



MEDICIÓN DE ARMÓNICOS EN UN SISTEMA MONOFÁSICO: DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PROTOTIPO

MENSURATION OF HARMONIC IN A MONOPHASIC SYSTEM: DESIGN AND IMPLEMENTATION OF A PROTOTYPE

Alfredo Chacón García¹

Carlos Javier Ruiz Moreno²

RESUMEN

El presente artículo describe la implementación de un prototipo para la medición de armónicos en un sistema monofásico. En la primera parte del artículo se muestra el funcionamiento de la etapa de captura de las señales destacando la utilización de la bobina de Rogowski que, junto con un integrador, completa el transductor que proporciona un voltaje que reproduce la señal de corriente. Posteriormente se hace la descripción del procesamiento digital que se realizó para obtener las amplitudes de los armónicos, implementando la FFT (Fast Fourier Transform), utilizando para esta etapa un microcontrolador. Finalmente, luego del acoplamiento de la totalidad de etapas del diseño, se concluyen algunos resultados que demuestran su correcto funcionamiento.

1 Ingeniero Electrónico de la Universidad Distrital, Especialista en Instrumentación Electrónica de la Universidad Santo Tomás, Msc. (c) en Ingeniería Electrónica de la Universidad Javeriana, integrante del grupo de investigación INTEGRA de la Universidad Distrital.
alfredochacon@yahoo.com

2 Tecnólogo Electrónico de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
carlos_ruizmoreno@yahoo.es

Palabras clave

Armónicos, Bobina de Rogowski, FFT (Transformada Rápida de Fourier)

Summary

This paper describes the electronic prototype implementation of harmonic measurement in monophasic systems. The first part describe the capture stage of the signals using the Rogowski coil, before it describes the digital

processing made to obtain the harmonics amplitude, using the FFT (Fast Fourier Transform), developing the algorithm in a microcontroller for the digital of signal processing. Finally it shows the operation of the remaining stages and the final process of joining of all them.

Key Words

Harmonics, Rogowski coil, FFT (Fast Fourier Transform)



Introducción

Debido al uso en la industria de convertidores de potencia, cargas no lineales y consumidores en general; ha venido creciendo la presencia de armónicos en las líneas de distribución. Esto ha causado un deterioro en la calidad de la energía, manifestado en aspectos tales como perturbaciones en las formas de onda de voltaje y de corriente, desequilibrio de tensión o corriente, entre otros; lo que resulta en grandes pérdidas, problemas de interferencia en los sistemas de comunicación y algunas veces en fallas de operación de equipos electrónicos.

Es importante entonces el conocimiento de las redes eléctricas y de la calidad que en ellas se presenta, a través de indicadores significativos. En el caso que nos ocupa, se propone el diseño de un prototipo electrónico que permite identificar los problemas y contaminantes que afectan la calidad eléctrica de la red. El dispositivo que se ha implementado como prototipo, tomará muestras de la señal, sean estas de corriente o de voltaje; posteriormente las almacenará y procesará para obtener información como amplitud de los armónicos, valor RMS y distorsión armónica total (THD) del sistema.

Durante el desarrollo de este artículo se quieren mostrar los conceptos teóricos básicos que subyacen al problema, y el funcionamiento del dispositivo. Para tal fin, en la primera parte, se exponen definiciones importantes como distorsión armónica, características de funcionamiento de la bobina de Rogowski y la implementación del algoritmo FFT (Fast Fourier Transform) que ayudarán a interpretar la descripción de cada una de las etapas de diseño del prototipo. Por último se mostrarán los

resultados del funcionamiento de estas etapas y del dispositivo como tal.

1. Generalidades

1.1 Distorsión armónica

Las corrientes armónicas ocasionadas por las cargas no lineales pueden ocasionar distorsión armónica en el voltaje del sistema. Esta distorsión generalmente ocurre en múltiplos de la frecuencia fundamental (Figura 1). Así, sobre un sistema de potencia de 60 Hz, la onda armónica tiene una frecuencia expresada por:

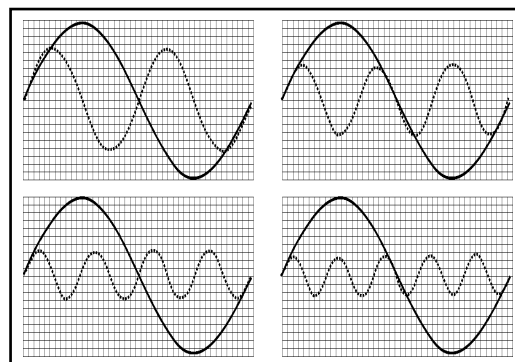
$$f_{armónicos} = n * 60Hz \quad (1)$$

Los armónicos son caracterizados frecuentemente por un factor de distorsión armónica (DF) definido como:

$$DF = \frac{\sqrt{\text{suma de cuadrados de las amplitudes de cada armónico}}}{\text{Amplitud de la fundamental}} \quad (2)$$

El factor de distorsión puede usarse para caracterizar tanto la distorsión en las ondas de voltaje como de corriente. La distorsión

Figura 1. La Onda Senoidal a la Frecuencia Fundamental (60 Hz) y Armónicos: 2^{do} (120 Hz); 3^{ro} (180 Hz); 4^{to} (240 Hz); y 5^{to} (300 Hz).



armónica total (THD) es el factor de distorsión que incluye a todos los armónicos relevantes.

1.2 Sensor de corriente

La lectura del voltaje se consigue al dividir el voltaje de la línea por medio de un divisor resistivo o un transformador de potencial cuando se necesita aislamiento de la línea. Por otro lado, la medición de corriente es algo un poco más complejo, debido a que es necesario tener un rango de medición mayor y un rango de frecuencias más amplio dado el rico contenido de armónicas en la onda de corriente [1].

