Para observar la respuesta del sistema ante perturbaciones, luego de que se encuentre estabilizado el sistema, se introduce una perturbación en el torque de carga igual a 0,007 Nm. Las figuras 13 y 14 muestran los resultados obtenidos. En este caso, el controlador booleano presenta oscilaciones luego de que se genera la perturbación. El menor error en estado estacionario lo tiene el controlador difuso implementado con conjuntos traslapados.

8. CONCLUSIONES

Al implementar el sistema de inferencia difusa basado en relaciones booleanas, se logra tener una transición suave de las acciones de control en comparación con el controlador booleano. Lo anterior es una mejora importante en los sistemas de control basados en lógica booleana, que pone de manifiesto su potencial en el diseño de sistemas de inferencia difusa.

En las superficies de control obtenidas fue notable el efecto que tiene el sistema cuando se implementa el controlador con y sin las reglas de inferencia simplificadas. También fue posible observar que la superficie de control que emplea

conjuntos traslapados tiende a presentar un comportamiento más suave.

Considerando la anterior conclusión, se puede proponer, para un trabajo futuro, emplear conjuntos difusos traslapados, de tal forma que se pueda eliminar la región cercana a cero.

REFERENCIAS

- [1] R. Babuska, *Fuzzy modeling for control*. Boston: Kluwer Academia Publishers, 1998, p. 1.
- [2] G. Klir y B. Yuan, *Fuzzy sets and fuzzy logic*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1995, pp. 19, 327.
- [3] A. Delibasi, T. Turker y G. Cansever, *Real-time DC motor position control by fuzzy logic and PID controllers using labview*. *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Robotics*, 2004.
- [4] A. Madady, "PID type iterative learning control with optimal gains". *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 6, no. 2, p. 194, 2008.
- [5] L. Huafeng, Z. Chunsheng y G. Chenglin, "Precise position control of ultrasonic motor using fuzzy control UIT dead-zone compensation". *Journal of Electrical Engineering*, vol. 56, no. 1-2, p. 49, 2005
- [6] C. Peña, *Coevolutionary fuzzy modeling*, Berlin / Heidelberg: Springer-Verlag, 2004, p. 7.
- [7] R. Dubisch, *Lattices to logic*. Blaisdell Publishing Company, 1964, p. 39.

- [8] R. Rovatti, R. Guerrieri y G. Baccarani, "An enhanced two-level Boolean synthesis methodology for fuzzy rules minimization". *IEEE Transactions On Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 3, p. 288, 1995.
- [9] J. Soriano, "Propuesta de congresor basado en relaciones booleanas". *Revista de Ingeniería*, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, vol. 6, no. 1, P. 44, 2001.