

ANÁLOGO ESTOCÁSTICO DEL MODELO LOTKA-VOLTERRA**STOCHASTIC ANALOG LOTKA-VOLTERRA MODEL**

WILMAR DÍAZ O.¹
 HAROLD VACCA G.²
 ALDEMAR FONSECA V.³

RECIBIDO: JULIO 2010
 APROBADO: SEPTIEMBRE 2010

RESUMEN

La biomatemática o biología matemática es el estudio de fenómenos biológicos mediante herramientas matemáticas de diversa complejidad. Para modelarlos y analizarlos se usan ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales parciales y/o ecuaciones diferenciales estocásticas. En este tópico interesa investigar la evolución de las especies y la relación con su ambiente (depredación, competencia, presencia y calidad del alimento, simbiosis y mutualismo, etc.), para predecir la evolución futura de los ecosistemas, sometidos a ciertas condiciones, e introducir técnicas de control en estos. En este artículo nos enfocaremos en presentar la versión determinista y estocástica de una variante del modelo Lotka-Volterra depredador-presa para dos poblaciones, consistente en el sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax - Bxy \\ \frac{dy}{dt} = -Cy + Dxy \end{cases}$$

donde x e y representan el número de presas y predadores, respectivamente, con A , B , C , D constantes positivas que reflejan las condiciones de crecimiento de las especies y sus interacciones. El estudio de estos temas resulta ser de importancia en áreas como: el manejo de recursos renovables, la evolución de variedades resistentes a pesticidas, los fenómenos de sustitución tecnológica, el cambio organizativo o el aprendizaje organizativo.

1. Licenciado en Matemáticas. Msc. (c) en Matemática Aplicada. Docente, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Coinvestigador Grupo SciBas, Universidad Distrital. Correo electrónico: wadiaz@gmail.com / wadiaz@udistrital.edu.co

2. Licenciado en Matemáticas. Especialista en Ingeniería del Software. Msc. (c) en Matemática Aplicada. Director del grupo de investigación en Ciencias Básicas SciBas, Universidad Distrital. Docente, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Correo electrónico: hvacca@udistrital.edu.co / afonseca@udistrital.edu.co

3. Ingeniero electrónico. Msc. (c) en Bioingeniería. Docente, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Director del grupo de investigación Integra, Universidad Distrital. Correo electrónico: aldefonseca@yahoo.com / afonseca@udistrital.edu.co

Palabras clave

dinámica poblacional, efecto Allee, modelo Lotka-Volterra, sistema de ecuaciones diferenciales, fórmula de Itô, ecuaciones diferenciales estocásticas

Abstract

The Biomathematics or Mathematics Biology is the study of biological phenomena using mathematical tools of varying complexity. For modeling and analyzing are ordinary differential equations, partial differential equations and / or stochastic differential equations. In this area, interested in investigating the evolution of species and the relationship with their environment (predation, competition, presence and quality of food, symbiosis and mutualism, etc.), To predict the future evolution of the ecosystems under certain conditions, introduce techniques to control them. In this article, we focus on the present version of a variant the model deterministic and stochastic Lotka-Volterra predator-prey, two populations, consisting of the simultaneous differential equations system,

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax - Bxy \\ \frac{dy}{dt} = -Cy + Dxy \end{cases}$$

where x and y represent the number of prey and predators, respectively, with A , B , C , D positive constants, which reflect the growing conditions of species and their interactions. The study of these issues appears to be of great importance in areas such as renewable resource management, development of varieties resistant to pesticides, technology substitution phenomena, organizational change or organizational learning.

Key words

population dynamics, Allee's effect, Lotka-Volterra model, system of differential equations, Itô formula, stochastic differential equations

1. INTRODUCCIÓN

La mayor parte de los estudios sobre dinámica poblacional se centran en el desarrollo de herramientas que permitan predecir la evolución futura de los ecosistemas sometidos a ciertas condiciones, con el fin de introducir técnicas de control en estos. En tal dinámica, las poblaciones interactúan de múltiples formas, teniendo en cuenta que la idea que se persigue es conservar su equilibrio –para lo cual se controlan las poblaciones alimento y las que se alimentan, y además se evita la extinción– y al mismo tiempo, mantener las especies en ciertos valores, tolerables por el ecosistema. En estas condiciones hay tres tipos básicos de interacción:

- Si la tasa de crecimiento de una población decrece mientras la tasa de crecimiento de otra población crece, se habla de una situación *depredador-presa*.
- Si las tasas de crecimiento de cada población decrecen, entonces se tiene *competencia* entre las especies.
- Si las tasas de crecimiento de cada población aumentan, entonces se habla de *mutualismo o simbiosis*.

2. ESTADO DEL ARTE EN EL MODELO

DETERMINISTA LV, [1], [2], [4], [5], [6]

Nos vamos a concentrar en el sistema depredador-presa, es decir, en la interacción