1.2.1 Bobina de Rogowski

El método de medición de corrientes usando la Bobina de Rogowski es poco conocido con relación a otros como los transformadores de corriente o los sensores de efecto Hall, pero posee entre otras cualidades la capacidad de medir corrientes en valores altos tanto de amplitud como de frecuencia. La bobina de Rogowski se puede considerar como una aplicación de la ley de Ampere. Una bobina de Rogowski trabaja sensando el campo magnético que circula alrededor de un conductor, y esta ley relaciona la corriente que fluye en este conductor con su campo magnético circundante [2]. Así según la ley de Ampere para una corriente alterna el voltaje de salida de la bobina esta dado por la razón de cambio del flujo:

$$V_{coil} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt} = -k \frac{dI}{dt} \quad (3)$$

La bobina Rogowski trabaja midiendo los cambios del campo magnético que se producen alrededor de un hilo conductor que transporta una corriente para producir una señal de voltaje, esta señal es proporcional

a la derivada de la corriente (di/dt) por lo cual es necesario integrarla para conseguir la señal apropiada.

1.3 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una herramienta fundamental en el procesamiento de señales. En computaciones digitales para secuencias de duración finita, es posible desarrollar una representación alterna de Fourier, conocida como la Transformada Discreta de Fourier (DFT). La DFT es una secuencia en lugar de una función de variable continua, y corresponde a muestras equidistantes en frecuencia, de la Transformada de Fourier de la señal.

1.3.1 Transformada de Fourier de Tiempo Discreto DTFT

Se define la (Transformada de Fourier de Tiempo Discreto) de una señal discreta $x[n]$ como:

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j2\pi n f t_s} \quad (4)$$

Esta expresión genera una función continua correspondiente al contenido frecuencial de la secuencia $x(n)$, este contenido frecuencial se le conoce como espectro de frecuencia de la señal $x(n)$, y la expresión (4) corresponde a la definición de la DTFT de $x(n)$ la señal discreta [3]. Sin embargo, a la hora de realizar operaciones seguimos tratando con señales continuas. Lo que se busca es discretizar las variables continuas y limitar el número de muestras en los dominios temporal y frecuencial. Esto nos lleva a definir la DFT (Transformada Discreta de Fourier).

1.3.2 Transformada Discreta de Fourier

Tenemos una señal $x[n]$ limitada a N muestras con un periodo de muestreo t_s . La DTFT se define como:

$$X_p(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi nft_s} \quad (5)$$

Donde $X_p(f)$ es periódica con periodo $1/t_s$. Muestreamos esta señal N veces sobre un periodo, por tanto $X_t[k]$ será sustituir f por $k / (Nt_s)$:

$$X_T[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j2\pi nk / N} \quad (6)$$

□ La expresión resultante es la Transformada Discreta de Fourier de una señal $x[n]$.

1.3.3 Transformada rápida de Fourier

El cálculo del DFT requeriría en total, N^2 multiplicaciones complejas y N^2 sumas complejas para realizar un DFT de N puntos. Lo que consigue el algoritmo FFT (Transformada rápida de Fourier) es simplificar el cálculo del DFT introduciendo “atajos” matemáticos para reducir el número de operaciones [4],[6]. El DFT de una secuencia $x[n]$ se puede definir como:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{nk} \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (7)$$

Donde, el proceso de cálculo del DFT está basado en la Simetría y Periodicidad de los términos W_N :

$$W_N^{n+N} = W_N^n \quad (8a) \quad W_N^{n+N/2} = W_N^n \quad (8b)$$

$$W_N^{Nk} = 1 \quad (8c) \quad W_N^2 = W_{N/2} \quad (8d)$$

1.3.4 Algoritmo FFT Cooley-Tukey radix-2, decimación en frecuencia

La decimación en frecuencia se obtiene dividiendo la secuencia de salida ($X[k]$) en dos ecuaciones, una para los índices pares y otro para los impares.

$$X[2k] = \sum_{n=0}^{N/2-1} [x[n] + x[n + N/2]] W_{N/2}^{nk} \quad (9)$$

$k=0, 1, \dots, N/2-1$

$$X[2k+1] = \sum_{n=0}^{N/2-1} [[x[n] - x[n + N/2]] W_N^{nk}] W_{N/2}^{nk} \quad (10)$$

$k=0, 1, \dots, N/2-1$

En las ecuaciones (9) y (10) $X[2k]$ y $X[2k+1]$ son los resultados de la DFT de $N/2$ puntos realizada con las suma y la diferencia entre la primera y segunda mitades de la secuencia de entrada.

2. Características del prototipo

Para que el prototipo cumpla con los requerimientos antes mencionados se trabajó en el diseño de diferentes etapas, en la Figura 2 podemos ver el diagrama de bloques planteado.

2.1 Captura de información de la red

2.1.1 Sensor de corriente

Para tomar los datos de la red y traducirlos a voltajes manejables, se trabajó en el diseño de una bobina de Rogowski que permite obtener la forma de onda de la señal de corriente. Esta bobina tiene una buena respuesta a baja frecuencia, proporciona

Figura 2. Diagrama de bloques del prototipo

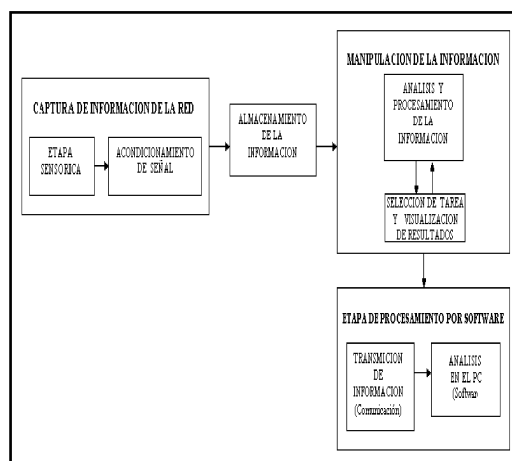
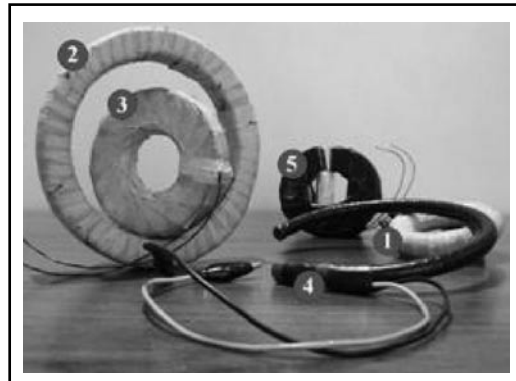


Figura 3. Prototipos Bobina de Rogowski



aislamiento y es de fácil instalación, entre otras buenas características [2]. A continuación se muestran los diseños realizados (figura 3), y en la tabla 1. las características de los diseños, que permitieron analizar el comportamiento de la bobina.

Tabla 1. Características de los diseños

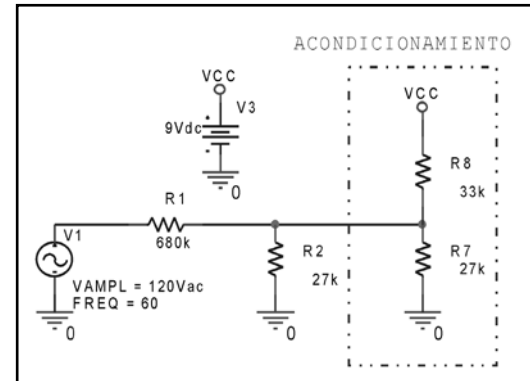
| Tipo de Bobina | Prot. #1 | Prot. #2 | Prot. #3 | Prot. #4 | Prot. #5 |
|------------------------------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|---------------|
| | Rígida | Rígida | Rígida | Flexible | Rígida |
| Forma Area Transversal | Círcul. | Rectan | Rectan | Círcul. | Rectan |
| Area Transversal (A _t) | 154u | 280u | 500u | 156u | 28u |
| Numero de Vueltas (N) | 226 | 492 | 763 | 1200 | 500 |
| Material Nucleo | Caucho (Aire) | Caucho (Aire) | Silicona (Aire) | Caucho (Aire) | Caucho (Aire) |
| Constante (K) | 0.0437u | 0.1731u | 0.1724u | 0.0433u | 0.0128u |

$$k = A_t * N * \mu_0$$

$$\mu_0 = 1,256637061 \mu, \text{ permeabilidad del aire}$$

La expresión k es tomada de la ecuación (3) que representa el voltaje de salida de la bobina. El prototipo de mejor comporta-

Figura 3. Prototipos Bobina de Rogowski



miento fue el #3, resaltado, escogido para el diseño de las siguientes etapas.

Para obtener la señal de corriente es necesario integrar el voltaje a la salida de la bobina, el integrador usado tiene una ganancia alta ya que la señal de voltaje, inducido en la bobina, tiene una amplitud pequeña.

2.1.2 Sensor de voltaje

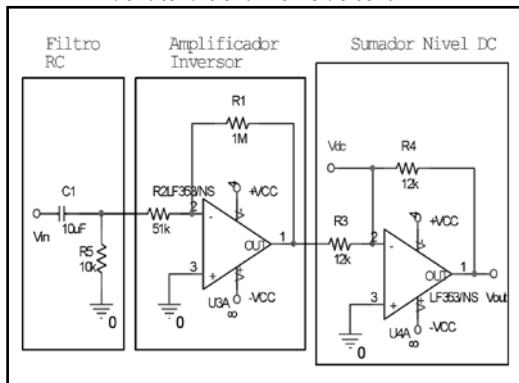
Para sensar el voltaje de la red, debe implementarse un divisor resistivo, como el mostrado en la Figura 4, donde se observa el circuito divisor de voltaje que permite obtener la forma de onda del voltaje de la red.

2.1.3 Acondicionamiento de señal sensor de corriente

Para la etapa de acondicionamiento del sensor de corriente se usó un filtro RC que permitió eliminar la componente DC de la señal de salida del integrador, posteriormente se implementó un Amplificador inversor que permitió dar a la señal una ganancia aceptable, figura 5.

Por ultimo a la salida del amplificador se colocó un circuito sumador inversor que

Figura 5. Amplificador inversor parte del acondicionamiento de señal



centró la señal en 2.5v para la etapa posterior de conversión A/D.

2.1.3 Acondicionamiento de señal, sensor de voltaje

Con este acondicionamiento se busca dar a la señal capturada por el sensor, el nivel DC requerido para la siguiente etapa, sumando a la señal de salida del sensor, una componente DC. Cabe anotar que el diseño de esta etapa debe tener en cuenta el requerimiento de impedancia de entrada del conversor A/D, utilizado en la siguiente etapa, ver [5].

2.2 Almacenamiento de la información

En esta etapa, la información obtenida de los sensores, es guardada para su posterior procesamiento. Como se requiere realizar un tratamiento digital a la señal, debe primero implementarse un bloque de conversión A/D seguido de otro bloque de almacenamiento.

2.2.1 Conversión Análoga/Digital

Para la conversión se utiliza un modulo de conversión A/D del microcontrolador

PIC18F452 de Microchip [5]. Con un valor de conversión de 8 bits para una resolución de aproximadamente 20mV.

Puesto que en realidad lo que se pretende es realizar la DFT a las señales obtenidas por los sensores, mediante un algoritmo FFT para obtener su espectro [4], para la conversión Análoga/Digital se tuvieron en cuenta los criterios mencionados en la sección 2.3.2. Para N=128, es decir 128 muestras de un periodo de la señal con periodo $T=1/60\text{Hz}$. La frecuencia de muestreo esta dada por:

$$f_s = (1/60\text{Hz})/N = 7680\text{Hz}$$

Con una frecuencia de muestreo de 7680Hz tiene un periodo de muestreo aproximado de 130.2µs, es decir que el conversor tomará una muestra de la señal cada 130.2µs

2.2.2 Almacenamiento

Los 128 datos obtenidos por el conversor A/D son almacenados en registros de 16 bits, es decir 2 bytes por dato, dentro de la memoria RAM del microcontrolador PIC18F452. Esta memoria está en capacidad de almacenar 1536 bytes. Adicionalmente, es posible si se desea almacenar resultados de mediciones para analizarlos posteriormente. Para esto se utiliza una memoria EEPROM externa de 256Kbit (32K x 8) 24LC256 de Microchip que maneja comunicación I2C y tiene un ciclo de escritura de entre 4 y 5 ms [6]. Esta, permite guardar los resultados de varias mediciones.

2.3 Manipulación de la información

2.3.1 Análisis y procesamiento de la información

El dispositivo que se escogió para este procesamiento fue el PIC18F452 [5], que

permite almacenar el número de puntos requeridos (muestras tomadas de la señal).

Para la obtención de las amplitudes armónicas de la señal, a partir de las muestras o puntos tomados por el conversor, se implementó la FFT (Fast Fourier Transform). Se trabajó el algoritmo Cooley-Tukey Radix-2 Decimación en Frecuencia (ver sección 1.3) que es simple y es comúnmente el más utilizado. Para realizar este algoritmo se tomaron 128 puntos. Con esta longitud de FFT es posible ver la respuesta frecuencial de la señal a frecuencias mayores de 2580Hz, lo que permite observar las amplitudes de las primeras 42 frecuencias armónicas.

2.3.2 Selección de tarea y visualización de resultados

Esta etapa corresponde a la manipulación del prototipo. Se controla la etapa de Procesamiento y análisis antes mencionada. Para realizar mediciones, se visualizan los resultados transmitiéndolos al computador. Esta etapa se implementó también dentro del PIC18F452 con una memoria externa EEPROM (Sección 2.2.2) que permite almacenar resultados de mediciones realizadas para su posterior análisis o transmisión.

2.4 Procesamiento por software

2.4.1 Transmisión de la información

Esta etapa se realizó a través de una comunicación entre el microcontrolador y el computador, transmitiendo los datos obtenidos de la medición usando la interfase RS232, Half duplex. Para efectos de esta transmisión se utiliza el módulo USART del Microcontrolador, en el modo asíncrono, a una velocidad de 9600 bps [5], para lue-

go implementar un circuito de conversión de niveles de voltaje, usando el MAX232, para convertir los datos al formato bipolar no retornó a cero (NRZ) manejado por el puerto serial. A través de una aplicación desarrollada en el computador los datos enviados por el microcontrolador son recibidos y almacenados.

2.4.2 Análisis en el PC

En esta etapa se visualizan, a través de una aplicación en Builder® C++, los datos transmitidos por el microcontrolador, graficando los resultados de la medición, permitiendo ver una aproximación tanto del espectro como de la señal analizada. Adicionalmente se mostrará información como el tipo de señal (corriente, voltaje o señal de prueba) y el THD de la misma. La aplicación permite, además, almacenar esta información para su posterior consulta en un archivo de texto.

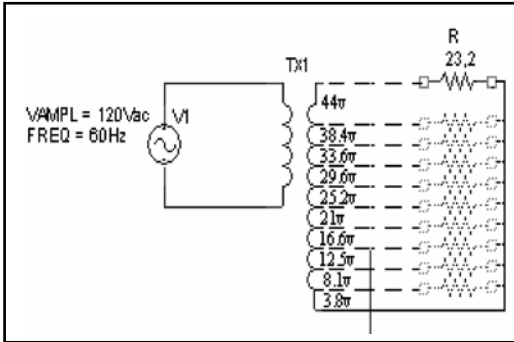
3. RESULTADOS

3.1 Etapa sensorica

Se destaca la obtención de un sensor de corriente teniendo en cuenta el comportamiento de los distintos prototipos de bobina de Rogowski e integradores desarrollados, figura 3. Este sensor tiene una sensibilidad aproximada de 0.5392 V/A (voltios en amperios).

Para comprobar la linealidad del sensor se realizaron pruebas con distintos valores de corrientes: desde 160mA hasta aproximadamente 2 A, con un voltaje senoidal variable con frecuencia 60Hz y una resistencia de $R = 23,2\Omega$ como se indica la figura 6. Para estas pruebas se modificó la sensibilidad del sensor a 1 V/A (voltios por amperio).

Figura 6. Circuito de pruebas de linealidad



Los resultados de esta prueba se observan a continuación en la tabla 2.

Tabla 2. Resultados Pruebas de linealidad Bobina de Rogowski

| Resistencia | Voltaje Sensor | Corriente (A) | Sensor (V) |
|-------------|----------------|---------------|------------|
| 23,2 | 3,8 | 0,163 | 0,162 |
| 23,2 | 8,1 | 0,349 | 0,356 |
| 23,2 | 12,5 | 0,538 | 0,544 |
| 23,2 | 16,6 | 0,715 | 0,72 |
| 23,2 | 21 | 0,905 | 0,9 |
| 23,2 | 25,2 | 1,086 | 1,10 |
| 23,2 | 29,6 | 1,275 | 1,26 |
| 23,2 | 33,6 | 1,448 | 1,45 |
| 23,2 | 38,4 | 1,655 | 1,66 |
| 23,2 | 44 | 1,896 | 1,89 |

En la figura 7 se observa el comportamiento del sensor para la carga no lineal a partir de un TRIAC, mejor conocida como Dimmer. Con el menor ángulo de disparo del TRIAC, el circuito se ve en la figura 8.

Para realizar una verificación de la señal obtenida con la Bobina de Rogowski se procedió a comparar el resultado de esta con el obtenido usando la técnica de shunt de corriente, figura 9. A continuación se muestra el circuito con el que se realizó la

Figura 7. Forma de onda Bobina de Rogowski para la corriente de entrada del Dimmer

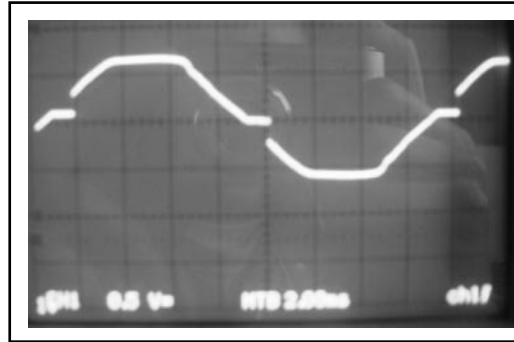


Figura 8. Medición realizada para obtener la corriente de entrada al Dimmer

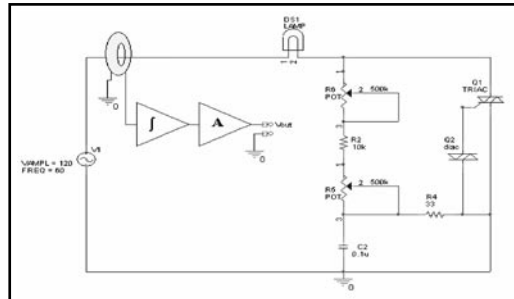
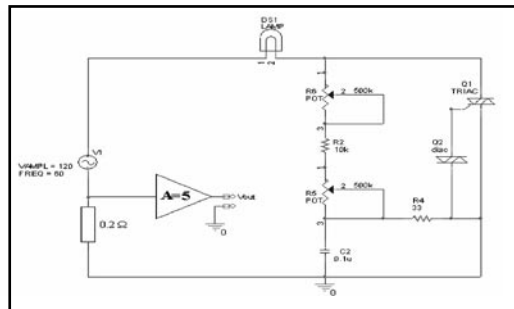


Figura 9. Medición de corriente usando la técnica de shunt de corriente



medición y la forma de onda obtenida con esta técnica. Cabe anotar que el circuito de shunt de corriente tiene una sensibilidad aproximada de 1 V/A.

A partir de un divisor resistivo, se obtuvo el sensor que permitirá analizar la señal de voltaje. A continuación se puede ver la

Figura 10. Forma de onda shunt de corriente, para la corriente de entrada del Dimmer

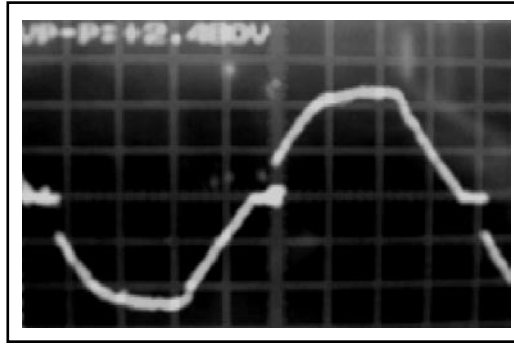
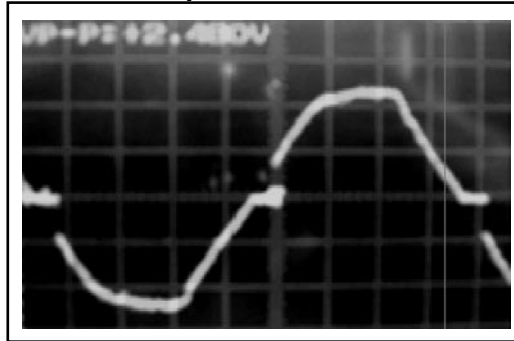


Figura 11. Forma de onda a la salida del sensor de voltaje



forma de onda de la salida del acondicionamiento para este sensor. El sensor tiene una sensibilidad de 0.01416V / 1V.

3.2 Algoritmo FFT

Se implementó un algoritmo [6], que permite obtener las amplitudes de los primeros 21 armónicos con mínimos porcentajes de error y una exactitud aceptable. A continuación se realiza una comparación de los resultados obtenidos por el prototipo para distintas señales. Esta comparación se hace con respecto a las mediciones tomadas por el combiscope Fluke PM3370B y los resultados del modelo matemático. Adicionalmente se presentan los porcentajes de error de las mediciones del Fluke contra los resultados del algoritmo FFT.

Cabe aclarar que estos valores son expresados en dB y analizados con respecto al valor de la fundamental siendo el valor de esta 0 dB.

☐ Señal Cuadrada

Con una Amplitud de $A = 2\text{v}$ y una frecuencia $f = 60\text{Hz}$

Tabla 3. Comparación de resultados Señal cuadrada

| Frec. | Valor Mat. | Valor Mat. (dB) | Valor Fluke (dB) | Valor Proto. | Valor Proto. (dB) | Error relativo Fik- Prot (%) |
|-------|------------|-----------------|------------------|--------------|-------------------|------------------------------|
| 60 | 2,546 | 0 | 0 | 2,5588 | 0 | |
| 180 | 0,848 | -9,54 | -9,5 | 0,8529 | -9,54 | 0,448 |
| 300 | 0,509 | -13,97 | -13,9 | 0,5090 | -14,02 | 0,908 |
| 420 | 0,363 | -16,90 | -17 | 0,3656 | -16,89 | 0,594 |
| 540 | 0,2829 | -19,08 | -19 | 0,2840 | -19,09 | 0,487 |
| 660 | 0,2314 | -20,82 | -21 | 0,2342 | -20,76 | 1,103 |
| 780 | 0,1958 | -22,27 | -22,3 | 0,1988 | -22,19 | 0,482 |
| 900 | 0,1697 | -23,52 | -23,5 | 0,1743 | -23,33 | 0,707 |
| 1020 | 0,1497 | -24,60 | -25 | 0,1521 | -24,51 | 1,932 |
| 1140 | 0,1340 | -25,57 | -25,8 | 0,1361 | -25,48 | 1,229 |
| 1260 | 0,1212 | -26,44 | -26,3 | 0,1271 | -26,07 | 0,865 |
| 1380 | 0,1107 | -27,23 | -27,3 | 0,1165 | -26,82 | 1,723 |
| 1500 | 0,1018 | -27,95 | -28 | 0,1090 | -27,40 | 2,125 |
| 1620 | 0,0943 | -28,62 | -28,5 | 0,0997 | -28,17 | 1,125 |
| 1740 | 0,0878 | -29,24 | -29,3 | 0,0946 | -28,63 | 2,259 |
| 1860 | 0,0821 | -29,82 | -30 | 0,0908 | -28,99 | 3,366 |
| 1980 | 0,0771 | -30,37 | -30,8 | 0,0855 | -29,51 | 4,180 |
| 2100 | 0,0727 | -30,88 | -31,8 | 0,0826 | -29,81 | 6,248 |
| 2220 | 0,0688 | -31,36 | -32 | 0,0789 | -30,21 | 5,566 |
| 2340 | 0,0652 | -31,82 | -32,3 | 0,0755 | -30,59 | 5,291 |
| 2460 | 0,0621 | -32,25 | -32,8 | 0,0719 | -31,01 | 5,428 |
| 2580 | 0,0592 | -32,66 | -33 | 0,0706 | -31,17 | 5,527 |

Figura 14. Espectro de una señal Triangular 3er armónico 420Hz, -34.5dB Fluke PM3370B

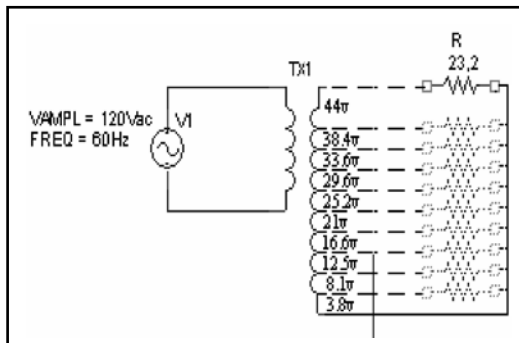


Figura 15. Comparación de la medición del Fluke con la medición del prototipo, en dB

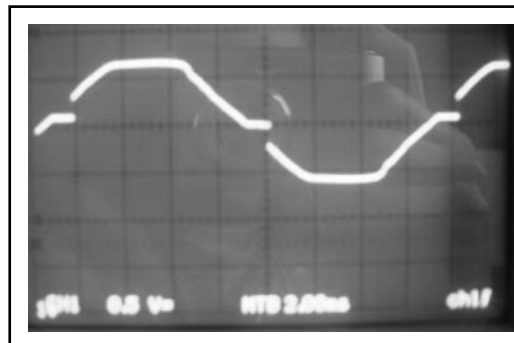


Tabla 4. Comparación de resultados Triangular

| Frec. | Valor Mat. | Valor Mat. (dB) | Valor Fluke (dB) | Valor Proto. | Valor Proto. (dB) | Error relativo Flk- Prot |
|-------|------------|-----------------|------------------|--------------|-------------------|--------------------------|
| 60 | 1,6211 | 0 | 0 | 1,6072 | 0 | |
| 180 | 0,1801 | -19,08 | -18,5 | 0,1905 | -18,52 | 0,116 |
| 300 | 0,0648 | -27,95 | -28,3 | 0,0630 | -28,13 | 0,595 |
| 420 | 0,0330 | -33,80 | -34,5 | 0,0313 | -34,19 | 0,889 |
| 540 | 0,0200 | -38,16 | -38,5 | 0,0190 | -38,54 | 0,105 |
| 660 | 0,0133 | -41,65 | -41,8 | 0,0124 | -42,20 | 0,975 |
| 780 | 0,0095 | -44,55 | -43,3 | 0,0095 | -44,54 | 2,886 |
| 900 | 0,0072 | -47,04 | -46,8 | 0,0059 | -48,64 | 3,950 |
| 1020 | 0,0056 | -49,21 | -50 | 0,0042 | -51,63 | 3,272 |
| 1140 | 0,0044 | -51,15 | -53 | 0,0048 | -50,37 | 4,956 |
| 1260 | 0,0036 | -52,88 | -55,3 | 0,0033 | -53,56 | 3,134 |
| 1380 | 0,0030 | -54,46 | -59 | 0,0057 | -48,93 | 17,057 |
| 1500 | 0,0025 | -55,91 | -52,5 | 0,0016 | -59,58 | 13,504 |
| 1620 | 0,0022 | -57,25 | -58 | 0,0012 | -61,91 | 6,741 |
| 1740 | 0,0019 | -58,49 | -53 | 0,0012 | -62,17 | 17,314 |
| 1860 | 0,0016 | -59,65 | -53 | 0,0009 | -64,21 | 21,165 |
| 1980 | 0,0014 | -60,74 | -49,8 | 0,0019 | -58,19 | 16,853 |
| 2100 | 0,0013 | -61,76 | -52,5 | 0,0041 | -51,83 | 1,271 |
| 2220 | 0,0011 | -62,72 | -51 | 0,0015 | -60,23 | 18,101 |
| 2340 | 0,0010 | -63,64 | -52,5 | 0,0009 | -64,21 | 22,319 |
| 2460 | 0,0009 | -64,51 | -58 | 0,0009 | -64,21 | 10,720 |
| 2580 | 0,0008 | -65,33 | -56 | 0,0022 | -57,22 | 2,182 |

Siendo la serie para obtener el modelo matemático:

$$V(t) = \frac{4Vm}{\pi} \text{sen}wt + \frac{4Vm}{3\pi} \text{sen}3wt + \frac{4Vm}{5\pi} \text{sen}5wt... \quad (11)$$

▣ Señal Triangular

Con una Amplitud de $A = 2vp$ y una frecuencia $f = 60Hz$

Siendo la serie para obtener el modelo matemático:

$$V(t) = \frac{8Vm}{\pi^2} \text{sen}wt + \frac{8Vm}{3^2\pi^2} \text{sen}3wt + \frac{8Vm}{5^2\pi^2} \text{sen}5wt... \quad (12)$$

3.3 Prototipo

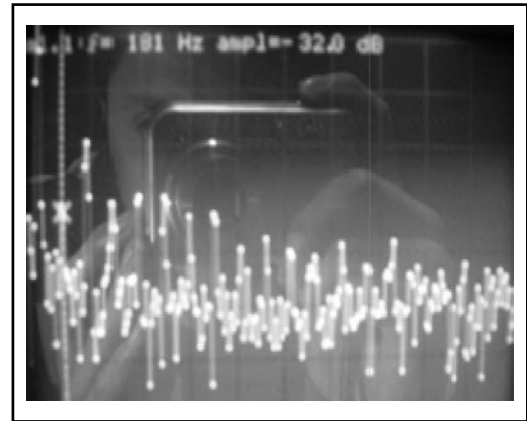
El diseño e implementación ilustrada, derivó en un prototipo para la medición de armónicos de un sistema monofásico. El prototipo permite ver las amplitudes de los 21 primeros armónicos en valor Pico y valor RMS y la distorsión armónica total (THD) de señales de corriente en un rango de 400mA a 5A, así como también de la señal de voltaje entregada por la red. Adicionalmente es posible inyectar al dispositivo una señal de prueba, que debe tener una frecuencia de 60Hz y una amplitud máxima de 2.5Vp. Es posible también almacenar

Tabla 5. Comparación de valores para señal Dimmer menor ángulo de disparo

| Frec. | Valor Fluke (dB) | Valor medido | Valor medido (dB) | Error relativo Flk- Prot (%) |
|-------|------------------|--------------|-------------------|------------------------------|
| 60 | 0 | 1,1707 | 0 | |
| 180 | -32 | 0,0284 | -32,29 | 0,926 |
| 300 | -21,8 | 0,1039 | -21,03 | 3,518 |
| 420 | -33,8 | 0,0236 | -33,88 | 0,245 |
| 540 | -30,3 | 0,0388 | -29,57 | 2,378 |
| 660 | -32 | 0,0316 | -31,36 | 1,974 |
| 780 | -33,5 | 0,0210 | -34,89 | 4,165 |
| 900 | -32,3 | 0,0255 | -33,20 | 2,815 |
| 1020 | -39 | 0,0118 | -39,91 | 2,350 |
| 1140 | -37,5 | 0,0159 | -37,29 | 0,549 |
| 1260 | -41,8 | 0,0116 | -40,07 | 4,123 |
| 1380 | -41 | 0,0119 | -39,82 | 2,868 |
| 1500 | -39,8 | 0,0115 | -40,11 | 0,803 |
| 1620 | -41,3 | 0,0110 | -40,48 | 1,974 |
| 1740 | -39,8 | 0,0140 | -38,43 | 3,427 |
| 1860 | -41,8 | 0,0127 | -39,28 | 6,013 |
| 1980 | -45 | 0,0060 | -45,73 | 1,631 |
| 2100 | -41,8 | 0,0082 | -42,99 | 2,848 |
| 2220 | -43,5 | 0,0066 | -44,96 | 3,377 |
| 2340 | -43,3 | 0,0078 | -43,43 | 0,315 |
| 2460 | -42,5 | 0,0093 | -41,95 | 1,274 |
| 2580 | -48,8 | 0,0012 | -59,12 | 21,155 |

las mediciones realizadas en el prototipo para su posterior análisis o transmisión al computador a través de una aplicación desarrollada que recibe la información de las mediciones realizadas y almacenadas en el prototipo, y en la que es posible graficar los datos, mostrando la señal analizada y su espectro, visto tanto en valor pico como en RMS, también es posible ver el tipo de señal (I, V o señal de prueba) y el THD de la misma.

Figura 16. Espectro corriente de entrada Dimmer 1^{er} armónico 180Hz, -32dB Fluke PM3370B



A continuación se mostrarán algunos resultados obtenidos realizando pruebas al prototipo con señales reales tomadas de la red eléctrica al conectar cargas no lineales. También como en la sección 3.2 (Algoritmo FFT) estos resultados fueron comparados con las mediciones tomadas por combiscop Fluke PM3370B para las mismas señales. Adicionalmente, se presentan los porcentajes de error de las mediciones del Fluke contra los resultados del prototipo, lo que permite tener idea de la exactitud de los datos obtenidos.

▣ Dimmer

La primera carga con la que se analizó el comportamiento del prototipo es un Dimmer (figura 8), el dispositivo utilizado para realizar el corte de fase es un TRIAC de referencia BTB04 [7]. Con el menor ángulo de disparo del TRIAC, la señal arrojada por el sensor es vista en la figura 10.

El valor aproximado de la amplitud de la señal es 670mV_p, dividiendo entre 0.5392 que es la sensibilidad del sensor, la señal tiene un valor aproximado de 1.2V_p.

Figura 17. Comparación de la medición del Fluke con la medición del prototipo, en dB

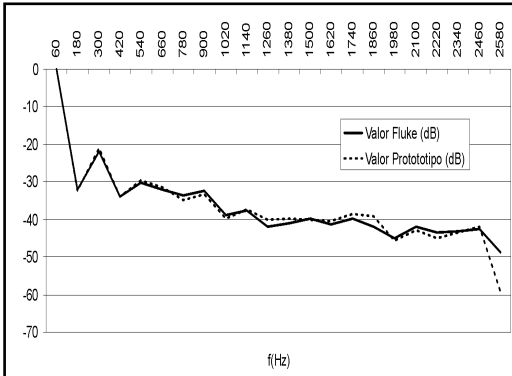


Figura 18. Circuito para el análisis de perturbaciones debido a un rectificador

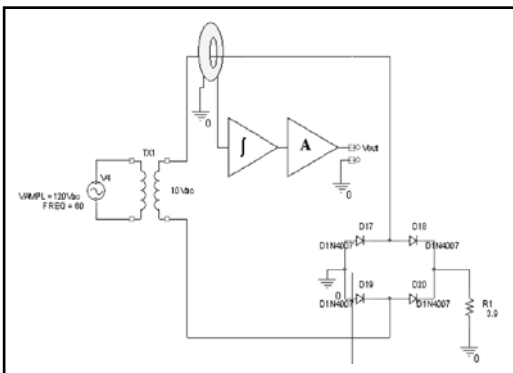
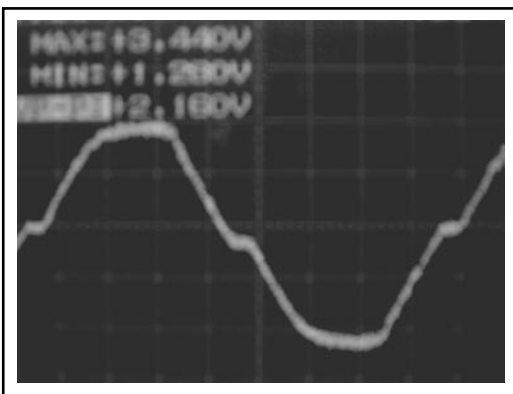


Figura 19. Corriente de entrada puente de diodos con carga resistiva



□ Rectificador de Onda Completa:

Para analizar las perturbaciones de la corriente de entrada con un rectificador se implementó el siguiente circuito.

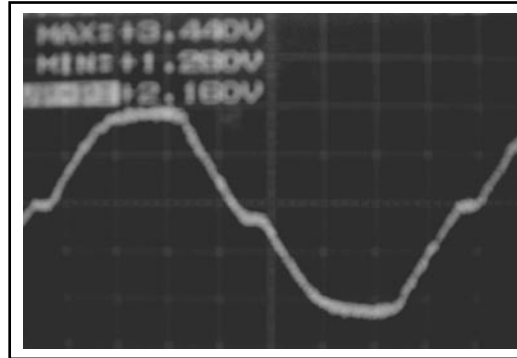
La señal arrojada por el sensor es la siguiente, figura 19. La señal tiene $V_p=1.08v$ que dividido por la sensibilidad del sensor da aproximadamente 2A.

En la siguiente tabla se ve la comparación de resultados.

Tabla 6. Comparación de valores para la señal de corriente de entrada del rectificador

| Frec. | Valor Fluke (dB) | Valor medido | Valor medido (dB) | Error relativo Flk- Prot (%) |
|-------|------------------|--------------|-------------------|------------------------------|
| 60 | 0 | 1,7990 | 0 | |
| 180 | -24 | 0,1147 | -23,90 | 0,394 |
| 300 | -21,3 | 0,1596 | -21,03 | 1,230 |
| 420 | -39,8 | 0,0184 | -39,76 | 0,096 |
| 540 | -40,8 | 0,0196 | -39,21 | 3,879 |
| 660 | -36,3 | 0,0305 | -35,39 | 2,504 |
| 780 | -54,3 | 0,0032 | -54,78 | 0,900 |
| 900 | -46,8 | 0,0088 | -46,18 | 1,314 |
| 1020 | -46 | 0,0089 | -46,01 | 0,043 |
| 1140 | -61 | 0,0011 | -63,81 | 4,621 |
| 1260 | -54,3 | 0,0035 | -54,15 | 0,261 |
| 1380 | -53,3 | 0,0042 | -52,59 | 1,319 |
| 1500 | -61,3 | 0,0017 | -60,29 | 1,631 |
| 1620 | -50 | 0,0064 | -48,97 | 2,048 |
| 1740 | -59,3 | 0,0036 | -53,89 | 9,121 |
| 1860 | -59 | 0,0059 | -49,66 | 15,814 |
| 1980 | -57,3 | 0,0053 | -50,54 | 11,788 |
| 2100 | -56,8 | 0,0060 | -49,46 | 12,912 |
| 2220 | -57,5 | 0,0053 | -50,54 | 12,095 |
| 2340 | -54 | 0,0008 | -66,83 | 23,768 |
| 2460 | -59 | 0,0051 | -50,80 | 13,882 |
| 2580 | -55,8 | 0,0028 | -55,86 | 0,111 |

**Figura 20. Espectro corriente de entrada Rectif.
2º armónico 300Hz, -21.3dB Fluke
PM3370B**

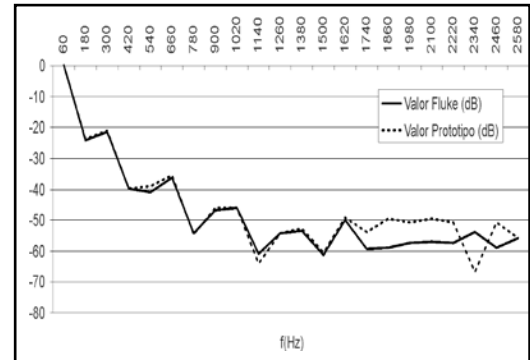


La comparación de la respuesta del prototipo, contra las mediciones realizadas usando el Fluke PM3370B, dada en la figura 21, midiendo distintas señales perturbadas o aplicando diferentes formas de onda nos ayuda a verificar su buen funcionamiento y permite confirmar que tiene una exactitud aceptable teniendo en cuenta los porcentajes de error obtenidos para cada una de las mediciones y pruebas realizadas.

CONCLUSIONES

- La bobina de Rogowski constituye como una buena alternativa para la medición de corrientes, su núcleo de aire no tiene histéresis, saturación, o problemas de no linealidad. Además, tiene una buena capacidad para manejar altas corrientes.
- Aunque el diseño de la bobina de Rogowski no tiene mayor complejidad, es importante tener en cuenta que el área transversal del núcleo así como el bobinado deben ser uniformes a su alrededor, también el número de vueltas es importante, pues de este y del área transversal de la bobina, depende que

**Figura 21. Comparación de la medición del Fluke
con la medición del prototipo, en dB**



los voltajes inducidos sean manejables por la etapa de integración.

- Para la obtención de las amplitudes armónicas de las distintas señales una herramienta efectiva es el algoritmo FFT. A través de él, se consigue simplificar enormemente el cálculo del DFT (Transformada discreta de Fourier sección 1.3.2) introduciendo “atajos” matemáticos para reducir drásticamente el número de operaciones.
- La exactitud del algoritmo FFT en la obtención de las amplitudes armónicas de una señal hasta determinada frecuencia depende del número de muestras que se logren obtener. Por esto es importante, a la hora de implementar la FFT, tomar una cantidad suficiente de muestras para obtener el espectro hasta determinada frecuencia, con un mínimo de error.
- Gracias a las mediciones realizadas con Fluke PM3370B fue posible observar que las señales tienen un piso de ruido que está en constante variación, esta variación afecta el espectro en las frecuencias más altas donde las amplitudes armónicas de las distintas señales son pequeñas (figura 18 y figura 20).

Referencias bibliográficas

- [1] D. A. Ward y J. T. Exon. Using Rogowski coils for transient current measurements. *Engineering Science and Education Journal*: 1993, pp. 105-111.
- [2] K. William. Nuevos desarrollos en sensores de corriente. *Applications Engineer*, Energy Measurement Group, Analog Devices, Inc. Traducido por el Departamento Técnico, Tecnologías Unidas, Tecun, Ltda., pp. 1-3.
- [3] Microchip Technology Inc., Data sheet PIC18F452, pp. 1-125.
- [4] Microchip Technology Inc., Data sheet Serial EEPROM 24LC256, pp. 1-9.
- [5] ST Microelectronics GROUP OF COMPANIES, Data sheet BTB04, pp. 1-2.
- [6] Burden, y, Faires. *Análisis Numérico*, 7ª edición. Edit. Thomson. Barcelona. 2002, pp. 537-549.